This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

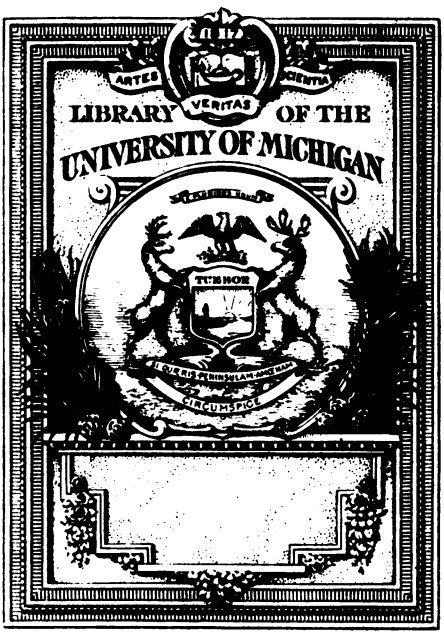
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.


ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
CIRCUMSPICE

DEMONSTRATIVE RECHENKUNST

worinnen gemeine und

kaufmännische

rechnungsarten.

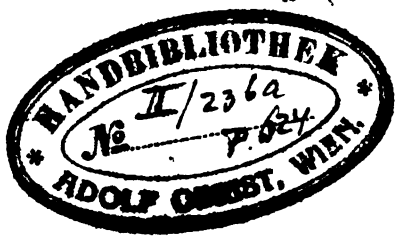
Von

Christlieb von Clausberg.

Leipzig

1732

QA
35
.C625



I. 40

Hist. Sciences
Indiana
7-24-26
32628

Römisch Kaiserlicher Befreyungsbrief.

Wir Franz von Gottes Gnaden, erwählter Römischer Kaiser, zu allen Zeiten Mehrer des Reichs, in Germanien und zu Jerusalem König, Herzog zu Lothringen und Bar, Großherzog zu Toscana. Fürst zu Charleville, Marggraf zu Nomeny, Graf zu Falkenstein ꝛc. ꝛc. Bekennen öffentlich mit diesem Brief, und thun kund allermänniglich, daß Uns Unser und des Reichs lieber Getreuer, Bernhard Christoph Breitkopf, Buchhändler und Buchdrucker in Leipzig, in Unterthänigkeit zu vernehmen gegeben, was maßen er willens sey, C. von Clausbergs Demonstrative Rechenkunst, oder Wissenschaft gründlich und kurz zu rechnen, auf das neue zum Druck zu befördern; mit unterthänigster Bitte, daß Wir zu Verhütung all-schädlichen Nachdrucks, ihme und seinen Erben darüber Unser Kaiserl. Druck-Privilegium auf zehn Jahre zu ertheilen geruhen möchten; Wann Wir nun mildest angesehen solche des Supplicantens demüthigste ziemliche Bitte; Als haben Wir ihm Breitkopfen, seinen Erben und Nachkommen die Gnade gethan, und Freyheit gegeben; thun solches auch hiermit wissentlich, in Kraft dieses Briefes, also und dergestalten, daß derselbe, seine Erben und Nachkommen, obbesagte C. von Clausbergs Demonstrative Rechenkunst in offenen Druck auflegen, ausgehen, hin- und wieder ausgeben, feil haben, und verkaufen lassen mögen, auch ihnen solches niemand, ohne ihren Consens, Wissen oder Willen, innerhalb zehen Jahren, von dato dieses Briefs anzurechnen, im heil. Röm. Reich, weder unter diesem noch anderm Titel, weder in größerer noch kleinerer Form nachdrucken und verkaufen solle. Und gebiethen darauf allen und jeden Unsern und des heil. Reichs Unterthanen und Getreuen, insonderheit aber allen Buchdruckern, Buchführern, Buchbindern, und Buchhändlern, bey Vermeidung einer Pön von Fünf Mark löthiges Goldes, die ein jeder, so oft er frevenlich darwider thäte, Uns halb in Unsere Kaiserl. Kammer, und den andern halben Theil mehr erwähntem Breitkopf, oder seinen Erben und Nachkommen ohnnachläßig zu bezahlen verfallen seyn solle, hiermit ernstlich, und wollen, daß ihr, noch einiger aus euch selbst, oder jemand von eurentwegen, obangeregte Clausbergs Demonstrative Rechenkunst innerhalb denen bestimmten zehen Jahren, obverstandener maßen, nicht nachdrucket, distrahiret, feil habet, umtraget oder verkaufet, noch auch solches andern zu thun gestattet, in keinerley

nerley Weis noch Wege, alles bey Vermeidung Unſerer Kaiſerlichen Ungnade, und obbeſtimmter Pön der fünf Mark löthigen Goldes, auch Verlierung deſſelben euren Druckes, den vielgemeldeter Breitkopf, ſeine Erben und Nachkommen, oder deren Befehlshabere, mit Hülf und Zuthun eines jeden Orts Obrigkeit, wo ſie dergleichen bey euch und einem jeden finden werden, alſo gleich aus eigener Gewalt, ohne Verhinderung männiglichs, zu ſich nehmen, und damit nach ihrem Gefallen handeln und thun mögen: Hingegen ſoll er, Breitkopf, oder deſſen Erben und Nachkommen, ſchuldig und verbunden ſeyn, bey Verluſt dieſer Kaiſerlichen Freyheit, die gewöhnlichen fünf Exemplaria zu Unſerm Kaiſerl. Reichs-Hof-Rath zu liefern, und dieſes Privilegium dem Buche voran drucken zu laſſen. Mit Urkund dieſes Briefes, beſiegelt mit Unſerm Kaiſerl. aufgedruckten Secret-Inſiegel, der geben iſt zu Wien den achtzehnten Martii. Anno Siebenzehnhundert zwey und Sechzig, Unſers Reichs im Siebenzehnten.

Franz

(L. S.)

M. C. R. Graf Colloredo.

Ad Mandatum Sac. Caeſ. Majeſtatis proprium.

Matth. Willh. Edl. Hr. v. Haan.

Vorre-

Vorrede
Herrn Chriſtian Auguſt Hauſens,
Mathef. Prof. P. Ordinar.

Die gründliche Rechenkunſt iſt ohnſtreitig eine derjenigen Wiſſenſchaften, ſo überall ihren Einfluß haben, und deswegen mit Recht vor die unentbehrlichſten gehalten werden. Will man aber zu einer Fertigkeit im Rechnen gelangen, ſo iſts nicht genug, daß man auswendig lerne, wie in dieſen oder jenen beſondern Fällen gerechnet werde. Die allgemeinen Gründe der Rechenkunſt erſtrecken ſich auf alle vorkommende Fragen, und müſſen zuförderſt wohl verſtanden werden: So findet man hernach den Weg, ohne große Mühe, das Zahlbare in allerley Dingen, ſo vorkommen können, zu beſtimmen, wenn man nur ſonſten einen Begriff von ihrer eigenen Beſchaffenheit hat. Nun haben wir in der That der Bücher viele, in allerley Sprachen, in welchen von

dem ersten vollständige, von dem andern aber eine zureichende Nachricht zu finden. Ja es ist zu diesen Zeiten, da man die Algebram überall, auch vielmals ohne Noth einmischet, die ganze Mathematik beynahe zu einer Arithmetik worden, in welcher man allerley insonderheit in die Naturwissenschaft, und daraus entspringende Künste einschlagende Dinge berechnet. Dem ungeacht aber verdienen diejenigen ihr Lob, welche auf diese oder jene Weise die allgemeinen Gründe mit der besondern Anwendung derselben verbinden, sonderlich in Dingen, die ohne große Erörterung ihrer Begriffe, oder auch Beyhülfe anderer Wissenschaften, alsbald auf Zahlen zu bringen sind: Dergleichen gemeiniglich diejenigen sind, so im gemeinen Leben am meisten vorkommen. Und obgleich auch dieses auf gar viele Art geschehen kann, und bereits geschehen ist; wie die Autores in einerley Sachen von sehr verschiedenem Geschmack zu seyn pflegen; so kann doch meines Erachtens, und da man auf die Substantialia siehet, die unterschiedene Schreibart des einen, dem Verdienste des andern keinen Eintrag thun, wenn nur auf beyden Seiten Wahrheit ist, und beyde deutlich und gründlich geschrieben. Es ist über dieses der Zweck, so Autores haben können, so verschieden, daß man sich irren würde, wenn man allen zur Regel vorschreiben wollte, was dieser oder jener zu seinem Vorhaben dienlich erachtet. Was

Was die Absicht des gegenwärtigen Werks sey, wird der Leser aus des Herrn Verfassers Vorrede ersehen können. Es werden hier die Gründe der Rechenkunst so umständlich abgehandelt, daß die, so Regeln suchen, die Regeln aber durch Exempel sich bekannt machen wollen, bey dem häufigen Vorrath von beyden nicht leicht einen Mangel verspüren werden. Dabey finden sich nicht nur die nöthigen Anmerkungen von der Natur und Eigenschaften der Zahlen; sondern es werden auch diejenigen Merkmale deutlich angegeben, aus welchen die Verkürzungen, so hier und dar auf mancherley Weise statt finden, wahrzunehmen. Und weil die meisten besondern Materien, so dieser Rechenkunst einverleibet worden, Handlungssachen betreffen, so können die, so dergleichen sich bekannt zu machen Lust haben, in diesem Stücke sich viel Nutzen versprechen. Insonderheit werden alle, so den Grund der Wechsel- und anderer dahin gehörigen Rechnungen einsehen wollen, hier einen Unterricht finden, dergleichen wir in solcher Kürze und Deutlichkeit im Deutschen noch nicht gehabt. Es ist auch zu wünschen, daß die künftigen Umstände dem Herrn Verfasser zulassen mögen, seinen Fleiß in demjenigen, was er durch besondere aus den Seriebus hergeleitete Regeln solviret hat, ferner zu üben. Und weil derselbe bereits einen guten Anfang zu vollstän-

digern *Logarithmis* gemacht, daran bey uns, so viel mir wissend, noch niemand gedacht; dieses aber eine in einigen Fällen unentbehrliche, in andern aber höchst nützliche Sache ist; so wäre insonderheit zu wünschen, daß er in dieser Arbeit fortzufahren sich entschließen möchte. Denn nicht alle, die hierinnen fortkommen können, haben Geduld und Zeit genug; und vor alle die, denen es daran nicht mangelt, ist es auch eben kein Werk, darinnen sie sowohl fortkommen könnten, ob sie gleich im übrigen der Rechnungen nicht unerfahren. Nun ist zwar nicht zu leugnen, daß durch die Series und davon herrührende Methoden heut zu Tage die *Logarithmi* viel leichter zu construiren sind, als nach der Weise der ersten Erfinder. Es ist aber auch bekannt genug, wie wenig unter denen, so Profeßion von solchen Dingen machen, angetroffen werden, die den Gebrauch der Serierum zu dergleichen Absicht genugsam einsehen; wie denn auch in Ansehen der Sache selbst, davon wir hier reden, einerley ist, auf was vor Wegen man darzu gelanget; und ist man Zweifels ohne demjenigen nur desto mehr Dank schuldig, so die Weitläuftigkeit der alten Methoden sich nicht abhalten lassen, vor andere Leute eine so mühselige Arbeit über sich zu nehmen. Leipzig den 1sten May 1732.

Vor-

Vorrede des Verfaſſers.

Geneigter Leſer!

Ich bin nicht geſonnen, dir in dieſer Vorrede damit beſchwerlich zu fallen, was dir vielleicht ſchon in unzählichen andern, die du in den Rechenbüchern vorgeſetzet gefunden, einen Ekel erwecket hat. Es iſt ſowol bey guten, als auch bey den allerſchlechteſten Rechenbüchern nichts gewöhnlicher, als daß man darinnen der edlen Rechenkunſt eine Lobrede ſchreibet, ihren allgemeinen Nutzen erhebet, und endlich ſeinen eigenen Vortrag derſelben als was ungemeines, ja wol gar als ganz neu erſonnene Rechnungsmethoden beſtermaßen anpreiſet. So unnöthig das erſtere iſt, nachdem die Fürtrefflichkeit der Arithmetiſchen Wiſſenſchaft von vielen gelehrten Männern vorhin ſchon zur Genüge dargethan worden: So vergeblich dünket mir das letztere zu ſeyn. Das Lob, ſo ein Schriftſteller ſeinem eigenen Werke beyleget, ſcheinet allen Leſern deſſelben mit Rechte verdächtig; und veranlaſſet wol

gar hernach eine Verachtung, wenn man nach dem Innhalte des vorgesetzten Titelblattes und der Vorrede mehr darinnen suchet, als nach den Kräften oder Absichten des Verfassers darinnen zu finden ist.

Zur Bestätigung dieses Satzes könnte ich eine Menge der gemeinen Rechenbücher nahmhaft machen; ja es haben auch einige gelehrte Männer sich in der Rechenkunst durch Schriften gezeiget, von welchen einer seine Arbeit eine gründliche und vollständige Anweisung zur Arithmetik benennet, da doch anderer Unvollständigkeit, die ihm hernach mit Grunde dargethan werden soll, zu geschweigen, sein ganzes Werk nichts mehr, als die gemeinen Species nebst der Regel Detri, in sich begreifet. Ein anderer schreibet in der Vorrede seines Buches: Wenn man 50 und noch 50 Rechenbücher zusammen nähme, so würde man in allen nicht finden, was doch in seinem ganz allein enthalten wäre; obgleich nur der 1ste Theil desselben ans Licht getreten; der andere aber, meines Wissens, noch niemals zum Vorschein gekommen.

Doch ich will weder von einem noch von dem andern Buche hier viele Worte machen, sondern ein jedes nach den Kräften und Absichten des Verfassers in seinen Würden gut seyn lassen; und vielmehr nur von dem meinigen dasjenige beybringen, was zu nöthiger Erläuterung meiner Absichten, zum nützlichen Gebrauche desselben, und zur Rechtfertigung der Lehrart, welcher ich mich darinnen beflissen habe, wird dienen können.

Ich nenne mein Buch, welches ich hiermit in vier Theilen auf einmal ganz liefere, eine demonstrative

Re-

Rechenkunst; oder die Wissenschaft, gründlich und kurz zu rechnen. Es ist bekannt, daß die Arithmetik in allen sogenannten Rechenbüchern (denn von den Schriften der Mathematicorum ist allhier, wie §. 22 gemeldet worden, die Rede nicht), so meines Wissens vorhanden sind, außer in obgedachter Anweisung, als ein Gedächtnißwerk getrieben wird, welches man aus der bloßen Uebung lernet, ohne den Grund der Regeln zu verstehen, oder zu wissen, warum man so und nicht anders verfahren muß. Allein diese Lehrart hat mir allezeit sehr seichte geschienen, und dahero habe ich geglaubet, daß man im Unterrichte von der Rechenkunst hauptsächlich auf den Verstand zu sehen habe. Dieser empfindet nun ein großes Vergnügen, wenn er ein Ding aus dem Grunde verstehen lernet, und begreifen kann, warum man durch diese Regeln ein solch Exempel auflösen könne; und wie man auf solche Regeln gekommen sey. Da nun die Arithmetik mit unter die Zahl der mathematischen Wissenschaften gehöret, ja so zu reden der Grund aller übrigen ist, und also vorlängst von den Gelehrten als eine Wissenschaft im engern Verstande vorgetragen worden; So habe ich es vor höchst nöthig erachtet, hierinn auf der von so viel großen Männern einmal geschlagenen Bahn zu bleiben, und die Rechenkunst auch in meinem Buche demonstrativ, das ist überführend und mit völliger Gewißheit vorzutragen. Eben dieses zeiget das Wort Wissenschaft an, dessen ich mich auf dem Titel bediene. Denn ich nehme solches nicht in dem gemeinen Verstande, da man ein jedes halbigtes Erkenntniß mit diesem Namen beehret; sondern in derjenigen Bedeutung, die ihm von

den

den grundgelehrtesten Männern in ihren Schriften von der Weltweisheit längst gegeben worden. Es heißt ihnen aber eine Wissenschaft: Die Fertigkeit des Verstandes, alles, was man behauptet, aus unumstößlichen Gründen unwidersprechlich darzuthun: Wie hernach in der allgemeinen Einleitung (§. 3) mit mehrern zu ersehen ist. Insonderheit habe ich mich mehrentheils in meinen Beweisen alles dergestalt zu analysiren beflissen, damit man deutlich daraus ersehen möge, wie es zugehe, daß man durch die gezeigte Regel zu der begehrten Antwort gelangen könne.

Ich verspreche also, daß man aus meinem Buche werde gründlich und kurz rechnen lernen; davon sich das erste nunmehro von selbsten versteht; das andere aber, auf die Vortheile zielet, so ich in großer Menge an die Hand gegeben, die weitläuftigsten Rechnungen ins kurze zu bringen. Diese Vortheile nehmen, nachdem ich in dem ersten Theile die 4 Species nebst der Regel Detri in ganzen und gebrochenen Zahlen nach gemeiner Art, jedoch sammt ihren Gründen, umständlich abgehandelt, den zweyten Theil gegenwärtigen Buches ein. Weil aber die allermeisten Vortheile aus den Eigenschaften der Zahlen hergenommen werden, so habe von diesen vorher einen gründlichen Unterricht gegeben, und alsdann die 4 Species und Regel Detri nebst ihren compendiösen Proben aufs neue, nach unterschiedenen vortheilhaften Manieren vorgetragen. Obgleich aber alle diese Vortheile, indem sie allemal von den Eigenschaften der vorkommenden Zahlen dependiren, nicht einem jeden, der nicht wohl darinnen geübet ist, bey ereigneter Rechnung sofort in die Augen fallen; so ist doch der Nutzen groß,

groß, wenn selbige den Anfängern bey der Information angewiesen und erkläret werden: allermaßen diese durch solche Betrachtungen eine desto bessere Einsicht in die Rechenkunst erlangen.

In dem dritten Theile habe ich nebst der Regel Detri inversa, Regel Quinque, Regel Quinque inversa, und Regel Multipler, als der sogenannten Kettenrechnung, oder Regel Conjointe, die Wechsel- und Arbitragenrechnung, so gründlich und deutlich angewiesen, als wohl niemalen von jemanden geschehen ist, oder doch wenigstens zum Vorschein gekommen.

Dabey habe ich auch nicht nur eine Beschreibung der Europäischen Münzen, Wechselarten und Usanzen, auch Vergleichung der Ellenmaaße, sondern und vornemlich eine ganz genaue Gewichtsvergleichung, so aus den Gewichten in Natura selbst genommen sind, und daran es bis dato bey der Kaufmannschaft gefehlet hat, mitgetheilet. Denn da ich die Gelegenheit dazu in den größten Handelsstädten von Deutschland längst vergeblich gesuchet, so habe ich sie endlich in Leipzig angetroffen, allwo E. E. Rath dieser hochberühmten Stadt zu besondern Aufnehmen der sämmtlichen allda blühenden Kaufmannschaft, selbige aus den vornehmsten Europäischen Handelsplätzen in Natura verschrieben; und mir auf mein Ansuchen eine genaue Untersuchung solcher Gewichte anzustellen, und die gefundene Vergleichung derselben öffentlich bekannt zu machen, hochgeneigt erlaubet hat. Der günstige Leser wird also diesen vornehmen, und für den Flor des gemeinen Bestens so sorgfältigen Männern den größten Dank schuldig seyn, wenn ihm durch die Mittheilung,

einer

hen sofort zu begreifen vermögend ist, sondern muß durch seinen Fleiß und oftmalige Wiederholung, die vermeynte Schwierigkeit zu überwinden suchen.

Zu dem Ende will ich allhier einige Regeln geben, wie ein jeder seiner Absicht gemäß mein Werk mit Nutzen gebrauchen kann. Es enthält selbiges hauptsächlich folgende 3 Stücke in sich. I. Allgemeine Regeln; II. genugsame Erklärungen derselben, durch Specialexempel; und endlich III. die hierzu gehörigen Beweise und Gründe.

Was erstlich die allgemeinen Regeln anbelanget, so kann einer, dem dieselben zu schwer oder zu dunkel scheinen möchten, sie zuerst vorbey lassen, und nur gleich die darauf folgenden Exempel vor die Hand nehmen. Hierinnen wird er nun alle mögliche Deutlichkeit finden; weil ich hier alles, was ihm ein Licht geben kann, ausführlich hingeschrieben habe. Hat nun jemand die Exempel dergestalt wohl begriffen, der wird nunmehro auch zurücke gehen, und die vorhin übergangene allgemeine Regel zu verstehen im Stande seyn.

Ein anderer aber, welcher damit zufrieden ist, daß er rechnen kann, ohne zu wissen, warum er so und nicht anders rechnet, der brauchet die darauf folgenden Beweise meiner Regeln gar nicht zu lesen. Diese sind nur für diejenigen, so nach einem höhern Erkenntniß streben, und begierig sind, von allem den richtigen Grund zu wissen.

Was die Herren Kaufleute betrifft, welche schon seit vielen Jahren im Rechnen geübt sind, und sich keine neue obwol vortheilhaftere Multiplications- und Divisionsarten bekannt machen oder angewöhnen wollen: Diese dürfen nur die beyden ersten Theile

meines

meines Buchs vorbey gehen, und gleich in dem 3ten Theile bey der Regel Multiplex anfangen, und ſo weit bis in den 4ten Theil fortfahren, als ſie es ſelbſt ihrer Abſicht gemäß nöthig oder nützlich befinden. Ueberhaupt kann ein jeder, der nicht das ganze Buch durchgehen will, in dem beygefügten Summariſchen Innhalte dasjenige ſuchen, was er zu ſeinem Vorhaben verlanget. Es hat zwar voritzo die Zeit nicht geſtatten wollen, ein vollſtändiges Regiſter zu verfertigen: Jedoch dürfte dieſes göttl. Verleihung nach nebſt einem Anhange künftighin zum Vorſchein kommen.

Was nun die von mir gebrauchte Lehrart anbelanget, hiervon iſt bereits in meiner allgemeinen Einleitung zur Genüge gemeldet worden; und habe ich allhier nur dieſes noch erwehnen ſollen, daß ich die Zahlen der Paragraphorum deswegen durch alle 4 Theile ordentlich fortgeſetzet, damit ich in Allegirung derſelben nicht nöthig gehabt, zugleich auch die Theile namhaft zu machen. Indeſſen, da mein Buch durchgehends alſo ausgearbeitet iſt, daß das nachgehende ſich immer auf das vorhergeſetzte beziehet, ſo thut man freylich beſſer, es in ſolcher Ordnung zu leſen, wie ich es geſetzet habe, wenn man daſſelbe recht einſehen will. Findet aber jemand im Aufſchlagen mitten im Buche etwas, ſo ihm unverſtändlich vorkommt, ſo muß er ſich die Mühe nicht verdrießen laſſen, die angeführten Paragraphos nachzuſehen, und ſich daſelbſt Raths zu erholen. Daferne aber unterweilen Kunſtwörter angetroffen werden, dabey keine Zahl, wo die Erklärung derſelben zu finden ſeyn ſoll, angewieſen iſt: ſo muß man verſichert ſeyn, daß ſelbige in dem vorhergehenden bereits erkläret, und ſo vielmal ſchon vorgekommen,

allermaßen auch ohnedem die meisten Aufgaben, als z. E. Zahlen zu addiren, zu subtrahiren ꝛc. in allen Rechenbüchern übereinkommen, und wird gleichwol niemand so thöricht seyn, sich dieserhalben zu beschweren.

Uebrigens will ich alle diejenigen, die mein Buch lesen werden, hierdurch freundlich ersuchen, daß sie nicht eher davon urtheilen, oder gar mit Einwürfen aufgezogen kommen mögen, bis sie alles mit Fleiß, vom Anfange bis zu Ende, werden durchgegangen und verstanden haben. Wollen sie nun diese Mühe sich nicht verdrüßen lassen, so habe das gute Vertrauen, daß ich nicht nur ihren Beyfall, sondern auch nach Gelegenheit ihren Ruhm, und bey einigen gar einen aufrichtigen Dank verdienen und erlangen werde.

Weil ich mir aber gleichwol vorstellen kann, daß es mir so wenig, als den Schriften der gelehrtesten Männer an Tadlern und unbilligen Richtern fehlen wird, und daß mein Werk insonderheit bey meinen neidischen Gegnern nicht gar zu viel Beyfall erlangen werde: So habe ich wider diese Leute mich zu schützen das gute Zeugniß eines großen Mathematici, Sr. Magnificenz Herrn Professor Hausens, der mein Buch mit seiner Vorrede zu beehren beliebet, aufzuweisen: Welches zum wenigsten von solchem Gewichte seyn wird, auch zehenfache Verkleinerungen meiner Widersacher niederzuschlagen. Eben in Ansehung des Zeugnisses von diesem vortrefflichen Manne habe mich vor die von einigen Arithmeticis mir offerirte Lobschriften, welche insgemein den Rechenbü-

chern

chern vorangeſetzet werden, höflich bedanket, und mich viel lieber an gedachtem Zeugniſſe begnüget.

Da auch ſeit einiger Zeit in Hamburg 2 Scartequen, ohne eines Autoris Namen, voller Anzüglichkeiten und Läſterungen wider mich heraus gekommen, worunter inſonderheit die letztere, das bekannte Lübeckiſche Problema betreffend, mich genöthiget, um auch allen denjenigen, welche die von mir, dieſes Streits wegen, herausgegebene vorläufige Abweiſung ſelbſt einzuſehen, nicht im Stande ſind, meine gerechte Sache beyzubringen, mich um glaubwürdige Atteſtata berühmter Mathematicorum zu bewerben; als habe bey dieſer Gelegenheit die diesfalls bereits erlangten Atteſtata zu Ende dieſer Vorrede einrücken, und der unpartheyiſchen Welt vor Augen legen wollen. Dieſe Zeugniſſe werden verhoffentlich mehr Glauben verdienen, als alle meine mißgünſtige Feinde. Sollte ſich alſo noch ferner einer von meinen bisherigen Gegnern gelüſten laſſen, wider mich zu ſchreiben, oder ſich wohl gar ſo ungereimt aufzuführen, als einer von ihnen, wie mir berichtet worden, ſchon gethan, welcher den Lebenswandel meiner Jugend zu erforſchen, und damit auf eine abgeſchmackte Art eine arithmetiſche Streitigkeit aufzuputzen geſuchet haben ſoll: So dienet demſelben zu wiſſen, daß ich mir die Mühe nicht nehmen werde, darauf zu antworten, wo er nichts gründlichers als bishero geſchehen, wider mich vorbringen ſollte. Indeſſen verzeihe ich ihnen das bisherige, und lebe der guten Hoffnung, daß ſie ſich künftig in ihren Schranken halten werden.

Schließlich habe wegen meiner Schreibart noch erinnern sollen, daß ich mehr auf die Deutlichkeit als auf zierliche Reden gesehen. Daß aber fast alle Kunstwörter mit deutschen Buchstaben gesetzet worden, solches wird verhoffentlich niemanden, dem die in deutscher Sprache zeithero heraus gekommene Schriften bekannt sind, fremde vorkommen; zumalen es auch gleichviel gilt, mit was für Buchstaben ein Wort gesetzet worden, wenn man es nur lesen kann.

Endlich wegen der wenigen Druckfehler, die alles angewandten Fleißes ungeachtet, sich dennoch etwa eingeschlichen haben möchten, beliebe der Hochgeneigte Leser die Schuld auf die Unvollkommenheit aller menschlichen Dinge zu schieben, und dieselben gütigst zu corrigiren.

Leipzig den 7. May
1730.

C. von Clausberg.

Er.

Sr. Magnificenz Hrn. Prof. Häuſens zu Leipzig Atteſtat wegen des bekannten ſtreitigen Lübeckiſchen Problematis, daß alles, wie es von mir in der Abweiſung bemerket worden, auch Seine wahre Meynung von dieſer Sache ſey.

Es hat bey mir Herr C. von Clausberg eines Problematis gedacht, ſo Ihme zur Solution in Niederſachſen offeriret worden, und zwey dahin gehörige Schriften, als die ſogenannte gründliche Anzeige ꝛc. von ſeinem Gegner A. F. M. und die vorläufige Abweiſung ꝛc. von Ihme, Hrn. Clausbergen, ſelbſt verfertiget, communiciret, mit Erſuchen, die Sache zu erwegen, und meine Meynung davon Ihme ſchriftlich zuzuſtellen.

Nachdem nun beyde Schriften wohl geleſen, ſo trage kein Bedenken, meine Gedanken von dieſer Sache dahin zu eröffnen.

1. Daß in der Aufgabe, ſo wie ſie anfangs abgefaſſet, und von Herrn von Clausbergen in der Abweiſung p. 9. und 10. unter einem beſondern Inſtrument eines hierzu requirirten Notarii wiederholet, und p. 16. und 17. evolviret worden, drey verſchiedene Aufgaben enthalten, welche ſo zuſammen hängen, daß, obgleich die erſte ohne die übrigen ſolviret werden kann, doch hingegen die andere der erſten, und die dritte der erſten und andern Solution vorläufig erfordere.

2. Daß in Anſehung des dritten Theils nur gedachter Aufgaben, da Buchſtaben aus Zahlen, und Zahlen aus Buchſtaben zu eruiren ſind, ohne daß man die Valores des Alphabets angiebt, ein nöthiges Datum mangele.

3. Daß die Solution der erſten Aufgabe von Theilung eines Ganzen in partes continuo proportionales &c. ſo wie ſie p. 39. 40. 41. und 42. der Abweiſung von Herrn von Clausberg publiciret iſt, in augenſcheinlicher Wahrheit beruhe; auch mit gebührender Kürze und Concinnität, ſo bey Solutionen erforderlich, expediret worden, und folglich

4. Daß die mittlere Zahl keine Rationalzahl seyn könne, welches auch aus der Analysi p. 51. der Abweisung, da der mittlere Terminus allein bestimmet wird, zu ersehen. Solchergestalt

5. auch von sich selbst ergiebet, daß die mittlere Zahl nicht 7½ oder 7½, und die kleinste Distanz nicht 8 seyn könne.

6. Daß also, da diese 8 erfordert würde, durch Auflösung der andern Aufgabe den rechten Divisorem zu finden, der die angegebenen Namen heraus brächte, wenn man das Alphabet nach der Arithmetica Mercatoria nova des Hrn. Oehlers erklärte: So wäre freylich dießfalls die ganze Aufgabe überhaupt von widereinanderlaufenden Dingen nicht frey, und also nach der gemeinen Sprache falsch zu nennen.

7. Daß die fünf Zahlen nur auf eine einzige Art in möglichen Expreßionen zu bestimmen, wie p. 42. in der Abweisung geschiehet, und die letzte Aequation, von welcher die Auflösung dependiret, ungeachtet ihrer zwey möglichen und wahren Wurzeln, dennoch nur eine einzige solche Seriem von fünf Zahlen gebe, wie das Problema verlanget. Welches auch gar nichts neues noch paradoxes ist.

8. Daß vielweniger also die mittlere Zahl nach Belieben angenommen werden könne, da das Problema nichts weniger als indeterminatum ist.

Welches alles, wie es bereits von Herrn von Clausberg mit mehrern in der Abweisung bemerket worden, auch meine wahre Meynung von dieser Sache ist, und durch gegenwärtiges unter meiner Unterschrift und Siegel auf Verlangen bekräftiget wird. Leipzig, den 24 Decembr. Anno 1731.

(L. S.) Christ. Avg. Havsen,
Prof. Matheseos in Acad.
Lipsiensi.

Sr.

Sr. Magnificenz Herrn Prof. Hasii zu Wittenberg Atteſtat über vorgedachtes Problema.

Dieſer conteſtiret nicht allein in einem an mich abgelaſſenen Schreiben, wie Er meine Gedanken ſo wohl gegründet und richtig befunden, auch dieſelben jedem Kenner von ſelbſten dergeſtalt in die Augen fallen müßten, daß ich dieſerwegen ferner keines Atteſtats benöthiget wäre; ſondern hat auch in Anſehung derer, welche nicht unterſcheiden können, ob die Nachreden meiner Gegner gegründet oder ungegründet ſeyn, zu Steuer der Wahrheit, mir noch insbeſondere folgendes Zeugniß mitgetheilet.

Nachdem Herr C. von Clausberg bey Ueberſendung dreyer Tractätgen:

Davon eines: Kurzgefaßte Erklärung ꝛc.
Das andere: Gründliche Anzeige ꝛc.
Das dritte: Vorläufige Abweiſung ꝛc.

betitelt, (von welchen das erſte und dritte von ihm ſelbſt, das andere aber von ſeinem Gegner ausgegeben worden) wegen eines ſtreitigen in denſelben enthaltenen Mathematiſchen Problematis und deſſen Solution mein Gutachten und Meynung zu wiſſen verlanget; in ſelbigen auch andere und mehrere Nebenquäſtiones befindlich:

So habe nach geſchehener Erwegung derſelben, ſo viel die Zeit und Gelegenheit dermalen verſtattet, ſowohl von der Hauptſache, als ein und andern der gedachten Nebenfragen, meine Gedanken eröffnen wollen, dergeſtalt:

1. Daß angehend das ſtreitige Lübeckiſche Problema ſelbſten, wie ſolches nach p. 9. 10. der Abweiſung aufgegeben worden, ausgemacht ſey, daß ſolches in effectu dreyfach, oder drey beſondere Problemata enthalte, wie ſolche p. 16. der Abweiſung evolviret worden.

Wovon demnach das erſte Arithmetiſch, das andere Geometriſch, das dritte gar nicht Mathematiſch ſey.

2. Das erſte aber, ſo die Findung von 5. Terminis geometricis continue proportionalibus erfordert, iſt ein vollkommen determinirtes Problema, in deſſen Solution kein Terminus oder Zahl nach Gefallen angenommen werden darf oder kann.

3. Und zwar obwol bey Aufgabe deſſelben nicht expreſſe gedacht werden, daß eine progreſſio continua verlangt werde, ſo iſt doch keine andere darunter zu verſtehen, als continua, ſo daß eine progreſſio discontinua für eine contradictionem in adiecto zu achten.

4. Hätten aber ſollen die Termini nicht in progreſſione continua ſeyn, ſo hätte das Wort Proportio müſſen gebraucht werden, alsdenn aber wäre erſt das Problema ein Indeterminatum zu nennen geweſen.

Jedennoch aber, wenn es auch in dieſem Fall einen Senſum haben, und nicht für ein unvollkommenes Problema ſollte angeſehen werden, ſo müßte wenigſtens noch eine Conditio deutlicher ausgedrückt ſeyn, als zum Exempel: Daß die drey erſten Termini in proportione continua, wie auch die drey letzten in proportione continua ſeyn, der letzte aber in der erſten Proportion zugleich der erſte in der andern Proportion ſeyn ſollte.

Hergegen aber, da alſo eine Propreßio, (welche hoc ipſo continua ſeyn muß) von 5. Terminis verlanget worden, iſt ſo weit gewiß, daß die drey Data, ſo in der Aufgabe ſolches erſten Problematis enthalten, (nämlich ſumma numerorum, ſumma quadratorum, und conditio progreſſionis geometricae) daſſelbe zu einem Problemate determinato gedachter maßen machen, in welchem kein Terminus nach Belieben anzunehmen.

5. Dahero auch außer denen vom Herrn von Clausbergen p. 42. der Abweiſung angegebenen Zahlen, ſo dieſes Problema ſolviren, keine andere möglich.

6. Auch der mittlere Terminus kein rationalis, ſondern ein irrationalis, wie p. 42. & 52. beſagter Abweiſung angewieſen ſeyn muß.

7. Das

7. Das dritte Problema, ſo von Eruirung gewiſſer Buchſtaben handelt, iſt kein Mathematiſches Problema, auch von keinem, der nicht Beliebung an ſolchem Buchſtabenſpiel, welches ohnedem von keinem Nutzen in Wiſſenſchaften, träget, zu fordern, daß er dergleichen kundig. Dannenhero auch nicht prätendirt werden kann, daß jemand errathen ſolle, ob des Herrn Oehlers, oder ein ander Alphabet dem Proponenten im Sinne geweſen. Vielmehr aber, da der Proponent ſich nicht ſelbſten explicires, was er vor Valores ſeinen Buchſtaben attribuiret wiſſen wolle, iſt das Problema zu achten, als ob es gar nicht aufgegeben, oder als ob ein Datum in demſelben zu wenig.

8. Die incidenten Fragen und Materien betreffend, ſo zeuget von keiner genugſamen Erkenntniß der Sache, wenn jemand ſagen und behaupten will, daß ein numerus concretus per concretum, oder eine bekannte Zahl mit einer benannten, außer in der Geometria, (womit es doch auch eine ganz beſondere und andere Bewandniß hat) könne eigentlich multipliciret werden.

Und dahero kann auch die Multiplication mit Thalern ſo wenig geſchehen, als v. g. mit Kälbern; und eben ſo wenig kann eine Sache Thalermal, zweythalermal ꝛc. groſchenmal, zweygroſchenmal, dreygroſchenmal ꝛc. genommen werden, (denn ſolches heißt multipliciren) als kalbmal, zweykalbmal ꝛc. Wie von ſolchem Vorgeben aus dieſem Exempel die Abſurdität in die Augen leuchtet.

9. Angehend den Numerum Datorum in einem Problemate, ſo ſcheinet die Meynung der Widrigen des Herrn von Clausbergs, als in der gründlichen Anzeige p. 17. dahin zu gehen, daß, wenn zum Exempel in dem ſtreitigen Hauptproblemate, x und y, oder zwey incognita, das iſt unbekannte oder geſuchte Zahlen und Quantitäten vorkommen, auch nur zwey Data oder bekannte Sachen nöthig ſeyn.

Es iſt aber dieſes etwas unvorſichtig geredet, und verhält ſich die Sache eigentlicher alſo: Daß, ſo viel Incognita ſind,

ſo viel

ſo viel auch Aequationes oder Gleichungen ſeyn müſſen, hergegen erfordern einige Problemata mehrere Data als Quäſita, wenn ſie vollkommen determiniret ſeyn ſollen.

Dergeſtalt enthält oben erwehnter maßen das ſtreitige Hauptproblema zwey unbekannte, aber drey bekannte (nämlich die ſummam progreſſionis, die ſummam der Quadratorum von den Terminis, und die Hauptcondition de progreſſionalitate terminorum). Wie denn, daß ſolches in allen von der progreſſione arithmetica und geometrica handelnden Problematibus nothwendig alſo ſeyn müſſe, notoriſch. Hundert anderer Fälle zu geſchweigen.

10. Ingleichen ſcheinet auch von Ihnen ſtatuiret zu werden, daß ſimplicter ſo viel Dimenſiones in der Aequation eines Problematis, wenn ſie auf das nihilum reduciret iſt, (in aequatione ad nihilum reducta) und ſonſten ſeyn, ſo viel auch wirkliche Valores der geſuchten unbekannten Quantität oder Wurzeln der Aequation ſeyn. Welches, daß es nicht nur wegen der radicum imaginariarum, ſo darinnen ſeyn können, nicht angehe, Herr von Clausberg wohl erinnert, ſondern auch von ihm wohl angebracht iſt, daß auch nicht allezeit alle ſo genannte wahre und wirkliche (reales) Wurzeln einer Aequation zu dem primario intendirten und particulieren Problemate etwas nutzen und gehören. Wie dergleichen Exempel in denen Rechnungen von doppelt Intereſſe, oder Intereſſe von Intereſſe, toto die vorkommen, und was es ferner damit vor Bewandniß habe, ſich gründlich und eigentlich in meiner Diſſertation de nihilo mathematico von dem §. 79. bis 122. incl. deducirt befindet.

Wie nun, was hier angeführt, alles auf ſonnenklaren Beweisthümern und Gründen beruhet; alſo trage kein Bedenken, davon öffentlich hiermit meine Meynung zu profitiren, und mit Unterſchrift meines Namens zu bekräftigen.

Wittenberg, den 30 Apr. 1732.

(L. S.) Io. Matth. Hasius,
Math. P. P. Witteb.

Sum-

Summarischer Inhalt aller 4 Theile.

Im ersten Theile.

Allgemeine Einleitung in die Rechenkunst, auch von der mathematischen Lehrart pag. 1
Von der Zahl 14
Vom Zählen 23
Von der Numeration 25
Von den Polnisch-Preußischen Münzen, Gewichten und Maaßen §. 86 sequ. 41
Von der Addition 50
Von der Subtraction 60
Von der Multiplication 70
Von der Division 113
Summarische Betrachtungen der sämmtl. 4 Specierum 155
Von der Regula Proportionum ꝛc. 171
Von der Verhältniß und Proportion 172
Von der Regel Detri 190
Von der gemeinen Probe der vier Specierum und Regel Detri 213
Von den Theilen eines ganzen Dinges, wie auch von vermischten und mehrerley namigen Zahlen 219
Von der Addition der Theile eines Ganzen ꝛc. 243
Von der Subtraction der Theile eines Ganzen ꝛc. 251
Von der Multiplication der Theile eines Ganzen ꝛc. 258
Von der Division der Theile eines Ganzen ꝛc. 289
Von der Regel Detri in Theilen eines Ganzen ꝛc. 314
Von der gemeinen Probe der vier Specierum und Regel Detri ꝛc. 336

Im andern Theile:

Einleitung in die Practicam oder Rechnungs-Vortheile 339
Eine gründliche Abhandlnng von den Eigenschaften der Zahlen 345
Von dem Kleinern und den Kennzeichen der Zahlen so aufzuheben sind. 405
Von dem kleinsten Generalnenner 433
Von den Vortheilen in der Addition 445

Von

Schließlich habe wegen meiner Schreibart noch erinnern sollen, daß ich mehr auf die Deutlichkeit als auf zierliche Reden gesehen. Daß aber fast alle Kunstwörter mit deutschen Buchstaben gesetzet worden, solches wird verhoffentlich niemanden, dem die in deutscher Sprache zeithero heraus gekommene Schriften bekannt sind, fremde vorkommen; zumalen es auch gleichviel gilt, mit was für Buchstaben ein Wort gesetzet worden, wenn man es nur lesen kann.

Endlich wegen der wenigen Druckfehler, die alles angewandten Fleißes ungeachtet, sich dennoch etwa eingeschlichen haben möchten, beliebe der Hochgeneigte Leser die Schuld auf die Unvollkommenheit aller menschlichen Dinge zu schieben, und dieselben gütigst zu corrigiren.

Leipzig den 7. May
1730.

C. von Clausberg.

Er.

Sr. Magnificenz Hrn. Prof. Häuſens zu Leipzig Atteſtat wegen des bekannten ſtreitigen Lübeckiſchen Problematis, daß alles, wie es von mir in der Abweiſung bemerket worden, auch Seine wahre Meynung von dieſer Sache ſey.

Es hat bey mir Herr C. von Clausberg eines Problematis gedacht, ſo Ihme zur Solution in Niederſachſen offeriret worden, und zwey dahin gehörige Schriften, als die ſogenannte gründliche Anzeige ꝛc. von ſeinem Gegner A. F. M. und die vorläufige Abweiſung ꝛc. von Ihme, Hrn. Clausbergen, ſelbſt verfertiget, communiciret, mit Erſuchen, die Sache zu erwegen, und meine Meynung davon Ihme ſchriftlich zuzuſtellen.

Nachdem nun beyde Schriften wohl geleſen, ſo trage kein Bedenken, meine Gedanken von dieſer Sache dahin zu eröffnen.

1. Daß in der Aufgabe, ſo wie ſie anfangs abgefaſſet, und von Herrn von Clausbergen in der Abweiſung p. 9. und 10. unter einem beſondern Inſtrument eines hierzu requirirten Notarii wiederholet, und p. 16. und 17. evolviret worden, drey verſchiedene Aufgaben enthalten, welche ſo zuſammen hängen, daß, obgleich die erſte ohne die übrigen ſolviret werden kann, doch hingegen die andere der erſten, und die dritte der erſten und andern Solution vorläufig erfordere.

2. Daß in Anſehung des dritten Theils nur gedachter Aufgaben, da Buchſtaben aus Zahlen, und Zahlen aus Buchſtaben zu eruiren ſind, ohne daß man die Valores des Alphabets angiebt, ein nöthiges Datum mangele.

3. Daß die Solution der erſten Aufgabe von Theilung eines Ganzen in partes continuo proportionales &c. ſo wie ſie p. 39. 40. 41. und 42. der Abweiſung von Herrn von Clausberg publiciret iſt, in augenſcheinlicher Wahrheit beruhe; auch mit gebührender Kürze und Concinnität, ſo bey Solutionen erforderlich, expediret worden, und folglich

4. Daß die mittlere Zahl keine Rationalzahl seyn könne, welches auch aus der Analysi p. 51. der Abweisung, da der mittlere Terminus allein bestimmet wird, zu ersehen. Solchergestalt

5. auch von sich selbst ergiebet, daß die mittlere Zahl nicht 7½ oder 7½, und die kleinste Distanz nicht 8 seyn könne.

6. Daß also, da diese 8 erfordert würde, durch Auflösung der andern Aufgabe den rechten Divisorem zu finden, der die angegebenen Namen heraus brächte, wenn man das Alphabet nach der Arithmetica Mercatoria nova des Hrn. Oehlers erklärte: So wäre freylich dießfalls die ganze Aufgabe überhaupt von widereinanderlaufenden Dingen nicht frey, und also nach der gemeinen Sprache falsch zu nennen.

7. Daß die fünf Zahlen nur auf eine einzige Art in möglichen Expreßionen zu bestimmen, wie p. 42. in der Abweisung geschiehet, und die letzte Aequation, von welcher die Auflösung dependiret, ungeachtet ihrer zwey möglichen und wahren Wurzeln, dennoch nur eine einzige solche Seriem von fünf Zahlen gebe, wie das Problema verlanget. Welches auch gar nichts neues noch paradoxes ist.

8. Daß vielweniger also die mittlere Zahl nach Belieben angenommen werden könne, da das Problema nichts weniger als indeterminatum ist.

Welches alles, wie es bereits von Herrn von Clausberg mit mehrern in der Abweisung bemerket worden, auch meine wahre Meynung von dieser Sache ist, und durch gegenwärtiges unter meiner Unterschrift und Siegel auf Verlangen bekräftiget wird. Leipzig, den 24 Decembr. Anno 1731.

(L. S.) Christ. Avg. Havsen,
Prof. Matheseos in Acad.
Lipsiensi.

Er-

Sr. Magnificenz Herrn Prof. Hasii zu Wittenberg Atteſtat über vorgedachtes Problema.

Dieſer conteſtiret nicht allein in einem an mich abgelaſſenen Schreiben, wie Er meine Gedanken ſo wohl gegründet und richtig befunden, auch dieſelben jedem Kenner von ſelbſten dergeſtalt in die Augen fallen müßten, daß ich dieſerwegen ferner keines Atteſtats benöthiget wäre; ſondern hat auch in Anſehung derer, welche nicht unterſcheiden können, ob die Nachreden meiner Gegner gegründet oder ungegründet ſeyn, zu Steuer der Wahrheit, mir noch insbeſondere folgendes Zeugniß mitgetheilet.

Nachdem Herr C. von Clausberg bey Ueberſendung dreyer Tractätgen:

Davon eines: Kurzgefaßte Erklärung ꝛc.
Das andere: Gründliche Anzeige ꝛc.
Das dritte: Vorläufige Abweiſung ꝛc.

betitelt, (von welchen das erſte und dritte von ihm ſelbſt, das andere aber von ſeinem Gegner ausgegeben worden) wegen eines ſtreitigen in denſelben enthaltenen Mathematiſchen Problematis und deſſen Solution mein Gutachten und Meynung zu wiſſen verlanget; in ſelbigen auch andere und mehrere Nebenquäſtiones befindlich:

So habe nach geſchehener Erwegung derſelben, ſo viel die Zeit und Gelegenheit dermalen verſtattet, ſowohl von der Hauptſache, als ein und andern der gedachten Nebenfragen, meine Gedanken eröffnen wollen, dergeſtalt:

1. Daß angehend das ſtreitige Lübeckiſche Problema ſelbſten, wie ſolches nach p. 9. 10. der Abweiſung aufgegeben worden, ausgemacht ſey, daß ſolches in effectu dreyfach, oder drey beſondere Problemata enthalte, wie ſolche p. 16. der Abweiſung evolviret worden.

Wovon demnach das erſte Arithmetiſch, das andere Geometriſch, das dritte gar nicht Mathematiſch ſey.

2. Das erſte aber, ſo die Findung von 5. Terminis geometricis continue proportionalibus erfordert, iſt ein vollkommen determinirtes Problema, in deſſen Solution kein Terminus oder Zahl nach Gefallen angenommen werden darf oder kann.

3. Und zwar obwol bey Aufgabe deſſelben nicht expreſſe gedacht werden, daß eine progreſſio continua verlangt werde, ſo iſt doch keine andere darunter zu verſtehen, als continua, ſo daß eine progreſſio discontinua für eine contradictionem in adiecto zu achten.

4. Hätten aber ſollen die Termini nicht in progreſſione continua ſeyn, ſo hätte das Wort Proportio müſſen gebraucht werden, alsdann aber wäre erſt das Problema ein Indeterminatum zu nennen geweſen.

Jedennoch aber, wenn es auch in dieſem Fall einen Senſum haben, und nicht für ein unvollkommenes Problema ſollte angeſehen werden, ſo müßte wenigſtens noch eine Conditio deutlicher ausgedrückt ſeyn, als zum Exempel: Daß die drey erſten Termini in proportione continua, wie auch die drey letzten in proportione continua ſeyn, der letzte aber in der erſten Proportion zugleich der erſte in der andern Proportion ſeyn ſollte.

Hergegen aber, da alſo eine Propreſſio, (welche hoc ipſo continua ſeyn muß) von 5. Terminis verlanget worden, iſt ſo weit gewiß, daß die drey Data, ſo in der Aufgabe ſolches erſten Problematis enthalten, (nämlich ſumma numerorum, ſumma quadratorum, und conditio progreſſionis geometricae) daſſelbe zu einem Problemate determinato gedachter maßen machen, in welchem kein Terminus nach Belieben anzunehmen.

5. Dahero auch außer denen vom Herrn von Clausbergen p. 42. der Abweiſung angegebenen Zahlen, ſo dieſes Problema ſolviren, keine andere möglich.

6. Auch der mittlere Terminus kein rationalis, ſondern ein irrationalis, wie p. 42. & 52. beſagter Abweiſung angewieſen ſeyn muß.

7. Das

7. Das dritte Problema, ſo von Eruirung gewiſſer Buchſtaben handelt, iſt kein Mathematiſches Problema, auch von keinem, der nicht Beliebung an ſolchem Buchſtabenſpiel, welches ohnedem von keinem Nutzen in Wiſſenſchaften, träget, zu fordern, daß er dergleichen kundig. Dannenhero auch nicht prätendirt werden kann, daß jemand errathen ſolle, ob des Herrn Gehlers, oder ein ander Alphabet dem Proponenten im Sinne geweſen. Vielmehr aber, da der Proponent ſich nicht ſelbſten explicires, was er vor Valores ſeinen Buchſtaben attribuiret wiſſen wolle, iſt das Problema zu achten, als ob es gar nicht aufgegeben, oder als ob ein Datum in demſelben zu wenig.

8. Die accidentem Fragen und Materien betreffend, ſo zeuget von keiner genugſamen Erkenntniß der Sache, wenn jemand ſagen und behaupten will, daß ein numerus concretus per concretum, oder eine benannte Zahl mit einer benannten, außer in der Geometria, (womit es doch auch eine ganz beſondere und andere Bewandniß hat) könne eigentlich multipliciret werden.

Und dahero kann auch die Multiplication mit Thalern ſo wenig geſchehen, als v. g. mit Kälbern; und eben ſo wenig kann eine Sache Thalermal, zweythalermal ꝛc. groſchenmal, zweygroſchenmal, dreygroſchenmal ꝛc. genommen werden, (denn ſolches heißt multipliciren) als kalbmal, zweykalbmal ꝛc. Wie von ſolchem Vorgeben aus dieſem Exempel die Abſurdität in die Augen leuchtet.

9. Angehend den Numerum Datorum in einem Problemate, ſo ſcheinet die Meynung der Widrigen des Herrn von Clausbergs, als in der gründlichen Anzeige p. 17. dahin zu gehen, daß, wenn zum Exempel in dem ſtreitigen Hauptproblemate, x und y, oder zwey incognita, das iſt unbekannte oder geſuchte Zahlen und Quantitäten vorkommen, auch nur zwey Data oder bekannte Sachen nöthig ſeyn.

Es iſt aber dieſes etwas unvorſichtig geredet, und verhält ſich die Sache eigentlicher alſo: Daß, ſo viel Incognita ſind,

ſo viel

ſo viel auch Aequationes oder Gleichungen ſeyn müſſen, hergegen erfordern einige Problemata mehrere Data als Quæſita, wenn ſie vollkommen determiniret ſeyn ſollen.

Dergeſtalt enthält oben erwehnter maßen das ſtreitige Hauptproblema zwey unbekannte, aber drey bekannte (nämlich die ſummam progreſſionis, die ſummam der Quadratorum von den Terminis, und die Hauptcondition de progreſſionalitate terminorum). Wie denn, daß ſolches in allen von der progreſſione arithmetica und geometrica handelnden Problematibus nothwendig alſo ſeyn müſſe, notoriſch. Hundert anderer Fälle zu geſchweigen.

10. Ingleichen ſcheinet auch von Ihnen ſtatuiret zu werden, daß ſimpliciter ſo viel Dimenſiones in der Aequation eines Problematis, wenn ſie auf das nihilum reduciret iſt, (in aequatione ad nihilum reducta) und ſonſten ſeyn, ſo viel auch wirkliche Valores der geſuchten unbekannten Quantitæt oder Wurzeln der Aequation ſeyn. Welches, daß es nicht nur wegen der radicum imaginariarum, ſo darinnen ſeyn können, nicht angehe, Herr von Clausberg wohl erinnert, ſondern auch von ihm wohl angebracht iſt, daß auch nicht allezeit alle ſo genannte wahre und wirkliche (reales) Wurzeln einer Aequation zu dem primario intendirten und particulieren Problemate etwas nutzen und gehören. Wie dergleichen Exempel in denen Rechnungen von doppelt Intereſſe, oder Intereſſe von Intereſſe, toto die vorkommen, und was es ferner damit vor Bewandniß habe, ſich gründlich und eigentlich in meiner Diſſertation de nihilo mathematico von dem §. 79. bis 122. incl. deducirt befindet.

Wie nun, was hier angeführt, alles auf ſonnenklaren Beweisthümern und Gründen beruhet; alſo trage kein Bedenken, davon öffentlich hiermit meine Meynung zu profitiren, und mit Unterſchrift meines Namens zu bekräftigen.

Wittenberg, den 30 Apr. 1732.

(L. S.) Io. Matth. Hasius,
Math. P. P. Witteb.

Sum-

Summarischer Inhalt aller 4 Theile.

Im ersten Theile.

Allgemeine Einleitung in die Rechenkunst, auch von der mathematischen Lehrart pag. 1
Von der Zahl 14
Vom Zählen 23
Von der Numeration 25
Von den Polnisch-Preußischen Münzen, Gewichten und Maaßen §. 86 sequ. 41
Von der Addition 50
Von der Subtraction 60
Von der Multiplication 70
Von der Division 113
Summarische Betrachtungen der sämmtl. 4 Specierum 155
Von der Regula Proportionum ꝛc. 171
Von der Verhältniß und Proportion 172
Von der Regel Detri 190
Von der gemeinen Probe der vier Specierum und Regel Detri 213
Von den Theilen eines ganzen Dinges, wie auch von vermischten und mehrerley namigen Zahlen 219
Von der Addition der Theile eines Ganzen ꝛc. 243
Von der Subtraction der Theile eines Ganzen ꝛc. 251
Von der Multiplication der Theile eines Ganzen ꝛc. 258
Von der Division der Theile eines Ganzen ꝛc. 289
Von der Regel Detri in Theilen eines Ganzen ꝛc. 314
Von der gemeinen Probe der vier Specierum und Regel Detri ꝛc. 336

Im andern Theile.

Einleitung in die Practicam oder Rechnungs-Vortheile 339
Eine gründliche Abhandlnng von den Eigenschaften der Zahlen 345
Von dem Kleinern und den Kennzeichen der Zahlen so aufzuheben sind. 405
Von dem kleinsten Generalnenner 433
Von den Vortheilen in der Addition 445

Von

Von den Vortheilen in der Subtraction pag. 457
Von den Vortheilen in der Multiplikation 460
Von den Vortheilen in der Division 572
Von den Vortheilen im Resolviren der Brüche 611
Von den Vortheilen in der Regel Detri 613
Von den vortheilhaften Proben der 4 Specierum und Regel Detri 676

Im dritten Theile.

Einleitung in die besondere und zwar kaufmännische Rechenkunst 707
Von der Regel Detri inversa 710
Von der Regel Quinque oder Duplici 722
Von der Regel Quinque oder Duplici inversa 750
Von der vortheilhaften Probe dieser Regeln §. 938. 763
Von der Regel Multipler oder Conjointe 769
Von der vortheilhaften Probe dieser Regel §. 965. 788
Von der Beschaffenheit der Wechselnegotien und ihrer Berechnung 791
Von Wechselreductionen 813
Und zwar beliebiger Summen, nach der Regel Detri, §. 1019. 814
Eines Courses oder Preises, nach der Regel Detri §. 1021. 833
Beliebiger Summen, nach der Regel Multipler, sammt ihren vortheilhaften Proben §. 1024. 853
Eines Courses oder Preises, nach der Regel Multipler, §. 1026. 889
Von Wechselreductionen mit der Berechnung der Spesen, §. 1029. sequ. 904
Vom Gewinn und Verlust beym Wechselhandel 915
Von Wechselarbitragen 968
Von Wechselcommißionen 1004
Von vermischten Wechseln, insonderheit von Berechnung der Waarenpreise 1042
Von dem Pary 1053
Von den Europäischen Münzen und Wechselarten, nebst andern beygefügten nützlichen Sachen 1061
Von der Europäischen Gewichts- und Ellen-Vergleichung 1137

Im vierten Theile.

Fortsetzung der besondern Rechenkunst = pag. 1179
Von gemeiner Interesserechnung = 1180
Von der Zeitrechnung = = 1224
Von gemeiner Rabatt. oder gemeinem Interusurio. 1236
Von dem gewöhnlichen Rabatt bey dem Waaren-Handel, §. 1221 sequ. = 1253
Von Interesse auf Interesse 1263
Vom Rabatt oder Interusurio der Interesse auf Int. 1290
Von Berechnung des Interusurii bey Licitationibus 1301
Beweis der Unrichtigkeit des in einem, unter dem Titul: Klugheit Hauszuhalten, neulich allhier zum Vorschein gekommenen Tractätgen enthaltenen Anhangs vom Interusurio §. 1282. 1309
Von der Tararechnung = = 1313
Von Stich- und Tauschrechnung 1327
Von der Gesellschaftrechnung = 1336
Von Gold- und Silberrechnung, auch deren Gewichte und Gehalt ins feine = 1356
Von der Regel Allegationis, u. Beschickung des Tiegels 1366
Application dieser Regel auf die Miscibilia, deren Schwere durch Hülfe des Wassers gefunden worden, §. 1349. 1398
Von der Regel Cóci = = 1403
Von der Beschaffenheit der Zinnrechnung §. 1369 u. 1370. 1421
Von der einfachen und doppelten Regel Falsi 1422
Von den Quadrat- u. Cubikzahlen nebst ihren Wurzeln 1443
Von der Arithmetischen Progreßion = 1455
Von den Polygonalzahlen = 1466
Von der Geometrischen Progreßion = 1472
Von den unendl. Seriebus oder Reihen Brüchen 1485
Von den logarithmischen Zahlen = 1498
Von meiner großen logarithmischen Tabelle §. 1474. = = 1503
Endlich Miscellanea von unterschiedenen theils nützlichen und theils curiösen Sachen. 1518

Verzeichniß

derer in diesem Werke befindlichen Abbreviaturen und Charakteren, nebst ihren Erklärungen.

Abth.	Abtheilung.
Alb.	Alberts.
B°.	Banco.
Ca.	Circa.
Ctr.	Centner.
Compl. oder Complem.	Complement.
Cop.	Copeken.
Cor. Cour.	Courent.
Court.	Courtagio.
d. i.	das ist.
Diff. Differ.	Differenz.
d°.	dito
Duc.	Ducaten.
El.	Elle.
E. g.	Exempli gratia.
fl.	Gulden.
gr	Groschen.
Gg.	Goldgulden.
Ggr.	Gute groschen.
GGw.	Gut gewicht.
Gr.	Grän.
Gr. St.	Großstein.
Holl.	Holland oder Holländisch.
Kar.	Karat.
K oder Kays.	Kayser.
Kl. St.	Kleinstein.
XThl.	Kreuzthaler.
KMz.	Kupfermünz.
LfB	Ließpfund.
Lt.	Loth.
Lbl.	Louis blanc.
L'd'or.	Louis d'or.
Lüb.	Lübisch.
℔	Pfund bey Gewichte.
ℳ	Pfund bey Gewichte.
m. oder ✕	mal.
ℳ	Mark.
m. o. w.	mehr oder weniger.
MgR	Mariengroschen.
Nz.	Neue Zweydrittelstücke.
Pen.	Pfenig. Holländ.
p.	per
p. C.	pro Cento.
Pol.	Polnisch (näml. Poln. Preuß)
Prod.	Product.
Pz.	Probzahl.
Qu. oder qu.	Quentlein.
Qu. Quot.	Quotient.
Rthl.	Reichsthaler.
R.	Rest, oder Ruthe.
SchfB.	Schiffpfund.
Sch.	Schuhe.
Sc.	Scudo.
Spec.	Species.
St.	Stein, Stüber.
Sterl.	Sterling.
S. od. Sum.	Summe.
ß	Schilling.
Thl. od. Thlr.	Thaler.
Vls.	Flämisch.
u. s. w.	und so weiter.
WThlr.	Wechselthaler.
Xr.	Kreuzer.
z. E.	zum Exempel.
#	Ducaten.
V	Ecu, od. Cronen.

Der

Der Demonstrativen Rechenkunst, oder Wissenschaft gründlich und kurz zu rechnen, Erster Theil.

Allgemeine Einleitung in die Rechenkunſt.

§. 1.

Die Rechenkunſt (Arithmetica), welche der erſte und Hauptheil der geſamten Matheſis, ohne welcher in den andern Theilen ja gar in unzählichen Dingen in der Welt niemand fortkommen kann, iſt eine Wiſſenſchaft aus einigen gegebenen Zahlen durch rechnen und gewiſſe Regeln andere zu finden, von denen eine Eigenſchaft in Anſehung der gegebenen Zahlen bekannt gemachet wird.

Z. E. Ihr ſollet eine Zahl finden, die ſo groß iſt, als Zwey und Fünfe zuſammen. Da werden euch die Zahlen Zwey und Fünfe gegeben, anbey auch die Eigenſchaft der geſuchten Zahl ſolchergeſtalt bekannt gemacht, daß dieſelbe eben ſoviel, als die gegebenen Zahlen zuſammen, ſeyn ſolle.

§. 2. Die gegebenen Zahlen und bekannt gemachte Eigenſchaft werden die Data genennet, woraus die geſuchten Zahlen hergeleitet werden. Alſo müſſen bey jeder vorkommenden Rechnungsaufgabe ſo viele Data angegeben werden, als zur Herleitung der geſuchten Zahlen nöthig ſind. Andergeſtalt aber wird es nicht eine Rechnungsaufgabe, ſondern nur ein Räthſel genennet.

§. 3. Eine **Wiſſenſchaft** bedeutet eine Fertigkeit, alles dasjenige, was man von einer Sache behauptet, aus unumſtößlichen Gründen unwiderſprechlich darzuthun. Wenn demnach die Rechenkunſt (§. 1.), als eine Wiſſenſchaft tractiret werden ſoll; ſo iſts in Erlernung derſelben nicht genug, die Regeln, nach welchen man die verlangten Zahlen finden kann, nur ſchlechthin nachzumachen, ſondern man muß fürnemlich auch deutlich begreifen, warum durch ſelbige Regeln die verlangten Zahlen können und müſſen gefunden werden.

§. 4. Die Mathematici bedienen ſich in ihrem Vortrage, abſonderlich in der Geometrie, einer feinen ordentlichen Methode oder Lehrart, welche billig in allen Wiſſenſchaften gebraucht werden ſollte, wenn man anders richtige Erkenntniß der Dinge verlanget. Ich habe demnach nicht undienlich zu ſeyn erachtet, aus des vortreflichen Mathematici Hrn. Chriſtian Wolfens, in ſeinen Anfangsgründen aller Mathematiſchen Wiſſenſchaften, gegebenen Unterricht von der mathematiſchen (oder wie es insgemein genennet wird, geometriſchen) Lehrart, das fürnemſte zu ziehen, und ſolches gegenwärtigem Werke hieher einzuverleiben, welches nach deſſen Worten lautet als folget:

§. 5. Die Lehrart der Mathematicorum, das iſt die Ordnung, derer ſie ſich in ihrem Vortrage bedienen, fänget an von den **Erklärungen**; gehet fort zu den **Grundſätzen**, und hiervon weiter zu den **Lehrſätzen** und **Aufgaben**: Ueberall aber werden **Zuſätze** und **Anmerkungen** nach Gelegenheit angehänget.

§. 6. Die **Erklärungen** (Definitiones) ſind deutliche Begriffe, dadurch die Sachen von einander unterſchieden werden, und daraus man das übrige herleitet, was man von ihnen erkennet. Es ſind aber dieſelben zweyerley. Entweder **Erklärungen der Wörter** (Definitiones nominales), oder **Erklärungen der Sachen** (Definitiones reales).

§. 7.

§. 7. Die Erklärungen der Wörter geben einige Kennzeichen an, daraus die Sache erkannt werden kann, die einen gegebenen Namen führet. Als wenn in der Geometrie geſaget wird, ein Quadrat ſey eine Figur, welche vier gleiche Seiten und gleiche Winkel hat.

§. 8. Die Erklärungen der Sachen ſind ein klarer und deutlicher Begriff von der Art und Weiſe, wie die Sache möglich iſt. Als wenn in der Geometrie geſaget wird, ein Zirkel werde beſchrieben, wenn eine gerade Linie ſich um einen feſten Punct beweget.

§. 9. Ein Begriff heißt eine Vorſtellung einer Sache im Verſtande.

§. 10. Die Erklärungen, ſo wohl der Wörter als der Sachen, können entweder vor ſich ins beſondere erwogen, oder mit andern verglichen werden. Betrachtet ihr dasjenige, was in den Erklärungen enthalten iſt, und ſchließet etwas unmittelbar daraus, ſo nennet man ſolches einen Grundſatz. Z. E. Wenn ihr bey der Erklärung des Zirkels (§. 8.) bedenket, daß die Linie, welche ſich um den Mittelpunkt herum beweget, immer einerley Länge behält, ſo werdet ihr bald begreifen, daß alle Linien, welche aus dem Mittelpunkte an die Peripherie gezogen werden, einander gleich ſind. Dieſe Wahrheit nun iſt ein Grundſatz.

§. 11. Weil nun die Grundſätze unmittelbar aus den Erklärungen gezogen werden, haben ſie keines Beweiſes nöthig, ſondern ihre Wahrheit erhellet, ſo bald man die Erklärungen anſieht, daraus ſie fließen.

§. 12. Wenn man verſchiedene Erklärungen gegen einander hält, und daraus ſchließet, was durch einzelner Betrachtung zu erkennen unmöglich war, ſo nennet man ſolches einen Lehrſatz (Theorema). Z. E. Wenn man

in der Geometrie einen Triangel mit einem Parallelogramma vergleichet, welches mit ihm einerley Grundlinie und Höhe hat, und in dieser Vergleichung theils unmittelbar aus den Erklärungen dieser beyden Flächen, theils aus andern Eigenschaften derselben, die aus ihren Erklärungen schon vorher gefunden worden, schließet, daß der Triangel nur halb so groß ist, als das Parallelogrammum; wird dieser Satz: **Der Triangel ist die Hälfte eines Parallelogrammi, welches mit ihm einerley Grundlinie und Höhe hat**, ein Lehrsatz genennet.

§. 13. Es ist aber bey jedem Lehrsatze auf zweyerley zu sehen, nämlich einmal auf den **Satz**, darnach auf den **Beweis**. Jener saget aus, was einer Sache unter gewissen Bedingungen zukommen könne oder nicht. Dieser aber erkläret, wie unser Verstand dazu gebracht wird, daß er sich solches von der Sache gedenken kann.

§. 14. Jeden Satz kann man in zwey Theile zertheilen, nämlich in die **Bedingung**, unter welcher etwas bekräftiget, oder verneinet wird, und in die **Aussage**, welche dasjenige in sich begreift, so bekräftiget oder verneinet wird. Jene pfleget man **Hypothesin**, diese aber **Thesin** zu nennen. Z. E. In dem angezogenen Lehrsatze (§. 12.) ist die Bedingung: Wenn ein Triangel und Parallelogrammum einerley Grundlinie und Höhe haben; die Aussage aber: So ist der Triangel die Hälfte des Parallelogrammi.

§. 15. Soll nun ein Satz richtig seyn, so muß sich eine nothwendige Verknüpfung meiner Gedanken finden, so, daß, wenn ich mir das gedenke, welches die Bedingung in der Sache erfordert, es mir unmöglich fällt, das Widerspiel dessen von ihr zu gedenken, was in der Aussage

sage

ſage bekräftiget wird. Oder auch, wenn ich mir gedenke, was die Bedingung in der Sache ſetzet, muß ich mir unmöglich von ihr gedenken können, was in der Ausſage von ihr verneinet wird. Der Beweis nun entdecket in dem erſten Falle die nothwendige, in dem andern aber die unmögliche Verknüpfung meiner Gedanken.

§. 16. Die Beweiſe, oder Demonſtrationes, ſind nichts anders, als vernünftige Schlüſſe, welche ſich theils auf die Erklärungen derjenigen Wörter und Sachen, die ſo wohl in der Bedingung als in der Ausſage enthalten ſind, theils auch auf die aus gedachten Erklärungen von eben dieſen Sachen ſchon vorhin hergeleitete Eigenſchaften, gründen: Und werden die Erklärungen und Sätze, auf welche man einen Beweis gründet, jederzeit deswegen angeführet, theils damit ein jeder ſieht, daß die angenommenen Gründe des Beweiſes ihre Richtigkeit haben, theils damit diejenigen, welche die Gründe noch nicht erkannt, oder auch wohl wieder vergeſſen haben, nachſchlagen können, und ſich ihrer Gewißheit verſichern.

§. 17. Die Aufgaben handeln von etwas, ſo gethan oder gemacht werden ſoll, und werden in drey Theile eingetheilet, nämlich in den Satz, die Auflöſung (Solutio) und den Beweis. In dem Satze geſchiehet der Vortrag von dem, was gemacht werden ſoll. Die Auflöſung erzählet dasjenige, was man thun muß, und wie man eines nach dem andern zu verrichten habe, wenn geſchehen ſoll, was man verlanget. (Dieſe wird insgemein die Regel zu der Aufgabe genennet.) Endlich der Beweis führet aus: Wenn das geſchieht, was in der Auflöſung vorgeſchrieben wird; ſo müſſe man auch nothwendig erhalten, was man in dem Satze verlangte. Solchergeſtalt wird jede Aufgabe in einen

Anfangsgründe dieſer edlen Wiſſenſchaft, und auch ſolche zuweilen ſehr kurz und compendiös beſchrieben worden. Noch andere haben die Regeln durch die Algebra zu erweiſen geſuchet, womit ſie zwar ihre treffliche Einſicht zu erkennen gegeben, den Anfängern und Kaufleuten aber, ſo noch nichts von der Algebra wiſſen, wenig gedienet. Ueber dieſes haben die meiſten derſelben ihre Schriften in Lateiniſcher Sprache ausgegeben, die nicht einem jeden bekannt iſt.

§. 23. Demnach habe ich in gegenwärtigem Werke die Arithmetik in unſerer Deutſchen Mutterſprache dergeſtalt ausführen wollen, damit ein jeder, wenn er dieſes Buch nur mit Bedacht lieſt, und vernünftige Urſachen zu begreifen fähig iſt, nicht allein alle Arithmetiſche Regeln, ſondern auch und fürnemlich die Urſache ihrer unwiderſprechlichen Gewißheit, daraus erſehen und zu erlernen haben möge.

§. 24. Auf daß aber mit dieſem Werke auch der Jugend, oder doch den Schul- und Rechenmeiſtern, welche die Jugend in der Rechenkunſt nach dieſer Methode zu informiren beliebet wollten, gedienet ſeyn möge; ſo habe an einer deutlichen Erläuterung nichts ſparen wollen, und zu dieſem Ende öfters auch die Grund- und Zuſätze, welche ſonſt keinen Beweis erfordern (§. 11. und 19.), demonſtriret, nicht minder überhaupt alles nach Nothdurft mit gnugſamen Exempeln erkläret; zumal da die Erfahrung zeiget, daß dasjenige, was einem noch ſo leicht zu ſeyn dünket, dennoch öfters einem andern, abſonderlich unter den jungen Anfängern, zuförderſt erwieſen, oder doch deutlich, und zuweilen gar mit Exempeln erkläret werden müſſe, wenn ſie anders einen klaren und deutlichen Begriff davon haben ſollen.

§. 25.

§. 25. Da nun auf ſolche Art in gegenwärtigem Werke faſt alle Sätze und Auflöſungen der Aufgaben, ohne Unterſchied, und zwar nach Bewandniß der Sachen, entweder ſofort in dem Satze, oder in der Auflöſung ſelbſten, oder durch beſonders beygefügte Beweiſe dargethan werden: So habe auch nicht nöthig erachtet, jedem Satze oder Gedanken ſeinen beſonderen Namen, als nämlich: Erklärung, Grundſatz, Lehrſatz, Zuſatz ꝛc. (§. 5.) zu geben; inſonderheit da ich geſehen, daß durch ſolche Namen öfters unnütze Wortgezänke verurſachet worden, da einer eine Lehre Zuſatz, und ein anderer Lehrſatz, zu benennen behauptet. vid. Sturms kurzer Begriff der geſammten Mathefis in der Vorrede edit. Francof. 1710. Demnach habe viel lieber ſolche beſondere Namen gar hinweg gelaſſen, und mich daran begnüget, daß ich alle Erklärungen und Sätze in beſondere Paragraphos abgetheilet, und wie ſie am leichteſten auseinander fließen, inſonderheit aber, wie ſie meines Bedünkens einem Lernenden ſich am beſten beybringen laſſen, fein ordentlich beſchrieben. Jedoch ſind die Aufgaben deswegen von mir benamet, auch durch gröbere Schrift von den andern Sachen diſtinguiret worden, damit dieſelbe denenjenigen deſto beſſer ins Auge fallen, welche entweder die Zeit, oder die Geduld nicht haben, dieſes ganze Werk ordentlich durchzugehen, ſondern nur das Vornehmſte daraus ſuchen und wiſſen wollen.

§. 26. Es dürfte aber jemand, dem ſolche Lehrart noch unbekannt iſt, auf die Gedanken gerathen, daß, abſonderlich die Jugend, nach ſolcher Methode im Rechnen zu informiren etwa ſchwer, oder doch zu weitläuftig ſeyn möchte: Allein man wird in der That vielmehr befinden, daß eben dieſes der leichteſte und kürzeſte Weg

ſey,

ſey, einem Lernenden etwas beyzubringen; zumal da die meiſten Beweiſe ſelbſten ſehr leicht, und den Grund der Sachen nur nach der gemeinen Vernunft anzeigen. Ueber dieſes iſt der Nutzen ſehr groß, wenn man den Knaben, welche nur etwas zu begreifen fähig ſind, (denn von allen denen, die von Natur dumm und ungeſchickt, will ich nicht ſagen,) ſo fort in der Jugend den Verſtand zu ſchärfen anfängt (§. 21), und ſolchergeſtalt die Seele angewöhnet, wie ſie vernünftig eines aus dem andern ſchließen ſoll. Inſonderheit, da die meiſten Regeln auf unterſchiedene Art zu demonſtriren ſind, ſo kann ein geſchickter Arithmeticus, der nur vor ſich ſelbſten zuförderſt alles wohl innen hat, bald der einen, und bald der anderen Art ſich bedienen, nachdem es der Begriff und Verſtand desjenigen erfodert, deme man etwas beweiſen ſoll.

§. 27. Hierzu kömmt noch dieſes, daß die Lehren, welche aus dem wahren Grunde einmal erkannt werden, ſich nicht ſo leicht wieder vergeſſen laſſen; indem der weſentliche Begriff der Sachen dem hinfallenden Gedächtniß trefflich zu ſtatten kommt. Da hingegen iſts kein Wunder, das diejenigen, welche die Arithmetiſchen Regeln ohne gründliche Erkenntniß, und nur ſchlechterdings nachzumachen lernen, öfters alles wieder vergeſſen, weil es auf dieſe Weiſe einig und allein auf die Memorie ankommt, darzu das Judicium nichts helfen kann.

§. 28. Um zur Sache ſelbſten wieder zu kommen, ſo wird die Rechenkunſt überhaupt gemeiniglich in zwey Theile eingetheilet, nämlich in die allgemeine, und in die beſondere. Jene beſteht in den 4 Speciebus und Regel Detri, ſo wohl in ganzen als gebrochenen Zahlen; dieſe aber enthält verſchiedene beſondere Rechnungen, welche theils zu der Handelſchaft und zu allerhand Gewerbe

werde und Verkehrungen, theils zu andern Theilen der Matheſis, und theils denen curieuſen Liebhabern, als ein künſtliches Zahlenſpiel, nur zur Luſt dienen. Von welchem andern Theile, wie leicht zu erachten, ein jeder nach ſeiner Abſicht, was ihm beliebet, erlernen, oder übergehen kann. Da hingegen jener erſte Theil der Grund des geſammten andern Theils, und dannenhero für jeden, der rechnen lernen will, allgemein iſt. Jedoch in Betrachtung, daß auch dieſer allgemeine Theil gleichwohl auf zweyerley Art, nämlich entweder nach dem ganz gemeinen Wege, oder mit beſondern Vortheilen tractiret werden kann: So habe beſſerer Ordnung wegen, und um einem jeden zur Erreichung ſeiner Abſicht, dieſes ganze Werk deſto bequemer zu machen, für gut befunden, jeden der vorhin gedachten beyden Theile, wiederum in zwey Theile zu ſepariren. Dieſem allen aber gehet vorher die Erkenntniß der Zahlen, des Zählens, und die Numeration, in welcher nicht allein die Zahlen, wie ſie durch gewiſſe Figuren recht beſchrieben und ausgeſprochen werden, ſondern zugleich auch alles, was demſelben anhängig, und ſonſt zum fernern Anfange der Rechenkunſt noch zu wiſſen nöthig iſt, angewieſen wird.

Von

Von der Zahl.

§. 29.

Jede Sache, in ſo weit ſie vor ſich angeſehen wird, machet Eins aus.

Z. E. Ein Gulden; Ein Thaler, obgleich derſelbe drey Einer des Guldens in ſich hält; Eine Tonne Goldes; Eine Million. Item Ein Zehner, Ein Hundert, Ein Tauſend ꝛc. Desgleichen kann man auch ſagen: Ein A, Ein B, ꝛc. wenn dadurch ſchon viele andere einzelne Dinge verſtanden werden.

§. 30. Ueberhaupt nennet man alle endliche Dinge eine Größe, wodurch nicht nur dasjenige verſtanden wird, was lang, breit und dick iſt, oder ſonſt eine Ausdehnung hat, ſondern auch alles dasjenige, welches das Größer und Kleiner, oder ſo einerley, das mehr und weniger leidet; wie z. E. das Gewichte, die Zeit, Bewegung, Stimme, Wärme ꝛc. indem ich ſagen kann: Das Gewichte iſt mehr ſchwer, oder ſchwerer, als das andere: Dieſe Zeit iſt weniger, als die andere: Dieſe Bewegung iſt mehr ſchnell oder ſchneller, als die andere: Dieſe Stimme iſt mehr hoch, oder höher, als die andere, u. ſ. w.

§. 31. Wenn man aber etliche oder viele einzelne von einer Art zuſammen nimmt, ſo entſteht daraus eine Zahl.

Z. E. Wenn man zu einem Gulden noch einen andern leget, ſo hat man zwey Gulden; legt man noch einen darzu, ſo hat man derſelben drey, u. ſ. w. Item, wenn man zu einer Zehen noch eine leget, ſo hat man zwey Zehen, leget man noch eine darzu, ſo hat man derſelben drey ꝛc.

§. 32. Solchergeſtalt muß jede Sache, in ſo weit ſie zu einer Zahl Anlaß geben ſoll, durch gewiſſe Eigenſchaften dem Verſtande vorgeſtellet werden. Denn alle dieſe Dinge, bey denen man eben ſolche Eigenſchaften findet, machen gleichfalls eine Eins aus, und dieſe Einheiten zuſammen genommen, geben eine Zahl (§. 31.).

Z. E.

z. E. Ein Gulden Polniſch hat die Eigenſchaft, daraus erkannt wird, daß er eine Geldſorte, welche vor dreyßig Groſchen gangbar iſt: Wenn man nun dieſe Eigenſchaft zum Merkmale der Eins machet, ſo werden alle diejenigen Geldſorten, die eben dergleichen Eigenſchaft haben, zu einer ſolchen Eins. Item, Ein Zehner hat die Eigenſchaft, daß er eine Größe iſt, welche zehen andere kleinere gewiſſe Einheiten enthält: Wenn man nun dieſe Eigenſchaft zum Merkmale der Eins annimmt, ſo machen alle dergleichen Größen ebenfalls eine Eins aus. Eben dieſe Eigenſchaften dienen mir zum Merkmale, daraus ich erkennen kann, wie viel Einheiten in einem gegebenen Orte anzutreffen; das iſt, im erſten Exempel, wie viel Gulden Polniſch, und im andern, wie viel Zehner, vorhanden ſind.

§. 33. Dieſemnach heißet, z. E. ein Gulden nicht mehr Eins, ſondern eine Zahl von dreyßig Groſchen, wenn er nicht vor ſich ſelbſt (§. 29.), ſondern nach der Eigenſchaft eines Groſchens angeſehen wird; und ein Zehner nicht mehr Eins, ſondern eine Zahl von zehn gewiſſen Unitäten, wenn er nicht vor ſich ſelbſt, ſondern nach der Eigenſchaft einer derſelben gewiſſen Unitäten betrachtet wird, u. ſ. w.

§. 34. Hieraus iſt klar, daß die Unität oder Eins vor ſich ſelbſt nur der Radix oder Wurzel der Zahlen iſt, nämlich eine angenommene Größe, wornach die Zahlen erwachſen und betrachtet werden (§. 31. 32.); indem ſich keine Zahl benennen läßt, wo nicht eine gewiſſe Größe für eine Eins angenommen wird.

z. E. Ein Gulden und ein Thaler kann nicht zuſammen die Zahl Zwey ausmachen, weil die Einheit des Guldens eine andere Größe iſt, als die Einheit des Thalers.

§. 35. Die Eigenſchaften der Dinge, welche zum Merkmale der Einheiten dienen (§. 32.), werden aus ihren beygefügten Namen erkannt, welche theils das Weſen der Dinge ſelbſten, die gezählet werden, und theils nur die Größe der angenommenen Einheiten andeuten.

Jedoch

jede ebenfalls eine Drey iſt; oder auch (II) noch ein oder etlichemal drey darzu ſetze.

§. 41. Eben alſo kann auch eine Zahl auf zweyerley Art vermindert werden. I. Wenn man eine oder mehrere kleinerne Zahlen, nach beliebiger Größe, von derſelben wegnimmt. II. Wenn man nur eine Zahl ſo vielmal derſelben abnimmt, als man kann.

Z. E. Die Zahl Zehen wird vermindert, wenn ich von derſelben (I) Eins, oder Zwey, oder Drey, oder nach Belieben auch Eins, und Zwey und Drey; oder auch (II) nur die Zahl Zwey, ſo vielmal als ich kann, das iſt fünfmal; oder nur die Zahl Drey, ſo vielmal als möglich, das iſt dreymal, abnehme.

§. 42. Da nun keine andere Veränderung mit den Zahlen vorgenommen werden kann, als daß ſie vermehret oder vermindert werden (§. 38.), nicht aber mehr als die (§. 40.) gedachte zwey Arten der Vermehrung, und die (§. 41.) erwehnte zwey Arten der Verminderung möglich ſind: So können auch aus gegebenen Zahlen (§. 1.) keine andere Zahlen gefunden werden, als durch dieſe Arten der Vermehrung und Verminderung. Nämlich man kann (I.) eine Zahl finden, die ſo groß iſt, wie verſchiedene andere zuſammen; oder (II.) wie eine Zahl etliche mal genommen (§. 40.); desgleichen (III.) eine Zahl, welche ſo groß iſt, als der Unterſcheid zweyer gegebenen Zahlen, das iſt, ſo viel, als eine gegebene Zahl minder, denn eine andere gegebene iſt; oder auch (IV.) eine Zahl, welche andeutet, wie vielmal eine gegebene Zahl, durch eine andere gegebene Zahl vermindert werden kann, das iſt, wie oft eine gegebene Zahl von einer andern möglichſt abzunehmen (§. 41.).

§. 43. Dieſe vier Rechnungsarten werden, um eine von der andern zu unterſcheiden, mit beſondern Namen benennet, als nämlich, die erſte Vermehrungsart, nach

der

der gedachten Ordnung (§. 42.), nennet man addiren; die andere multipliciren; hingegen die erste Verminderungsart subtrahiren, und die andere dividiren. Ueberhaupt aber werden diese vier Rechnungsarten Algorithmus, oder die vier Species genannt, welche gleichsam die Instrumente und Werkzeuge, folgends die allgemeinen Grundlehren zu allem andern Rechnen sind (§. 28.). Jedoch weil die Subtraction den Anfängern leichter, als die Multiplication fällt, so ist man gewohnet, die gedachten vier Species nach folgender Ordnung anzugeben:

I. die Addition. II. die Subtraction.
III. die Multiplication. IV. die Division.

§. 44. Diese Namen sollen hernach, jeder an seinem Orte, weitläuftiger erkläret werden, damit man nicht allein kurz von denselben reden könne, sondern auch gewisse Merkmale haben möge, daraus wir zu urtheilen vermögend sind, welcher Rechnungsart man, in jedem vorkommenden Falle, sich zu bedienen hat. Eben dieses ist auch bey allen andern vorkommenden Rechnungen zu merken, daß man nämlich eine jede Aufgabe zuförderst erst betrachten, und nach allen Umständen reiflich überlegen müsse, damit man daraus beurtheilen könne, auf was Art die Auflösung anzugreifen, und die Ausrechnung derselben anzustellen sey.

§. 45. Eine Zahl ist der andern gleich, wenn die eine so viel Einheiten in sich hält, als die andere; und bleiben solche Zahlen auch fernerhin einander gleich, wenn man beyde mit gleichem vermehret oder vermindert. Derowegen, wenn eine von gleichen Zahlen vermehret oder vermindert wird, entsteht eben dasselbe, welches aus der andern entstehen müßte, wenn diese um so viel, als jene, vermehret oder vermindert worden sollte.

§. 46. Alles, was kleiner ist, als die Größe der angenommenen Einheit, wird ein Stück oder Theil (pars),

genennet. Und da jede Größe oder Zahl wie eine Eins, das ist, wie ein Ganzes, betrachtet werden kann (§. 29.); so kann in Ansehung dessen auch jede kleinere Größe oder Zahl, als ein Theil aus jener größern, angesehen werden.

Z. E. Alles was unter zehen ist, kan man als Theile aus zehen ansehen, daferne die Zehen, als Eins oder ein Ganzes betrachtet wird: Desgleichen kann alles, was unter hundert ist, als Theile aus hundert angesehen werden, wenn man ein Hundert als Eins oder ein Ganzes betrachtet, u. s. w.

§. 47. Wenn demnach gesaget wird: **Eine Größe oder Zahl in verschiedene oder gleiche Theile zu theilen**: so ists so viel gesagt, als solche Zahl in verschiedene oder gleiche kleinere Größen zu zergliedern, oder zu zerstreuen, welche Theile zusammen just die ganze Zahl ausmachen müssen. Auf solche Weise saget man: **Das Ganze ist seinen Theilen zusammen genommen gleich**; nämlich wenn man das Ganze in so viel verschiedene, oder gleiche Theile, zertheilet, als man immer will, so müssen nothwendig solche Theile zusammen dem Ganzen gleich seyn.

§. 48. Wenn ein Ganzes nicht in verschiedene, sondern in gleiche Theile zertheilet wird, so bekommen diese den Namen von ihrer Anzahl, so viel deren zusamen auf das Ganze gehen. Z. E. Wenn man ein Ganzes in zwey gleiche Theile theilet, so wird ein solcher Theil der zweyte Theil, oder ein Zweytel, oder nach gemeinem Gebrauche, ein **Halbes** genannt. Theilet man aber ein Ganzes in drey gleiche Theile, so wird ein solcher Theil der dritte Theil oder ein Drittel benamet, u. s. w. Eben diese Namen gehören zu der innerlichen Benennung der Theile eines Ganzen (§. 36.), indem solche Namen

men nur in ſo weit die Größe der Einheiten andeuten, wie viel derſelben nämlich auf ein Ganzes gehen: Im übrigen aber können ſolche Theile, daferne ſie ſonſt keine äußerliche Namen haben, auf alle Art Dinge applicirt werden (§. 37.). Ueberhaupt werden alle Theile eines Ganzen in der Arithmetik **Brüche** (Fractionen) oder **gebrochene Zahlen** genennet.

§. 49. Wenn man demnach ſo viele gleiche Theile oder gebrochene Zahlen, als derſelben innerlicher Name anzeiget, zuſammen leget, als nämlich, zwey Zweytel oder Halbe, drey Drittel, vier Viertel ꝛc., ſo muß in alle Wege das Ganze wiederum herauskommen (§. 47.).

§. 50. Wenn zwey Größen ihrem Werthe nach, jede ins beſondere einer dritten gleich ſind, ſo müſſen ſie auch untereinander ſelbſten gleich ſeyn.

Z. E. Ein Ganzes iſt gleich zehen Zehntel, wie auch gleich hundert Hundertel (§. 49.); ſo müſſen auch zehen Zehentel gleich ſeyn mit hundert Hundertel.

§. 51. Bey **benamten Zahlen** (§. 37.) giebt es auch Theile, welche ihren ganz beſondern Namen haben. Z. E. Ein Dreyßigſtel Gulden wird genannt **Groſchen**; ein Achtzehentel Groſchen wird genannt **Pfennig** ꝛc., aus welchen Namen, Groſchen und Pfennig, man nicht ſofort erkennen kann, wieviel derſelben auf ein Ganzes gehen; und wäre es dannenhero freylich bequemer geweſen, wenn man allen kleinen Theilen der Münzen, Maaße und Gewichte, nicht ſolche fremde Namen beygeleget hätte! Indeſſen beſteht der Unterſchied zwiſchen den Namen Groſchen, Pfennig, ꝛc. und den Namen **Dreyßigſtel, Achtzehntel** ꝛc. vornemlich nur darinnen, daß jene was gewiſſes andeuten, und alſo äußerliche Benennungen; dieſe hingegen all-

gemein zu allen Dingen, und folglich innerliche Benennungen sind (§. 36. 37. u. 48.). In der That aber ist zwischen ihnen kein Unterscheid, indem ein Groschen eigentlich nichts anders, als ein Dreyßigstel eines Guldens, und ein Pfennig nichts anders, als ein Achtzehntel aus ein Dreyßigstel Gulden, oder als ein fünfhundert und Vierzigstel eines Guldens (§. 48.), indem so viel Pfennige auf einen Gulden gehen.

§. 52. Weil nun jede Größe wie eine Eins betrachtet werden kann (§. 29.), und aus den Einheiten zusammen genommen, eine Zahl entsteht (§. 31.); so kann jeder Theil von einer Unität aufs neue eine kleinere Eins, und folglich solche kleinere Einheiten zusammen genommen, eine Zahl ausmachen, und kann sich das Gemüthe zum Merkmale dieser neuen Einheiten (§. 32.) nur ihre Namen (§. 48.) vorstellen, welche andeuten, wie viel derselben auf die größere Unität gehen. Solchergestalt kann man aus der geringsten Unität eine Zahl machen, wenn man dieselbe in gleiche Theile vertheilet, und jene ganze Unität nicht vor sich selbst, sondern nach der Eigenschaft solcher Theile betrachtet.

Z. E. Man kann aus einer Unität, sie sey was sie will, nach Belieben die Zahl Zwey, nämlich Halbe; die Zahl Drey, nämlich Drittel; die Zahl Vier, nämlich Viertel, u. s. w. zehen Zehntel, hundert Hundertel ꝛc., machen.

§. 53. Demnach können die kleinern Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte, oder überhaupt die Theile eines Ganzen, in einer Rechnung auf zweyerley Art betrachtet werden. Nämlich man kann entweder auf die ganze Unität oder die größere Sorte sehen, folgends die kleinere Sorten oder Theile als Brüche (§. 48.) betrachten; oder man kann die kleinere Sorten oder Theile eines

nes Ganzen nach ihren eigenen Einheiten betrachten, und dieſelbe, wenn ſie mehr als nur ein Theil, wie eine Zahl anſehen (§. 31.).

Z. E. Sieben Groſchen, oder, welches einerley (§. 51.), Dreyßigſtel Gulden, können als ein Bruch, das iſt weniger als ein Ganzes angeſehen werden, wenn man einen Gulden zum Eins annimmt; oder man kann dieſelbe als eine Zahl von ſieben Unitäten, und alſo mehr als ein Ganzes anſehen, wenn man eine ſolche Unität vor ſich ſelbſt, nämlich einen Groſchen zum Eins annimmt.

Vom Zählen.

§. 54.

Zählen heißt ſo viel, als andeuten, wie viel Sachen von gleicher Art beyſammen ſind, folgends wie groß ihre Zahl ſey (§. 31.).

§. 55. Nach dem allgemeinen Gebrauche geht man im Zählen nicht weiter fort, als bis auf Zehen, nämlich man zählet Eins, Zwey, Drey, Viere, Fünfe, Sechſe, Sieben, Achte, Neune, Zehen. Wenn man bis ſo weit gezählet, ſo fängt man wieder von neuem an: Zehen und Eins (welches wir Deutſche zwar Eilfe nennen), Zehen und Zwey (ſo gleichfalls bey uns Zwölfe genennet wird), Zehen u. Drey, Zehen und Vier ꝛc. (oder Dreyzehn, Vierzehn, ꝛc.) bis zweymal Zehen, ſo man Zwanzig heißt. Alsdenn fängt man wiederum aufs neue an: Zwanzig und Eins, Zwanzig und Zwey (oder Ein und zwanzig, Zwey und zwanzig ꝛc.) bis dreymal Zehen, ſo Dreyßig genannt wird. Auf ſolche Weiſe wird allezeit nur bis auf Zehen gezählet; allein, daß man jederzeit darzu ſetze, wie vielmal man ſchon Zehen gezählet, da denn die

richtig und deutlich, beschrieben und ausgesprochen, sondern auch insgemein alles Rechnen künstlich getrieben und verrichtet wird. Daß aber einige sich bemühen, die Ursachen anzuzeigen, warum solche Ziffern also, und nicht anders gestaltet werden; so kann doch ein Vernünftiger solches nicht anders, als große Schwachheiten ansehen: Denn worzu nützen solche vergebliche Bemühungen? Oder wer kann wohl mit Raison zu einem willkührlichen Satze einen Beweis prätendiren? Dahero wir billig dergleichen unnützes Zeug übergehen, und lieber zur Hauptsache schreiten.

§. 61. Die Bedeutung und Ordnung der gemeldeten zehen Ziffern ist folgendermaßen: Eine jede Ziffer, wenn sie allein steht, gilt oder bedeutet so viel, wie ihr Name mit sich bringt, nämlich!

1	heißt und bedeutet	Eins,
2	" "	Zwey,
3	" "	Drey,
4	" "	Viere,
5	" "	Fünfe,
6	" "	Sechse,
7	" "	Sieben,
8	" "	Achte,
9	" "	Neune,

und o heißt und bedeutet Nulla oder nichts; wird dahero unbedeutliche, und die vorhergehenden Neune aber, jede vor sich bedeutliche Ziffern genannt. Damit aber durch diese Ziffern auch die Zehner, Hunderte, Tausende ꝛc. angedeutet werden mögen, so giebt man ihnen ihre Namen und Bedeutung von der Stelle, in welcher sie stehen, nämlich, wenn sie entweder allein, oder in der ersten Stelle zur Rechten anzutreffen sind, so heissen und bedeuten sie Einer oder Einzelne; in der andern Zehner; in der dritten Hunderte; in der vierten Tausende, u. s. w. Z. E. In der Zahl 3875 bedeutet

deutet die 5 zur Rechten in der erſten Stelle, Einer; die folgende 7 in der zweyten Stelle, Zehner; die 8 in der dritten Stelle, Hunderte; und die 3 in der vierten Stelle, Tauſende. Dieſemnach enthält dieſe Zahl (nach dem gemeinen Ausſpruche, da man das Größeſte am erſten auszuſprechen pfleget,) drey Tauſende, acht Hunderte, ſieben Zehner und fünf Einzige, oder nach gewöhnlicher Redensart (§. 55.), drey tauſend, acht hundert, fünf und ſiebenzig. Auf ſolche Weiſe werden auch die größeſten Zahlen nur aus den gedachten zehen einzeln Ziffern zuſammen geſetzet.

§. 62. Alſo bedeutet jede Stelle beſondere Einheiten; und zwar die erſte Stelle zur Rechten allezeit die kleineſte, welche in derſelben Zahl gegeben ſind; die nachfolgenden Stellen aber, nach ihrer Ordnung, immerfort größere Einheiten.

§. 63. Die Größen der Einheiten in jeder Stelle gehen ordentlich von der rechten zur linken Hand immerfort in einer zehenfachen Vergrößerung, nämlich jede Einheit in der erſten Stelle zur Rechten bedeutet Eines; in der zweyten, einen zehenfachen Einer, oder zehen; in der dritten, einen zehenfachen Zehner, oder hundert; in der vierten ein zehenfaches Hundert, oder tauſend; in der fünften, ein zehenfaches Tauſend; in der ſechſten, ein zehenfaches Zehentauſend, das iſt hunderttauſend; in der ſiebenden, ein zehenfaches Hunderttauſend, oder Million (§. 56.), ꝛc. Alſo, daß zehen Einheiten aus einer niedrigern Stelle immerfort eine Einheit in der nächſtfolgenden höhern Stelle ausmachen.

§. 64. Folgends ſteigen die Größen der Einheiten, von zweyen Stellen in zehenmal zehen, das iſt in einer hundertfachen Vergrößerung, als nämlich die erſte Stelle zur Rechten bedeutet Einer; die dritte, hundertfache Einer,

Jedoch weil das Wesen der Zahl bloß darinnen besteht, daß man einerley Einheiten etliche mal zusammen nimmt (§. 31.), so hat man in Erwegung der Zahlen überhaupt keinesweges auf alle umständliche Eigenschaften, das ist auf das Wesen der gezählten Dinge, selbsten zu sehen, ob sie nämlich Münze, Maaße, Gewichte oder Zeit ꝛc., ferner von was für Art und welcherley Materie sie seyn mögen; sondern genug, wenn sich das Gemüth nur denjenigen Namen zum Merkmale der Einheit vorstellet, welcher die Größe der Einheiten anzeiget, das ist, ob sie schlechthin Unitäten, Zehner, die zehen andre gewisse Unitäten; oder Hunderte, die hundert andere gewisse Unitäten enthalten ꝛc.; oder auch sonst kleinere Größen oder Theile, derer eine gewisse Anzahl auf eine angenommene ganze Unität gehen, sind.

§. 36. Diesen Namen nun, welcher nur in so weit die Größe der Einheit andeutet, ob es nämlich Einzige, Zehner oder Hunderte ꝛc. oder auch nur Theile einer gewissen Einheit seyn, heißt man die innerliche Benennung: Jene umständliche Namen der Münzen, Maaße und Gewichte ꝛc. aber, werden die äußerlichen Benennungen genannt.

§. 37. Wenn demnach eine Zahl ohne äußerliche Benennungen gegeben wird, so heißt dieselbe, weil sie von allen Dingen verstanden werden kann, eine unbenannte Zahl (numeri puri), und verstehet man nämlich dadurch eine ohne äußerlichen Namen gegebene Zahl. Z. E. Die Zahl Drey, oder drey Zehner, oder drey Hunderte, heißt eine unbenannte Zahl, denn ob sie schon ihre innerliche Benennung hat, daraus die Größe der angenommenen Einheit erkannt wird (§. 35.); so kann man doch nicht wissen, ob es Gulden

Pol-

Polniſch, Gulden Holländiſch, oder auch Groſchen, Pfennig, oder ſonſt eine gewiſſe Sache von gewiſſer Art Größe der Gewichte, Maaße oder Zeit ꝛc. andeutet. Und bedienet man ſich dergleichen Zahlen zu allgemeinen Lehren der Rechenkunſt. Hingegen werden die Zahlen, bey denen eine äußerliche Benennung gegeben iſt, wie z. E. drey Gulden, drey Zehner Pfund gewiſſer Waaren, dreyhundert Jahre ꝛc., benamte Zahlen (numeri applicati) genannt, und verſteht man dadurch äußerliche benamte Zahlen, als welche gewiſſe Dinge vorſtellen.

§. 38. Eine Zahl wird größer gemacht oder vermehret, wenn man mehrere Einheiten von ihrer Art hinzuſetzet. Hingegen wird ſie vermindert, wenn man eine oder mehrere Einheiten von ihrer Art, ihr wegnimmt. Und weiter kann man keine Veränderung mit den Zahlen vornehmen.

§. 39. Wenn eine Zahl vermehret worden (§. 38.), und man das Zugelegte wiederum hinwegnimmt, ſo muß ſie auch wieder ſo groß werden, als ſie vorhin vor der Vermehrung geweſen. Desgleichen wenn eine Zahl vermindert worden (ibid.), und man ihr das Hinweggenommene wiederum zuleget, ſo muß auch wieder die Zahl kommen, wie ſie vorhin vor der Verminderung geweſen.

§. 40. Es kann aber eine gegebene Zahl auf zweyerley Art vermehret werden. I. Wenn zu derſelben eine oder etliche Zahlen, die jede vor ſich größer oder auch kleiner als dieſelbe geſetzet werden. II. Wenn man zu derſelben lauter ſolche Zahlen nimmt, die jede vor ſich eben ſo groß als die gegebene.

Z. E. Die Zahl Drey wird vermehret, wenn ich (I) eine andere Zahl als Drey, oder auch mehrere Zahlen, von welchen nicht eine

jede ebenfalls eine Drey iſt; oder auch (II) noch ein oder etliche mal drey darzu ſetze.

§. 41. Eben alſo kann auch eine Zahl auf zweyerley Art vermindert werden. I. Wenn man eine oder mehrere kleinerne Zahlen, nach beliebiger Größe, von derſelben wegnimmt. II. Wenn man nur eine Zahl ſo vielmal derſelben abnimmt, als man kann.

Z. E. Die Zahl Zehen wird vermindert, wenn ich von derſelben (I) Eins, oder Zwey, oder Drey, oder nach Belieben auch Eins, und Zwey und Drey; oder auch (II) nur die Zahl Zwey, ſo vielmal als ich kann, das iſt fünfmal; oder nur die Zahl Drey, ſo vielmal als möglich, das iſt dreymal, abnehme.

§. 42. Da nun keine andere Veränderung mit den Zahlen vorgenommen werden kann, als daß ſie vermehret oder vermindert werden (§. 38.), nicht aber mehr als die (§. 40.) gedachte zwey Arten der Vermehrung, und die (§. 41.) erwehnte zwey Arten der Verminderung möglich ſind: So können auch aus gegebenen Zahlen (§. 1.) keine andere Zahlen gefunden werden, als durch dieſe Arten der Vermehrung und Verminderung. Nämlich man kann (I.) eine Zahl finden, die ſo groß iſt, wie verſchiedene andere zuſammen; oder (II.) wie eine Zahl etliche mal genommen (§. 40.); desgleichen (III.) eine Zahl, welche ſo groß iſt, als der Unterſcheid zweyer gegebenen Zahlen, das iſt, ſo viel, als eine gegebene Zahl minder, denn eine andere gegebene iſt; oder auch (IV.) eine Zahl, welche andeutet, wie vielmal eine gegebene Zahl, durch eine andere gegebene Zahl vermindert werden kann, das iſt, wie oft eine gegebene Zahl von einer andern möglichſt abzunehmen (§. 41.).

§ 43. Dieſe vier Rechnungsarten werden, um eine von der andern zu unterſcheiden, mit beſondern Namen benennet, als nämlich, die erſte Vermehrungsart, nach

der

der gedachten Ordnung (§. 42.), nennet man addiren; die andere multipliciren; hingegen die erste Verminderungsart subtrahiren, und die andere dividiren. Ueberhaupt aber werden diese vier Rechnungsarten Algorithmus, oder die vier Species genannt, welche gleichsam die Instrumente und Werkzeuge, folgends die allgemeinen Grundlehren zu allem andern Rechnen sind (§. 28.). Jedoch weil die Subtraction den Anfängern leichter, als die Multiplication fällt, so ist man gewohnet, die gedachten vier Species nach folgender Ordnung anzugeben:

I. die Addition. II. die Subtraction.
III. die Multiplication. IV. die Division.

§. 44. Diese Namen sollen hernach, jeder an seinem Orte, weitläuftiger erkläret werden, damit man nicht allein kurz von denselben reden könne, sondern auch gewisse Merkmale haben möge, daraus wir zu urtheilen vermögend sind, welcher Rechnungsart man, in jedem vorkommenden Falle, sich zu bedienen hat. Eben dieses ist auch bey allen andern vorkommenden Rechnungen zu merken, daß man nämlich eine jede Aufgabe zuförderst erst betrachten, und nach allen Umständen reiflich überlegen müsse, damit man daraus beurtheilen könne, auf was Art die Auflösung anzugreifen, und die Ausrechnung derselben anzustellen sey.

§. 45. Eine Zahl ist der andern gleich, wenn die eine so viel Einheiten in sich hält, als die andere; und bleiben solche Zahlen auch fernerhin einander gleich, wenn man beyde mit gleichem vermehret oder vermindert. Derowegen, wenn eine von gleichen Zahlen vermehret oder vermindert wird, entsteht eben dasselbe, welches aus der andern entstehen müßte, wenn diese um so viel, als jene, vermehret oder vermindert worden sollte.

§. 46. Alles, was kleiner ist, als die Größe der angenommenen Einheit, wird ein Stück oder Theil (pars),

genennet. Und da jede Größe oder Zahl wie eine Eins, das iſt, wie ein Ganzes, betrachtet werden kann (§. 29.); ſo kann in Anſehung deſſen auch jede kleinere Größe oder Zahl, als ein Theil aus jener größern, angeſehen werden.

Z. E. Alles was unter zehen iſt, kan man als Theile aus zehen anſehen, daferne die Zehen, als Eins oder ein Ganzes betrachtet wird: Desgleichen kann alles, was unter hundert iſt, als Theile aus hundert angeſehen werden, wenn man ein Hundert als Eins oder ein Ganzes betrachtet, u. ſ. w.

§. 47. Wenn demnach geſaget wird: **Eine Größe oder Zahl in verſchiedene oder gleiche Theile zu theilen**: ſo iſts ſo viel geſagt, als ſolche Zahl in verſchiedene oder gleiche kleinere Größen zu zergliedern, oder zu zerſtreuen, welche Theile zuſammen juſt die ganze Zahl ausmachen müſſen. Auf ſolche Weiſe ſaget man: **Das Ganze iſt ſeinen Theilen zuſammen genommen gleich**; nämlich wenn man das Ganze in ſo viel verſchiedene, oder gleiche Theile, zertheilet, als man immer will, ſo müſſen nothwendig ſolche Theile zuſammen dem Ganzen gleich ſeyn.

§. 48. Wenn ein Ganzes nicht in verſchiedene, ſondern in gleiche Theile zertheilet wird, ſo bekommen dieſe den Namen von ihrer Anzahl, ſo viel deren zuſammen auf das Ganze gehen. Z. E. Wenn man ein Ganzes in zwey gleiche Theile theilet, ſo wird ein ſolcher Theil der **zweyte Theil**, oder ein **Zweytel**, oder nach gemeinem Gebrauche, ein **Halbes** genannt. Theilet man aber ein Ganzes in drey gleiche Theile, ſo wird ein ſolcher Theil der **dritte Theil** oder ein **Drittel** benamet, u. ſ. w. Eben dieſe Namen gehören zu der innerlichen Benennung der Theile eines Ganzen (§. 36.), indem ſolche Namen

men nur in ſo weit die Größe der Einheiten andeuten, wie viel derſelben nämlich auf ein Ganzes gehen: Im übrigen aber können ſolche Theile, daferne ſie ſonſt keine äußerliche Namen haben, auf alle Art Dinge applicirt werden (§. 37.). Ueberhaupt werden alle Theile eines Ganzen in der Arithmetik **Brüche** (Fractionen) oder **gebrochene Zahlen** genennet.

§. 49. Wenn man demnach ſo viele gleiche Theile oder gebrochene Zahlen, als derſelben innerlicher Name anzeiget, zuſammen leget, als nämlich, zwey Zweytel oder Halbe, drey Drittel, vier Viertel ꝛc., ſo muß in alle Wege das Ganze wiederum herauskommen (§. 47.).

§. 50. Wenn zwey Größen ihrem Werthe nach, jede ins beſondere einer dritten gleich ſind, ſo müſſen ſie auch untereinander ſelbſten gleich ſeyn.

Z. E. Ein Ganzes iſt gleich zehen Zehntel, wie auch gleich hundert Hundertel (§. 49.); ſo müſſen auch zehen Zehentel gleich ſeyn mit hundert Hundertel.

§. 51. Bey **benamten Zahlen** (§. 37.) giebt es auch Theile, welche ihren ganz beſondern Namen haben. Z. E. Ein Dreyßigſtel Gulden wird genannt **Groſchen**; ein Achtzehentel Groſchen wird genannt **Pfennig** ꝛc., aus welchen Namen, Groſchen und Pfennig, man nicht ſofort erkennen kann, wieviel derſelben auf ein Ganzes gehen; und wäre es dannenhero freylich bequemer geweſen, wenn man allen kleinen Theilen der Münzen, Maaße und Gewichte, nicht ſolche fremde Namen beygeleget hätte! Indeſſen beſteht der Unterſchied zwiſchen den Namen Groſchen, Pfennig, ꝛc. und den Namen **Dreyßigſtel, Achtzehntel** ꝛc. vornemlich nur darinnen, daß jene was gewiſſes andeuten, und alſo **äußerliche Benennungen**; dieſe hingegen all-

gemein zu allen Dingen, und folglich innerliche Benennungen sind (§. 36. 37. u. 48.). In der That aber ist zwischen ihnen kein Unterscheid, indem ein Groschen eigentlich nichts anders, als ein Dreyßigstel eines Guldens, und ein Pfennig nichts anders, als ein Achtzehntel aus ein Dreyßigstel Gulden, oder als ein fünfhundert und Vierzigstel eines Guldens (§. 48.), indem so viel Pfennige auf einen Gulden gehen.

§. 52. Weil nun jede Größe wie eine Eins betrachtet werden kann (§. 29.), und aus den Einheiten zusammen genommen, eine Zahl entsteht (§. 31.); so kann jeder Theil von einer Unität aufs neue eine kleinere Eins, und folglich solche kleinere Einheiten zusammen genommen, eine Zahl ausmachen, und kann sich das Gemüthe zum Merkmale dieser neuen Einheiten (§. 32.) nur ihre Namen (§. 48.) vorstellen, welche andeuten, wie viel derselben auf die größere Unität gehen. Solchergestalt kann man aus der geringsten Unität eine Zahl machen, wenn man dieselbe in gleiche Theile vertheilet, und jene ganze Unität nicht vor sich selbst, sondern nach der Eigenschaft solcher Theile betrachtet.

Z. E. Man kann aus einer Unität, sie sey was sie will, nach Belieben die Zahl Zwey, nämlich Halbe; die Zahl Drey, nämlich Drittel; die Zahl Vier, nämlich Viertel, u. s. w. zehen Zehntel, hundert Hundertel ꝛc., machen.

§. 53. Demnach können die kleinern Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte, oder überhaupt die Theile eines Ganzen, in einer Rechnung auf zweyerley Art betrachtet werden. Nämlich man kann entweder auf die ganze Unität oder die größere Sorte sehen, folgends die kleinere Sorten oder Theile als Brüche (§. 48.) betrachten; oder man kann die kleinere Sorten oder Theile eines

nes Ganzen nach ihren eigenen Einheiten betrachten, und dieſelbe, wenn ſie mehr als nur ein Theil, wie eine Zahl anſehen (§. 31.).

Z. E. Sieben Groſchen, oder, welches einerley (§. 51.), Dreyßigſtel Gulden, können als ein Bruch, das iſt weniger als ein Ganzes angeſehen werden, wenn man einen Gulden zum Eins annimmt; oder man kann dieſelbe als eine Zahl von ſieben Unitäten, und alſo mehr als ein Ganzes anſehen, wenn man eine ſolche Unität vor ſich ſelbſt, nämlich einen Groſchen zum Eins annimmt.

Vom Zählen.

§. 54.

Zählen heißt ſo viel, als andeuten, wie viel Sachen von gleicher Art beyſammen ſind, folgends wie groß ihre Zahl ſey (§. 31.).

§. 55. Nach dem allgemeinen Gebrauche geht man im Zählen nicht weiter fort, als bis auf Zehen, nämlich man zählet Eins, Zwey, Drey, Viere, Fünfe, Sechſe, Sieben, Achte, Neune, Zehen. Wenn man bis ſo weit gezählet, ſo fängt man wieder von neuem an: Zehen und Eins (welches wir Deutſche zwar Eilfe nennen), Zehen und Zwey (ſo gleichfalls bey uns Zwölfe genennet wird), Zehen u. Drey, Zehen und Vier ꝛc. (oder Dreyzehn, Vierzehn, ꝛc.) bis zweymal Zehen, ſo man Zwanzig heißt. Alsdenn fängt man wiederum aufs neue an: Zwanzig und Eins, Zwanzig und Zwey (oder Ein und zwanzig, Zwey und zwanzig ꝛc.) bis dreymal Zehen, ſo Dreyßig genannt wird. Auf ſolche Weiſe wird allezeit nur bis auf Zehen gezählet; allein, daß man jederzeit darzu ſetze, wie vielmal man ſchon Zehen gezählet, da denn die

Vielheiten der Zehner gleichfalls ihre besondere Namen haben, als nämlich:

zweymal zehen heißet	Zwanzig.
dreymal zehen	Dreyßig.
viermal zehen	Vierzig.
fünfmal zehen	Funfzig.
sechsmal zehen	Sechzig.
siebenmal zehen	Siebenzig.
achtmal zehen	Achtzig.
neunmal zehen	Neunzig.
und endlich zehenmal zehen	Hundert.

Eben nach dieser gedachten Ordnung zählet man zu einem Hunderte aufs neue noch ein Hundert, u. wieder ein Hundert, bis auf zehenmal hundert, so man Tausend benennet; alsdenn zählet man aufs neue noch ein Tausend, u. s. w.

§. 56. Damit man aber in großen Zahlen sich nicht verwirre, und von jeder Zahl vielmehr einen desto deutlichern Begriff haben möge; so ist zu derselben Benennung die Frantzösische Manier die bequemste, nach welcher tausendmal tausend, eine Million; tausendmal tausend Millionen, eine Billion (das ist so viel als eine zweymalige Million, nämlich eine million Millionen); tausendmal tausend Billionen, eine Trillion (das ist so viel als eine dreymalige Million, nämlich eine millionmal eine Million Millionen) u. s. w. benennet werden.

§. 57. Sonst im Gelde werden hundertmal tausend Gulden, Thaler, Pfund Sterlings, oder Französische Livres ꝛc. eine Tonne Goldes genannt, nämlich nach der größesten Münze, in welcher an jedem Orte die Bücher und Rechnungen geführet werden, als in Polen versteht man durch eine Tonne Goldes, hundert tausend Gulden Polnisch; in Leipzig hundert tausend Thaler; in Engeland Pfund Sterlings; in Frankreich Livres, oder auch Cronen, u. s. w.

§. 58.

§. 58. Dieſe Ordnung, immerfort bis auf zehen zu zählen (§. 55) iſt das allgemeine Geſetz, darnach man ſich im Zählen richtet, und weil wir deſſelben von Jugend auf ſo gewohnet ſind, ſcheint es eine Nothwendigkeit zu haben. Es kann aber ein jeder, der dieſe Sache verſteht, von ſich ſelbſten gar wohl merken, daß es keine Nothwendigkeit ſey; wie denn einige Mathematici bereits angeziget, daß man nur bis auf viere, oder auch nur gar bis auf zwey zählen könne, welche Art inſonderheit darzu dienen kann, um die verborgenen Eigenſchaften der Zahlen zu unterſuchen. Wovon jedoch zu ſeiner Zeit, geliebt es Gott, ein mehrers. Die Urſache aber, warum man von alter Zeit her, eben bis auf zehen zählet, iſt ſonder Zweifel dieſe, weil die Menſchen, ehe ſie ſich im Rechnen geübet, die Sachen an ihren zehen Fingern zu zählen pflegen.

Von der Numeration.

§. 59.

Die Numeration (§. 28.) lehret eigentlich alle Zahlen durch gewiſſe Characteren oder Figuren recht zu ſchreiben und auszuſprechen; und bedienet man ſich hierzu inſonderheit folgender zehen Figuren oder ſo genannten Ziffern. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

§. 60. Zwar hat man bey unterſchiedenen Nationen, auch unterſchiedliche andere Arten: Allein es iſt meine Abſicht nicht, mich in dergleichen unnöthige Weitläuftigkeit einzulaſſen; nach viel weniger von der alten Rechnungsart, mit Zahlpfennigen, oder von der Rußiſchen Rechnungsart, mit Corallen oder Kügelein, etwas zu gedenken. Demnach will ich nur allein von den gedachten zehen Ziffern allhier reden, als welche die allergemeinſten und vornehmſten ſind, und einige den Arabern, andere den Indianern, als Erfindern zuſchreiben, billig aber (wie der Prof. Sturm in ſeinem kurzen Begriffe der geſammten Matheſis ſaget) vor eine von Gott zu des Menſchen Nutzen ſonderlich verliehene Gabe zu halten ſind; zumalen wenn man die wohleingerichtete Ordnung dieſer Ziffern betrachtet, da durch ſolche zehen Characteres nicht allein jede Zahl, ſo groß und klein ſie immer ſeyn möge, kurz,

richtig und deutlich, beſchrieben und ausgeſprochen, ſondern auch insgemein alles Rechnen künſtlich getrieben und verrichtet wird. Daß aber einige ſich bemühen, die Urſachen anzuzeigen, warum ſolche Ziffern alſo, und nicht anders geſtaltet werden; ſo kann doch ein Vernünftiger ſolches nicht anders, als groſſe Schwachheiten anſehen: Denn wozu nützen ſolche vergebliche Bemühungen? Oder wer kann wohl mit Raiſon zu einem willkührlichen Satze einen Beweis prätendiren? Dahero wir billig dergleichen unnützes Zeug übergehen, und lieber zur Hauptſache ſchreiten.

§. 61. Die Bedeutung und Ordnung der gemeldeten zehen Ziffern iſt folgendermaßen: Eine jede Ziffer, wenn ſie allein ſteht, gilt oder bedeutet ſo viel, wie ihr Name mit ſich bringt, nämlich!

1	heißt und bedeutet	Eins,
2	" "	Zwey,
3	" "	Drey,
4	" "	Viere,
5	" "	Fünfe,
6	" "	Sechſe,
7	" "	Siehen,
8	" "	Achte,
9	" "	Neune,

und o heißt und bedeutet Nulla oder nichts; wird dahero unbedeutliche, und die vorhergehenden Neune aber, jede vor ſich bedeutliche Ziffern genannt. Damit aber durch dieſe Ziffern auch die Zehner, Hunderte, Tauſende ꝛc. angedeutet werden mögen, ſo giebt man ihnen ihre Namen und Bedeutung von der Stelle, in welcher ſie ſtehen, nämlich, wenn ſie entweder allein, oder in der erſten Stelle zur Rechten anzutreffen ſind, ſo heiſſen und bedeuten ſie Einer oder Einzelne; in der andern Zehner; in der dritten Hunderte; in der vierten Tauſende, u. ſ. w. Z. E. In der Zahl 3875 bedeutet

deutet die 5 zur Rechten in der ersten Stelle, Einer; die folgende 7 in der zweyten Stelle, Zehner; die 8 in der dritten Stelle, Hunderte; und die 3 in der vierten Stelle, Tausende. Diesemnach enthält diese Zahl (nach dem gemeinen Ausspruche, da man das Größeste am ersten auszusprechen pfleget,) drey Tausende, acht Hunderte, sieben Zehner und fünf Einzige, oder nach gewöhnlicher Redensart (§. 55.), drey tausend, acht hundert, fünf und siebenzig. Auf solche Weise werden auch die größesten Zahlen nur aus den gedachten zehen einzeln Ziffern zusammen gesetzet.

§. 62. Also bedeutet jede Stelle besondere Einheiten; und zwar die erste Stelle zur Rechten allezeit die kleineste, welche in derselben Zahl gegeben sind; die nachfolgenden Stellen aber, nach ihrer Ordnung, immerfort größere Einheiten.

§. 63. Die Größen der Einheiten in jeder Stelle gehen ordentlich von der rechten zur linken Hand immerfort in einer zehenfachen Vergrößerung, nämlich jede Einheit in der ersten Stelle zur Rechten bedeutet Eines; in der zweyten, einen zehenfachen Einer, oder zehen; in der dritten, einen zehenfachen Zehner, oder hundert; in der vierten ein zehenfaches Hundert, oder tausend; in der fünften, ein zehenfaches Tausend; in der sechsten, ein zehenfaches Zehentausend, das ist hunderttausend; in der siebenden, ein zehenfaches Hunderttausend, oder Million (§. 56.), ꝛc. Also, daß zehen Einheiten aus einer niedrigern Stelle immerfort eine Einheit in der nächstfolgenden höhern Stelle ausmachen.

§. 64. Folgends steigen die Größen der Einheiten, von zweyen Stellen in zehenmal zehen, das ist in einer hundertfachen Vergrößerung, als nämlich die erste Stelle zur Rechten bedeutet Einer; die dritte, hundertfache Einer,

ner, oder Hunderte; die fünfte, hundertfache Hunderte, das ist Zehentausende; die siebende, hundertfache Zehentausende, das ist Zehenhunderttausende, oder Millionen ꝛc. Die Größen der Einheiten aber von dreyen Stellen steigen in zehenmal hundert, das ist in tausendfacher Vergrößerung, nämlich die erste Stelle zur Rechten bedeutet Einer; die vierte, tausendfache Einer, oder Tausende; die siebende, tausendfache Tausende, oder Millionen ꝛc.

§. 65. Wenn man nun dieses rückwärts von der linken zur rechten Hand betrachtet, so hat man wahrzunehmen, daß die Größen der Einheiten ordentlich immerfort in einer zehnfachen Verkleinerung abnehmen. Z. E. Jede Einheit in der 4ten Stelle bedeutet tausend; in der 3ten, den zehenden Theil (§. 48.) aus tausend, oder hundert; in der 2ten den zehenden Theil aus hundert, oder zehen; in der ersten, den zehenden Theil aus zehen, oder Eins. Also, daß jede Einheit aus einer höhern Stelle immerfort zehen Einheiten in der nächst vorhergehenden niedrigern Stelle ausmachet. Ebener maßen fallen die Größen der Einheiten von zweyen Stellen, von der Linken nach der Rechten, in hundertfache; von dreyen, in tausendfache Verkleinerung, u. s. w.

§. 66. Gleichwie die Einheiten der Stellen von der Rechten zur Linken bis unendlich immerfort steigen (§. 63.), also kann auch zurück das Fallen (§. 65.) in zehnfacher Verkleinerung immerfort bis unendlich continuiret werden, wenn man nämlich aus einer ganzen Einheit in der ersten Stelle zur Rechten zehen Zehentel, ferner aus einem dieser Zehentel wiederum zehen Zehentel, ꝛc. machet (§. 52.), und solche Theile oder Brüche (§. 48.), der ganzen Zahl zur Rechten, vermittelst eines Scheidepunkts

punkts beygesetzet. Man kann demnach das Wachsthum und das Abnehmen der Einheiten nach ihren Stellen überhaupt in folgender Reihe vorstellen.

ꝛc.	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	ꝛc.
Ein Zehentel aus einem Tausendtel, das ist ein Zehentausendtel aus der ganzen Unität.												
Ein Zehentel aus einem Hundertel, das ist ein Tausendtel aus der ganzen Unität.												
Ein Zehentel aus einem Zehentel, das ist ein Hundertel aus der ganzen Unität.												
Ein Zehentel aus der ganzen Unität.												
Eine angenommene ganze Unität.												
Ein Zehner, das ist, zehen ganze Unitäten.												
Ein zehnfacher Zehner, das ist ein Hundert ganze Unitäten.												
Ein zehnfaches Hundert, das ist ein Tausend ganze Unitäten.												
Ein zehnfaches Tausend, das ist ein Zehentausend ganze Unitäten.												

§. 67. Diese Art Theile aus der angenommenen ganzen Unität, nennet man Decimal-Theile, und ist derselben Berechnung deswegen viel bequemer, als der andern Theile oder Brüche, weil sie in gleicher Ordnung mit den ganzen Zahlen immer in zehnfacher Vergrößerung, oder auch zurück Verkleinerung, fortgehen.

§. 68. Wenn eine Zahl aus etlichen bedeutlichen Ziffern besteht, so ist jede Ziffer, in Ansehung der ganzen Zahl, nur ein Glied oder Theil aus der ganzen Zahl (§. 46.), und jedes Glied hat einen besondern Namen, der

der Einheiten (§. 61.). Alle Glieder aber zusammen machen die ganze Zahl aus (§. 47.), welche gewöhnlichermaßen, jedoch als eine einzig benamte Zahl angesehen, und gleichsam nur unter dem einzigen Namen der Einheiten, nach der Bedeutung der ersten Stelle zur Rechten, ausgesprochen und verstanden wird. Z. E. Die Zahl 3875. (§. 61.) Gulden, wird im Aussprechen als ein großer Haufen einzelner Gulden verstanden, in welchem drey tausend, acht hundert und fünf und siebenzig mal die Einheit eines Guldens zusammen geleget ist.

§. 69. Sonst aber in der Betrachtung, kann eine solche Zahl auf verschiedene Weise betrachtet und dem Gemüthe vorgestellet werden, nachdem man die Größe des Eins oder der ganzen Einheit annimmt. Z. E. Die obige Zahl 3875 Gulden kann man auch betrachten, als 387 Einheiten, deren jede zehen Gulden enthält, zusammt noch einem Theile dieser Einheit, das 5 Zehentel oder 5 Gulden enthält; oder als 38 Einheiten, deren jede hundert Gulden enthält, zusammt noch einem Theile solcher Einheit, das 75 Hundertel oder Gulden enthält; oder auch als 38 Einheiten zu hundert Gulden, zusammt einem Theile dieser Einheit, das 7 Zehentel oder Zehner Gulden enthält, und darüber noch einem Theile des vorigen Zehentels, das 5 Zehentel aus einem Zehentel von hundert Gulden, das ist 5 Gulden, enthält, u. s. w.

§. 70. Das vor sich unbedeutliche Zeichen 0 (§. 61.), dienet allein darzu, um die leeren Stellen damit zu erfüllen, und also die Ordnung der Zahl unverrückt zu erhalten. Z. E. In der Zahl 40 ist die erste Stelle zur Rechten, weil keine Einzige, welche sonst in diese Stelle kommen müßten (§. 61.), allhier vorhanden, mit 0 angefüllet, damit die 4, durch welche man 4 Zehner andeuten will,

gehö-

gehöriger maßen, in die zweyte Stelle komme; gilt alſo dieſe Zahl Vierzig. Alſo heißt und bedeutet die Zahl 600: Sechs hundert; indem die 6 in der dritten Stelle ſteht, und die übrigen zwey Stellen keine Zehner noch Einzige haben. Item 709 heißt und bedeutet ſieben hundert und neun; indem die zweyte Stelle nur mit einer 0 angefüllet, und alſo keine Zehner enthält, u. ſ. w. Hieraus iſt klar, daß eine 0 zur Linken einer Zahl, ſo wenig Nutzen als Bedeutung habe. Denn z. E. 04 iſt ſo viel als 4; 006 iſt nichts anders, als bloß 6; 079 iſt ſo viel als 79; weil auf ſolche Weiſe die bedeutlichen Ziffern nicht aus ihren Stellen verrücket werden, und alſo ihre Bedeutung unverändert bleibt.

§. 71. Um die Zahlen deſto beſſer in meiner Beſchreibung zu unterſcheiden, ſo heiße ich die 1: eine angenommene Einheit, oder auch nur ſchlechthin: eine Einheit oder Unität; die Zahlen 10. 100. 1000. 10000. ꝛc. jede vor ſich: Eine angewachſene Einheit, als welche nämlich aus den angenommenen ſchlechten Einheiten, durch Zuſammenlegen derſelben erwachſen. Auf gleiche Weiſe werde ich die Zahlen 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. und 9. einzelne bedeutliche Ziffern, oder auch nur einzelne Ziffern; die Zahlen aber 20, 30, 40, ꝛc. oder 200. 300. 400. ꝛc. oder 2000. 3000. 4000. ꝛc. einzelne angewachſene Ziffern benennen. Wo ich aber nur von Zahlen rede, ſo verſtehe ich alle Arten Zahlen, ſie mögen nur eine, oder auch mehr bedeutliche Ziffern haben. Und wenn ich ſage numerum ſimplicem oder eine ſchlechte Zahl, ſo verſtehe ich alle Arten Zahlen, welche nur eine bedeutliche Ziffer haben, als 1. 2. 3. 4. ꝛc. oder 10. 20. 30. 40. ꝛc. oder 100. 200. 300. ꝛc.

Die

Die I. Aufgabe.

§. 72. Eine mit Ziffern geschriebene große Zahl aufs kürzeste auszusprechen, das ist, einer jeden Ziffer in derselben, ihren rechten Werth zuzueignen.

I. Lernet nur eine Zahl von dreyen Stellen, nach Anweisung §. 61. aussprechen, und wenn ihr dieses, so doch sehr leicht ist, könnet; so theilet

II. die gegebene größere Zahl von der Rechten an, gegen die Linke, in Classen, vermittelst kleiner Strichlein, und eignet jeder Classe drey Stellen zu. Am Ende gegen die Linke mögen drey oder weniger übrig bleiben.

III. Machet über die erste Stelle, welche nach der zweyten Classe kommt, einen Punkt; über die, so nach der vierten Classe folget, zwey Punkte; und über die, so nach der sechsten Classe steht, drey Punkte, u. s. w.

IV. Sprechet die erste Classe zur Rechten durch Einer, und die folgende zweyte Classe durch Tausend, nämlich tausendfache Einer, aus; ferner die dritte Classe, über welcher ein Punkt steht, durch Millionen, und die folgende abermals durch Tausend, nämlich tausendfache Millionen; weiter die fünfte Classe, so zwey Punkte hat, durch Billion, und die nachfolgende wiederum durch Tausend, nämlich tausendfache Billionen, u. s. w. Jedoch wird das Aussprechen gewöhnlicher maßen allezeit bey der letzten Classe, die der gegebenen Zahl zur Linken steht, als bey der größesten Art Einheiten, angefangen.

Z. E. Wenn ihr die Zahl 83409761052700080006 aussprechen wollet, so distinguiret solche nach gedachter Anweisung, wie folget:

83, 409, 761, 052, 700, 080, 006,

und

und sprechet demnach: 83 Trillionen, 409 tausend und 761 Billionen, 52 tausend und 700 Millionen, 80 tausend und 6.

Beweis.

Jede Classe ins besondere ist richtig ausgesprochen, nach §. 61. und 70. Nun steigen die Classen, indem dieselben aus dreyen Stellen bestehen, in tausendfacher Vergrösserung (§. 64.); derowegen bedeutet die erste Classe zur Rechten Einer, die nächstfolgende 2te Classe tausendfache Einer, die 3te tausendfache Tausende ꝛc. Indessen heissen tausendmal tausend Einer, eine Million; und tausendmal tausend Millionen, eine Billion ꝛc. (§. 56.); folgends ist die gegebene Zahl angezeigter massen recht ausgesprochen worden.

§. 73. Allhier habe ich erinnern wollen, wie einsten ein gewisser Mann, der sich so gar bedünket ein Meister der Rechenkunst zu heissen, sich in dieser Materie gegen mich ausgelassen, daß man seiner Meynung nach von dergleichen allzugroßen Zahlen gleichwohl keinen klaren Begriff haben könnte. Allein ich brachte denselben bald auf vernünftigere Gedanken, nachdem ich ihm zu erwegen vorgestellet, daß 100, 000 Gulden, oder eine Tonne Goldes (§. 57) nichts anders ist, als z. E. 100 Beutel, in deren jedem 1000 Gulden enthalten sind. Also kann man sich auch in dem Gemüthe vorstellen, daß 1, 000, 000 Gulden nichts anders seyn, als 1000 Beutel, in deren jedem 1000 Gulden enthalten sind, u. eben dieses Quantum nennet man eine Million Gulden. So leicht es nun auf solche Weise ist, alle Zahlen bis auf eine Million klar zu begreifen; eben so leicht kann man sich auch von allen gröseren Zahlen einen klaren Begriff machen, wenn man nämlich, wie vorhin, überleget, daß 1, 000, 000, 000 Gulden nichts anders sind, als tausend Beutel, in deren jedem eine Million Gulden (welches Quantum, nämlich einer Million, aus der vorigen erstern Betrachtung bereits klar begriffen worden) enthalten ist; also auch

1, 000, 000, 000, 000 Gulden nichts anders, als eine Million (das ist tausendmal tausend) Beutel, in deren jedem eine Mil-

lion Gulden, und eben ein ſolches Quantum, nämlich von einer Million Millionen, nennet man eine Billion Gulden. Wenn man nun einen Begriff von einer Billion hat, ſo kann man die höhern Zahlen eben wie vorhin betrachten, und nur bedenken:

1, 000, 000, 000, 000, 000 Gulden iſt nichts anders, als tauſend Beutel, in deren jedem eine Billion (ſo vorhin ſchon begreiflich gemacht worden) enthalten;

item 1, 000, 000, 000, 000, 000, 000 Gulden nichts anders als eine Million (oder tauſendmal tauſend) Beutel, in deren jedem eine Billion Gulden, und dieſes Quantum nennet man eine Trillion Gulden, u.ſ.w. Aus dieſem iſt zu erſehen, daß man von allen Zahlen, ſie ſeyn ſo groß als ſie immer wollen, einen klaren Begriff haben kann, wenn man der Sache unverdroſſen nur ein wenig nachdenket.

§. 74. Noch verſchiedene Exempel zur Uebung.

N°. 1. Die Peripherie oder Umfang der Erdkugel wird auf 5400 deutſche Meilen, jede Meile etwa auf 20000 Schuhe, folgends die ganze Peripherie auf ungefähr 108, 000, 000 Schuhe gerechnet: Wie wird dieſe Zahl ausgeſprochen? Antwort: 108 Millionen Schuhe.

N°. 2. Nach der Aſtronomorum Beſchreibung wird die Peripherie der Sonne bey nahe auf 599, 489 deutſche Meilen, oder etwa 11, 989, 780, 000 Schuhe gerechnet: Wie werden dieſe Zahlen ausgeſprochen? Antwort: 599 tauſend und 489 Meilen; oder 11 tauſend 989 Millionen und 780 tauſend Schuhe.

N°. 3. Nach des Caſſini Calculo wird die geringſte Weite der Sonnen von der Erde auf 18, 598, 360 deutſche Meilen, oder etwa 371, 967, 200, 000 Schuhe gerechnet! Wie werden dieſe Zahlen ausgeſprochen? Antwort: 18 Millionen, 598 tauſend und 360 Meilen; oder 371 tauſend 967 Millionen, und 200 tauſend Schuhe.

N°. 4.

N°. 4. Die 24 Buchſtaben im Alphabeth können ihre Stellen (wie hernach an ſeinem Orte ſoll gezeiget werden) 620, 448, 401, 733, 239, 439, 360, 000 mal verändern. Wie wird dieſe Zahl ausgeſprochen? Antwort: 620 Tauſend 448 Trillionen, 401 Tauſend 733 Billionen, 239 Tauſend 439 Millionen u. 360 Tauſend.

N°. 5. Der hochweiſe Archimedes hat in ſeiner Sand-Rechnung erwieſen, daß eine 1 mit beygeſetzten 51 Nullen eine größere Zahl ſey, als die Zahl aller Sand-Körnlein, ſo die ganze Welt begreifen könnte (wenn man nämlich die Größe der ganzen Welt nach der älteſten Aſtronomorum Meynung ſchätzet, welche jedoch weiter nicht, als bis an den Sonnenkreis ſich erſtrecket): Wie wird eine ſolche Zahl ausgeſprochen? Antwort: 1000 achtmalige Millionen, nämlich in dem Verſtande, wie oben im §. 56 erkläret worden.

Die 2. Aufgabe.

§. 75. Eine vorgeſagte große Zahl durch die Ziffern ordentlich zu ſchreiben, das iſt, jede vorgeſagte Ziffer in ihre zugehörige Stelle zu ſetzen.

Die Aufſchreibung großer Zahlen durch Ziffern geſchieht der ordentlichen Ausrede und Schreibart gemäß, von der Linken nach der Rechten. Nämlich, man ſchreibet erſtlich die größeſte Art Einheiten, und dann ferner die kleinern, eine Stelle nach der andern, ſo viel deren verhanden, bis zum Ende, eben alſo wie im Ausſprechen angewieſen worden (§. 72.). Dannenhero es einem jeden, der alle Zahlen recht auszuſprechen weiß, ein leichtes iſt, auch hinwiederum alle Zahlen die ihm dictiret

werden, richtig zu schreiben. Damit man aber insonderheit auch sehr grosse Zahlen so fort von der Hand, und ohne nachmaliges corrigiren recht aufsetzen möge, so dienen hierzu folgende Handgriffe:

I. Schreibet die höchste Classe (sie bestehe aus drey oder weniger Stellen) das ist, was in der fürgegebenen Zahl anfangs, ehe der Name Tausend, oder Million, Billion ꝛc. erwähnet wird, vorher geht.

II. Merket alsdenn, den zu solcher Classe gegebenen Namen Tausend, Million, oder Billion ꝛc. und notiret nach der Rechten vermittelst kleiner Strichlein noch so viel Classen, als zu besagtem Namen nach seiner eigentlichen Stelle erfordert werden (§. 72.)

III. Hierauf schreibet in solche abgetheilte Spatia das übrige der gegebenen Zahl, und zwar jede Art Hunderte, Zehner und Einzige, in ihre zugehörige Classen (ibid.) Wo aber ja was verschwiegen wird, eine o in derselben Stelle, so ist geschehen, was man verlanget.

Z. E. Man soll die Zahl: Drey und achzig Trillionen, vier hundert und neun tausend auch sieben hundert ein und sechzig Billionen, zwey und funfzig tausend auch sieben hundert Millionen, und achzig tausend auch sechs, mit Ziffern schreiben. Allhier höret man zum ersten sagen: Drey und achtzig, die zu ihrem Namen haben Trillionen, welcher Name in solche Stelle gehöret, der drey Puncte zukommen, und also vorher nach der Rechten noch 6 Classen hat, nämlich 2 Classen ohne Punct, 2 mit einem, und zwey mit zweyen Puncten bemerket (§. 72.); derowegen schreibet auf: 83, und notiret, nach der Rechten sechs räumliche Classen, da allezeit

drey

drey Ziffern hinein kommen können, folgender Gestalt:

83,

Wenn nichts mehr als nur 83 Trillionen gesaget wäre, so dürfte man die übrigen Classen nur mit lauter Nullen anfüllen, also: 83,000,000,000,000,000,000. Weil aber noch mehr Zahlen gesaget worden, so füllet solche Classen ordentlich mit denselben Zahlen, ihren Namen gemäß, so kommt es demnach, wie folget, zu stehen:

83, 409, 761, 052, 700, 080, 006.

Wenn die Zahl nun gänzlich geschrieben, so kann man nach Belieben die Strichlein und Puncte ablöschen, daferne man die Zahl, wie gewöhnlich aufgeschrieben haben will. Im übrigen ist dieses alles aus dem vorhergehenden (sonderlich §. 72.) so klar, daß man keinen Beweis darzu vonnöthen hat.

§. 76. Noch andere Exempel zur Uebung.

N°. 1. Die Peripherie des Monds wird etwa auf 1448 Meilen gerechnet (wie sonderlich in den Astronomischen Anfangsgründen des Hrn. Wolfen zu ersehen), diese betragen acht und zwanzig Millionen, neun hundert und sechzig tausend Schuhe (wenn man die Meile auf 20000 Schuhe schätzet): Wie wird diese Zahl durch Ziffern geschrieben? Antwort: 28, 960, 000; oder so man die Strichlein ablöschet: 28960000 Schuhe.

N°. 2. Die geringste Weite des Monds von der Erde, wird nach des Caßini Calculo auf 45580 Meilen gerechnet, das ist, Neunhundert und Eilf Millionen, auch Sechshundert tausend Schuhe: Wie wird diese Zahl mit Ziffern aufgeschrieben? Antwort: 911, 600, 000; oder 911600000 Schuhe.

§. 77. Solchergestalt wird die innerliche Benennung der ganzen Zahlen, als welche andeutet, ob es Einzige, Zehner, oder Hunderte ꝛc. sind (§. 36.), wie aus dem vorigen erhellet, bloß und allein aus den Stellen erkannt, in welchen sie anzutreffen. Der Name der Theile eines ganzen Dinges aber, das ist, die innerliche Benennung der gebrochenen Zahlen, als welche andeutet, wie viel derselben Theile auf ein Ganzes gehen (§. 48.), wird insgemein unter die Zahl gesetzet, und von dieser durch einen Strich unterschieden. Z. E. Drey Viertel, schreibt man $\frac{3}{4}$. Da denn die 4 nichts anders, als nur den Namen der übergeschriebenen Zahl 3 anzeiget, dergestalt, daß die 3 solcher Art Einheiten sind, derer 4 auf ein Ganzes gehen. Item Sieben Achtel schreibt man $\frac{7}{8}$ und verstehet dadurch, daß das Ganze in 8 gleiche Theile zertheilet wird, deren Theile allhier 7 vorhanden sind. Und eben deswegen nennet man in Brüchen die obere Zahl, welche nämlich über dem Striche steht, Zähler, das ist, die eigentliche Zahl (§. 54.); hingegen die untere Zahl Nenner, das ist, der bloße Name von der übergeschriebenen Zahl.

§. 78. Auf solche Weise werden in gebrochenen Zahlen allezeit erstlich der Zähler, hernach fort darauf der Nenner (und zwar beyde Zahlen nach Art und Weise, wie bey ganzen Zahlen gelehret worden) mit Beyfügung des Wörtleins Theil, oder auch kurz, wie gewöhnlich, tel, ausgesprochen, als $\frac{19}{32}$ heißt 19, 32tel. Item $\frac{87}{100}$ heißet 87, 100tel. Item $\frac{329}{4837}$ heißt 329, 4837tel, u. s. w.

§. 79. Die übrigen Namen, welche allein zu der äusserlichen Benennung einer Zahl gehören (§. 36.), werden neben der Zahl ins besondere, entweder vor oder nach, oder auch darüber gesetzet. Z. E. Wenn man 346 Gulden

den oder Florin ſchreiben will, ſo ſetzet man es, wie folget:

Gulden

Gulden 346; oder 346 Gulden; oder 346.

Oder nach dem gemeinen Gebrauche, da ein Gulden oder Florin nur mit fl. bemerket wird, alſo:

fl.

fl. 346; oder 346 fl.; oder 346.

§. 80. Wenn man etliche gleichnamige Zahlen, als 287 fl. 325 fl. und 19 fl. ꝛc. untereinander zu ſchreiben hat, ſo ſchreibt man ihren Namen nur bey der erſten Zahl alſo: fl. 287
325
19
ꝛc. und bedeuten ſie insgeſammt lauter Gulden.

Alſo pfleget man auch bey gebrochenen Zahlen, wenn ſie einen allgemeinen Namen oder Nenner haben, und untereinander zu ſchreiben ſind, nur ihre Zähler (§. 77.) untereinander zu ſetzen, und ihren gemeinen Nenner ein vor allemal darüber zu notiren. Z. E. Wenn man $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{8}$ und $\frac{7}{8}$ untereinander zu ſetzen hat, ſchreibt man es, wie folget: 8 oder auch wohl alſo:

5 5 (8tel.
3 3
7 7

§. 81. Wenn eine Zahl aus einer oder mehrern ganzen Einheiten nebſt einem oder etlichen Theilen eines Ganzen beſteht, ſo nennet man dieſelbe eine vermiſchte Zahl (numerus mixtus). Z. E. $1\frac{1}{2}$, oder $5\frac{7}{8}$, oder $14\frac{1}{10}$ ꝛc. heißen vermiſchte Zahlen, indem dieſelben verſchiedene

Art Einheiten, als nämlich Ganze und Theile eines Ganzen, in ſich enthalten.

§. 82. Ob gleich ſonſt auch alle ganze Zahlen, wenn ſie aus etlichen Ziffern beſtehen, verſchiedene Einheiten in ihren Stellen enthalten (§. 61.); ſo können dieſelben doch unter einem einzigen Namen verſtanden, und ſo fort ausgeſprochen werden (§. 68.): Da hingegen die ganzen nebſt gebrochenen Zahlen, inſonderheit wenn die Brüche nicht Decimal-Theile ſind (§. 67.), nicht ſo fort unter einem Namen der Einheiten ausgeſprochen werden können, ſondern man müßte die Ganzen vorher durch wirkliche Berechnung unter den Namen der Theile bringen, und ſelbige dann zu denen darbey gegebenen Theilen nehmen, wenn man ſie ſämtlich unter einem einzigen Namen haben wollte.

§. 83. In benamten Zahlen (§. 37.) nennet man diejenige eine **mehrerley namige Zahl**, welche größere nebſt kleineren Sorten der Münz-Maaß-Gewicht-Zahl- oder Zeitarten, (als Gulden, Groſchen und Pfenning; oder Ruthen, Schuh und Zoll; oder Pfund, Loth, Quentlein und Pfennig ꝛc.) und alſo verſchiedene äußerliche Namen in ſich enthält.

§. 84. Die Ordnung des Schreib- und Ausſprechens der mehrerley namigen (§. 83.) und vermiſchten Zahlen (§. 81.), iſt gleich der gegebenen Ordnung in ganzen oder einzig benamten Zahlen, nämlich es werden erſtlich die gegebenen Einheiten der größeſten Art, das iſt im erſten Falle der größeſten Sorte, und im andern der Ganzen; und hernach nach der Rechten ins beſondere die kleinern, ſo wohl geſchrieben als ausgeſprochen. Z. E. 238 Gulden, 26 Groſchen, und 13 Pfennige ſchreibt man alſo:

fl.	238	ß.	26	₰.	13	₰.
fl.		ß.		₰.		₰.
oder	238	ß.	26	ß.	13	ß.

und wird ausgeſprochen, wie es in der Aufgabe gemeldet, nämlich 238 Gulden, 26 Groſchen, und 13 Pfennige.

Item

Item 378 ganze Gulden und ¾ eines Guldens werden geschrieben fl. 378¾; oder 378¾ fl; oder 378 ¾; und ausgesprochen 378 u. 3 Viertel Gulden. Weil nun die beystehenden Brüche, ob sie wohl kleinere Art Einheiten sind, jedoch von gleichem Wesen mit den Ganzen verstanden, werden; als beym nächsten Exempel, so wohl die 378, als auch die ¾, beyde Gulden bedeuten: So müssen zwischen den Ganzen, und dem darbey gegebenen Bruche keine Scheidepunkte (wie sonst bey den mehrerley namigen Zahlen vorhin zu ersehen) kommen.

fl.

§. 85. Es ist demnach der Hauptunterscheid zwischen vermischten und mehrerley namigen Zahlen einerseits, und den ganzen oder einzig benamten Zahlen, welche etliche bedeutliche Ziffern enthalten, andererseits (wie hievon bereits §. 82. in etwas berühret worden), nur dieser, daß bey diesen immerfort 10 Einheiten aus einer niedrigern Stelle eine Einheit in der nächstfolgenden höhern Stelle ausmachen (§. 63.): Da hingegen bey jenen eine ganze Einheit oder 1 aus der gegebenen größern Sorte, zum öftern mehr oder weniger als 10 Einheiten der gegebenen Theile oder kleineren Sorten in sich enthält. Z. E. Ein Ganzes hat 4 Viertel, oder 13 Dreyzehentel ꝛc. Item, 1 fl. enthält 30 Groschen; Ein Groschen 18 Pfennig. ꝛc.

§. 86. Dannenhero ists nöthig, ehe man zur Rechnung der benamten Zahlen, absonderlich in den kleinen Sorten schreitet, daß man zuvor sich erkundigen müsse, wie viel Einheiten der kleinern Specierum auf eine Einheit der größeren gehen. Zu diesem Ende wird von den meisten Autoribus der praktischen Arithmetik die Abtheilung der Münzen, Maaße und Gewichte ꝛc. zum voraus angeführet. Und eben in solcher Absicht habe ich die Preußischen Münzen, Maaße und Gewichte ꝛc. (weil der erste Entwurf gegenwärtigen Werks in Danzig gemacht worden,)

allhier anzeigen wollen. Von andern Orten aber werde hernach im dritten Theile Meldung thun.

§. 87.

N°. 1. Von den Münzen.

Ein Gulden hat	30 Groſchen.
Ein Thaler hat 3 Gulden oder	90 Groſchen.
Ein Groſchen hat 3 Schilling oder	18 Pfenning.
Ein Schilling hat	6 Pfenning.

Kürze halben aber bezeichnet man

Gulden mit fl. Thaler mit Thlr. oder Rthlr.
Groſchen mit ß. Pfenning mit ₰.

Die Bücher und Rechnungen werden in fl. ß. und ₰. geführet; und nennet man die Preußiſche Münzen insgemein Polniſche. Jedoch ſind alle dieſe Münzen, ausgenommen die Schillings, (oder etwa alte ß) nur fingirt, und nicht in Natura gemünzet, ſondern es geſchehen die Zahlungen in Timpfen von 18 ß, Sechſers von 6 ß, Dütchens von 3 ß. Von andern Münzen aber, als Ducaten, Kreuzthaler ꝛc. die keinen feſten Preis haben, ſoll hernach im dritten Theile ein mehreres gemeldet werden.

N°. 2. Vom langen Maaße.

Eine Ruthe hat 15 Fuß oder Schuh, oder 7½ Ellen.
Ein Faden Holz hat 6 Fuß oder 3 Ellen.
Eine Elle hat 2 Fuß. Ein Fuß hat 12 Zoll.
6 Danziger-Ellen werden gleich gerechnet mit 5 Brabander-Ell.
100 Danziger-Ruthen werden gleich geſchätzet mit 114 Rheinländiſchen Ruthen und 2 Decimal-Füſſen.
Ein Morgen Landes hat 300 Quadrat-Ruthen.
Eine Hube hat 30 Morgen.

N°. 3. Vom Geträydemaaße.

Eine Laſt hat 60 Scheffel. Ein Malter hat 16 Scheffel.
Ein Scheffel hat 4 Viertel. Ein Viertel hat 4 Metzen.
Eine Groß-Laſt, wornach das Malz gekauft wird, hat 90 der gedachten Scheffel.

N°. 4.

N°. 4. Vom Weinmaaße.

Eine Laſt hat 2 Faß. Ein Faß hat 4 Orhoft oder 6 Aam.
Ein Orhoft gehöret zu halten 1½ Aam, oder 30 Viertel, oder 165 Stofen, welches aber faſt niemals eintrifft.
Ein Aam hat 4 Anker, oder 20 Viertel, oder 110 Stofen.
Ein Anker hat 27½ Stofen. Ein Viertel hat 5½ Stofen.
Ein Boht oder Pipe Sekt hat 3 Aam.
Eine Pipe Spaniſchen Weins aber hat 2½ Aam.

N°. 5. Vom Biermaaße.

Eine Laſt hat 6 Faß. Ein Faß hat 2 Tonnen.
Eine Tonne hat 90 Stofen. Eine Stofe hat 4 Quartier.

N°. 6. Vom Danziger Kramgewichte.

Ein Schiffpfund hat 20 Ließpfund, oder 320 Pfund.
Ein Ließpfund hat 16 Pfund. Ein Großſtein hat 34 Pfund.
Ein Kleinſtein hat 24 Pfund. Eine Laſt Flachs hat 60 Großſt.
Ein Centner hat 120 Pfund, oder 5 Kleinſtein, oder 3 Großſtein und 18 Pfund; wiewohl bey der Stadtwaage der Centner nur à 3½ Großſtein berechnet wird.
Ein Pfund hat 32 Loth. Ein Loth hat 4 Quentlein.
Ein Quentlein hat 4 Pfenniggewichte.
Eine Tonne Butter rechnet man auf 16 Ließpfund oder 256 Pfund.

Kürze halben aber bezeichnet man
Schiffpfund mit Sch℔. Ließpfund mit L℔. Pfund mit ℔.
Großſtein mit Grſt. Kleinſtein mit Klſt. Cent. mit Ctr.
Loth mit Lt. Quentlein mit Qu. Pfenninggewichte mit Pf.

N°. 7. Vom Königsberger Kramgewichte.

Ein Sch℔. hat 20 L℔. oder 400 ℔. Ein L℔. hat 20 ℔.
Ein Grſt. hat 40 ℔. Ein Klſt. hat 25 ℔.
Ein Ctr. hat 128 ℔. Die Eintheilung des ℔ iſt gleich wie vorhin.

N°. 8. Vom Gold- und Silbergewichte,

deſſen Eintheilung an vielen Orten gemein iſt.
Eine Mark hat 16 Loth oder 24 Schott, ſo aber beym Golde Karat genennet wird. Ein

Ein Schott oder Karat hat 4 Gran. Ein Gran hat 3 Grän.
Ein ℔ hat 2 Mark. Eine Unze hat 2 Loth oder 3 Schott.
Ein Loth hat 1½ Schott, oder 4 Q. ꝛc. wie vorhin (No. 6.) gemeldet; wiewohl das Gold- und Silbergewichte mit dem Kramer-Gewichte nicht darum auch gleich schwer iſt. Sonſt ein ℔ maſſiv Drath ohne Seide, rechnet man nur auf 12 Unzen zu 2 Loth.

N°. 9. Vom Apothekergewichte.

Ein ℔ hat 12 Unzen. Eine Unze 8 Drachma.
Ein Drachma hat 3 Scrupel. Ein Scrupel hat 20 Gran.

N°. 10. Von zählenden Dingen.

Ein Schock hat 4 Mandeln oder = 60 Stück
Eine Mandel = = = 15 =
Ein Dutzt = = = 12 =
Ein Zimmer Zobeln oder Mardern = 40 =
Ein Decher Felle oder Häute = 10 =
Ein Sechzig Wagenſchoß hat 60 Hundert.
Ein Hundert (nämlich ein Kleines) hat 2 Schock oder 120. Stück.
Ein großhundert Klappholz hat 48 Schock oder 12 Ring.
Ein Ring = = = 2 Kleinhundert oder 4 Schock.
Ein Ballen Papier hat = 10 Rieß, oder 200 Buch, oder 5000 Bögen im Druckpapier.
Ein Rieß = = = 20 Buch.
Ein Buch Schreibpapier = 24 Bogen.
Ein Buch Druckpapier aber 25 Bogen.
Eine Laſt Hering, Lüneburgiſch Salz, Honig, Pech, Theer ꝛc. hat 12 Tonnen.
Eine Laſt Franz, Schottiſch und Spaniſch Salz, wenn es loß aufs Schiff iſt, 18 Tonnen; aber gepackt in Tonnen, nur 16 Tonnen.
Eine Tonne Hering hat = 13 Wahl, oder 1040 Heringe.
Eine Wahl = hat = = = 80 Heringe.
In den Zeitarten rechnet man insgemein (ob es ſich ſchon nicht wirklich immer alſo verhält.)
Ein Jahr auf 365 Tage, oder 52 Wochen, oder 12 Monathe.
Ein Monath auf 4 Wochen, oder 30 Tage.

Eine

Eine Woche auf 7 Tage.
Ein Tag sammt der Nacht hat 24 Stunden.
Eine Stunde 60 Minuten.
Eine Minute 60 Secunden.

§. 88. Wo im gegenwärtigen Buche eine Münze, Maaß oder Gewichte zu finden, dabey kein Ort gemeldet wird; versteht man aus obgegebener Ursache (§. 86.) die gedachte Preußische, welches ich einmal vor allemal hiermit erinnern wollen.

§. 89. Das Zeichen der Gleichheit zweyer oder auch mehrerer Größen, welches man Kürze halber sich zu bedienen pfleget, ist =

Z. E. Wenn ich setzen will: Ein Ganzes ist gleich $\frac{2}{2}$ oder auch $\frac{3}{3}$ oder auch $\frac{4}{4}$ (§ 49.) so schreibe ich $1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4}$. Item 3 fl. = 1 Thl. = 90 ßr. = 270 ßl. = 1620 ₰ heißt und bedeutet 3 fl. sind gleich 1 Thl. auch gleich 90 ßr, auch gleich 270 ßl, auch gleich 1620 ₰.

Zum Beschluß der Numeration sind noch folgende Sätze nützlich zu betrachten.

§. 90. Wenn man einer Zahl zur Rechten eine o ansetzet, wird sie zehenmal; durch Beyfügung zweyer Nullen aber, hundertmal; und durch den Ansatz dreyer Nullen, tausendmal ꝛc. so groß, als sie zuvor gewesen.

Z. E. Wenn man an die Zahl 47 setzet eine o zur Rechten also: 470; so saget man die Zahl 470 ist zehenmal so groß, als die Zahl 47. Die Zahl 4700 aber ist 100 mal; 47000, 1000 mal so groß, als 47.

Beweis.

Wenn man einer Zahl eine o ansetzet, werden alle ihre Glieder oder Theile, das ist (§. 68.) alle ihre Ziffern, um eine Stelle gegen die linke Hand weiter fortgerücket; folgends wird jede Ziffer dadurch zehenmal so groß, als zuvorhin (§. 63.), nämlich diejenige Ziffer, welche vorher

her Unitäten bedeutet, heißt nun Zehner, und die zuvor Zehner bedeutet, nun Hunderte ꝛc. Derowegen wird nothwendig auch die ganze Zahl, welche ihren Theilen zusammen gleich ist (§. 68. und 47.), solchergestalt zehenmal so groß als zuvor (§. 45.). Gleichermaßen verhält sichs mit den andern Fällen, wenn nämlich 2 oder 3 Nullen ꝛc. angesetzet werden.

§. 91. Wenn man demnach einer Zahl, nicht eine 0, sondern eine bedeutliche Ziffer zur Rechten ansetzet, so wird dieselbe Zahl zwar ebenfalls zehenmal so groß, als sie zuvor gewesen: Allein sie bekommet über dieses noch so viel Unitäten, als die zugesetzte Ziffer bedeutet.

Z. E. Wenn man an 47 eine 3 setzet, also: 473; so saget man die Zahl 473 ist zehenmal so groß als die 47, und enthält darüber noch 3 Unitäten. Auf gleiche Weise verhält sichs mit den vorhin (§. 90.) gedachten andern Fällen, wenn nämlich einer Zahl 2 oder mehr bedeutliche Ziffern beygefüget werden.

§. 92. Wenn eine Zahl zur Rechten eine oder etliche Nullen hat, und man schneidet ihr eine dieser Nullen ab, so wird sie zehnfach; von 2 Nullen hundertfach; von 3 Nullen 1000fach ꝛc. kleiner, als sie zuvor gewesen, das ist, es bleibt nach dem Abschnitte einer Nulle, der zehende Theil, oder ein Zehentel (§. 48.); nach dem Abschnitte zweyer Nullen, ein Hundertel; nach dem Abschnitte dreyer Nullen, ein Tausendtel ꝛc. aus der zuerst gegebenen Zahl übrig.

Z. E. 47 ist $\frac{1}{10}$ aus 470; oder $\frac{1}{100}$ aus 4700; oder $\frac{1}{1000}$ aus 47000 u. s. w.

Beweis.

Denn auf solche Weise werden im ersten Falle alle Theile oder (§. 68.) Ziffern der gegebenen Zahl, gegen die rechte Hand zurück gerücket; folgends fallen dieselben in

in zehnfacher Verkleinerung (§. 65), nämlich diejenige Ziffer, welche vorher (z. E.) Tauſende bedeutet, heißt nun Hunderte; die vorhin Hunderte bedeutet, nun Zehner; und die vorhin Zehner bedeutet, nun Einer. Die aber zuvor Einer bedeutet, wird zwar wegen des Abſchnitts, oder ſolcher Abſonderung, um nichts verkleinert: Allein da hier von einer ſolchen Zahl geredet wird, die in der erſten Stelle zur Rechten eine o hat, ſo ſind auch keine Einer vorhanden. Wenn nun alle Theile der gegebenen Zahl zehnfach kleiner werden, ſo wird nothwendig auch die ganze Zahl zehnfach kleiner, als zuvor. Eben ſolche Bewandniß hat es mit den andern Fällen, wenn 2 oder 3 Nullen ꝛc. abgeſchnitten werden.

§. 93. Wenn demnach eine Zahl zur Rechten eine bedeutliche Ziffer hat, und man ſchneidet ſelbige ab, ſo werden zwar alle übrige Ziffern, wie vorhin gedacht, zurück gerückt; folgends auch zehnfach kleiner, als ſie zuvor geweſen: Außer allein die abgeſchnittene Ziffer, welche vorhin Einer bedeutet, dieſe wird auf ſolche Weiſe noch um nichts verkleinert. Derowegen wenn man auch dieſe um zehnfach kleiner haben will, ſo darf man mit ſelbiger, nach dem Abnehmen der Stellen zur Rechten (§. 66.) nur eine Stelle zurück gehen, das iſt, ſie nur Zehentel benennen.

Z. E. Wenn man von der Zahl 473 die 3 abſchneidet, ſo ſaget man die Zahl 47 iſt $\frac{1}{10}$ aus 470 (§. 92.), aber nicht $\frac{1}{10}$ aus 473: Hingegen iſt 47 $\frac{3}{10}$ juſt $\frac{1}{10}$ aus 473. Gleichergeſtalt verhält ſichs in den andern Fällen, wenn 2 oder mehr bedeutliche Ziffern abgeſchnitten werden.

§. 94. Die kleineſte Ziffer, nämlich 1, zur Linken einer Zahl, enthält mehr als alle übrige Ziffern nach der Rechten zuſammen.

Beweis.

Beweis.

Denn die gröſseſte Ziffer iſt 9: Es bedeutet aber 1 in der zweyten Stelle zehen, das iſt 9 und 1. Desgleichen iſt die gröſseſte Zahl von zweyen Ziffern nur 99: Da hingegen 1 in der dritten Stelle hundert bedeutet, das iſt 99 und 1. Alſo iſt auch die gröſseſte Zahl von dreyen Ziffern, nur 999: Da hingegen 1 in der vierten Stelle Tauſend bedeutet, das iſt 999 und 1. u. ſ. w.

§. 95. Folglich iſt unter zwey Zahlen diejenige allezeit die gröſsere, welche am meiſten Ziffern hat. Denn ſo die Zahl, welche mehr Ziffern hat, in der Stelle zur Linken auch nur eine 1 enthält, ſo bedeutet dieſe 1 doch ſchon mehr als die gröſseſte Zahl, welche in den vorhergehenden Stellen zuſammen möglichſt geſchrieben werden können (§. 94.)

§. 96. Alſo folget auch, wenn zwey Zahlen gleich viel Ziffern haben, daſs diejenige unter ihnen die gröſsere ſeyn müſſe, welche zur Linken eine gröſsere Ziffer hat. Denn wenn ſolche Ziffer auch nur um 1 gröſser iſt, als jene Ziffer zur Linken der andern Zahl, ſo bedeutet doch ſolche 1 ſchon mehr als alle niedrigere Stellen zuſammen (§. 94). Dieſes iſt auch nicht abſolut von den allererſten Ziffern zur Linken, ſondern, daferne dieſe gleich groſs ſind, auch von denenjenigen Ziffern zu verſtehen, welche, nachdem ſolche Gleichheit der Ziffern aufhöret, weiter folgen. Z. E.

86321
iſt gröſser als 79999;
auch gröſser als 85999;
auch gröſser als 86299, u. ſ. w.

§. 97. Wenn zwey ungleiche Zahlen aus gleich viel Ziffern beſtehen, ſo iſt die Kleinere in der Gröſseren nie zehen, ſondern allezeit wenigermal enthalten.

Beweis.

Beweis.

Gesetzt, sie wäre zehenmal in der gröſsern enthalten, so müßte diese wenigstens so groß seyn, als zehenmal die kleinere, das ist, so groß, als wenn man an die kleinere zur Rechten eine o setzte (§. 90.); folglich auch so groß (weil beyde vermöge des Satzes gleich viel Ziffern haben) als eine Zahl, welche eine Ziffer mehr hat. Dieses kann aber unmöglich seyn (§. 95.): Derowegen folget, daß die kleinere nicht zehenmal in jener enthalten seyn kann.

§. 98. Wenn zwey Zahlen gegeben werden, deren eine um eine Ziffer kleiner ist, als die andere; die Ziffer zur Linken (nämlich nach Erklärung §. 96.) der kleinern Zahl aber, gröſser als die Ziffer zur Linken der gröſsern Zahl ist: So muß die kleinere Zahl weniger als zehenmal in solcher gröſsern enthalten seyn.

Beweis.

Der Beweis dieses Satzes ist fast gleich dem vorigen (§. 97.), nämlich: Sollte solche kleinere ja zehenmal in der gröſsern enthalten seyn, so müßte diese aufs mindeste so groß seyn, als zehenmal die kleinere, das ist so groß, als wenn der kleinern eine o zur Rechten beygesetzet wird (§. 90.); folglich (vermöge der Bedingung in dem Satze) auch so groß als eine Zahl, welche mit ihr gleich viel Ziffern, und jedoch zur Linken eine gröſsere Ziffer hat: Dieses kann aber unmöglich seyn (§. 96.); dannenhero folget, daß die kleinere weniger als zehenmal in der andern enthalten seyn müsse.

Von den vier Speciebus, und zwar Von der Addition.

§. 99.

Addiren (§. 43.) heißt verſchiedene gegebene Zahlen zuſammen in eine einzige Zahl bringen, dergeſtalt, daß man diejenige Zahl finde, welche den gegebenen verſchiedenen Zahlen zuſammen genommen gleich ſey.

§. 100. Die gegebenen Zahlen werden die **Summirenden** genannt. Die Zahl aber, welche durch die Addition gefunden wird, heißt man die **Summe**, das **Collect**, oder **Aggregat**. In Anſehung dieſer Summe nun, werden die ſummirenden Zahlen nur als **Theile** aus derſelben betrachtet (§. 46.).

§. 101. Weil eine jede Zahl von vielen Einheiten zuſammen geſetzet iſt (§. 31.), ſo geſchieht das Addiren, wenn man zu der einen gegebenen Zahl die Einheiten der andern nach und nach zählet.

Z. E. Wenn man 3 und 5 addiren ſoll, ſo zählet man zu 3 noch 5 Einheiten, oder (welches einerley) zu 5 noch 3 Einheiten, kommet die begehrte Summa 8.

§. 102. Jedoch iſt dieſes nach und nach Zuſammenzählen der Einheiten, nur von jungen Anfängern zu verſtehen, welche ſich die Einheiten der Zahlen durch die Finger vorzuſtellen pflegen, und alſo das zum Addiren nöthige Zählen, durch die Finger verrichten (§. 58.). Wer aber im Rechnen beſſer fortkommen will, der muß ſo gleich aus dem Kopfe herzuſagen wiſſen, wie viel eine jede einzelne Ziffer zu einer andern Ziffer, oder auch größern Zahl genommen,

men, ausmachet; z. E. daß 6 und 8, 14; 14 und 9 aber, 23 ist. u. s. w.

§. 103. Da aber keine Zahlen sich zusammen setzen und nach voriger Art (§. 101 und 102) in einer Summe als eine einzige Zahl benennen lassen, welche nicht aus einerley Einheiten bestehen (§. 34): So müssen die auf solche Weise summirenden Zahlen auch einerley Einheiten, das ist gleiche Namen (§. 35) haben; und eben denselben Namen bekommet auch die Summe.

§. 104. Derowegen zählet man im Addiren, die Ziffern, welche Einer bedeuten, zu den Ziffern der Unitäten; die Ziffern, welche Zehener bedeuten, zu den Ziffern der Zehener; die Ziffern, so Hunderte bedeuten, zu den Ziffern der Hunderte, u. s. w. jede Art Einheiten zu ihres gleichen.

Die 3. Aufgabe.

§. 105. Verschiedene gegebene große Zahlen zu addiren.

I. Schreibet solche Zahlen dergestalt untereinander, daß alle ihre Stellen zur Rechten fein gerade in einer Columne, folglich die Einer unter den Einern, die Zehener unter den Zehenern, die Hunderte unter den Hunderten ꝛc. zu stehen kommen.

II. Ziehet unter die geschriebenen Zahlen eine Linie (um die hernachkommende Summe von den vorigen Zahlen zu unterscheiden). Alsdenn

III. Zählet besonders zusammen die erste Columne Ziffern zur Rechten, das ist die Einer, und schreibet ge-

rade darunter ihre Summe. Wenn aber solche Summe einen oder mehr Zehener in sich enthält, so schreibet in selbige Stelle nur die in solcher Summe über die Zehner enthaltene Einer (oder daferne darüber keine Einer vorhanden, eine 0) und zählet die Zehener so fort zu den gegebenen Zehenern in der nächstfolgenden Stelle: Die kommende Summe der Zehener setzet gleichfalls gerade unter die gegebenen Zehener, und fahret nach gedachter Weise weiter fort bis zu der letzt gegebenen Stelle. Enthält aber die letzte Summe zur linken Zehener in sich, so setzet solche Summe gebührendermaßen völlig aus, so werdet ihr solchergestalt die verlangte Summe der gegebenen Zahlen unter der Linie heraus bekommen.

Z. E. Wenn ihr die Zahlen 3597, 154, 9068, und 85 zusammen addiren sollet, so schreibet dieselbe auf, als folget:

3597
154
9068
85

Hierauf sprecht (zur Rechten anfangend): 5 und 8 ist 13, noch 4 darzu ist 17, noch 7 darzu ist 24. (Jedoch wenn ihr erst in dem Zusammenzählen geübet, so dürfet ihr das und oder noch darzu nicht wirklich aussprechen, sondern nur in Gedanken behalten, und kurz nur sagen 5, 13, 17, 24). Setzet also die 4 Einer unter die Einer, also:

3597
154
9068
85
4

Die 2 Zehener aber zählet zu den gegebenen Zehenern und schrechet: 2 (nämlich Zehener, welche aus voriger Summe der Einer entstanden) und 8 ist 10, noch 6 darzu ist 16, noch 5 darzu ist 21, noch 9 darzu ist 30, (nämlich Zehener). Setzet demnach (weil in dieser

ser Summe keine Einer vorhanden) eine o in die Stelle der Zehener, wie folget:

3597
154
9068
85
04

Die 3 aber (nämlich 3 Hunderte, das ist 30 Zehener), zählet wie vorhin zu der folgenden Stelle (der Hunderte) und saget: 3 und 1 ist 4, noch 5 darzu ist 9 (nämlich Hunderte). Solche setzet in derselben Stelle der Hunderte, also:

3597
154
9068
85
904

Endlich saget in der letzten Stelle: 9 und 3 ist 12 (nämlich Tausende). Diese setzet, weil keine Zahlen zu addiren mehr folgen, völlig aus; so hat man die verlangte Summe unter der Linie, als folget:

3597
154
9068
85

Summe 12904. Diese Summe nun bekommt allezeit eben denselben Namen, welchen die gegebenen Zahlen haben (§. 103.) Z. E. Wenn diese wären fl. so müßte die Summe auch 12904 fl. heißen: Wären sie aber ℔. so würde die Summe auch 12904 ℔. heißen, u. s. w. Gleichergestalt verfahret auch mit allen dergleichen andern Exempeln.

Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung sind die Einheiten jedes Gliedes ins besondere, das ist alle Einer, alle-

Zehener, alle Hunderte, ꝛc. der gegebenen Zahlen, zusammen gezählet, und folgends gehöriger maßen recht addiret worden (§. 104.). Da nun die gefundene Zahl alle diese Summen der gegebenen Glieder oder Theile in sich enthält; so ist sie demnach so groß, wie alle gegebene Zahlen zusammen genommen (§. 47.); Derowegen sind die gegebenen Zahlen auf solche Weise recht zusammen addiret worden (§. 99.).

§. 106. Noch einige Exempel zur Uebung.

N°. 1. In der Stammtafel der Erzväter von Adam bis auf Noah (Genes. Cap. 5. und 7.) findet man, daß

Adam, als er den Seth gezeuget	=	130	Jahr alt war
Seth, als er den Enos gezeuget	=	105	—
Enos, als er den Kenan gezeuget	=	90	—
Kenan, als er den Mahalaleel gezeuget	=	70	—
Mahalaleel, als er den Jared gezeuget	=	65	—
Jared, als er den Henoch gezeuget	=	162	—
Henoch, als er den Methusalah gezeuget	=	65	—
Methusalah, als er den Lamech gezeuget	=	187	—
Lamech, als er den Noah gezeuget	=	182	—
Noah, als die Sündfluth auf Erden kam	=	600	—

Die Frage ist: Wie viel Jahre sinds von Erschaffung der Welt bis zur Sündfluth?

Antwort: = = = 1656 Jahr.

N°. 2. Als die Kinder Israel (und zwar nur was männlich, von 20 Jahren und darüber, die ins Heer zu ziehen tüchtig waren) in der Wüsten, nach dem Ausgange aus Aegypten, gezählet wurden, so fanden sich (Num. Cap. 1.)

Im

Im Stamme Ruben	46500	Mann.
Im Stamme Simeon	59300	—
Im Stamme Gad	45650	—
Im Stamme Juda	74600	—
Im Stamme Isaschar	54400	—
Im Stamme Sebulon	57400	—
Im Stamme Ephraim	40500	—
Im Stamme Manasse	32200	—
Im Stamme Benjamin	35400	—
Im Stamme Dan	62700	—
Im Stamme Asser	41500	—
Im Stamme Naphthali	53400	—

Wie viel ist die ganze Summe? Antwort: 603550 Mann.

N°. 3. Ihrer Sechse, die ich z. E. mit A. B. C. D. E. und F. benenne, machen eine Gesellschaft,

in welcher	A	100000	fl.
	B	75000	—
	C	56500	—
	D	48720	—
	E	45000	—
und	F	36144	— eingeleget: Wie viel

ist die Summe der ganzen Einlage? Antwort: 361364 fl.

§. 107. Bey großen Rechnungen, da so viele Zahlen zu addiren gegeben werden, welche nicht in einer Columne unter einander gesetzet werden können, verrichtet man die Addition Stückweise nach und nach, und bringet alsdenn die besondern Summen in eine einzige: So ist endlich die Summa Summarum die verlangte Summe aller gegebenen Zahlen. Oder es wird in solchem Falle die kommende Summe aus dem ersten Stücke, (wie in dem Buchhalten bey den Kaufleuten gewöhnlich) so fort oben auf das andere Stücke transportiret, u. s. w. Wovon aber nicht nöthig erachtet, besondere Exempel zu geben.

§. 108. Das Zeichen der Addition ist +, welches durch *plus*, mehr, oder und ausgesprochen wird.

Z. E. Die Summe von 3 und 5, wird angedeutet durch 3 + 5. Item 2 + 3 + 10 + 100 = 115. Dieses heißet und bedeutet 2 und 3 und 10 und 100 zusammen sind gleich (§. 89.) der Zahl 115. Es gehören zwar dergleichen Zeichen eigentlich in die Algebra; Man kann sich aber derselben öfters auch in der Arithmetik Kürze halber bedienen, wie unten mehrmal zu ersehen seyn soll.

Zum Beschluß der Addition sind nachfolgende Betrachtungen dienlich zu merken.

§. 109. Daß man die summirenden Zahlen gewöhnlicher maßen untereinander setzet, geschieht deswegen, damit man die gleiche Art Einheiten in ihren zugehörigen Stellen fein vor Augen sehen, und sich um so viel weniger irren möge. Folgends ist man auch keinesweges an solches Untereinandersetzen gebunden, wenn man sonst nur vermögend ist, alle Stellen fleißig zu beobachten, und also jede Ziffer zu ihrer Art zu zählen. Insonderheit können zwey Zahlen, welche schon nicht untereinander stehen, gar leichte addiret werden, zumal da man allenfalls zu jeder Zahl sich einer Hand bedienen, und die gleichen Stellen, welche zusammen gezählet werden, mit den Fingern bemerken kann.

Z. E. Die Zahl 36852 zu 573691 zu addiren.

Summe 610543

§. 110. Also trägt es sich unterweilen auch zu, daß zu der Summe aus einer gegebenen Addition, noch eine besondere Zahl zu addiren sey; welche beyde Additiones aber in einer einzigen verrichtet werden können, wenn man in der ersten Summirung, die besondere

dere Zahl, ob dieſe ſchon nicht gerade unter jener geſchrieben iſt, gehöriger maßen (wie vorhin im §. 109. erwähnet) ſo fort mit zählet.

Z. E. zu addiren 3857
8264
93250 zuſammen 684

iſt die Summe 106055, in welcher die beyſeit geſchriebenen 684 mit enthalten ſind.

§. 111. Da die Nullen zu nichts anders, als nur allein die leeren Stellen damit zu füllen, dienen (§. 70.): So iſts im Addiren, da die Abſicht nur iſt, die Summe zu finden, keine Nothwendigkeit, alle Nullen, welche die ſummirenden Zahlen, abſonderlich zur Rechten haben, mit aufzuſetzen: Und kommt es hauptſächlich nur auf die bedeutlichen Ziffern an, daß man ſelbige in ihre zugehörige Stellen ſetze.

Z. E. Es ſollen 2347, 5960, und 13400 zuſammen addiret werden, ſo iſts gleich viel, ob ich dieſe Zahlen zum addiren mit den Nullen ganz ausſetze alſo:

2347	oder ohne die Nullen alſo: 2347
5960	596
13400	134
Summe 21707	Summe 21707

§. 112. Und weil es im Addiren auch einerley iſt, ob man die Zahlen von unten herauf, oder von oben herunter zuſammen zählet, und überhaupt es gleich viel gilt, ob man z. E. ſaget 3 zu 5, oder 5 zu 3 (§. 101): So kann man die ſummirenden Zahlen nach eigenem Gefallen untereinander, und folgends das nächſt vorige Exempel auch alſo ſetzen:

	13400	Oder ohne die Nullen also:		134
	5960			596
	2347			2347
Summe	21707		Summe	21707
oder	13400	oder		134
	2347			2347
	5960			596
Summe	21707		Summe	21707
oder	5960	oder		596
	13400			134
	2347			2347
Summe	21707		Summe	21707
oder	5960	oder		596
	2347			2347
	13400			134
Summe	21707		Summe	21707
oder	2347	oder		2347
	13400			134
	5960			596
Summe	21707		Summe	21707
oder	2347	oder		2347
	5960			596
	13400			134
Summe	21707		Summe	21707

§. 113. Daß man aber die Addition allezeit zur Rechten bey der Stelle der gegebenen kleinsten Art Einheiten (§. 62.) anfangen, und ordentlich weiter immerfort von einer niedrigern zu einer höhern Stelle nach der Linken gehen müsse, dieses ist deswegen, damit man für jede kommende Zehen kleinere Einheiten, so fort 1 zu den nächstfolgen-

folgenden gröſsern Einheiten zählen könne (§. 105.). Dahingegen, wenn man zur Linken anfangen, und also die höhern Stellen erſt addiren ſollte, würde man die Summen jeder Stelle völlig ausſetzen, und ſelbige Summen, wenn in den niedrigern Stellen Zehener enthalten, nachmals ins beſondere wiederum aufs neue addiren müſſen.

Als das Exempel aus §. 105. müßte demnach wie folget zu ſtehen kommen:

3597	
154	
9068	
85	
12---	nämlich Tauſends.
6 - -	nämlich Hunderte.
28 -	nämlich Zehener.
24	nämlich Einer.
alsdenn ferner 128--	nämlich Hunderte.
104	nämlich Einer.
Endlich 12904	nämlich Einer.

welches augenſcheinlich ſehr weitläuftig iſt.

§. 114. Wenn demnach ganze Zahlen, nebſt Theilen aus einer ganzen Einheit zu addiren gegeben werden, als welche Theile (§. 52.) noch kleinere Einheiten als die Einer zur Rechten der ganzen Zahlen ſind, ſo muß man aus voriger Urſache die Addition auch bey denſelben kleinern Einheiten anfangen.

§. 115. Es wird im Addiren unter jeder Columne immerfort (bis auf die letzte) nur dasjenige geſetzt, das unter Zehen iſt, hingegen vor jede zehen Einheiten, eine Eins zu der nächſten höhern Stelle gezählet (§. 105.); aus Urſache, weil eben zehen Einheiten aus einer niedrigern Stelle allezeit eine Einheit in der nächſtfolgenden höhern ausmachen

machen (§. 63.). Sollten aber mehr oder weniger als zehen kleinere Einheiten eine 1 in der nächſtfolgenden höhern Stelle ausmachen: So würde man auch dasjenige, das hierunter iſt, unter ſolche kleinere Einheiten ſetzen, und vor ſo viel, als auf eine Einheit in der nächſten höhern Stelle gehen ſollten, jedesmal zu ſolcher höhern Stelle eine Eins zählen.

Z. E. Wenn 18 kleinere Einheiten eine 1 in der nächſten höhern Stelle ausmachen ſollten, und man hätte im Addiren ſolcher kleineren Einheiten derſelben 42 bekommen, dieſe enthalten in ſich 2 mal 18 und darüber noch 6; ſo würde man auch nur die 6 hinſetzen, und vor die 2 mal 18, zu der höhern Stelle 2 zählen.

§. 116. Es iſt keinesweges nothwendig, ſondern vielmehr eine übele Gewohnheit, wenn man die Anzahl der in einer niedrigern Stelle kommenden Zehener, pro memoria (wie es in den Schulen angewieſen zu werden pfleget) immer beyſeit notiret. Denn da dieſelbe ſo fort (§. 105.) gleichſam im erſten Moment, ohne die geringſte Zwiſchenrede oder Rechnung, zu der folgenden Stelle gezählet werden, ſo heißet dieſes nicht im Kopfe rechnen oder etwas im Sinne behalten (wie es einige nennen wollen,) darzu ein Gedächtniß erfodert wird; es geſchähe denn von Leuten, die auch das vergeſſen, was ſie unter Händen haben.

Von der Subtraction.

§. 117.

Subtrahiren (§. 43.) heißt eine gegebene Zahl, von einer andern gegebenen größern oder ihr gleichenden Zahl, abziehen, ſolchergeſtalt, daß man die Zahl finde, welche dem Unterſcheid der gegebenen zweyen Zahlen gleich ſey.

§. 118. Dieſe Definition iſt von der gewöhnlichen Subtraction in bloßen Zahlen zu verſtehen. Denn in der Algebra wird öfters auch eine größere von einer kleinern Größe abgezogen.

§. 119.

§. 119. Die gegebene Zahl, von welcher abgezogen wird, heißt der **Subtrahendus**; die Zahl die man abzieht, **Subtrahens** oder **Subtractor**; und die Zahl, welche gefunden wird, die **Differenz**, oder der **Unterscheid**, oder der **Rest**, das **Residuum**, oder **Uebrigbleibende**.

§. 120. Also sind in Ansehung des Subtrahendi, der Subtractor und Rest nur als Theile zu betrachten (§. 46.); indem diese beyde zusammen genommen allezeit den ganzen Subtrahendum ausmachen müssen (§. 39.).

§. 121. Weil nun eine jede Zahl aus vielen Einheiten besteht (§. 31.), so geschieht das Subtrahiren, wenn man von dem Subtrahendo die Einheiten des Subtractoris nach und nach wegnimmt.

Z. E. Wenn man 3 von 8 subtrahiren soll; so zählet man von 8, nach und nach 3 Einheiten ab, bleibt der begehrte Rest 5.

§. 122. Jedoch ist dasjenige, was oben (§. 102.) von dem Addiren erinnert worden, auch hier bey dem Subtrahiren zu merken; und demnach muß derjenige, der hurtig rechnen will, so fort aus dem Kopfe herzusagen wissen, daß z. E. 6 von 8 abgezogen 2; 9 von 14 aber, 5 übrig lassen.

§. 123. Da der Subtractor und Rest, in der einzigen Zahl des Subtrahendi zusammen liegt (§. 121.), und aber keine Zahlen sich zusammen in einer einzigen Zahl benennen lassen, welche nicht aus einerley Einheiten bestehen (§. 34.); so muß nothwendig in der Subtraction, der Subtrahendus, Subtractor, und Rest, allezeit einerley Einheiten, das ist gleiche Namen (§. 25.) haben.

§. 124. Demnach subtrahiret man die Ziffern, welche Einer bedeuten, von den Ziffern der Einer; Die Zehenen von den Zehenern; die Hunderte von den Hunderten, u. s. w. jede Art Einheiten von ihres gleichen.

§. 125.

§. 125. Wenn aber etliche Zahlen ins besondere gegeben werden, welche von einer andern Zahl abgezogen werden sollen, so kann man sie zwar nach und nach, nämlich erstlich eine derselben, und hernach von dem bleibenden die andern abziehen: Es ist aber in solchem Falle füglicher, wenn man die abzuziehenden Zahlen addiret, und deren Summa auf einmal von dem gegebenen Subtrahendo abzieht.

Z. E. Wenn 1 und hernach 6, von 9 abgezogen werden soll, so kann man zwar erstlich 1 von 9, und alsdenn von den übrigbleibenden 8, hernach die 6 abnehmen: Man darf aber auch nur die 1 zu der 6 legen, und auf einmal 7 von 9 abziehen, so bekommt man ebenfalls den verlangten Rest.

Die 4. Aufgabe.

§. 126. Eine Zahl von einer andern gröſsern zu subtrahiren.

I. Schreibet die gegebenen Zahlen gerade untereinander, auf die Weise, wie im Addiren (§. 105.) angewiesen worden, und zwar, wie insgemein gebräuchlich, den Subtractorem unter den Subtrahendum.

II. Ziehet unter die geschriebenen Zahlen eine Linie (aus eben der im Addiren §. 105. erwehnten Ursache). Alsdenn

III. Subtrahiret, zur Rechten anfangend, besonders die Einer des Subtractoris von den Einern des Subtrahendi, desgleichen die Zehener von den Zehenern, die Hunderte von den Hunderten, u. s. w. und setzet allezeit dasjenige, was übrig bleibt, (oder wo nichts bleibt, eine 0) unter die Linie, an ihren gehörigen Ort, nämlich in eben die Stelle, wo solcher Rest entsteht.

IV.

IV. Wenn aber in einer Stelle eine größere von einer kleinern oder unbedeutlichen (§. 61.) Ziffer abgezogen werden soll, so nehmet aus der folgenden höheren Stelle des Subtrahendi Eines, und thut es in die vorhergehende niedrigere, allwo es Zehen gilt (§. 65.). Alsdenn kann von der um zehen vermehrten Ziffer die verlangte Subtraction geschehen: das Eines aber, welches aus des Subtrahendi folgenden höhern Stelle genommen wird, braucht man deswegen keinesweges sofort wirklich abzuziehen, und also (wie es nach der gemeinen Methode zu geschehen pfleget) die Ziffer in dieser Stelle um 1 zu vermindern, sondern man behält es gleichsam auf Borg so lange im Sinn, bis man die in solcher höhern Stelle gegebene Ziffer des Subtractoris abzieht, da man bey solcher Gelegenheit, so wohl diese Ziffer, als auch das vorige 1, versammleter Weise zugleich auf einmal subtrahiret (§. 125.). Nach solcher Regel werdet ihr allezeit den verlangten Rest unter die Linie bekommen.

Z. E. Wenn ihr 90168063 von 130042965 subtrahiren sollet, so schreibet dieselbe auf, folgender maßen:

130042965 (Subtrahendus)
90168063 (Subtractor)

Hierauf fanget bey der rechten Hand an, und sprechet: 3 von 5 bleiben 2 übrig. Setzet solche 2 unter die Linie in die Stelle der Einer, also:

130042965
90168063
2

Und saget ferner: 6 (nämlich Zehener) von 6 (Zehenern) lässet 0 übrig, welche 0 abermal gerade darunter, nämlich in die Stelle der Zehener gesetzet wird, wie folget:

130042965
90168063
02

Also fahret weiter fort und sprechet: 0 (oder nichts) von 9, lässet 9.

Diese

Diese setzet wie vorhin gerade darunter in die Stelle der Hunderte, also:

130042965
90168063
902

Saget ferner: 8 von 2 kann ich nicht (abziehen). Nehmet demnach im Sinn (oder wie man sonst zu sagen pfleget), 1 aus der folgenden höhern Stelle von der 4, und thut es in diese niedrigere, so habt ihr 12 anstatt 2. Nun sprecht: 8 von 12 bleiben 4 übrig. Welche ihr wiederum unter die Linie gehöriger maßen setzet, also:

130042965
90168063
4902

Das nun von 4 genommene, aber noch nicht wirklich abgezogene 1, versammlet zu des Subtractoris folgenden 6, und sprecht demnach: 7 (als nämlich die 6 und das vorige 1) von 4 kann ich wieder nicht (abnehmen). Derowegen nehmet wie vorhin, 1 aus der folgenden höhern Stelle (ohngeachtet, daß in selbiger nur eine o stehet) und saget alsdenn: 7 von 14, bleiben 7. Diese setzet wiederum gerade darunter, als folget:

130042965
90168063
74902

Sprechet weiter: 2 (nämlich das in dem Subtractore stehende 1 zusammt dem nächst im Sinn genommenen 1) von o, kann ich nicht. Demnach nehmet abermal wie vorhin 1 aus der folgenden höheren Stelle, und ziehet so dann besagte 2 von 10 ab, bleiben 8; welche gleichfalls unter die Linie gesetzet werden, also:

130042965
90168063
874902

Auf solche Weise heißet es ferner: 1 (nämlich das nächst im Sinn genommene,

ne, weil der Subtractor in dieſer Stelle ſonſt nichts als nur o ſtehen hat) von o, kann ich wieder nicht. Derowegen nehmet mehr erwehnter maßen wiederum 1 von der folgenden 3, und ſprecht: 1 von 10, bleiben 9. Solche ſetzet gleichergeſtalt unter die Linie alſo:

130042965
90168063
9874902

Saget weiter: 10 (nämlich die in dem Subtractore befindliche 9 zuſammt dem allernächſt im Sinn genommenen 1) von 3, kann ich abermal nicht. Demnach verfahret angezeigter maßen, und ſaget: 10 von 13, bleiben 3; welche wiederum unter die Linie geſetzet werden, wie folget:

130042965
90168063
Reſt 39874902

Endlich weil in dem Subtractore nichts mehr ſteht, ſo ſubtrahiret nur noch das allerletzt im Sinn genommene 1 von 1, bleibt o, welche o aber, weil ſie in der erſten Stelle zur Linken des gefundenen Reſts kommet, nicht geſchrieben wird (§. 70.); und iſt demnach der verlangte Reſt, 39874902, welcher denn allezeit eben denſelben Namen bekommet, den die gegebenen Zahlen haben (§. 123.). Z. E. Wenn dieſe wären Thl. ſo müßte der Reſt gleichfalls 39874902 Thl. heißen, u. ſ. w.

Beweis.

Vermöge der geſchehenen Rechnung ſind die Einheiten jedes Gliedes, ins beſondere, das iſt die Einer, Zehener, Hunderte, Tauſende ꝛc. gebührend (§. 124.) von einander ſubtrahiret worden; folgends enthält die gefundene Zahl den Reſt aller dieſer Glieder oder Theile in ſich. Indeſſen iſt der Reſt aller Theile zuſammen dem ganzen

Reſte gleich (§. 47.), welcher übrig bleibt, ſo man die ganze gegebene Zahl von der andern abzieht: Derowegen iſt die gefundene Zahl der begehrte ganze Reſt, und ſind demnach die gegebenen Zahlen recht von einander ſubtrahiret worden (§. 117.).

§. 127. Noch etliche Exempel zur Uebung.

N°. 1. Einer hat in Caſſa . . fl. 120000.
Giebt davon aus . . . . fl. 45708. Frage:
Wie viel noch in Caſſa ſind? Antwort fl. 74292

N°. 2. Die Jahrzahl von Erſchaffung der Welt bis anjetzo rechnet man auf 5678,
und von Chriſti Geburt aber . . . 1729. Frage:
Wie viel Jahre von Erſchaffung der Welt bis Chriſti Geburt ſind? Antwort 3949 Jahr.

N°. 3. Ein General hat 30000 Soldaten, hält mit dem Feinde eine Schlacht, und befindet nach gehaltener Schlacht nicht mehr denn 18397 Soldaten; wie viel Soldaten ſind ihm verlohren gegangen? Alſo:

30000
18397

Antwort 11603 Soldaten.

§. 128. Das Zeichen der Subtraction iſt $\div$ oder —, welches durch minus oder weniger ausgeſprochen wird.

Z. E. Den Unterſcheid von 8 und 5 ſchreibt man alſo $8 \div 5$, und heißt 8 weniger 5. Item $10 \div 3 = 6 + 1 = 7$. Dieſes heißt und bedeutet: 10 weniger 3, ſind gleich (§. 89.) 6 und 1 zuſammen (§. 108.), auch gleich der Zahl 7.

Zum Beſchluß der Subtraction dienen nachfolgende Betrachtungen gemerket zu werden.

§. 129. Daß man in der Subtraction den Subtractorem unter den Subtrahendum, und hierunter den Reſt

Rest seßet, ist nur ein gemeiner Gebrauch: Sonst kann man, wie leicht zu erachten, den Subtractorem über den Subtrahendum, und den kommenden Rest darunter, oder nach Belieben auch darüber seßen, welchergestalt denn das angeführte Exempel (§. 126.) auch also geseßet werden kann.

Rest 39874902
Subtract. 90168063
Subtrah. 130042965

Rest 39874902

Oder

Rest 39874902
Subtrahendus 130042965
Subtractor 90168063

Es ist dannenhero, insonderheit wenn es sich zuträgt, daß in einer Rechnung der Subtractor vorhin schon über dem Subtrahendo steht, keines weges nöthig noch nüßlich, denselben allererst aufs neue abzuschreiben, und des gemeinen Gebrauchs wegen, herunter zu seßen.

§. 130. Ja es ist absonderlich allhier in der Subtraction, da nur zwey gegebene Zahlen sind, worzu man allenfalls, um ihre Stellen desto besser zu beobachten, sich der beyden Hände bedienen kann (§.109.), ganz und gar keine Nothwendigkeit, daß selbige unter einander geseßet werden müssen, und kann z. E. vorige Aufgabe auch wohl also stehen:

90168063 von 130042965
Rest 39874902

oder auch nach §. 129. also:

Rest 39874902
90168063 von 130042965

§. 131. Man pfleget insgemein die im Sinne behaltene 1 pro memoria, bey der Ziffer des Subtractoris, mit welcher es zugleich hernach abgezogen wird, durch einen Punct zu bemerken. Allein ich achte solches nur für die nöthig, die gar ein schwaches Gedächtniß haben: Sonst halte es eben für eine solche übele Gewohnheit, als in der Addition das beyseit notiren, wovon oben §. 116. gedacht worden.

§. 132. Daß man aber die Subtraction allezeit zur Rechten bey der Stelle der gegebenen kleinesten Einheiten (§. 62.) anfangen müsse, geschieht der Ursache wegen, damit man im benöthigten Falle immerfort aus der nächstfolgenden höhern Stelle des Subtrahendi, bevor daselbst noch die Subtraction geschehen, 1 nehmen, jedoch aber solches gleichsam auf Borg so lange im Sinne behalten, und es hernach in derselben Stelle mit des Subtractoris Ziffer versammleter Weise zugleich auf einmal abziehen könne (§. 126.): Da hingegen, wenn man zur Linken anfangen, und also erst die gegebenen größesten Einheiten und hernach die kleinern subtrahiren sollte, man bey den niedrigen Stellen, auf erforderlichen Fall, von des gegebenen Subtrahendi höhern Stelle (indem daselbst die verlangte Subtraction solchergestalt bereits würde geschehen seyn) nichts mehr würde nehmen können, sondern den benöthigten Zehener nothwendig von dem in der nächsten Stelle übrig gebliebenen Rest ins besondere abziehen müssen; und daferne man nicht viel Ziffern ohne Noth mehr als einmal unter einander schreiben wollte, so müßte man alle diejenigen Ziffern, welche nicht eigentlich zu dem verlangten Reste gehören, durchstreichen, damit dieser, weil er auf solche Weise nicht ordentlich in einer Reihe, sondern zerstreuet unter den andern Ziffern kommen müßte, von denselben andern unterschieden, und dadurch erkannt werden möge.

Als

Als das Exempel aus §. 126, müßte nach dieſer Art, wie folget, zu ſtehen kommen:

ıƀ∅∅4ƀ∅∅ƀ		3987	
∅∅ı8∅∅3	oder nach §. 129. alſo:	4∅∅8	4902
4∅∅84902			ıƀ∅∅4ƀ∅∅ƀ
3987			∅∅ı8∅∅3

Nämlich 9 von 13, bleiben 4; 0 von 0 bleibt 0; 1 von 0 kann ich nicht, derowegen müßte ein Zehener von den vorhin gebliebenen 40 (indem die höhern Stellen des Subtrahendi bereits ſubtrahiret, und deswegen durchſtrichen worden) abgenommen, folgends auch ſolche 40 durchſtrichen, und in deren Stelle 39 geſetzet werden, ehe man ſagen könnte 1 von 10 bleibt 9, u. ſ. w. welches augenſcheinlich ein weitläuftiger, und faſt confuſer Proceß iſt.

§. 133. Eben aus dieſer Raiſon folget, wenn die gegebenen Zahlen, oder auch nur der Subtractor allein, noch kleinere Einheiten, als die Einer zur Rechten der ganzen Zahlen, nämlich Theile aus einer ganzen Einheit (§. 52.) in ſich enthalten ſollte, daß man in ſolchem Falle die Subtraction bey denſelben kleinern Einheiten anfangen müßte.

§. 134. Jede Ziffer in den niedrigen Stellen des Subtrahendi, ſo lange in denſelben noch eine höhere folget, kann auch kleiner ſeyn, als jede Ziffer in eben denſelben Stellen des Subtractoris, weil ſolchergeſtalt immerfort ein Zehener aus der höhern Stelle zur Hülfe genommen werden kann. Der ganze Subtrahendus aber muß größer, oder doch ſo groß ſeyn, als der ganze Subtractor (§. 117.). Demnach kann die Subtraction bey ſolchen Zahlen nicht wirklich geſchehen, wo der Subtractor aus mehr Ziffern beſteht, als der Subtrahendus (§. 95.), oder auch, wenn ſie beyde gleich viel Ziffern haben, wo

die Ziffer zur Linken des Subtractoris gröſſer iſt, als die Ziffer zur Linken des Subtrahendi (§. 96.).

§. 135. Weil nun die gröſſeſte Ziffer nur 9 iſt, ſo wird in der gemeinen Subtraction nur von 1 aus der höhern Stelle zu nehmen, oder (nach gemeiner Redensart) zu borgen, erwehnet; indem eine Eins aus der höhern Stelle, 10 Einheiten in der niedrigern ausmachet, wovon nicht nur auch die gröſſeſte Ziffer des Subtractoris in dieſer Stelle, ſondern wenn es nöthig iſt, auch bis 10 dergleichen Einheiten abgenommen werden können. Es verſteht ſich aber von ſelbſten; daß man ſonſt, wenn es geſetzt, erfodert werden ſollte, auch 2, 3, 4, ꝛc. höhere Einheiten aus der nächſt folgenden Stelle, welche denn in der vorhergehenden niedrigern Stelle 20, 30, 40, ꝛc. ausmachen, nehmen, oder borgen möge. Und müßte man in ſolchem Falle dem Subtractori in derſelben höhern Stelle hernach ſo viel Einheiten wiederum zulegen, als vorher ſolcher Einheiten aus dieſer Stelle geborgt worden.

§. 136. Alſo iſt auch klar, wenn eine 1 aus der nächſten höhern Stelle nicht 10, ſondern mehr oder weniger als 10 kleinere Einheiten in der niedrigern Stelle ausmachen ſollte, daß man ein geborgtes 1 aus jener höhern Stelle in dieſer niedrigern eben vor ſo viel Einheiten, als es in ſich enthält, berechnen müßte (wie ſolches im Addiren §. 115. bereits erkläret worden).

Von der Multiplication.

§. 137.

Multipliciren (§. 43.) heißt eine gegebene Zahl ſo vielmal zuſammen nehmen, als eine andere gege-

gegebene Zahl bedeutet, dergestalt, daß man eine Zahl finde, in welcher die eine gegebene Zahl so vielmal enthalten ist, als die andere von den gegebenen Einheiten in sich begreift.

§. 138. Die gegebenen Zahlen werden die Factores, und zwar die Zahl, welche man multipliciret oder vielfältiget, der Multiplicandus, die andere aber, mit welcher man multipliciret, der Multiplicans, oder Multiplicator genennet. Die Zahl aber, so gefunden wird, heißt man Product oder Factum.

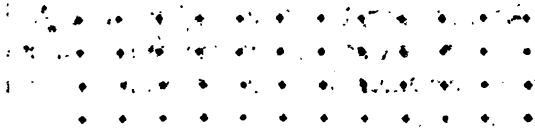
§. 139. Also ist multipliciren, insonderheit wenn der Multiplicator eine ganze Zahl, nichts anders, als den Multiplicandum etliche mal zu sich selbst addiren (§. 99.).

Z. E. Wenn gesagt wird; Die Zahl 12 mit 4 zu multipliciren; so ist es zu verstehen, daß man die 12, 4 mal zusammen addiren solle,

als 12
12
12
12
Summe 48

Die Multiplication aber lehret die verlangte Zahl 48, welche so groß ist, als 4 mal die 12, ohne weitläuftige Addition finden, und ist dannenhero gleichsam eine compendiöse Addition.

§. 140. Wenn man z. E. die Zahl 12 durch eine Reihe Punkte bemerket, und solche 4 mal unter einander setzet; oder, auch nach geometrischer Art eine Fläche nimmt, welche 12 Ruthen, Schuhe oder Zoll lang, und 4 Ruthen, Schuhe oder Zoll breit ist, und zieht durch selbige ordentlich von einer Seite zur andern gleiche Linien, so bekommet man die vorige Summe folgendergestalt:



In dieſer Figur findet man 48 Puncte.

oder

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48

§. 141. In ſolcher Abſicht, wenn nämlich die 48 nicht eine Länge von 48 Ruthen, Schuhen oder Zollen, ſondern 48 gleich große Flächen, welche jede in vier Linien eingeſchloſſen ſind, andeuten, ſo werden ſie eine **Flächen-Zahl** (numerus planus) genennet. Wenn aber die porige geometriſche Figur durchgehends auch eine gleiche Dicke hätte, ſo würden die 48 nicht Flächen, ſondern gleich große Körper, welche jeder in 6 Flächen eingeſchloſſen, bedeuten; und alſo eine **Körperzahl** (numerus ſolidus) heißen.

§. 142. Weil nun Multipliciren eigentlich heißt, eine gegebene Größe ſo vielmal zuſammen nehmen, als eine andere gegebene Zahl in ſich Einheiten enthält (§. 147. u. 139.); ſo iſt klar, daß insgemein in der Arithmetik die gegebenen Factores gleiche oder ungleiche Namen haben mögen, und hat man allerwegen doch nur auf einen derſelben zu ſehen, und ſolchen dem Product beyzulegen: Da hingegen der andere Factor, wenn er auch eine benamte Zahl (§. 37.) iſt, allezeit nur als eine unbenamte bloße Zahl angeſehen wird.

§. 143.

§. 143. Ich werde fernerhin bey benamten Zahlen durch den Multiplicatorem allezeit denjenigen Factorem verſtehen, der eine bloße Zahl iſt, oder als eine bloße Zahl angeſehen wird; durch den Multiplicandum aber diejenige benamte Zahl, welche gevielfältiget, und gleichſam zuſammen addiret wird (§. 139.), auch deswegen in dem Product ihren Namen behält.

§. 144. Dieſes habe ich inſonderheit deswegen zu erinnern nöthig erachtet, damit ihr nicht dieſe Wörter in ſolchem Verſtande nehmet, wie ſie insgemein bey bloßen Zahlen pflegen gebrauchet zu werden (da man diejenige Zahl den Multiplicandum nennet, unter welche die Ausrechnung und Antwort geſtellet wird) und dadurch in meiner Beſchreibung auf ungleiche Gedanken gerathen möget.

§. 145. Zwar kann man in ſchlechten Multiplications-Exempeln, wenn beyde Factores benamte Zahlen ſind, nicht wiſſen, welcher Factor als eine bloße Zahl angeſehen, und welcher oder was vor ein Name dem Product beygeleget werden ſolle. Als wenn in dem vorhin erklärten Exempel die Zahl 4 Gulden, und die andere Zahl 12 Pfunde bedeuten ſollte, ſo könnte man nicht wiſſen, was das Product ſeyn müſſe, 48 Gulden, oder 48 Pfund. Allein wenn man das Exempel mit ſeinen Umſtänden angiebt, aus welchen man die Urſache ſolcher verlangten Multiplication erſehen könne; ſo findet ſich das vorige von ſelbſten. Denn wenn ich z. E. vor 1 fl. bekomme 12 ℔, ſo müſſen mir, nach ſolchem Preiße vor 4 fl. 4 mal 12 ℔, nämlich 48 ℔, gegeben werden. Allhier ſind die Factores, welche miteinander multipliciret werden, 12 ℔ und 4 fl; es zeigen aber die gegebenen Umſtände, daß die 4 fl. nur als die bloße Zahl 4 anzuſehen, folglich auch, daß die 48 in dem Product allerdings ℔ zu benennen ſind. Hingegen wenn ich vor 1 ℔

zahle 4 fl. ſo muß ich vor 12 ℔, 12 mal 4 fl. nämlich 48 fl. zahlen. Hier ſind die Factores abermal 12 ℔ und 4 fl; jedoch erhellet aus den gegebenen Umſtänden von ſelbſten, daß in dieſem Falle die 12 ℔ nur als die ſimple Zahl 12 anzuſehen, und die 48 in dem Producte ℔ zu benamen ſind. Indeſſen weil dieſe Umſtände bey jedem Multiplications-Exempel ins beſondere anzuzeigen, zu weitläuftig fällt; als dienet ein vor allemal folgendes zu wiſſen:

§. 146. Wenn ich ſagen werde: Eine Größe mit einer andern Größe zu multipliciren; ſo verſtehe ich durch die eine Größe, welche dem Wörtlein mit vorhergeht, allezeit den Multiplicandum, weſſen Name in dem Producte bleibt (§. 143.); durch die andere Größe aber, welche dem Wörtlein mit nachgeht, den Multiplicatorem, der allezeit als eine bloße Zahl anzuſehen (ibid.). Als beym gegebenen Exempel (§. 145.) ſage ich im erſten Falle: 12 ℔ mit 4 fl. zu multipliciren, anzudeuten, daß die 4 fl. der Multiplicator, und als eine ſimple Zahl anzuſehen; im andern Falle aber: 4 fl. mit 12 ℔ zu multipliciren, wodurch verſtanden wird, daß die 12 ℔ der Multiplicator, und als eine bloße Zahl anzuſehen ſind.

§. 147. Hingegen in geometriſchen Multiplicationen, wenn man nämlich eine Länge mit einer Breite multipliciret, und alſo in dem Product auf Flächen ſieht (§. 141.), oder auch wenn man eine Fläche mit einer Dicke multipliciret, und alſo auf Körper ſieht (ibid.), da iſt es nöthig, alle Namen der Factorum wohl in acht zu nehmen. Denn wenn z. E. in der obigen geometriſchen Figur (§. 140.) die Länge 12 Ruthen und die Breite 4 Ruthen wären, ſo würden die 48, ſolche Flächen bedeuten, welche

che jede eine Ruthe lang, und eine Ruthe breit (oder wie es in der Geometrie heißt 48 Quadratruthen). Sollte aber die Länge 12 Ruthen und die Breite 4 Schuh heissen; so würden die 48, solcher Art Flächen bedeuten, welche gleiche längliche 4 Ecke sind, deren jedes eine Ruthe lang und nur einen Schuh breit, u. s. w. auch mit den Körpern. Allein von dieser Sache zu seiner Zeit ein mehrers.

§. 148. Indessen, wenn ihr die obige Figuren (ibid.) betrachtet, so könnet ihr selbige entweder als 4 Reihen, in deren jeder 12 Punkte oder Flächen; oder auch als 12 Reihen, in deren jeder 4 Punkte oder Flächen ansehen. Dannenhero habt ihr klar vor Augen, daß das Product 48, so wohl aus 4 mal 12, als auch aus 12 mal 4 entstehe. Folgends gilt es den Zahlen nach gleich viel, ob man saget 12 mit 4, oder 4 mit 12 zu multipliciren.

§. 149. Dannenhero, weil es nach den Zahlen gleich viel ist, welcher von den Factoribus der Multiplicator oder Multiplicandus heiße (§. 138.); so hat man dasjenige, was ich oben (§. 142. und 146.) erwehnet, vornehmlich nur bey den benamten Zahlen zu beobachten, damit man daraus erkennen möge, welcher Factor als eine bloße Zahl anzusehen, und welcher Name in dem Producte bleibt. In der Ausrechnung aber, in welcher nur den bloßen Zahlen nach die Größe des Products gesuchet wird, nimmt man Bequemlichkeit halben, und zwar in so weit, wenn man durch die Multiplication mit dem größern Factore, sonst keinen Vortheil haben kann, gemeiniglich den kleinern Factorem für den Multiplicatorem an.

§. 150. Die Rechnungsart des Multiplicirens, nämlich die Producte compendiöser als durch die Addition zu finden

den (§. 139.), gewinnet ihren Anfang (verstehe in ganzen Zahlen bey der Zahl Zehen. Die Producte aber, welche herauskommen, wenn man die einzelnen Ziffern unter zehen mit einander multipliciret, werden schlechthin durch die gemeine Addition gefunden. Als nämlich addiret 2 zu sich selbst, kommet 4, das ist das Product aus 2 mal 2: Hierzu addiret noch 2, so habt ihr 6, das Product aus 3 mal 2, oder (§. 148) aus 2 mal 3: Zu 6 addiret noch einmal 2, so kommet 8, das Product aus 4 mal 2, u. s. w. Auf gleiche Weise werden auch die übrigen Producte bis 9 mal 9 gefunden.

§. 151. Wer im Multipliciren, geschweige in anderweitigen Rechnungen, hurtig fortkommen will, muß diese Producte der einzelnen Ziffern, wohl im Gedächtniß haben. Derowegen pfleget man den Anfängern solche auf ein Zettelchen vorzuschreiben, welches das Einmal Eins genannt wird, und sie durch öfteres Ueberlesen auswendig lernen müssen.

§. 152. Man pfleget solches Einmal Eins auch folgendergestalt in einer quadratischen Figur aufzusetzen:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Dieses Täfelein wird die Pythagorische Tabelle genennet, und ist derselben Verstand und Gebrauch folgendermaßen: Wenn ihr das Product aus zwey einzelnen Ziffern, z. E. aus 6 mal 9, zu wissen verlanget, so suchet eine der gegebenen Ziffern oben in der ersten Reihe, oder in der Transversalcolumne; die andere

aber

aber in der ersten Columne zur Linken, und gehet von beyden gerade durch das Quadrat gegen einander, so findet ihr in dem Fache oder Felde, allwo die gedachten beyden Columnen, als ein Winkelhaken sich zusammen fügen, das begehrte Product 54; und so auch mit den andern Zahlen.

§. 153. Es ist mir zwar nicht unbewußt, daß man das Einmal Eins noch in verschiedenen andern Figuren, auch wohl kürzer und compendiöser, als nach voriger Art beschreiben kann: Allein es dienen dieselben mehr zur Curiosität (wo ich sie anders curieus heißen darf) als zum Nutzen. Weil aber die allermeisten Rechnungstabellen, wie auch insonderheit fast alle Tabellen in meinem in dreyen Theilen Anno 1724. 25. und 26. in Danzig ausgegebenen so genannten Licht und Recht der Kaufmannschaft, gleich der vorigen Pythagorischen Tabelle zu gebrauchen sind: Als habe diese darum fürstellig gemacht, damit die Anfänger daraus zugleich den Gebrauch anderer Rechnungstabellen erlernen mögen.

§. 154. Da nun alle große Zahlen nur aus einzelnen Ziffern zusammen gesetzet sind (§. 61.), die größeste Ziffer aber nur 9 ist: So kann man vermittelst des vorhin beschriebenen Einmal Eins ferner die Producte der größeren Zahlen viel compendiöser, als durch die Addition (§ 139.) finden, wenn man nur die Stellen der Ziffern beobachtet, wie folgends alle Fälle der vorkommenden Multiplicationen mit mehrern ausgeführet und erkläret werden sollen.

Die 5. Aufgabe.

§. 155. **Eine gegebene große Zahl mit einer einzelnen Ziffer zu multipliciren.**

I. Schreibet die gegebene Zahl als Multiplicandum (§. 149.) vor euch, und die einzelne Ziffer als Multiplicatorem beyseite zur Rechten des Multiplicandi (allwo diese

dieſe Rechnungsart, wie bald folget, ihren Anfang nimmt).

II. Ziehet darunter eine Linie (aus gleichmäßiger Urſache, die in der Addition §. 105. erwehnet worden). Alsdenn

III. multipliciret jedes Glied oder Ziffer des Multiplicandi ins beſondere, und zwar von rechter Hand anfangend, mit der gegebenen einzelnen Ziffer des Multiplicatoris, und ſetzet deren Producte, wie ſie in dem Einmal Eins befindlich, unter die Linie allemal in eben eine ſolche Stelle, als die multiplicirte Ziffer ſteht. Enthält ein Product auch Zehener in ſich, ſo zählet dieſelben, wie vorhin in der Addition, (ibid.) gelehret worden, zum nächſtfolgenden Product; das letzte Product aber ſchreibet ganz aus. Solchergeſtalt kommet unter die Linie das verlangte Product.

Z. E. Wenn ihr 9057632 mit 4 multipliciren ſollet, ſo ſetzet es auf, wie folget:

9057632 (4 Hierauf fanget zur Rechten an, und ſprechet: 4 mal 2 iſt 8. Solche ſetzet unter die Linie (als Einer) in die erſte Stelle, alſo:

9057632
8 (4 Und ſprechet ferner: 4 mal 3 (nämlich Zehener) iſt 12 (Zehener). Von dieſem Product ſetzet die 2 (als Zehener) unter die Linie, in die andere Stelle, neben die vorhin gefundene 8, folgendergeſtalt:

9057632 (4
28 Und das übrige 1 (oder deutlicher zu reden, die übrigen 10 Zehener, das iſt 1 Hundert) behaltet im Sinne zu dem nächſt folgenden Product. Alsdenn ſaget weiter: 4 mal 6 (nämlich Hun-

Hunderte) ist 24 (Hunderte), noch 1 (das ihr zuvor im Sinne behalten) darzu, ist 25. Schreibet demnach die 5 (als Hunderte) unter die Linie in die dritte Stelle neben die vorige 2, als folget:

9057632 (4 Behaltet die 2 von solchem Product 25
5 2 8 abermal im Sinne, wie vorhin, und fahret nach voriger Weise ordentlich weiter fort, sagende: 4 mal 7 ist 28, und 2 (so ihr nächst zuvor im Sinne behalten) ist 30. Setzet die 0 gehöriger maßen unter die Linie also:

9057632 (4 Und behaltet die 3. Hierauf saget:
0528 4 mal 5 ist 20, und (die behaltene) 3, ist 23. Schreibet demnach die 3 unter die Linie, wie folget:

9057632 (4 Und behaltet die 2. Weiter sprecht:
30528 4 mal 0 (oder nichts) ist 0. Derowegen setzet in diese Stelle unter die Linie, die nächst behaltene 2, also:

9057632 (4 Endlich saget: 4 mal 9, ist 36. Diese
230528 setzet, weil in dem Multiplicando keine Ziffer mehr vorhanden, unter die Linie ganz aus, so habt ihr auf solche Weise unter der Linie das verlangte Product folgendergestalt:

9057632 (4
Prod. 36230528

Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung und des Einmal Eins ist jedes Glied des Multiplicandi ins besondere, das ist, die Einer, Zehener, Hunderte, Tausende

sende ꝛc. so vielmal zusammen genommen, als der Multiplicator (hier 4) Einheiten in sich enthält. Und da die gefundene Zahl oder das ganze Product, aus diesen Producten der einzelnen Ziffern gehöriger maßen zusammen gesetzt ist, so enthält sie alle Theile des Multiplicandi, oder welches einerley (§. 47.), den ganzen Multiplicandum, so vielmal in sich, als der Multiplicator Unitäten hat. Derowegen ist sie das verlangte Product (§. 137.).

§. 156. Wenn ihr die beschriebene Regel, und die Ausrechnung des erwehnten Exempels (§. 155.) mit Bedacht leset, so werdet ihr wahrnehmen, daß ich niemals gesagt, jedes Product, der einzelnen Ziffern gerade unter jede multiplicirte Ziffer zu setzen (wie vorhin in der Ausrechnung wirklich geschehen ist, und sonst auch, wo es nicht anderer Absichten wegen anders erfordert wird, insgemein zu geschehen pfleget) sondern nur, daß man solche Producte allemal in eine solche Stelle setze, als die multiplicirten Ziffern stehen; und lieget weiter nichts daran, ob sie gerade oder nicht gerade unter den Multiplicandum, oder auch gar unter den Multiplicatorem, oder gar ins besondere geschrieben werden. Demnach kann man voriges Exempel auch folgender gestalt setzen:

	9057632	oder	9057632
Prod.	36230528 (4	Prod.	36230528 (4

oder 9057632 mit 4 — oder auch anders.

Prod. 36230528

§. 157. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 4603815 Ganze, wie viel Halbe, enthalten sie in sich?

Allhier habt ihr in dem Exempel einen solchen gegebenen Umstand, daß ihr daraus gar leicht erkennen könnet, daß die gegebenen Ganzen mit 2 zu multipliciren, und das Product Halbe zu benennen sey (§. 145.). Denn

wenn

wenn ihr betrachtet, daß jedes Ganze 2 Halbe in sich enthält (§. 49.); so ist leicht zu schließen, daß 4603815 Ganze nothwendig 4603815 mal 2 Halbe in sich begreifen müssen. Demnach muß man allhier die 2 Halbe, 4603815 mal nehmen, wenn man die verlangte Antwort finden will. Weil es aber gleich viel gilt, ob ich sage 4603815 mal 2, oder 2 mal 4603815 (§. 148.) so wird es gewöhnlicher maßen (§. 149.) wie folget, berechnet.

4603815 (2

Antwort 9207630 Halbe.

N°. 2. 386207 Thl., wie viel machen sie fl.? da 1 Thl. ist 3 fl. (§. 87. N°. 2.) wenn ihr diese Aufgabe, wie die vorige betrachtet, so habt ihr abermal einen solchen Umstand, daraus ihr urtheilen könnet, wie dieses Exempel zu berechnen sey. Denn weil 1 Thl. 3. fl. in sich enthält; so müssen 386207 Thl. nothwendig 386207 mal 3 fl. in sich enthalten. Derowegen werden die 386207 mit 3 multipliciret, als folget, und das kommende Product bedeutet fl, indem die 386207 Thl. in diesem Falle nur als die bloße Zahl 386207 anzusehen sind (§. 142. 145.).

386207 (3

Antwort 1158621 fl.

Ebenermaßen hat man zu procediren, wenn man 386207 ℔. zu fl. machen will, deren 3 auf einen ℔. gehen; und heißt in diesem Falle das Product 1158621 fl.

Nota. Durch diese gründliche Betrachtung nächst vorhergehender beyder Exempel, könnet ihr schließen, daß allezeit, wenn Ganze zu Theilen eines Ganzen (§. 48. und 51.), wie z. E. Ganze zu Halben, 3tel, 4tel, 5tel, 10tel, 100tel, ꝛc. oder auch fl zu ℔ oder ℔: ℳ zu Loth ꝛc.) zu

In dieſer Figur findet man 48 Puncte.

oder

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48

§. 141. In ſolcher Abſicht, wenn nämlich die 48 nicht eine Länge von 48 Ruthen, Schuhen oder Zollen, ſondern 48 gleich große Flächen, welche jede in vier Linien eingeſchloſſen ſind, andeuten, ſo werden ſie eine **Flächen-Zahl** (numerus planus) genennet. Wenn aber die vorige geometriſche Figur durchgehends auch eine gleiche Dicke hätte, ſo würden die 48 nicht Flächen, ſondern gleich große Körper, welche jeder in 6 Flächen eingeſchloſſen, bedeuten; und alſo eine **Körperzahl** (numerus ſolidus) heißen.

§. 142. Weil nun Multipliciren eigentlich heißt, eine gegebene Größe ſo vielmal zuſammen nehmen, als eine andere gegebene Zahl in ſich Einheiten enthält (§. 147. u. 139.); ſo iſt klar, daß insgemein in der Arithmetik die gegebenen Factores gleiche oder ungleiche Namen haben mögen, und hat man allerwegen doch nur auf einen derſelben zu ſehen, und ſolchen dem Product beyzulegen: Da hingegen der andere Factor, wenn er auch eine benamte Zahl (§. 37.) iſt, allezeit nur als eine unbenamte bloße Zahl angeſehen wird.

§. 143.

§. 143. Ich werde fernerhin bey benamten Zahlen durch den Multiplicatorem allezeit denjenigen Factorem verſtehen, der eine bloße Zahl iſt, oder als eine bloße Zahl angeſehen wird; durch den Multiplicandum aber diejenige benamte Zahl, welche gevielfältiget, und gleichſam zuſammen addiret wird (§. 139.), auch deswegen in dem Product ihren Namen behält.

§. 144. Dieſes habe ich inſonderheit deswegen zu erinnern nöthig erachtet, damit ihr nicht dieſe Wörter in ſolchem Verſtande nehmet, wie ſie insgemein bey bloßen Zahlen pflegen gebrauchet zu werden (da man diejenige Zahl den Multiplicandum nennet, unter welche die Ausrechnung und Antwort geſtellet wird) und dadurch in meiner Beſchreibung auf ungleiche Gedanken gerathen möget.

§. 145. Zwar kann man in ſchlechten Multiplications-Exempeln, wenn beyde Factores benamte Zahlen ſind, nicht wiſſen, welcher Factor als eine bloße Zahl angeſehen, und welcher oder was vor ein Name dem Product beygeleget werden ſolle. Als wenn in dem vorhin erklärten Exempel die Zahl 4 Gulden, und die andere Zahl 12 Pfunde bedeuten ſollte, ſo könnte man nicht wiſſen, was das Product ſeyn müſſe, 48 Gulden, oder 48 Pfund. Allein wenn man das Exempel mit ſeinen Umſtänden angiebt, aus welchen man die Urſache ſolcher verlangten Multiplication erſehen könne; ſo findet ſich das vorige von ſelbſten. Denn wenn ich z. E. vor 1 fl. bekomme 12 ℔, ſo müſſen mir, nach ſolchem Preiße vor 4 fl. 4 mal 12 ℔, nämlich 48 ℔, gegeben werden. Allhier ſind die Factores, welche miteinander multipliciret werden, 12 ℔ und 4 fl; es zeigen aber die gegebenen Umſtände, daß die 4 fl. nur als die bloße Zahl 4 anzuſehen, folglich auch, daß die 48 in dem Product allerdings ℔ zu benennen ſind. Hingegen wenn ich vor 1 ℔

zahle 4 fl. so muß ich vor 12 ℔, 12 mal 4 fl. nämlich 48 fl. zahlen. Hier sind die Factores abermal 12 ℔ und 4 fl; jedoch erhellet aus den gegebenen Umständen von selbsten, daß in diesem Falle die 12 ℔ nur als die simple Zahl 12 anzusehen, und die 48 in dem Producte ℔ zu benamen sind. Indessen weil diese Umstände bey jedem Multiplications-Exempel ins besondere anzuzeigen, zu weitläuftig fällt; als dienet ein vor allemal folgendes zu wissen:

§. 146. Wenn ich sagen werde: Eine Größe mit einer andern Größe zu multipliciren; so verstehe ich durch die eine Größe, welche dem Wörtlein mit vorhergeht, allezeit den Multiplicandum, wessen Name in dem Producte bleibt (§. 143.); durch die andere Größe aber, welche dem Wörtlein mit nachgeht, den Multiplicatorem, der allezeit als eine bloße Zahl anzusehen (ibid.). Als beym gegebenen Exempel (§. 145.) sage ich im ersten Falle: 12 ℔ mit 4 fl. zu multipliciren, anzudeuten, daß die 4 fl. der Multiplicator, und als eine simple Zahl anzusehen; im andern Falle aber: 4 fl. mit 12 ℔ zu multipliciren, wodurch verstanden wird, daß die 12 ℔ der Multiplicator, und als eine bloße Zahl anzusehen sind.

§. 147. Hingegen in geometrischen Multiplicationen, wenn man nämlich eine Länge mit einer Breite multipliciret, und also in dem Product auf Flächen siehet (§. 141.), oder auch wenn man eine Fläche mit einer Dicke multipliciret, und also auf Körper siehet (ibid.), da ist es nöthig, alle Namen der Factorum wohl in acht zu nehmen. Denn wenn z. E. in der obigen geometrischen Figur (§. 140.) die Länge 12 Ruthen und die Breite 4 Ruthen wären, so würden die 48, solche Flächen bedeuten, welche

che jede eine Ruthe lang, und eine Ruthe breit (oder wie es in der Geometrie heißt 48 Quadratruthen). Sollte aber die Länge 12 Ruthen und die Breite 4 Schuh heissen; so würden die 48, solcher Art Flächen bedeuten, welche gleiche längliche 4 Ecke sind, deren jedes eine Ruthe lang und nur einen Schuh breit, u. s. w. auch mit den Körpern. Allein von dieser Sache zu seiner Zeit ein mehrers.

§. 148. Indessen, wenn ihr die obige Figuren (ibid.) betrachtet, so könnet ihr selbige entweder als 4 Reihen, in deren jeder 12 Punkte oder Flächen; oder auch als 12 Reihen, in deren jeder 4 Punkte oder Flächen ansehen. Dannenhero habt ihr klar vor Augen, daß das Product 48, so wohl aus 4 mal 12, als auch aus 12 mal 4 entstehe. Folgends gilt es den Zahlen nach gleich viel, ob man saget 12 mit 4, oder 4 mit 12 zu multipliciren.

§. 149. Dannenhero, weil es nach den Zahlen gleich viel ist, welcher von den Factoribus der Multiplicator oder Multiplicandus heiße (§. 138.); so hat man dasjenige, was ich oben (§. 142. und 146.) erwehnet, vornehmlich nur bey den benamten Zahlen zu beobachten, damit man daraus erkennen möge, welcher Factor als eine bloße Zahl anzusehen, und welcher Name in dem Producte bleibt. In der Ausrechnung aber, in welcher nur den bloßen Zahlen nach die Größe des Products gesuchet wird, nimmt man Bequemlichkeit halben, und zwar in so weit, wenn man durch die Multiplication mit dem größern Factore, sonst keinen Vortheil haben kann, gemeiniglich den kleinern Factorem für den Multiplicatorem an.

§. 150. Die Rechnungsart des Multiplicirens, nämlich die Producte compendiöser als durch die Addition zu finden

den (§. 139.), gewinnet ihren Anfang (verstehe in ganzen Zahlen bey der Zahl Zehen. Die Producte aber, welche herauskommen, wenn man die einzelnen Ziffern unter zehen mit einander multipliciret, werden schlech hin durch die gemeine Addition gefunden. Als nämlich addiret 2 zu sich selbst, kommet 4, das ist das Product aus 2 mal 2: Hierzu addiret noch 2, so habt ihr 6, das Product aus 3 mal 2, oder (§. 148) aus 2 mal 3: Zu 6 addiret noch einmal 2, so kommet 8, das Product aus 4 mal 2, u. s. w. Auf gleiche Weise werden auch die übrigen Producte bis 9 mal 9 gefunden.

§. 151. Wer im Multipliciren, geschweige in anderweitigen Rechnungen, hurtig fortkommen will, muß diese Producte der einzelnen Ziffern, wohl im Gedächtniß haben. Derowegen pfleget man den Anfängern solche auf ein Zettelchen vorzuschreiben, welches das Einmal Eins genannt wird, und sie durch öfteres Ueberlesen auswendig lernen müssen.

§. 152. Man pfleget solches Einmal Eins auch folgendergestalt in einer quadratischen Figur aufzusetzen:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Dieses Täfelein wird die Pythagorische Tabelle genennet, und ist derselben Verstand und Gebrauch folgendermaßen: Wenn ihr das Product aus zwey einzelnen Ziffern, z. E. aus 6 mal 9, zu wissen verlanget, so suchet eine der gegebenen Ziffern oben in der ersten Reihe, oder in der Transversalcolumne; die andere

aber

aber in der ersten Columne zur Linken, und gehet von beyden gerade durch das Quadrat gegen einander, so findet ihr in dem Fache oder Felde, allwo die gedachten beyden Columnen, als ein Winkelhaken sich zusammen fügen, das begehrte Product 54; und so auch mit den andern Zahlen.

§. 153. Es ist mir zwar nicht unbewußt, daß man das Einmal Eins noch in verschiedenen andern Figuren, auch wohl kürzer und compendiöser, als nach voriger Art beschrieben kann: Allein es dienen dieselben mehr zur Curiosität (wo ich sie anders curieus heißen darf) als zum Nutzen. Weil aber die allermeisten Rechnungstabellen, wie auch insonderheit fast alle Tabellen in meinem in dreyen Theilen Anno 1724. 25. und 26. in Danzig ausgegebenen so genannten Licht und Recht der Kaufmannschaft, gleich der vorigen Pythagorischen Tabelle zu gebrauchen sind: Als habe diese darum fürstellig gemacht, damit die Anfänger daraus zugleich den Gebrauch anderer Rechnungstabellen erlernen mögen.

§. 154. Da nun alle große Zahlen nur aus einzelnen Ziffern zusammen gesetzet sind (§. 61.), die größeste Ziffer aber nur 9 ist: So kann man vermittelst des vorhin beschriebenen Einmal Eins ferner die Producte der größeren Zahlen viel compendiöser, als durch die Addition (§ 139.) finden, wenn man nur die Stellen der Ziffern beobachtet, wie folgends alle Fälle der vorkommenden Multiplicationen mit mehrern ausgeführet und erkläret werden sollen.

Die 5. Aufgabe.

§. 155. Eine gegebene große Zahl mit einer einzelnen Ziffer zu multipliciren.

I. Schreibet die gegebene Zahl als Multiplicandum (§. 149.) vor euch, und die einzelne Ziffer als Multiplicatorem beyseite zur Rechten des Multiplicandi (allwo diese

dieſe Rechnungsart, wie bald folget, ihren Anfang nimmt).

II. Ziehet darunter eine Linie (aus gleichmäßiger Urſache, die in der Addition §. 105. erwehnet worden). Alsdenn

III. multipliciret jedes Glied oder Ziffer des Multiplicandi ins beſondere, und zwar von rechter Hand anfangend, mit der gegebenen einzelnen Ziffer des Multiplicatoris, und ſetzet deren Producte, wie ſie in dem Einmal Eins befindlich, unter die Linie allemal in eben eine ſolche Stelle, als die multiplicirte Ziffer ſteht. Enthält ein Product auch Zehener in ſich, ſo zählet dieſelben, wie vorhin in der Addition, (ibid.) gelehret worden, zum nächſtfolgenden Product; das letzte Product aber ſchreibet ganz aus. Solchergeſtalt kommet unter die Linie das verlangte Product.

Z. E. Wenn ihr 9057632 mit 4 multipliciren ſollet, ſo ſetzet es auf, wie folget:

9057632 (4 Hierauf fanget zur Rechten an, und ſprechet: 4 mal 2 iſt 8. Solche ſetzet unter die Linie (als Einer) in die erſte Stelle, alſo:

9057632 (4
8

Und ſprechet ferner: 4 mal 3 (nämlich Zehener) iſt 12 (Zehener). Von dieſem Product ſetzet die 2 (als Zehener) unter die Linie, in die andere Stelle, neben die vorhin gefundene 8, folgendergeſtalt:

9057632 (4
28

Und das übrige 1 (oder deutlicher zu reden, die übrigen 10 Zehener, das iſt 1 Hundert) behaltet im Sinne zu dem nächſt folgenden Product. Alsdenn ſaget weiter: 4 mal 6 (nämlich Hun-

Hunderte) ist 24 (Hunderte), noch 1 (das ihr zuvor im Sinne behalten) darzu, ist 25. Schreibet demnach die 5 (als Hunderte) unter die Linie in die dritte Stelle neben die vorige 2, als folget:

9057632 (4
528

Behaltet die 2 von solchem Product 25 abermal im Sinne, wie vorhin, und fahret nach voriger Weise ordentlich weiter fort, sagende: 4 mal 7 ist 28, und 2 (so ihr nächst zuvor im Sinne behalten) ist 30. Setzet die 0 gehöriger maßen unter die Linie also:

9057632 (4
0528

Und behaltet die 3. Hierauf saget: 4 mal 5 ist 20, und (die behaltene) 3, ist 23. Schreibet demnach die 3 unter die Linie, wie folget:

9057632 (4
30528

Und behaltet die 2. Weiter sprecht: 4 mal 0 (oder nichts) ist 0. Derowegen setzet in diese Stelle unter die Linie, die nächst behaltene 2, also:

9057632 (4
230528

Endlich saget: 4 mal 9, ist 36. Diese setzet, weil in dem Multiplicando keine Ziffer mehr vorhanden, unter die Linie ganz aus, so habt ihr auf solche Weise unter der Linie das verlangte Product folgendergestalt:

9057632 (4
Prod. 36230528

Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung und des Einmal Eins ist jedes Glied des Multiplicandi ins besondere, das ist, die Einer, Zehener, Hunderte, Tausende

sende ꝛc. so vielmal zusammen genommen, als der Multiplicator (hier 4) Einheiten in sich enthält. Und da die gefundene Zahl oder das ganze Product, aus diesen Producten der einzelnen Ziffern gehöriger maßen zusammen gesetzt ist, so enthält sie alle Theile des Multiplicandi, oder welches einerley (§. 47.), den ganzen Multiplicandum, so vielmal in sich, als der Multiplicator Unitäten hat. Derowegen ist sie das verlangte Product (§. 137.).

§. 156. Wenn ihr die beschriebene Regel, und die Ausrechnung des erwehnten Exempels (§. 155.) mit Bedacht leset, so werdet ihr wahrnehmen, daß ich niemals gesagt, jedes Product, der einzelnen Ziffern gerade unter jede multiplicirte Ziffer zu setzen (wie vorhin in der Ausrechnung wirklich geschehen ist, und sonst auch, wo es nicht anderer Absichten wegen anders erfordert wird, insgemein zu geschehen pfleget) sondern nur, daß man solche Producte allemal in eine solche Stelle setze, als die multiplicirten Ziffern stehen; und lieget weiter nichts daran, ob sie gerade oder nicht gerade unter den Multiplicandum, oder auch gar unter den Multiplicatorem, oder gar ins besondere geschrieben werden. Demnach kann man voriges Exempel auch folgender gestalt setzen:

9057632 (4
Prod. 36230528

oder 9057632 mit 4
Prod. 36230528

oder 9057632 (4
Prod. 36230528

oder auch anders.

§. 157. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 4603815 Ganze, wie viel Halbe, enthalten sie in sich?

Allhier habt ihr in dem Exempel einen solchen gegebenen Umstand, daß ihr daraus gar leicht erkennen könnet, daß die gegebenen Ganzen mit 2 zu multipliciren, und das Product Halbe zu benennen sey (§. 145.). Denn wenn

wenn ihr betrachtet, daß jedes Ganze 2 Halbe in sich enthält (§. 49.); so ist leicht zu schließen, daß 4603815 Ganze nothwendig 4603815 mal 2 Halbe in sich begreifen müssen. Demnach muß man allhier die 2 Halbe, 4603815 mal nehmen, wenn man die verlangte Antwort finden will. Weil es aber gleich viel gilt, ob ich sage 4603815 mal 2, oder 2 mal 4603815 (§. 148.) so wird es gewöhnlicher maßen (§. 149,) wie folget, berechnet.

4603815 (2

Antwort 9207630 Halbe.

N°. 2. 386207 Thl., wie viel machen sie fl.? da 1 Thl. ist 3 fl. (§. 87. N°. 1.) wenn ihr diese Aufgabe, wie die vorige betrachtet, so habt ihr abermal einen solchen Umstand, daraus ihr urtheilen könnet, wie dieses Exempel zu berechnen sey. Denn weil 1 Thl. 3. fl. in sich enthält; so müssen 386207 Thl. nothwendig 386207 mal 3 fl. in sich enthalten. Derowegen werden die 386207 mit 3 multipliciret, als folget, und das kommende Product bedeutet fl, indem die 386207 Thl. in diesem Falle nur als die bloße Zahl 386207 anzusehen sind (§. 142. 145.).

386207 (3

Antwort 1158621 fl.

Ebenermaßen hat man zu procediren, wenn man 386207 ℔. zu ß. machen will, deren 3 auf einen ℔. gehen; und heißt in diesem Falle das Product 1158621 ß.

Nota. Durch diese gründliche Betrachtung nächst vorhergehender beyder Exempel, könnet ihr schließen, daß allezeit, wenn Ganze zu Theilen eines Ganzen (§. 48. und 51.), wie z. E. Ganze zu Halben, 3tel, 4tel, 5tel, 10tel, 100tel, ꝛc. oder auch fl zu ℔ oder ℔: ß zu Loth ꝛc.) zu

machen vorkommen, man ſolches durch die Multiplication ſuchen müſſe.

N°. 3. 600789 fl, wie viel machen ſie Sechſer? deren 5 auf einen fl. gehen.

Oder, wenn man fraget: 600789 ℔. wie viel machen ſie kl. Steine? Alſo:

600789 (5

Antwort 3003945 Sechſer: Oder im andern Falle 3003945 kl. Steine.

N°. 4. 123456789 L. Vls. wie viel machen ſie fl. Holl.? deren 6 auf 1. L. Vls. gehen. Alſo:

123456789 (6

Antwort 740740734 fl. Holl.

N°. 5. 987654321 Wochen, wie viel ſind es Tage? deren 7 eine Woche machen. Alſo:

987654322 (7

Antwort 6913580247 Tage.

N°. 6. 192837465 Ducaten, wie viel enthalten ſie fl. in ſich? wenn 1 Ducaten für 8 fl. gegeben wird. Alſo:

192837465 (8

Antwort 1542699720 fl.

N°. 7. 4611073 Dütchen, wie viel ſind es ß? deren 9 auf 1 Dütchen gehen. Alſo:

4611073 (9

Antwort 41499657 ß.

§. 152. Die Anfänger thun ſehr wohl, wenn ſie alle gegebene Exempel reiflich betrachten, und wohl überlegen (wie inſonderheit vorhin bey N°. 1 und 2 angewieſen habe), damit ihre Sinnen aufgemuntert und zu fernerweitigen Rechnungen deſto geſchickter gemacht werden; wie denn dergleichen Betrachtungen allezeit dienlich und nützlich ſind (§. 44.)

Die

Die 6. Aufgabe.

§. 159. Eine gegebene Zahl mit einer angewachsenen Einheit, das ist (§. 71.) mit 10, 100, oder 1000 ꝛc. zu multipliciren.

Diese Multiplication ist die allerleichteste unter allen Fällen, welche im Multipliciren vorkommen können. Denn setzet ohne einige Berechnung an die gegebene Zahl zur Rechten die eine oder etliche Nullen, (so viel deren in dem Multiplicatore vorhanden,) so geschiehet was man verlanget (§. 90.).

Z. E. N°. 1. 3798 fl, wie viel sind es Dütchen? Deren 10 einen fl. machen. Antwort 37980 Dütchen.

N°. 2. 6359 Amsterdamer Centner, wie viel machen sie dasige ℔? deren 100 auf 1 Ctr. gehen. Antwort: 635900 ℔. Und so auch mit andern.

§. 160. Wenn man eine gegebene Größe etliche mal zusammen nimmt, das ist, mit einer Zahl multipliciret, und solches Vielfache ferner wiederum etliche mal zusammen leget, nämlich abermal mit einer Zahl multipliciret, so hat man die gegebene Größe so vielmal beysammen, als das Product aus den zweyen Zahlen, mit welchen nach und nach multipliciret worden, Einheiten in sich begreift.

Z. E. Wenn man die Größe 4 multipliciret mit 2, und das kommende 2fache, nämlich 8, ferner mit 3; oder auch die gegebene 4 erstlich mit 3, und das kommende 3fache, nämlich 12, ferner mit 2; so bekommet man in beyden Wegen das 6fache, oder 6mal die 4, nämlich 24, weil das Product aus 3mal 2, oder 2 mal 3, (§. 149.) 6 ist.

aus 2 mal 2; 6, aus 2 mal 3; 8, aus 2 mal 4, oder auch aus 2 mal 2 mal 2, u. s. w.

§. 165. Eine Zahl aber, welche auf keine Weise ein Factum aus solchen Factoribus, die allzumal ganze Zahlen sind, seyn kann, heißt man eine Primzahl (numerus primus) das ist, eine Anfangszahl, die aus keinen vorhergehenden kleineren Zahlen durch die Multiplication erwachsen ist, sondern von sich selbsten, als ein Haufen Einheiten, ihren Anfang nimmt.

Z. E. Die Zahlen 2, 3, 5, 7, 11, 13, ꝛc. heißen Primzahlen, indem dieselben aus keinen andern Factoribus in lauter ganzen Zahlen entstehen können, als allein aus 2 mal 1, 3 mal 1, 5 mal 1, 7 mal 1 ꝛc. da 1 weder eine Zahl heißt (§. 34.) noch multipliciren kann; denn 1 mal 2, 3, oder 4, ꝛc. bleibt 2, 3, oder 4, ꝛc.

Die 7. Aufgabe.

§. 166. Eine gegebene Zahl mit einer angewachsenen einzelnen Ziffer, das ist (§. 71.) mit 20. 30. 40. ꝛc. oder 200. 300. 400. oder 2000. 3000. ꝛc. zu multipliciren.

Die Multiplication ist eben so leicht, als die Multiplication mit einer einzelnen Ziffer (§. 155.). Denn multipliciret

I. die gegebene Zahl mit der bedeutlichen Ziffer des Multiplicatoris (ibid.) und setzet

II. an das kommende Product so viel Nullen zur Rechten, als sich in dem Multiplicatore befinden, so bekommet ihr das verlangte Product.

Z. E. Wenn ihr 3879 mit 20 multipliciren sollet, so multipliciret die 3879 mit 2 als folget:

3879 (2

7758

An

An dieſes Product 7758 ſetzet eine 0 zur Rechten, kommen 77580, als das verlangte Product. Alſo auch, wenn der Multiplicator 200 wäre, müſſet ihr 2 Nullen beyſetzen, und würde demnach das verlangte Product 775800 ſeyn, u. ſ. w.

Beweis.

Wenn man einer Zahl eine 0 zur Rechten beyſetzet, wird ſolche Zahl dadurch gezehenfältiget, oder mit 10 multipliciret; und wenn man einer Zahl 2 Nullen beyſetzet, wird ſie dadurch mit 100 multipliciret; u. ſ. w. (§. 159.) Folgends wenn ihr eine Zahl z. E. mit 2 multipliciret, und dem zweyfachen eine Null beyſetzet, das iſt eigentlich mit 10 multipliciret, ſo muß nothwendig das 20fache kommen; ſetzet ihr aber ſolchem zweyfachen 2 Nullen bey, ſo muß allerdings das 200fache heraus kommen (§. 160).

§. 167. Noch verſchiedene Exempel zur Uebung.

N°. 1. 23879 fl. wie viel machen ſie ℳ? deren 30 auf 1 fl. gehen. Alſo: 23879 (30

Antwort 716370 ℳ.

N°. 2. 1473 Königsberger Schfft, wie viel ſind es daſige ℔? deren 400 auf 1 Schfft gehen. Alſo:

1473 (400

Antwort 589200 ℔.

N°. 3. 27 Ballen Druckpapier, wie viel ſind es Bogen? deren 5000 auf 1 Ballen gehen. Alſo:

27 (5000

Antwort 135000 Bogen.

Nota. Ohngeachtet nun, daß man allhier lieber die größere Zahl 5000 als die kleinere 27 für den Multiplicatorem annimmt (§. 149.), indem mit 5000 leichter als mit 27 zu multipliciren, ſo

können ihr dennoch die Antwort unter die 5000 setzen (§. 156.) also:

27 mit 5000

135000 Bogen.

N°. 4. Ein Feldherr zählet an 60000 Mann, einem jeden 13 Thl. Wie viel Thl. beträgt solche Summe? Also:

13 (60000 oder also: 13 mit 60000

Antwort 780000 Thl. Antwort 780000 Thl.

N°. 5. Wie viel machen 700000 mal 29 ℔? Also:

29 (700000 oder also: 29 mit 700000

Antw. 20300000 ℔ Antwort 20300000 ℔

N°. 6. Ein König hat Revenüen jährlich 8 Millionen fl. das ist 8000000 fl: Wie viel fl. betragen dieselben in 42 Jahren? Also:

42 (8000000 oder also: 42 mit 8000000

Antw. 336000000 fl. Antwort 336000000 fl.

N°. 7. Wenn ihr 123456789 mit 90000000 multipliciret: Wie viel kommet im Producte? Also:

123456789 mit 90000000

Antwort 1111111101000000.

§. 168. Wenn man einen gegebenen Multiplicandum mit einem gegebenen Multiplicatore auf einmal multipliciret; oder auch, wenn man den Multiplicatorem in verschiedene oder gleiche Theile zerstreuet (§. 47.), und multipliciret den Multiplicandum mit jedem solcher Theile ins besondere, addiret aber endlich alle kommende Facta zusammen, so müssen in einem Wege so wohl, als in dem andern, einerley Hauptfacta heraus kommen.

Z. E. Wenn man eine gegebene Zahl mit 8 auf einmal multipliciret, oder auch solche 8 in beliebige Theile, als 3+5, oder 4+4, oder 7+1, oder 2+2+4, oder auch anders zerstreuet, folgends die gegebene Zahl mit 3 und 5, oder mit 4 und 4, oder mit 1 und 7, oder mit 2 und 2 und 4 ꝛc. insbesondere multipliciret, und die-

kom-

kommenden Producte addiret; als nämlich das 3 fache zum 5 fachen, das 4 fache zum 4 fachen, das 7 fache zum 1 fachen, das 2 fache und noch einmal 2 fache zum 4 fachen: So kommet in allewege das begehrte 8 fache. Als wenn der gegebene Multiplicandus 12 wäre, so kämen diese Rechnungen also:

	12 (8
	96 das 8 fache.
oder 12	oder 12
36 das 3 fache.	48 das 4 fache.
60 das 5 fache.	48 das 4 fache.
Summe 96 das 8 fache.	Sum. 96 das 8 fache.
oder 12 das 1 fache.	oder 12
84 das 7 fache.	24 das 2 fache.
	24 das 2 fache.
	48 das 4 fache.
Summe 96 das 8 fache.	Summe 96 das 8 fache.

oder auch anders.

Beweis.

Es lieget die Wahrheit dieses Satzes klar vor Augen. Zumal da das Multipliciren eigentlich nur eine compendiöse Addition ist (§. 139.). Folglich heißt eine gegebene Zahl, z. E. mit 8 multipliciren so viel, als solche Zahl 8 mal untereinander setzen, und addiren. Indessen ists gleich viel, ob man 8 Zahlen auf einmal addiret, oder aber stückweise zusammen nimmt, und die kommende Summen aus solchen Stücken endlich addiret (§. 107.): Derowegen müssen in allewege auch gleiche Hauptfacta kommen, wenn man die gegebene Zahl auf einmal mit 8, oder mit solcher ihren Theilen beschriebener maßen ins

beſondere multipliciret, und die Producte endlich addiret.

§. 169. Man nennet dergleichen ſtückweiſe herausgebrachte Facta, die Facta partialia, um dieſelben durch ſolchen Namen von dem Facto totali oder Hauptfacto zu unterſcheiden. Als beym nächſt vorigen Exempel iſt 96 das Hauptfactum das eigentlich verlanget worden: Die andere 2. 3. und 4 fache aber heißen Facta partialia.

Die 8. Aufgabe.

§. 170. **Eine gegebene Zahl mit einer andern gegebenen Zahl, die aus etlichen bedeutlichen Ziffern beſteht, zu multipliciren.**

I. Schreibet den Multiplicandum vor euch, und den Multiplicatorem beyſeite zur Rechten (wie §. 155. gezeiget).

II. Ziehet unter den Multiplicandum eine Linie (um ſolchen von den hernach zu addirenden darunter kommenden Zahlen, damit derſelbe aus Irrthum nicht mit addiret werden möge, zu unterſcheiden).

III. Multipliciret den Multiplicandum mit jeder Ziffer, das iſt (§. 68.) mit jedem Gliede oder Theile des Multiplicatoris ins beſondere (nach Anweiſung §. 155.), und zwar nach dem gemeinen Gebrauch erſtlich mit der Ziffer der Einer, hierunter mit der Ziffer der Zehener, und hierunter weiter mit der Ziffer der Hunderte; u. ſ. w. Merket aber, daß ihr das Product der Ziffer der Zehener, in die Stelle der Zehener, und das Product der Ziffer der Hunderte in die Stelle der Hunderte ꝛc. unter den erſtern Product der Ziffer der Einer, anfanget zu ſchreiben.

IV. Ziehet unter die gefundenen Producte eine Linie (wie

(wie deſſen Urſache im Addiren §. 105. gemeldet); alsdenn

V. addiret alle gefundene Producte, nämlich alle Zahlen, die zwiſchen beyden erwehnten Linien eingeſchloſſen ſind, zuſammen, ſo giebt die Summe das verlangte Hauptfactum.

Z. E. Wenn ihr 2357 mit 438 multipliciren ſollet, ſo multipliciret die 2357 erſtlich mit 8; hierunter beſonders mit 3, und fanget deſſen Product um eine Stelle weiter hinein anzuſchreiben; hierunter ferner mit 4, und fanget deſſelben Product noch eine Stelle weiter hinein anzuſchreiben. Endlich addiret alle gefundene Producte zuſammen, ſo kommet das verlangte Hauptproduct, und ſteht demnach der beſchriebene Proceß, wie folget:

2357 (438

erſtes Factum partiale.	18856	
zweytes Factum partiale.	7071	
drittes Factum partiale.	9428	
Hauptfactum:	1032366,	das verlanget worden.

Beweis.

Das erſte Factum partiale (§. 169.) begreift den Multiplicandum (vermöge §. 155.) ſo vielmal in ſich, als die erſte Ziffer zur Rechten des Multiplicatoris Einheiten hat, (das iſt, im vorgeſtellten Exempel 8 mal). Alſo enthält auch das zweyte Factum partiale, wenn ihm zur Rechten in die leere Stelle der Einer eine o beygeſetzet wird (vermöge §. 166.), den Multiplicandum ſo vielmal in ſich, als die folgende Ziffer des Multiplicatoris nach ihrer Stelle die ſie inen hat (§. 61.), Einheiten bedeutet (nämlich hier 30 mal). Auf gleiche Weiſe begreift das dritte

Factum

Factum partiale, wenn man demſelben zur Rechten in die leeren Stellen der Einer und Zehener 2 Nullen beyſetzet, (vermöge beſagten §. 166.) den Multiplicandum ſo vielmal in ſich, als die ferner folgende Ziffer des Multiplicatoris, nach ihrer Stelle Einheiten hat (das iſt hier 400 mal) u. ſ. w. Indeſſen iſt es allhier, da die Abſicht iſt, die gefundenen Facta partialia zu addiren, keine Nothwendigkeit, die erforderlichen gedachten Nullen wirklich beyzuſetzen (§. 111.); demnach können dieſelben Kürze halben hinweg gelaſſen werden, und iſt genug, wenn man bey jedem Facto partiali angezeigtermaßen, eben ſo viele Stellen zur Rechten leer läſſet, als ſo viel Nullen zu jedem erfordert werden. Wenn nun endlich die Facta partialia aus allen Ziffern oder Theilen des Multiplicatoris (als hier das 8 fache, 30 fache, und 400 fache) zuſammen addiret werden; ſo muß die entſtehende Summe den Multiplicandum ſo vielmal in ſich begreifen, als der ganze Multiplicator (hier 438) Einheiten hat (§. 168.); folgends iſt ſie das verlangte Hauptfactum (§. 137.).

§. 171. Will man das vorige Exempel noch klärer vor Augen haben, ſo multipliciret die 2357 mit 8, 30, und 400 ins beſondere, alſo:

2357 (8	2357 (30	2357 (400
18856	70710	942800

Wenn ihr nun dieſe gefundene Producte addiren wollet, kommet es alſo zu ſtehen:

18856	das 8 fache.
70710	das 30 fache.
942800	das 400 fache.
Summe 1032360	das 438 fache.

Laſſet aber die Nullen zur Rechten fahren, und ſetzet die ſummirenden bedeutlichen Ziffern gehöriger maßen unter einander (§. 111.)

(§. 111.), so kommen dieselben wie vorhin (§. 170.) und also zu stehen:

18856
7071
9428

Summe 1032366.

§. 172. Wenn ihr dieses recht betrachtet, so könnet ihr ohnschwer wahrnehmen, daß es keine Nothwendigkeit, noch auch im geringsten einiger Vortheil, sondern nur eine bloße Gewohnheit sey, wenn man die Multiplication mit der Ziffer zur Rechten des Multiplicatoris, wie vorhin, immer anfängt. Vielmehr stehet es frey, mit welcher Ziffer des Multiplicatoris, als man will, erst oder nach zu multipliciren, wenn man nur die kommenden Facta partialia in ihre gehörige Stellen zum Addiren recht setzet; zumal es wegen der Addition auch gleich viel ist, welches Factum partiale erst oder nach steht (§. 112.).

Demnach kann man das vorige Exempel auch folgendergestalt setzen;

2357 mit 438	Der Grund dieser Ordnung ist nach der Erklärung §. 171. aus beystehenden zu ersehen:	2357 mit 438
9428		942800 das 400 fache.
7071		70710 das 30 fache.
18856		18856 das 8 fache.
1032366		1032366 das 438 fache.

oder 2357 mit 438 . . das ist . 2357 mit 438

7071	70710 das 30 fache.
9428	942800 das 400 fache.
18856	18856 das 8 fache.
1032366	1032366 das 438 fache.

oder 2357 mit 438 . . das ist . 2357 mit 438

7071	70710 das 30 fache.
18856	18856 das 8 fache.
9428	942800 das 400 fache.
1032366	1032366 das 438 fache.

Oder

Beweis.

Es ist diese Sache an sich selbsten klar. Denn wenn ihr z. E. ein zweyfaches Ding 3 mal, oder ein dreyfaches Ding 2 mal zusammen leget, so habt ihr nothwendig ein 6 faches.

§. 161. Gleiche Bewandniß hat es, wenn die Multiplication auch mehr als zweymal continuiret wird.

Z. E. Wenn ihr die Größe 4 multipliciret mit 2; das kommende Zweyfache, nämlich 8, mit 3; das kommende 6fache (§. 160.) nämlich 24, ferner mit 5; so kommet das 30fache, und also 30 mal die 4 nämlich 120. u. s. w.

§. 162. Wenn man demnach eine Zahl mit einer andern Zahl auf einmal, oder mit solcher ihren Factoribus nach und nach multipliciret, so kommen endlich einerley Haupt-Facta heraus.

Z. E. Wenn man eine gegebene Zahl mit 6, oder mit den Factoribus, aus welchen die 6 erwächset, nämlich mit 2 und 3, oder auch mit 3 und 2, nach und nach (auf die Weise wie §. 160. gezeiget) multipliciret, so bekommet man in allen Wegen die gegebene Zahl 6 mal, und also gleiche Facta.

§. 163. Hieraus ist auch offenbar, daß einerley Factores in einander multipliciret, sie mögen im übrigen multipliciret werden, in welcher Ordnung als sie immer wollen, auch einerley Facta geben müssen.

Z. E. Die Facta aus 2 mal 3 mal 4, oder aus 2 mal 4 mal 3, oder aus 4 mal 3 mal 2 ꝛc. das ist, deutlicher zu reden, die endlichen Producte, welche entstehen, wenn ihr 2 mit 3, und das kommende (6) ferner mit 4; oder erstlich 2 mit 4, und das kommende (8) ferner mit 3; oder auch erstlich 3 mit 4, und das kommende (12) mit 2 multipliciret, müssen allezeit einander gleich seyn.

Beweis.

Beweis.

Es braucht allhier keinen sonderlichen Beweis; allein um nur eine Idee davon zu machen, so stellet euch die Einheit für diejenige Größe vor, welche ihr (§. 160.) vielfältigen wollet, alsdenn könnet ihr, z. E. die Zahl 2, als ein zweyfaches Ding, oder eine zweyfache Einheit ansehen. Wenn ihr nun solches 2 fache, nämlich die 2, mit 3, und das kommende (6) mit 4; oder erstlich mit 4, und das kommende (8) hernach mit 3 multipliciret, so erhellet aus §. 161, daß ihr ein 24faches Ding, das ist 24 Einheiten bekommen müsset. Auf gleiche Weise könnet ihr die Zahl 3, als ein dreyfaches Ding, oder eine dreyfache Einheit ansehen, folgends, wenn ihr solches 3fache, nämlich die 3, mit 4, und das kommende (12) ferner mit 2; oder erstlich mit 2, und das kommende (6) hernach mit 4 multipliciret, so muß nothwendig gleichfalls das 24fache, und also 24 Einheiten herauskommen (ibid.) Demnach müssen einerley Factores auch einerley Facta geben, und lieget im übrigen nichts an der Ordnung, in welcher solche Facta durch die Multiplication erzeuget werden.

§. 164. Insonderheit nennet man diejenige Zahl, welche ein Factum aus zweyen, oder auch mehrern solchen Factoribus, die ganze Zahlen sind, seyn kann, eine componirte Zahl (numerus compositus), das ist, eine aus andern ganzen Zahlen durch die Multiplication zusammen gesetzte Zahl.

Z. E. Die gedachte Zahl 24 ist componiret oder zusammengesetzet aus 2 mal 12, oder 3 mal 8, oder 4 mal 6, oder auch aus 2 mal 3 mal 4, oder 2 mal 2 mal 6, oder auch aus 2 mal 2 mal 2 mal 3. Und auf solche Weise heißen die Zahlen 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, ꝛc. componirte Zahlen, denn 4 kann entstehen

aus 2 mal 2; 6, aus 2 mal 3; 8, aus 2 mal 4, oder auch aus 2 mal 2 mal 2, u. s. w.

§. 165. Eine Zahl aber, welche auf keine Weise ein Factum aus solchen Factoribus, die allzumal ganze Zahlen sind, seyn kann, heißt man eine Primzahl (numerus primus) das ist, eine Anfangszahl, die aus keinen vorhergehenden kleineren Zahlen durch die Multiplication erwachsen ist, sondern von sich selbsten, als ein Haufen Einheiten, ihren Anfang nimmt.

Z. E. Die Zahlen 2, 3, 5, 7, 11, 13, ꝛc. heißen Primzahlen, indem dieselben aus keinen andern Factoribus in lauter ganzen Zahlen entstehen können, als allein aus 2 mal 1, 3 mal 1, 5 mal 1, 7 mal 1 ꝛc. da 1 weder eine Zahl heißt (§. 34.) noch multipliciren kann; denn 1 mal 2, 3, oder 4, ꝛc. bleibt 2, 3 oder 4, ꝛc.

Die 7. Aufgabe.

§. 166. Eine gegebene Zahl mit einer angewachsenen einzelnen Ziffer, das ist (§. 71.) mit 20. 30. 40. ꝛc. oder 200. 300. 400. oder 2000. 3000. ꝛc. zu multipliciren.

Die Multiplication ist eben so leicht, als die Multiplication mit einer einzelnen Ziffer (§. 155.). Denn multipliciret

I. die gegebene Zahl mit der bedeutlichen Ziffer des Multiplicatoris (ibid.) und setzet

II. an das kommende Product so viel Nullen zur Rechten, als sich in dem Multiplicatore befinden, so bekommet ihr das verlangte Product.

Z. E. Wenn ihr 3879 mit 20 multipliciren sollet, so multipliciret die 3879 mit 2 als folget:

3879 (2

7758

An

An dieſes Product 7758 ſetzet eine 0 zur Rechten, kommen 77580, als das verlangte Product. Alſo auch, wenn der Multiplicator 200 wäre, müſſet ihr 2 Nullen beyſetzen, und würde demnach das verlangte Product 775800 ſeyn, u. ſ. w.

Beweis.

Wenn man einer Zahl eine 0 zur Rechten beyſetzet, wird ſolche Zahl dadurch gezehenfältiget, oder mit 10 multipliciret; und wenn man einer Zahl 2 Nullen beyſetzet, wird ſie dadurch mit 100 multipliciret; u. ſ. w. (§. 159.) Folgends wenn ihr eine Zahl z. E. mit 2 multipliciret, und dem zweyfachen eine Null beyſetzet, das iſt eigentlich mit 10 multipliciret, ſo muß nothwendig das 20fache kommen; ſetzet ihr aber ſolchem zweyfachen 2 Nullen bey, ſo muß allerdings das 200fache heraus kommen (§. 160).

§. 167. Noch verſchiedene Exempel zur Uebung.

N°. 1. 23879 fl. wie viel machen ſie ℳ? deren 30 auf 1 fl. gehen. Alſo: 23879 (30

Antwort 716370 ℳ.

N°. 2. 1473 Königsberger Schiffl, wie viel ſind es daſige ℔? deren 400 auf 1 Schiffl gehen. Alſo:

1473 (400

Antwort 589200 ℔.

N°. 3. 27 Ballen Druckpapier, wie viel ſind es Bogen? deren 5000 auf 1 Ballen gehen. Alſo:

27 (5000

Antwort 135000 Bogen.

Nota. Ohngeachtet nun, daß man allhier lieber die größere Zahl 5000 als die kleinere 27 für den Multiplicatorem annimmt (§. 149.), indem mit 5000 leichter als mit 27 zu multipliciren, ſo

können ihr dennoch die Antwort unter die 5000 setzen (§. 156.) also:

27 mit 5000

135000 Bogen.

N°. 4. Ein Feldherr zählet an 60000 Mann, einem jeden 13 Thl. Wie viel Thl. beträgt solche Summe? Also:

13 (60000 oder also: 13 mit 60000

Antwort 780000 Thl. Antwort 780000 Thl.

N°. 5. Wie viel machen 700000 mal 29 ℔? Also:

29 (700000 oder also: 29 mit 700000

Antw. 20300000 ℔ Antwort 20300000 ℔

N°. 6. Ein König hat Revenüen jährlich 8 Millionen fl, das ist 8000000 fl: Wie viel fl. betragen dieselben in 42 Jahren? Also:

42 (8000000 oder also: 42 mit 8000000

Antw. 336000000 fl. Antwort 336000000 fl.

N°. 7. Wenn ihr 123456789 mit 90000000 multipliciret; Wie viel kommet im Producte? Also:

123456789 mit 90000000

Antwort 1111111101000000000.

§. 168. Wenn man einen gegebenen Multiplicandum mit einem gegebenen Multiplicatore auf einmal multipliciret; oder auch, wenn man den Multiplicatorem in verschiedene oder gleiche Theile zerstreuet (§. 47.), und multipliciret den Multiplicandum mit jedem solcher Theile ins besondere, addiret aber endlich alle kommende Facta zusammen, so müssen in einem Wege so wohl, als in dem andern, einerley Hauptfacta heraus kommen.

Z. E. Wenn man eine gegebene Zahl mit 8 auf einmal multipliciret, oder auch solche 8 in beliebige Theile, als 3+5, oder 4+4, oder 7+1, oder 2+2+4, oder auch anders zerstreuet, folgends die gegebene Zahl mit 3 und 5, oder mit 4 und 4, oder mit 1 und 7, oder mit 2 und 2 und 4 ꝛc. insbesondere multipliciret, und die-

kom-

kommenden Producte addiret; als nämlich das 3 fache zum 5 fachen, das 4 fache zum 4 fachen, das 7 fache zum 1 fachen, das 2 fache und noch einmal 2 fache zum 4 fachen: So kommet in allewege das begehrte 8 fache. Als wenn der gegebene Multiplicandus 12 wäre, so kämen diese Rechnungen also:

	12 (8
	96 das 8 fache.
oder 12	oder 12
36 das 3 fache.	48 das 4 fache.
60 das 5 fache.	48 das 4 fache.
Summe 96 das 8 fache.	Sum. 96 das 8 fache.
oder 12 das 1 fache.	oder 12
84 das 7 fache.	24 das 2 fache.
	24 das 2 fache.
	48 das 4 fache.
Summe 96 das 8 fache.	Summe 96 das 8 fache.

oder auch anders.

Beweis.

Es lieget die Wahrheit dieses Satzes klar vor Augen. Zumal da das Multipliciren eigentlich nur eine compendiöse Addition ist (§. 139.). Folglich heißt eine gegebene Zahl, z. E. mit 8 multipliciren so viel, als solche Zahl 8 mal untereinander setzen, und addiren. Indessen ists gleich viel, ob man 8 Zahlen auf einmal addiret, oder aber stückweise zusammen nimmt, und die kommende Summen aus solchen Stücken endlich addiret (§. 107.): Derowegen müssen in allewege auch gleiche Hauptfacta kommen, wenn man die gegebene Zahl auf einmal mit 8, oder mit solcher ihren Theilen beschriebener maßen ins

beſondere multipliciret, und die Producte endlich addiret.

§. 169. Man nennet dergleichen ſtückweiſe herausgebrachte Facta, die Facta partialia, um dieſelben durch ſolchen Namen von dem Facto totali oder Hauptfacto zu unterſcheiden. Als beym nächſt vorigen Exempel iſt 96 das Hauptfactum das eigentlich verlanget worden: Die andere 2. 3. und 4 fache aber heißen Facta partialia.

Die 8. Aufgabe.

§. 170. **Eine gegebene Zahl mit einer andern gegebenen Zahl, die aus etlichen bedeutlichen Ziffern beſteht, zu multipliciren.**

I. Schreibet den Multiplicandum vor euch, und den Multiplicatorem beyſeite zur Rechten (wie §. 155. gezeiget).

II. Ziehet unter den Multiplicandum eine Linie (um ſolchen von den hernach zu addirenden darunter kommenden Zahlen, damit derſelbe aus Irrthum nicht mit addiret werden möge, zu unterſcheiden).

III. Multipliciret den Multiplicandum mit jeder Ziffer, das iſt (§. 68.) mit jedem Gliede oder Theile des Multiplicatoris ins beſondere (nach Anweiſung §. 155.), und zwar nach dem gemeinen Gebrauch erſtlich mit der Ziffer der Einer, hierunter mit der Ziffer der Zehener, und hierunter weiter mit der Ziffer der Hunderte; u. ſ. w. Merket aber, daß ihr das Product der Ziffer der Zehener, in die Stelle der Zehener, und das Product der Ziffer der Hunderte in die Stelle der Hunderte ꝛc. unter den erſtern Product der Ziffer der Einer, anfanget zu ſchreiben.

IV. Ziehet unter die gefundenen Producte eine Linie (wie

(wie deſſen Urſache im Addiren §. 105. gemeldet); alsdenn

V. addiret alle gefundene Producte, nämlich alle Zahlen, die zwiſchen beyden erwehnten Linien eingeſchloſſen ſind, zuſammen, ſo giebt die Summe das verlangte Hauptfactum.

Z. E. Wenn ihr 2357 mit 438 multipliciren ſolket, ſo multipliciret die 2357 erſtlich mit 8; hierunter beſonders mit 3, und fanget deſſen Product um eine Stelle weiter hinein anzuſchreiben; hierunter ferner mit 4, und fanget deſſelben Product noch eine Stelle weiter hinein anzuſchreiben. Endlich addiret alle gefundene Producte zuſammen, ſo kommet das verlangte Hauptproduct, und ſteht demnach der beſchriebene Proceß, wie folget:

2357 (438

erſtes Factum partiale.	18856	
zweytes Factum partiale.	7071	
drittes Factum partiale.	9428	
Hauptfactum:	1032366,	das verlanget worden.

Beweis.

Das erſte Factum partiale (§. 169.) begreift den Multiplicandum (vermöge §. 155.) ſo vielmal in ſich, als die erſte Ziffer zur Rechten des Multiplicatoris Einheiten hat, (das iſt, im vorgeſtellten Exempel 8 mal). Alſo enthält auch das zweyte Factum partiale, wenn ihm zur Rechten in die leere Stelle der Einer eine o beygeſetzet wird (vermöge §. 166.), den Multiplicandum ſo vielmal in ſich, als die folgende Ziffer des Multiplicatoris nach ihrer Stelle die ſie inen hat (§. 61.), Einheiten bedeutet (nämlich hier 30 mal). Auf gleiche Weiſe begreift das dritte

Factum

Factum partiale, wenn man demselben zur Rechten in die leeren Stellen der Einer und Zehener 2 Nullen beysetzet, (vermöge besagten §. 166.) den Multiplicandum so vielmal in sich, als die ferner folgende Ziffer des Multiplicatoris, nach ihrer Stelle Einheiten hat (das ist hier 400 mal) u. s. w. Indessen ist es allhier, da die Absicht ist, die gefundenen Facta partialia zu addiren, keine Nothwendigkeit, die erforderlichen gedachten Nullen wirklich beyzusetzen (§. 111.); demnach können dieselben Kürze halben hinweg gelassen werden, und ist genug, wenn man bey jedem Facto partiali angezeigtermaßen, eben so viele Stellen zur Rechten leer lässet, als so viel Nullen zu jedem erfordert werden. Wenn nun endlich die Facta partialia aus allen Ziffern oder Theilen des Multiplicatoris (als hier das 8 fache, 30 fache, und 400 fache) zusammen addiret werden; so muß die entstehende Summe den Multiplicandum so vielmal in sich begreifen, als der ganze Multiplicator (hier 438) Einheiten hat (§. 168.); folgends ist sie das verlangte Hauptfactum (§. 137.).

§. 171. Will man das vorige Exempel noch klärer vor Augen haben, so multiplicire die 2357 mit 8, 30, und 400 ins besondere, also:

2357 (8	2357 (30	2357 (400
18856	70710	942800

Wenn ihr nun diese gefundene Producte addiren wollet, kommet es also zu stehen:

18856 das 8 fache.
70710 das 30 fache.
942800 das 400 fache.

Summe 1032360 das 438 fache.

Lasset aber die Nullen zur Rechten fahren, und setzet die summirenden bedeutlichen Ziffern gehöriger maßen unter einander (§. 111.)

(§. 111.), so kommen dieselben wie vorhin (§. 170.) und also zu stehen:

18856
7071
9428

Summe 1032366.

§. 172. Wenn ihr dieses recht betrachtet, so könnet ihr ohnschwer wahrnehmen, daß es keine Nothwendigkeit, noch auch im geringsten einiger Vortheil, sondern nur eine bloße Gewohnheit sey, wenn man die Multiplication mit der Ziffer zur Rechten des Multiplicatoris, wie vorhin, immer anfängt. Vielmehr stehet es frey, mit welcher Ziffer des Multiplicatoris, als man will, erst oder nach zu multipliciren, wenn man nur die kommenden Facta partialia in ihre gehörige Stellen zum Addiren recht setzet; zumal es wegen der Addition auch gleich viel ist, welches Factum partiale erst oder nach steht (§. 112.).

Demnach kann man das vorige Exempel auch folgendergestalt setzen;

2357 mit 438	Der Grund dieser Ordnung ist nach der Erklärung §. 171. ans beystehenden zu ersehen:	2357 mit 438
9428		942800 das 400 fache.
7071		70710 das 30 fache.
18856		18856 das 8 fache.
1032366		1032366 das 438 fache.

oder

2357 mit 438	das ist	2357 mit 438
7071		70710 das 30 fache.
9428		942800 das 400 fache.
18856		18856 das 8 fache.
1032366		1032366 das 438 fache.

oder

2357 mit 438	das ist	2357 mit 438
7071		70710 das 30 fache.
18856		18856 das 8 fache.
9428		942800 das 400 fache.
1032366		1032366 das 438 fache.

Oder

Oder auch anders, wie dergleichen Veränderungen zu dieſem Ende in der Addition (§. 112.) bereits fürſtellig gemacht worden.

§. 173. Es iſt nicht undienlich, ſich hierinne wohl zu üben, weil man öfters (wie fernerhin gezeiget werden ſoll,) einige Vortheile daraus haben kann. Die Anfänger aber können, damit ſie die gehörigen Stellen deſto weniger verfehlen dürften, bey jedem Facto partiali vorher zur Rechten an ſtatt Nullen nur ſo viel Puncte allemal notiren, als diejenige Ziffer des Multiplicatoris, mit welcher man multipliciret, in demſelben gegen die Rechte noch Stellen hat, und anbey nur merken, daß allezeit der erſte Punct zur Rechten, als auch die erſte Ziffer zur Rechten desjenigen Facti partialis, welches aus des Multiplicatoris Ziffer der Einer erwächſet, fein gerade untereinander in einer Columne zu ſtehen komme. Als bey nächſt gedachtem Exempel iſt der Multiplicator 438, ſo könnet ihr bey dem Facto partiali von der 3, Einen, und bey dem von der 4, Zwey Puncte notiren (weil die 3 noch eine, und die 4 noch 2 Stellen in dem Multiplicatore zur Rechten hat); ſolchergeſtalt, daß derſelben Anfangspunkte ſammt der Anfangsziffer des Facti partialis von der 8 (als welches Factum keinen Punkt bekommet), zur Rechten gerade unter einander kommen, wie folget:

2357 mit 438	od. 2357 mit 438	od. 2357 mit 438
9428..	18856	7071.
7071.	7071.	18856
18856	9428..	9428..
1032366	1032366	1032366

Durch ſolche Punkte werdet ihr nicht leichtlich in den Stellen fehlen können, wenn ihr auch bald mit der einen und bald mit der andern Ziffer des Multiplicatoris nach eigenem Gefallen multipliciret. Die

Die 9. Aufgabe.

§. 174. Eine gegebene Zahl mit einer andern, die aus einer 1 nebſt einer oder mehrern bedeutlichen Ziffern beſteht (als 13, 41, 127, 371, 108, ꝛc.) zu multipliciren.

Unter andern Vortheilen, die man durch erwehnte Uebung (§. 173.) öfters haben kann, iſt auch dieſes einer, daß man im gegenwärtigen Falle, da der Multiplicator in einer Stelle eine 1 hat, eine Reihe Ziffern ſammt der oberſten Linie erſparen kann. Denn da euch freygeſtellet iſt, mit welcher Ziffer des Multiplicatoris, als ihr wollet, die Multiplication anzufangen; ſo fanget lieber mit derſelben 1 an, und weil 1 nicht multipliciren kann, ſo könnet ihr euch des Multiplicandi ſelbſt an ſtat des Einfachen bedienen, ohne daſſelbe ins beſondere allererſt abzuſetzen. Demnach multipliciret nur

I. mit den andern bedeutlichen Ziffern des Multiplicatoris, und ſetzet die kommenden Facta partialia gehöriger maßen aus- oder einwärts. Alsdenn

II. addiret alles zuſammen, ſo habt ihr das verlangte Product.

Z. E. 5897 mit 31 zu multipliciren. Dieſes ſteht alſo:

17691 .

182807

So aber der Multiplicator allhier 13 wäre, ſo würde es wie folget zu ſtehen kommen: 5897 .

17691

76661

§. 175.

§. 175. Noch etliche Exempel zur Uebung.

N°. 1.	4387 mit 251	N°. 2.	4387 .. mit 152
	21935.		21935.
	8774..		8774
	1101137		666824
N°. 3.	4387. mit 215	N°. 4.	4387 .. mit 102
	8774..		8774
	21935		447474
	943205		
N°. 5.	4387 mit 201	N°. 6.	4387 mit 210
	8774..		8774.
	881787		921270
N°. 7.	98 mit 101	N°. 8.	679 mit 1001
	98..		679...
	9898		679679

§. 176. Aus diesen beyden letztern Exempeln könnet ihr wahrnehmen, daß man bey dergleichen Aufgaben das verlangte Product so fort hin schreiben kann, weil in jeder Stelle nur eine einzige Ziffer kommt, folgends nichts zu addiren ist. Als bey den angeführten Exempeln dürfet ihr nur neben den 98 noch einmal 98, und neben den 679 noch einmal 679 so fort hinschreiben, so habt ihr die verlangten Producte 9898, und 679679.

§. 177. Wenn in einem Multiplicatore in der Mitten Nullen stehen, übergeht man dieselben, und multipliciret nur mit desselben bedeutlichen Ziffer, nach voriger Anweisung.

Z. E. 2357 mit 403008 zu multipliciren
18856 steht also:
7071...
9428....
Prod. 949889856

Oder

Oder alſo: 2357 mit 403008	oder alſo: 2357 mit 403008
9428.....	7071...
7071...	18856
18856	9428.....
949889856	949889856

§. 178. Aus dem nächſtgebrachten Exempel könnet ihr abermals (wie §. 167. N°. 3. gedacht) wahrnehmen, daß es öfters viel vortheilhaftiger ſey, die gröſſere von den zu multiplicirenden gegebenen zweyen Zahlen für den Multiplicatorem anzunehmen. Inmaßen wenn ihr die 403008 mit 2357 multipliciret, kommt zwar eben daſſelbe vorhin herausgebrachte Product, aber durch einen langſamern Weg; wie folgends zu erſehen:

403008 mit 2357
2821056
2015040
1209024
806016
949889856

Dannenhero hat man in der Multiplication jederzeit darauf zu ſehen, welche von beyden gegebenen Zahlen in der Ausrechnung am bequemſten der Multiplicator oder Multiplicandus ſey (§. 149.).

§. 179. Wenn aber ein Multiplicator oder auch ein Multiplicandus zur Rechten Nullen hat; ſo übergeht man zwar dieſe alle in der Ausrechnung: Allein ſie müſſen aufs letzte dem kommenden Producte zur Rechten beygeſetzet werden.

Als wenn in dem angezogenen Exempel (§. 170.) der Multiplicator 43800 wäre, ſo dürfte man nur eben alſo, wie oben gezeiget, procediren, und übrigens dem Hauptfacto die 2 Nullen zur Rechten beyſetzen, als folget:

2357 mit 43800

18856
7071
9428

Product 103236600

Also auch wenn der Multiplicandus 2357, Nullen zur Rechten hätte, als z. E.

2357000 mit 438 zu multipliciren so kommet es also:

18856
7071
9428

Product 1032366000

Nicht minder ist zu verfahren, wenn beyde gegebene Zahlen Nullen zur Rechten hätten. Z. E.

2357000 mit 43800 zu multipliciren, setzet es also:

18856
7071
9428

Product 103236600000

Beweis.

Dieses ist gleich dem Beweise §. 166, welchen ihr nachschlagen könnet. Indessen will ich die daselbst angeführten Gründe auf gegenwärtigen Satz, insonderheit auf das fürgestellte Exempel, mit wenigem nur appliciren: Wenn ihr z. E. 2357 mit 438 multipliciret, kommen 1032366; dieses Product ist das 438 fache von der Größe 2357. Setzet ihr aber daran 2 Nullen (das ist §. 159, mit 100 multipliciret) so habt ihr allerdings das 43800 fache von der gedachten Größe 2357 (§. 160).

Gleicher-

Gleichermaßen könnet ihr euch fürstellen, daß das Product 1032366 auch das 2357 fache sey von der Größe 438 (indem ihr die 2357 als Multiplicatorem betrachten könnet). Wenn nun an solches Product 3 Nullen gesetzet werden, so kommt nothwendig das 2357000 fache von der jetzt gemeldeten Größe 438. Hieraus erhellet ferner, weil das Product aus 438 mal 2357000, ist 1032366000, daß, wenn an dieses noch 2 Nullen gesetzet werden, man alsdenn das Product aus 43800 mal 2357000 bekommen müsse.

§. 180. Noch allerhand Exempel zur Uebung.

N°. 1. 5397 Großstein wie viel machen sie ℔? deren 34 auf 1 Grst. gehen. Also:

5397 (34
21588
16191

Antwort 183498 ℔.

N°. 2. Eine Summe Geldes ist in 3275 gleiche Theile vertheilet worden, und ist auf jeden 509 fl. gekommen; Wie viel ist selbige Summe gewesen? Also:

3275 (509
29475
16375

Antwort 1666975 fl.

N°. 3. Ein vierseitiges Feld, auf die Weise wie oben §. 140. zu ersehen, ist 573 Schuhe lang und 430 Schuhe breit: Wie viel beträgt desselben Inhalt an gevierten Schuhen? das ist, wie viel kleine Flächen, deren jede 1 Schuh lang und 1 Schuh breit, sind in solchem Felde enthalten? Also:

573 (430
1719
2292

Antwort 246390 gevierte Schuhe.

N°. 4. Einer will einen viergleichseitigen Saal mit kleinen Steinen belegen, oder bepflastern lassen, findet darzu in die Länge 250, und in die Breite 250 solcher Steine nöthig: Wie viel muß er demnach derselben insgesammt darzu haben? Also:

250 (250
125
50

Antwort 62500 Steine.

N°. 5. Einer will sein Hausdach auf beyden Seiten mit Ziegelsteinen decken lassen, muß darzu auf jeder Seite in die Länge 53, und in die Breite oder Höhe 39 Steine haben: Wie viel Steine werden demnach insgesammt darzu erfordert? Wenn ihr dieses Exempel betrachtet, so könnet ihr leicht urtheilen, daß zu jeder Seite 39 mal 53, und also zu beyden Seiten 2 mal 39 mal 53 Steine erfordert werden; folglich wird allhier ein Factum gesuchet aus den Factoribus, 2, 39, und 53 in einander multipliciret; Derowegen könnet ihr solches Factum auf dreyerley Art finden (§. 163.), wie folget:

53 (39
477
159
2067 (2

Antw. 4134 St.

oder 53 (2
106
(39
954
318

Antw. 4134 St.

oder 39 (2
78
(53
234
390

Antw. 4134 St.

N°. 6. Ein gemein Jahr von 365 Tagen; wie viel enthält es Stunden und Minuten? Also:

365 mit 24 zu Stunden
1460
730

Erste Antwort 8760 Stunden. (60 zu Minuten.

Andere Antwort 525600 Minuten.

Nämlich weil man hier auch die Stunden des ganzen Jahres zu wissen verlanget, so muß es, wie gezeiget, berechnet werden. Sonst aber, wenn die Frage nur nach den Minuten allein gewesen wäre, so könnte man die Antwort, als das Factum aus 365, 24, und 60, wie beym vorigen Exempel N°. 5. gemeldet, auch auf andere Art finden.

N°. 7.

N°. 7. 3794 Holländiſche Laſt Geträyde; wie viel ſind es allda Schepel? deren 108 auf eine Laſt gehen. Alſo:

3794.. mit 108
30352

Antwort 409752 Schepel.

N°. 8. 8357 Thl. Pol. wie viel ſind es ℛ? deren 1620 auf 1 Thl. gehen. Alſo: 8357.. mit 1620
50142.
16714

Antwort 13538340 ℛ

N°. 9. 2460 Königsberger ℔. wie viel ſind es ℳ? deren 128 auf 1 ℔. gehen. Alſo: 2460. mit 128
492.
1968

Antwort 314880 ℳ.

N°. 10. 1379 ℳ wie viel ſind es ℛ? deren 512 auf 1 ℳ gehen. Alſo: 1379. mit 512
2758
6895..

Antwort 706048 ℛ.

§. 181. Wenn man eine Zahl mit ſich ſelbſt multipliciret, ſo heißt man das entſtehende Factum das Quadrat derſelben Zahl. Sie aber wird in Anſehung dieſes Quadrats, die Quadratwurzel (radix quadrata) genennet; aus Urſache, weil ſolches Factum juſt in einem Quadrat oder gleichem Vierecke, das iſt in einer flachen Figur, welche gleiche Länge und Breite hat, fürgeſtellet werden kann.

Z. E. Wenn die Figur oben (§. 140.) 4 Schuhe lang, und 4 Schuhe breit wäre, ſo würde ſolche Figur 4 mal 4 kleinere Flächen in ſich enthalten, deren jede 1 Schuh lang und 1 Schuh breit. In ſolcher Abſicht nennet man die Zahl 16 eine Quadratzahl von 4; und

die 4, welche mit ſich ſelbſt multipliciret wird, als in erwehnter Figur, die Länge oder Breite allein, die Quadratwurzel aus 16. Alſo auch iſt oben (§. 180. N°. 4.) die Zahl 62500 ein Quadrat, deſſen Wurzel aber iſt die Zahl 250.

§. 182. Multipliciret man eine Quadratzahl ferner mit ihrer Wurzel, ſo nennet man das kommende neue Factum, eine Cubiczahl, oder auch ſchlechthin einen Cubum; und in Anſehung derſelben, die Zahl, welche dreymal ſolchergeſtalt in einander multipliciret wird, die Cubicwurzel (radix cubica); weil ein ſolches Factum juſt in einem Cubo, das iſt in einem Körper, welcher von 6 gleichen Quadraten wie ein Würfel eingeſchloſſen, fürgeſtellet werden kann.

Z. E. Wenn ein Körper 4 Schuhe lang, 4 Schuhe breit, wie auch 4 Schuhe dicke iſt, ſo enthält ſolcher Körper in ſeiner Länge und Breite 4 mal 4 oder 16 kleinere Cubos, deren jeder 1 Schuh lang, 1 Schuh breit und 1 Schuh dicke; da aber ſolcher Körper auch 4 Schuhe dicke iſt, ſo enthält er überhaupt 4 mal die erwehnten 16 Cubos, das iſt in allem 64 ſolche kleinere Cubos. In Anſehung deſſen heißt man die Zahl 64 eine Cubiczahl; und die Zahl 4, als die Länge, Breite, oder Dicke von ſolchem Körper, die Cubicwurzel aus 64.

§. 183. Das Zeichen der Multiplication iſt insgemein dieſes $\times$, welches durch mal ausgeſprochen wird, (ſonſt pflegen auch verſchiedene Mathematici die Multiplication durch ein Comma (,) oder einen Punct (.) anzudeuten).

Z. E. Wenn 4 mit 7 multipliciret werden ſoll, ſo ſchreibt man 4×7, welches ſo viel heißt, als 4 mal 7. Item $10 + 8 = 20 \div 2 = 3 \times 6 = 18$. Dieſes heißt und bedeutet (§. 89,

108, und 128) 10 und 8, ſind gleich 20 weniger 2; auch gleich 3 mal 6, wie auch gleich 18.

Zum Beſchluß der Multiplication ſind noch folgende Betrachtungen, und die daraus entſtehende Aufgaben nicht undienlich zu beobachten.

§. 184. Es iſt leicht zu erachten, daß der 1ſte Artikel in §. 155 und 170. ſolchergeſtalt zu verſtehen ſey, wenn die gegebenen Zahlen nicht vorhin ſchon aufgeſchrieben wären. Wenn aber in einer Rechnung etwas zu multipliciren vorkommt, da die Zahlen, welche mit einander multipliciret werden ſollen, vorhin ſchon für euch geſchrieben ſtehen, ſo iſt es allerdings ein Ueberfluß, wenn ihr den Multiplicatorem allererſt neben den Multiplicandum zur Rechten, wie beſagter Artikel lehret, aufs neue hinſetzen wollet.

§. 185. Daß man die Multiplication immer bey der erſten Ziffer des Multiplicandi zur Rechten anfängt, iſt die Urſache gleich wie beym Addiren (§ 113.), damit man die entſtehenden Zehener aus dem Producte der kleinern Einheiten ſo fort zu dem Producte der größern Einheiten zählen könne (§. 155): Da hingegen wenn man zur Linken des Multiplicandi anfangen, und alſo die höhern Stellen zu erſt multiplicíren ſollte, würde man die Producte aus jeder Stelle ganz ausſetzen, und dieſe alle ins beſondere hernach addiren müſſen.

Als das obige Exempel (ibid.) müßte auf ſolche Weiſe, als folget, zu ſtehen kommen: 9057632 mit 4

360
20
28
24
128

Product 36230528

welches augenſcheinlich zu weitläuftig.

§. 186. Aus gleichem Grunde folget, wenn der Multiplicand-

§. 175. Noch etliche Exempel zur Uebung:

N°. 1. 4387 mit 251
21935.
8774..
1101137

N°. 2. 4387.. mit 152
21935..
8774
666824

N°. 3. 4387. mit 215
8774..
21935
943205

N°. 4. 4387.. mit 102
8774
447474

N°. 5. 4387 mit 201
8774..
881787

N°. 6. 4387 mit 210
8774.
921270

N°. 7. 98 mit 101
98..
9898

N°. 8. 679 mit 1001
679...
679679

§. 176. Aus diesen beyden letztern Exempeln könnet ihr wahrnehmen, daß man bey dergleichen Aufgaben das verlangte Product so fort hin schreiben kann, weil in jeder Stelle nur eine einzige Ziffer kommt, folgends nichts zu addiren ist. Als bey den angeführten Exempeln dürfet ihr nur neben den 98 noch einmal 98, und neben den 679 noch einmal 679 so fort hinschreiben, so habt ihr die verlangten Producte 9898, und 679679.

§. 177. Wenn in einem Multiplicatore in der Mitten Nullen stehen, übergeht man dieselben, und multipliciret nur mit desselben bedeutlichen Ziffer, nach voriger Anweisung.

Z. E. 2357 mit 403008 zu multipliciren
18856 steht also:
7071...
9428....
Prod. 949889856

Oder

Oder also: 2357 mit 403008	oder also: 2357 mit 403008
9428.....	7071...
7071...	18856
18856	9428.....
949889856	949889856

§. 178. Aus dem nächstgedachten Exempel könnet ihr abermals (wie §. 167. N°. 3. gedacht) wahrnehmen, daß es öfters viel vortheilhaftiger sey, die größere von den zu multipliciren gegebenen zweyen Zahlen für den Multiplicatorem anzunehmen. Inmaßen wenn ihr die 403008 mit 2357 multipliciret, kommt zwar eben dasselbe vorhin herausgebrachte Product, aber durch einen langsamern Weg; wie folgends zu ersehen:

403008 mit 2357
2821056
2015040
1209024
806016...
949889856

Dannenhero hat man in der Multiplication jederzeit darauf zu sehen, welche von beyden gegebenen Zahlen in der Ausrechnung am bequemsten der Multiplicator oder Multiplicandus sey (§. 149.).

§. 179. Wenn aber ein Multiplicator oder auch ein Multiplicandus zur Rechten Nullen hat; so übergeht man zwar diese alle in der Ausrechnung: Allein sie müssen aufs letzte dem kommenden Producte zur Rechten beygesetzet werden.

Als wenn in dem angezogenen Exempel (§. 170.) der Multiplicator 43800 wäre, so dürfte man nur eben also, wie oben gezeiget, procediren, und übrigens dem Hauptfacto die 2 Nullen zur Rechten beysetzen, als folget:

2357 mit 43800

18856
7071
9428

Product. 103236600

Also auch wenn der Multiplicandus 2357, Nullen zur Rechten hätte, als z. E.

2357000 mit 438 zu multipliciren so kommet es also:

18856
7071
9428

Product 1032366000

Nicht minder ist zu verfahren, wenn beyde gegebene Zahlen Nullen zur Rechten hätten. Z. E.

2357000 mit 43800 zu multipliciren, setzet es also:

18856
7071
9428

Product 103236600000

Beweis.

Dieses ist gleich dem Beweise §. 166, welchen ihr nachschlagen könnet. Indessen will ich die daselbst angeführten Gründe auf gegenwärtigen Satz, insonderheit auf das fürgestellte Exempel, mit wenigem nur appliciren: Wenn ihr z. E. 2357 mit 438 multipliciret, kommen 1032366; dieses Product ist das 438 fache von der Größe 2357. Setzet ihr aber daran 2 Nullen (das ist §. 159, mit 100 multipliciret) so habt ihr allerdings das 43800 fache von der gedachten Größe 2357 (§. 160).

Gleicher-

Gleichermaßen könnet ihr euch fürstellen, daß das Product 1032366 auch das 2357 fache sey von der Größe 438 (indem ihr die 2357 als Multiplicatorem betrachten könnet). Wenn nun an solches Product 3 Nullen gesetzet werden, so kommt nothwendig das 2357000 fache von der jetzt gemeldeten Größe 438. Hieraus erhellet ferner, weil das Product aus 438 mal 2357000, ist 1032366000, daß, wenn an dieses noch 2 Nullen gesetzet werden, man alsdenn das Product aus 43800 mal 2357000 bekommen müsse.

§. 180. Noch allerhand Exempel zur Uebung.

N°. 1. 5397 Großstein wie viel machen sie ℔? deren 34 auf 1 Grst. gehen. Also:

5397 (34
21588
16191

Antwort 183498 ℔.

N°. 2. Eine Summe Geldes ist in 3275 gleiche Theile vertheilet worden, und ist auf jeden 509 fl. gekommen; Wie viel ist selbige Summe gewesen? Also:

3275 (509
29475
16375

Antwort 1666975 fl.

N°. 3. Ein vierseitiges Feld, auf die Weise wie oben §. 140. zu ersehen, ist 573 Schuhe lang und 430 Schuhe breit: Wie viel beträgt desselben Inhalt an gevierten Schuhen? das ist, wie viel kleine Flächen, deren jede 1 Schuh lang und 1 Schuh breit, sind in solchem Felde enthalten? Also:

573 (430
1719
2292

Antwort 246390 gevierte Schuhe.

N°. 4. Einer will einen viergleichseitigen Saal mit kleinen Steinen belegen, oder bepflastern lassen, findet darzu in die Länge 250, und in die Breite 250 solcher Steine nöthig: Wie viel muß er demnach derselben insgesammt darzu haben? Also:

250 (250
125
50

Antwort 62500 Steine.

N°. 5. Einer will sein Hausdach auf beyden Seiten mit Ziegelsteinen decken lassen, muß darzu auf jeder Seite in die Länge 53, und in die Breite oder Höhe 39 Steine haben: Wie viel Steine werden demnach insgesammt darzu erfordert? Wenn ihr dieses Exempel betrachtet, so könnet ihr leicht urtheilen, daß zu jeder Seite 39 mal 53, und also zu beyden Seiten 2 mal 39 mal 53 Steine erfordert werden; folglich wird allhier ein Factum gesuchet aus den Factoribus, 2, 39, und 53 in einander multipliciret: Derowegen könnet ihr solches Factum auf dreyerley Art finden (§. 163.), wie folget:

53 (39
477
159
2067 (2

Antw. 4134 St.

oder 53 (2
106
954 (39
318

Antw. 4134 St.

oder 39 (2
78
234 (53
390

Antw. 4134 St.

N°. 6. Ein gemein Jahr von 365 Tagen; wie viel enthält es Stunden und Minuten? Also:

365 mit 24 zu Stunden
1460
730

Erste Antwort 8760 Stunden. (60 zu Minuten.

Andere Antwort 525600 Minuten.

Nämlich weil man hier auch die Stunden des ganzen Jahres zu wissen verlanget, so muß es, wie gezeiget, berechnet werden. Sonst aber, wenn die Frage nur nach den Minuten allein gewesen wäre, so könnte man die Antwort, als das Factum aus 365, 24, und 60, wie beym vorigen Exempel N°. 5. gemeldet, auch auf andere Art finden. N°. 7.

N°. 7. 3794 Holländiſche Laſt Getrayde; wie viel ſind es allda Schepel? deren 108 auf eine Laſt gehen. Alſo:

3794.. mit 108
30352

Antwort 409752 Schepel.

N°. 8. 8357 Thl. Pol. wie viel ſind es ℛ? deren 1620 auf 1 Thl. gehen. Alſo: 8357.. mit 1620
50142.
16714

Antwort 13538340 ℛ

N°. 9. 2460 Königsberger ℒ. wie viel ſind es ℳ? deren 128 auf 1 ℒ. gehen. Alſo: 2460. mit 128
492.
1968

Antwort 314880 ℳ.

N°. 10. 1379 ℳ wie viel ſind es ℛ? deren 512 auf 1 ℳ gehen. Alſo: 1379. mit 512
2758
6895..

Antwort 706048 ℛ.

§. 181. Wenn man eine Zahl mit ſich ſelbſt multipliciret, ſo heißt man das entſtehende Factum das Quadrat derſelben Zahl. Sie aber wird in Anſehung dieſes Quadrats, die Quadratwurzel (radix quadrata) genennet; aus Urſache, weil ſolches Factum juſt in einem Quadrat oder gleichem Vierecke, das iſt in einer flachen Figur, welche gleiche Länge und Breite hat, fürgeſtellet werden kann.

Z. E. Wenn die Figur oben (§. 140.) 4 Schuhe lang, und 4 Schuhe breit wäre, ſo würde ſolche Figur 4 mal 4 kleinere Flächen in ſich enthalten, deren jede 1 Schuh lang und 1 Schuh breit. In ſolcher Abſicht nennet man die Zahl 16 eine Quadratzahl von 4; und

die 4, welche mit sich selbst multipliciret wird, als in erwehnter Figur, die Länge oder Breite allein, die Quadratwurzel aus 16. Also auch ist oben (§. 180. N°. 4.) die Zahl 62500 ein Quadrat, dessen Wurzel aber ist die Zahl 250.

§. 182. Multipliciret man eine Quadratzahl ferner mit ihrer Wurzel, so nennet man das kommende neue Factum, eine Cubiczahl, oder auch schlechthin einen Cubum; und in Ansehung derselben, die Zahl, welche dreymal solchergestalt in einander multipliciret wird, die Cubicwurzel (radix cubica); weil ein solches Factum just in einem Cubo, das ist in einem Körper, welcher von 6 gleichen Quadraten wie ein Würfel eingeschlossen, fürgestellet werden kann.

Z. E. Wenn ein Körper 4 Schuhe lang, 4 Schuhe breit, wie auch 4 Schuhe dicke ist, so enthält solcher Körper in seiner Länge und Breite 4 mal 4 oder 16 kleinere Cubos, deren jeder 1 Schuh lang, 1 Schuh breit und 1 Schuh dicke; da aber solcher Körper auch 4 Schuhe dicke ist, so enthält er überhaupt 4 mal die erwehnten 16 Cubos, das ist in allem 64 solche kleinere Cubos. In Ansehung dessen heißt man die Zahl 64 eine Cubiczahl; und die Zahl 4, als die Länge, Breite, oder Dicke von solchem Körper, die Cubicwurzel aus 64.

§. 183. Das Zeichen der Multiplication ist insgemein dieses ×, welches durch mal ausgesprochen wird, (sonst pflegen auch verschiedene Mathematici die Multiplication durch ein Comma (,) oder einen Punct (.) anzudeuten).

Z. E. Wenn 4 mit 7 multipliciret werden soll, so schreibt man 4 × 7, welches so viel heißt, als 4 mal 7. Item 10 + 8 = 20 ÷ 2 = 3 × 6 = 18. Dieses heißt und bedeutet (§. 89,

108, und 128) 10 und 8, ſind gleich 20 weniger 2; auch gleich 3 mal 6, wie auch gleich 18.

Zum Beſchluß der Multiplication ſind noch folgende Betrachtungen, und die daraus entſtehende Aufgaben nicht undienlich zu beobachten.

§. 184. Es iſt leicht zu erachten, daß der 1ſte Artikel in §. 155 und 170. ſolchergeſtalt zu verſtehen ſey, wenn die gegebenen Zahlen nicht vorhin ſchon aufgeſchrieben wären. Wenn aber in einer Rechnung etwas zu multipliciren vorkommt, da die Zahlen, welche mit einander multipliciret werden ſollen, vorhin ſchon für euch geſchrieben ſtehen, ſo iſt es allerdings ein Ueberfluß, wenn ihr den Multiplicatorem allererſt neben den Multiplicandum zur Rechten, wie beſagter Artikel lehret, aufs neue hinſetzen wollet.

§. 185. Daß man die Multiplication immer bey der erſten Ziffer des Multiplicandi zur Rechten anfängt, iſt die Urſache gleich wie beym Addiren (§ 113.), damit man die entſtehenden Zehener aus dem Producte der kleinern Einheiten ſo fort zu dem Producte der größern Einheiten zählen könne (§. 155): Da hingegen wenn man zur Linken des Multiplicandi anfangen, und alſo die höhern Stellen zu erſt multipliciren ſollte, würde man die Producte aus jeder Stelle ganz ausſetzen, und dieſe alle ins beſondere hernach addiren müſſen.

Als das obige Exempel (ibid.) müßte auf ſolche Weiſe, als folget, zu ſtehen kommen: 9057632 mit 4

360
20
28
24
128

Product 36230528

welches augenſcheinlich zu weitläuftig.

§. 186. Aus gleichem Grunde folget, wenn der Multiplicand-

aus noch kleinere Einheiten, als die Einer zur Rechten der ganzen Zahlen, das ist Theile aus einer ganzen Einheit (§. 52.) in sich enthalten sollte, daß man auch die Multiplication bey denselben kleinern Einheiten anfangen müßte.

§. 187. Dasjenige, was oben (§. 115.) bey der Addition angemerket worden, ist nicht minder auch bey der Multiplication zu merken, also, daß wenn mehr oder weniger als 10 kleinere Einheiten eine 1 in der nächstfolgenden höhern Stelle ausmachen sollten; so müßte man auch in dem Producte solcher kleinern Einheiten, nur dasjenige setzen, das nicht eine 1 in der folgenden Stelle erreichet, und vor jede Anzahl kleinere Einheiten, als so viel deren auf die nächste höhere Einheit gehen, eine Einheit zu dem Producte solcher höhern Einheiten zählen; wie dieses im gedachten § mit einem Exempel erkläret worden.

§. 188. Es werden insgemein die Anfänger, wie im Addiren (wovon bereits §. 116. gemeldet) also auch im Multipliciren angewiesen, die Anzahl derer im Sinne zu behaltenden Zehener pro memoria beyseite zu notiren. Allein meines Bedünkens ist solches weder hier, noch auch im Addiren nöthig, noch dienlich. Ob gleich auch die gegebene Raison im Addiren (ibid.) allhier bey der Multiplication keine statt findet; zumal, da in der Multiplication, die behaltenen Zehener nicht so wohl zu der folgenden Stelle, als insonderheit zu dem folgenden Producte, mithin dieselbe auch nicht so fort ohne Zwischenrede, oder Zwischenrechnung, zu dem Product in folgender Stelle gezählet werden: So achte ich solches Memoriren doch überhaupt nur vor eine übele Gewohnheit. Und habe ich so wohl dieses, als dasjenige oben in der Subtraction (§. 131.) um so vielmehr erinnern sollen, je hinderlicher solche Gewohnheit zu anderweitigem vortheilhaften Rechnen ist. Genug ists, alsdenn, wenn das Gedächtniß bereits abgenommen, derselben Nebennotiz sich zu bedienen; ich sehe aber nicht vor gut an, die Jugend in ihrer Blüthe zum Kriechen und Faullenzen anzugewöhnen, da man vielmehr ihre Sinnen, so viel als möglich, aufmuntern soll.

§. 189. Da die Rechnungsart der Addition so wohl (§. 105.), als der Multiplication (§. 155. 166. 170.), immerfort zur Rechten ihren Anfang nimmt; insonderheit

heit auch, da die Multiplication eigentlich nur ein kurze Addition iſt (§. 139.), und eine beſonder geſchriebene Zahl zu den untereinander geſchriebenen auf einmal addiret werden kann (§. 110.): So iſt es auch, im Falle bey einer Multiplication, zu dem kommenden Producte noch eine beſondere Zahl zu addiren ſey, gar ein leichtes, die begehrte Multiplication und Addition in einem einzigen Proceß zu verrichten.

Die 10. Aufgabe.

§. 190. Eine gegebene Zahl zu multipliciren, und zugleich eine andere gegebene Zahl zum Producte zu addiren.

Nehmet bey Multiplicirung jeder Ziffer des Multiplicandi ſofort die Ziffer der ſummirenden Zahl, welche eben in dergleichen Stelle ſteht, zu dem kommenden Product, ſo geſchieht, was man verlanget.

Z. E. N°. 1. Wenn ihr zu 4 mal 9057632 noch 325 addiren ſollet, ſo kommet die verlangte Antwort auf einmal, als folget: 9057632 (4 zu 325

Antwort 36230853.

Nämlich ſaget: 4 mal 2, iſt 8, darzu 5 (als die Stelle der Einer in der ſummirenden Zahl) iſt 13. Setzet alſo 3, und behaltet 1. Ferner ſprecht: 4 mal 3 iſt 12, noch das behaltene 1 iſt 13, hierzu noch 2 (aus der ſummirenden Zahl) iſt 15. Schreibet demnach 5, und behaltet abermal 1. Weiter ſaget: 4 mal 6 iſt 24, noch das nächſt behaltene 1, iſt 25, darzu die 3 (aus der ſummirenden) iſt 28. Setzet 8, und behaltet 2. Ferner procediret wie gewöhnlich, ſo bekommet ihr die geſuchte Antwort.

N°. 2. Wenn oben §. 167 N°. 1. neben den 23879 fl. noch 24 gr. gegeben werden, und man verlanget selbige fl. und gr. zu lauter gr. zu machen, so steht es also:

23879 fl. 24 gr. (30

Antwort 716394 gr.

Nämlich die 4 Einer, von der summirenden Zahl 24, müssen in der Antwort in die Stelle der Einer, das ist in die Stelle, da sonst eine 0 gekommen, gesetzet werden; und die 2 Zehener zählet man zu der folgenden Stelle der Zehener.

N°. 3. Wenn oben §. 159. N°. 2. bey 6539 Amsterdamer Centner, noch 83 ℔. stünden, und man wollte alles zu ℔. machen, so würde die Antwort ohne einige Berechnung kommen. Also: 653983 ℔.

Denn wenn ihr mit 100 multipliciren sollet, setzet ihr dem Multiplicando zwey Nullen bey (ibid.): Demnach setzet in die Stellen der Nullen so fort die summirende 3 Einer und 8 Zehener.

§. 191. Ihr könnet zwar eben also verfahren, wenn der Multiplicator auch mehr als nur eine einzelne Ziffer hat; immaßen ihr die summirende Zahl nach voriger Weise zu demjenigen Facto partiali nehmen könnet, welches aus des Multiplicatoris Ziffer der Einer entsteht.

Z. E. N°. 1. Zu 438 mal 2357 noch 46 zu addiren, könnte also stehen:

2357 (438 zu 46

18902
7071
9428

Antwort 1032412

Allhier

Allhier sind die 46 zu dem ersten Facto partiali genommen worden. Allein in diesem Falle, da man die Facta partialia ohnedem zu addiren hat, ist es etwas bequemer, die summirende Zahl (als hier 46) aufs letzte in der gedachten Addition mit zu zählen (§. 110.), und also beyde Additiones auf einmal zu verrichten, als folget:

2357 (438 zu 46
18856
7071
9428

Antwort 1032412

Allhier sind die Facta partialia gewöhnlicher maßen gesetzet, und die 46 zu dem Hauptfacto gezählet worden.

N°. 2. Wenn oben §. 180. N°. 1. bey den 5397 Groschstein noch 25 ßß. wären, und man begehrte alles zu ßß. zu machen, so würde die Berechnung folgendergestalt kommen:

5397 Grst. 25 ßß. (34
21588
16191

Antwort 183523 ßß.

N°. 3. Zu 570 mal 8900 noch 17 zu addiren. Also:

(570
623
445

Antwort 5073017

§. 192. Weil auch die Rechnungsart der Subtraction (§. 126.), gleich der Multiplication, ihren Anfang zur Rechten nimmt; so fällt es auch nicht schwer, insonderheit wenn eine gegebene Zahl nur mit einer einzelnen Ziffer zu multipliciren (§. 155.), und das kommende Product von einer andern gegebenen Zahl zu subtrahiren vor-

vorkommt, beyde verlangte Rechnungsarten auf einmal zu verrichten.

Die 11. Aufgabe.

§. 193. Eine gegebene Zahl mit einer einzelnen Ziffer zu multipliciren, und das Product zugleich von einer andern gegebenen Zahl zu subtrahiren.

I. Subtrahiret, zur Rechten anfangend, besonders das Product der Einer, von den Einern des Subtrahendi; desgleichen das Product der Zehener von den Zehenern; der Hunderte von den Hunderten u. s. w. und schreibet unter den Subtrahendum allezeit dasjenige was übrig bleibet, (oder wo nichts bleibet, eine o).

II. Wenn aber in einer Stelle das Product größer, als die Ziffer in derselben Stelle des Subtrahendi ist, so borget aus der folgenden höhern Stelle des Subtrahendi so viel Zehener, als nöthig ist: Hingegen leget dem nächst folgenden Producte eben so viele Einer, zu (§. 135.). Solchergestalt bekommt ihr den verlangten Rest unter dem Subtrahendo.

Z. E. Wenn ihr zweymal 806973 von 3590467 abziehen sollet, so setzet Bequemlichkeit halben die Zahl, welche ihr etliche mal subtrahiren sollet, dem Subtrahendo zur Linken, wie folget:

2 mal 806973 von 3590467

Merket mit Fleiß auf die Stellen, worzu ihr euch, nach Anweisung §. 130, der beyden Hände bedienen könnet, und sprechet (beyderseits wie gewöhnlich zur Rechten anfangend) 2 mal 3, ist 6, von 7, bleibt 1. Setzet demnach

demnach ſolches 1 gebührendermaßen unter die 7 alſo:

2) 806973 · 3590467
1

Und ſaget ferner: 2 mal 7, iſt 14, von 16, (nämlich weil 14 von 6 nicht kann abgenommen werden, ſo borget 1 Zehener) bleiben 2, und behalte ich 1 (nämlich im Sinne, zu dem nächſt folgenden Producte). Demnach ſchreibet ſolche reſtirende 2 unter die 6, als folget:

2) 806973 · 3590467
21

Hierauf ſprechet weiter: 2 mal 9 iſt 18, noch 1 (das vorhin im Sinne behaltene) iſt 19, von 24 (denn weil ihr 19 weder von 4 noch von 14 abnehmen könnet, ſo borget 2 Zehener) bleiben 5, und behalte ich 2 (geborgte Zehener im Sinne). Schreibet alſo die 5 unter die 4, wie folget:

2) 806973 · 3590467
521

Und ſaget weiter: 2 mal 6, iſt 12, noch 2 (die nächſt behaltenen) iſt 14, von 20 (denn weil 14 weder von 0 noch von 10 kann genommen werden, borget man abermal 2 Zehener) bleiben 6, und behalte ich 2 (im Sinne). Setzet ſolche 6 unter die 0, alſo:

2) 806973 · 3590467
6521

Und ſaget ferner: 2 mal 0, iſt nichts, darzu 2 (die allernächſt behaltenen) iſt 2, von 9, bleiben 7. Dieſe ſetzet unter die 9, als folget:

2) 806973 · 3590467
76521

Hierauf gehet weiter fort, und ſaget: 2 mal 8 iſt 16, von 25 (denn weil 16 von 5, wie auch von 15 nicht

nicht abzuziehen ist, borget man abermal 2 Zehener) bleiben 9, und behalte ich 2. Setzet die 9 unter die 5. Also:

2) 806973 · 3590467
976521

Und saget endlich: 2 (nämlich die behaltenen, weil in dem Multiplicando sonst nichts mehr vorhanden) von 3 bleibt 1, welches ihr unter die 3 setzet, und kommet auf solche Weise der verlangte Rest unter dem Subtrahendo folgendergestalt:

2) 806973 von 3590467
Rest 1976521

§. 194. Die Zehende Aufgabe (§. 190.) hat ihren eigentlichen Nutzen bey dergleichen Exempeln, wie N°. 2 und 3 (ibid.) oder auch §. 191 N°. 2. fürgestellet worden; und obgleich (wie hinten in der Practica angezeiget werden soll) noch sonst etwa ein kleiner Vortheil dadurch zu erlangen ist, so will selbiger doch nicht viel zu sagen haben. Hingegen hat man sich in der 11ten Aufgabe um so vielmehr zu üben, je mehr Nutzen dieselbe, auch außer allen andern Vortheilen, welche durch solche Aufgabe zu erhalten sind, insonderheit bey der Division verschaffen kann, wie hernach im Dividiren gezeiget werden soll. Zu diesem Ende folgen allhier noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. Subtrahiret 3 mal 98675 von 320514
Rest 24489

N°. 2. Subtrahiret 4 mal 879316 von 4809231
Rest 1282967

N°. 3. Subtrahiret 5 mal 6897038 von 38000000
Rest 3514810

N°. 4. Subtrahiret 6 mal 9783541 von 63123456
Rest 4422210

N°. 5. Subtrahiret 7 mal 89748236 von 6903021045
Rest 6274783393

N°. 6.

N°. 6. Subtrahiret 8 mal 97305284 von 1234567890

Rest 456125618

N°. 7. Subtrahiret 9 mal 987654321 von 9876543210

Rest 987654321

§. 195. Wenn man hierinnen geübet ist, so wird es nicht undienlich seyn, auch in solchen Exempeln sich zu exerciren, wo die Zahl derer etliche fach man subtrahiren soll, nicht besonders zur Linken, wie vorhin, sondern in dem Subtrahendo selbsten steht.

Z. E. Ihr sollet von der Zahl 3879000 diejenige Zahl nach den Nullen, nämlich die 3879, 4 mal subtrahiren, so procediret folgendergestalt:

3879000

Rest 3863484

Item von 687340000 die Zahl nach den Nullen, nämlich 68734, 8 mal zu subtrahiren. Also:

687340000

686790128

Also auch mit andern dergleichen Exempeln.

§. 196. Es dürfte zwar diese Manier zu multipliciren und subtrahiren, bey jemanden das Ansehen gewinnen, als müßte man nach solcher viel im Kopfe rechnen, zumal da in selbiger größere Zahlen, als sonst bey der ordinairen Subtraction zu subtrahiren kommen: Allein wenn man die Sache besser einsieht, so findet sich, daß diese Manier auch im geringsten nichts schwerer als die ordinaire Subtraction sey. Denn

1. Was

1. Was die Abzüge und Reste betrifft, so ist es ja gleichviel, ob man in der gemeinen Subtraction, z. E. 4 von 6, oder allhier 14 von 16, oder 24 von 26, oder 34 von 36 ꝛc. abzieht; da in alle Wege doch immer 2 übrig bleiben. Also ists auch gleich viel, ob man saget: 6 von 15; oder 16 von 26; oder 26 von 35; oder 36 von 45 ꝛc. so bleiben doch immerfort 9.

2. Was ferner das Borgen anbelanget, so kann ja ein jeder von selbsten leicht erachten, ob, und wieviel Zehener jedesmal zu borgen sind, damit der begehrte Subtractor davon abgenommen werden könne.

3. Endlich was das im Sinn behaltene der geborgten Zehener betrifft, so ist ja allhier eben so leicht etliche Zehener, als sonst bey der ordinairen Subtraction, Einen Zehener, oder bey der Multiplication ebenfalls etliche Zehener, im Sinne zu behalten.

Dannenhero hat man bey dieser Art zu multipliciren und subtrahiren auf einmal, keine Ursache sich einige Schwierigkeit dabey zu machen, zumal man durch eine kleine Uebung hierinnen eben so fertig, als in der ordinairen Subtraction, werden kann.

§. 197. Die meisten pflegen die verlangte Multiplication und Subtraction bey dergleichen Exempeln (als welche absonderlich in der Division vorkommen) zwar in einem einzigen Proceß zu verrichten: Allein sie fangen nach alter Gewohnheit, sowohl das Multipliciren zur Linken des Multiplicandi, als auch das Subtrahiren zur Linken des Subtrahendi an.

Z. E. Wenn 6 mal 9786 von 63210 zu subtrahiren ist, so sagen sie, 6 mal 9 ist 54 von 63, bleiben 9, ferner: 6 mal 7 ist 42 von 92, bleiben 50; weiter, 6 mal 8 ist 48 von 501, bleiben

ben 453; endlich 6 mal 6 ist 36 von 4530, bleiben 4494, zum Rest. Der ganze Proceß kömmt (nach Anzeigung §. 129) als folget, zu stehen:

|44
55|9
99 8|4

6 mal 9787 von 98442

Es ist aber diese Manier schnur gerade wider die Regeln dieser Rechnungsarten (§. 132. 185), und also nur eine unnöthige Weitläuftigkeit, deswegen dieselbe, wie billig, verworfen wird.

§. 198. Da die Facta partialia (§. 170. 172. 173) allezeit dergestalt untereinander gesetzet werden, daß dieselben alle weiter hinein, als das Factum partiale, welches aus des Multiplicatoris ersten Stelle zur Rechten erwächset, zu stehen kommen: So muß dahero die Ziffer zur Rechten dieses Facti partialis allezeit in dem Hauptfacto zur Rechten noch zum Vorschein kommen. Demnach kann man aus der ersten Ziffer zur Rechten des Multiplicatoris, und aus der ersten Ziffer zur Rechten des Multiplicandi, so fort wissen, was für eine Ziffer in der ersten Stelle zur Rechten des Hauptfacti kommen muß. Z. E. Wenn man 2357 mit 438 multiplicîret, so muß das Hauptfactum zur Rechten eine 6 haben, weil 8 mal 7 ist 56, die in der ersten Stelle 6 haben. Also auch mit andern Zahlen.

Von der Division.

§. 199.

Dividiren (§. 43) heißt eine gegebene Zahl in gleiche Theile einer gegebenen Anzahl abtheilen, und die Größe eines solchen Theils finden. Oder auch eine Zahl finden, welche andeutet, wie vielmal eine gegebene Zahl in einer andern gegebenen Zahl enthalten ist.

§. 200. Die Zahl, welche abgetheilet wird, heißt der **Dividendus**, die andere Zahl, welche abtheilet, **Diviſor**, und die Zahl ſo gefunden wird, **Quotus** oder **Quotient**.

§. 201. Es wird demnach dieſe Rechnungsart in zwey verſchiedenen Fällen gebraucht, nämlich entweder, wenn man z. E. 48 fl. unter 12 Perſonen gleich vertheilen will, und alſo die Größe eines ſolchen Theils, nämlich $\frac{1}{12}$ aus 48 fl. (§. 48) zu wiſſen verlanget; oder auch, wenn man z. E. eine Größe von 48 fl. gegen eine Größe von 12 fl. hält, und die Anzahl ſuchet, wie viel mal 12 fl. in 48 fl. enthalten ſind. Beyde Fälle aber haben gleiche Abſichten. Denn wenn man im erſten Falle 48 fl. unter 12 Perſonen, oder ſonſt in 12 gleiche Theile abtheilen will, ſo muß man unterſuchen, wie viel mal 12 fl. in 48 fl. enthalten ſind, denn, ſo oft, als man 12 fl. in 48 fl. findet, eben ſo oft kann jedem der 12 Perſonen 1 fl. gegeben werden. Alſo auch, wenn man im andern Falle die Anzahl ſuchet, wie viel mal 12 fl. in 48 fl. enthalten ſind, ſo wird eigentlich die Größe der Zahl verlanget, die juſt $\frac{1}{12}$ aus der Zahl 48 ſey. Demnach wird überhaupt in beyden Fällen immer eine ſolche Zahl verlanget, welche ſo viele Einheiten in ſich enthält, als oft der Diviſor 12 in dem Dividendo 43 begriffen iſt.

§. 202. Was aber bey dieſen Fällen vornemlich zu merken, und zu unterſcheiden, ſind nur die Namen der gegebenen Zahlen und des Quoti. Denn wenn man die 48 fl. unter 12 Perſonen gleich vertheilen will, heißt es hauptſächlich die 48 fl. in 12 Theile abtheilen, da die 12 nur als eine bloße Zahl ohne Anſehung des Namens Perſonen, betrachtet wird, und iſt der Quotient eben

dieſelbe

dieſelbe Art und Gattung, was der Dividendus iſt, nämlich hier Gulden; Hingegen wenn man zwey Größen gegen einander hält, und unterſuchen will, wie oft eine in der andern begriffen ſey, müſſen beyde gegebenen Größen zuförderſt gleicher Art ſeyn, nämlich gleiche Namen haben (indem man ſonſt von zwey unterſchiedenen Arten nicht ſchlechterdings fragen kann, wie oft die eine in der andern enthalten ſey, wie ſolches mit mehrern unten bey der Lehre der Verhältniſſe ſoll ausgeführet werden): Und gilt es im übrigen gleich viel, wie ihre Namen heiſſen, wenn ſie nur gleich ſind; auch ob ſie gar keinen äuſſerlichen Namen haben, ſo deutet doch der Quotient allezeit nur die Anzahl an, wie viel mal eine in der andern enthalten ſey, und kann dahero auch auf andere Dinge, als der Dividendus iſt, appliciret werden.

§. 203. Demnach muß man bey benamten Zahlen allhier eben ſo wohl, als bey der Multiplication (§. 145), jede Aufgabe nach ihren Umſtänden und derſelben Abſicht zuförderſt beobachten, damit man daraus vermögend wird zu urtheilen, ob der Quotient eben von ſolcher Art ſey, als der Dividendus iſt, oder aber ob er eine bloße Zahl, und alſo ganz einen andern Namen haben möge, als der Dividendus hat.

§. 204. Was aber die gegebenen Zahlen an ſich ſelbſten betrifft, ſo iſts, wie leicht zu erachten, allhier nicht, wie bey der Multiplication (§. 148) gleich viel, welche von den gegebenen der Diviſor oder Dividendus ſey, indem es ein großer Unterſcheid iſt, wenn man z. E. 48 in 12, oder 12 in 48 gleiche Theile abtheilet. Derowegen iſt es höchſt nöthig, hierauf mit Fleiß zu merken. Und habe ich hierdurch erinnern wollen, daß ich allezeit durch diejenige

nige Zahl, welche dem Wörtlein in, dessen ich mich, (wiewohl bisweilen auch des Wörtleins durch) bey dieser Rechnung gerne bediene, gleich nachfolget, den Divisorem verstehe.

Z. E. Wenn ich sage: 48 in 12, oder auch in 12, 48 zu dividiren, so ist 12 der Divisor: So es aber heißt 12 in 48; oder in 48, 12 zu dividiren, ist 48 der Divisor.

§. 205. Indessen da der Unterschied der (§. 202) erwehnten beyden Fälle nur allein in dem äußerlichen Namen (§. 36) des Dividendi besteht, welchen man im ersten Falle dem Quoto beyzulegen hat, da man im andern Falle den gemeinschaftlichen Namen der gegebenen Zahlen fahren läßt; hingegen die Zahl des Quoti in einem Falle wie in dem andern gleich groß kommen muß (§. 201): So darf man, wenn die Richtigkeit einer Regel in der Division und der durch selbe gefundenen Zahl des Quoti, auch nur nach einem von erwehnten Fällen erwiesen worden, keinesweges mehr daran zweifeln, daß dieselbe Regel, und eben dieselbe Zahl des Quoti auch im andern Falle richtig seyn müsse.

§. 206. Ueberhaupt ist dividiren nichts anders, als den Divisorem so vielmal als möglich von dem Dividendo abziehen, und also die vierte Rechnungsart (§. 42.).

Als beym angeführten Exempel (§. 201.) müßte man in einem Falle wie im andern die 12 fl. von den 48 fl. nach der gemeinen Subtraction nach und nach so vielmal als möglich abziehen, wie folget:

— 48		
12	1ste mal	Und solchergestalt suchen, wie viel mal 12 fl. von 48 fl. abgenommen werden können, da sich denn (wie hier neben zu sehen) endlich findet, daß solches 4 mal geschehen kann. Demnach ist der gesuchte Quotient 4, und zwar im ersten Falle (ibid.) heißt er 4 Gulden; im andern aber 4 mal, oder bloß 4.
Rest 36		
— 12	2te mal	
Rest 24		
— 12	3te mal	
Rest 12		
— 12	4te mal	
Rest 0		

§. 207.

§. 207. Man kann dahero den Diviſorem als ein gewiſſes Maaß betrachten, dadurch der Dividendus abgemeſſen, und im Quotient gezählet wird, wie vielmal ſolches Maaß in dem gemeſſenen zugereichet hat. Als beym gedachten Exempel kann man die 12 als ein gewiſſes Maaß, z. E. von 12 Zoll (oder 1 Schuh) anſehen, mit welchem eine Länge von 48 Zoll abgemeſſen wird, da ſich denn befindet, daß ſolches Maaß 4 mal in den 48 Zollen zureichet.

§. 208. Es lehret aber die Diviſion den verlangten Quotienten (wie z. E. vorhin die 4) weit kürzer als durch ſolche weitläuftige Subtraction (§. 206.) zu finden. Denn da in der Diviſion im erſten Falle ſo wohl als in dem andern (§. 201.) immer eine ſolche Zahl geſuchet wird, die ſo viel Einheiten in ſich enthält, als oft der Diviſor in dem Dividendo begriffen iſt, das iſt nämlich (§. 137.) eine ſolche Zahl, welche, wenn ſie mit dem Diviſore multipliciret wird, den ganzen Dividendum herſtellet, ſo kann man dieſelbe auch durch Hülfe der Multiplication behender finden.

Als beym mehr erwehnten Exempel, darf man nur erſtlich verſuchen, ob die 12 etwa 5 mal von den 48 abgenommen werden können: Allein da 5 mal 12, 60 ausmachen, welches mehr als 48 iſt, ſo ſieht man bald, daß 5 zu groß, und deswegen der Quotient nicht 5 ſey kann. Dieſemnach kann man ferner verſuchen, ob die 12, 3 mal von 48 abzunehmen; Allein 3 mal 12 iſt 36, welche von 48 abgezogen, noch 12 übrig laſſen, ſo ſieht man daß 3 zu klein; weil von dem Ueberſchuß 12, noch einmal der Diviſor abgenommen werden kann. Wenn nun 5 zu groß, und 3 zu klein, ſo muß der wahre Quotient nothwendig zwiſchen 5, und 3 eingeſchränkt ſeyn. Derowegen ſetzet man denſelben auf 4, ſo findet man, weil 4 mal 12, 48 machen, ſo von 48 abgenommen werden können, und auch nach ſolchem Abzug nichts mehr, oder doch keine 12 übrig laſſen, daß 4 der begehrte Quotient ſey.

§. 209. Ueberhaupt hat man vornemlich zu merken, daß man den Quotienten allezeit ſo groß ſetzen müſſe, 1. damit deſſen Factum, wenn er nämlich mit dem Diviſore multiplicirt wird, von dem Dividendo möglich zu ſubtrahiren ſeyn möge; auch 2. damit nach der Subtraction entweder nichts, oder doch niemals ſo viel, als der Diviſor iſt, übrig bleibe; weil es ſonſt eine Anzeigung wäre, daß der Diviſor nicht ſo oft als möglich, ſondern zu wenig mal abgenommen worden.

§. 210. Bey kleinen Diviſionibus, da ſo wohl der Diviſor, als auch der Quotient, jeder nur eine einzelne Ziffer iſt, kann man ſolchen Quotienten ohne viel Suchen, aus dem Einmal Eins (§. 252) finden, wenn man bey Erlernung deſſelben es zugleich auch umgewendet oder verkehrt beobachtet, das iſt die Producte in acht nimmt, wie ſie aus den einzelnen Ziffern entſtehen.

Z. E. Wenn man merket, daß 56 entſteht aus 7 mal 8, ſo weiß man auch, daß 7 in 56 juſt 8 mal enthalten ſey, folgends auch, daß 7 in 61, 8 mal, und darüber noch 5 übrig bleiben.

§. 211. Dieſes iſt ſo wohl von den Einheiten der höhern als niedrigſten Stellen zu verſtehen. Als nämlich, wenn man z. E. 56 einzelne fl. in 7 gleiche Theile theilet, iſt 1 Theil 8 einzelne fl. Alſo auch wenn man 56 Zehener fl. (das iſt gleichſam 56 Beutel, in deren jedem 10 fl. enthalten) in 7 gleiche Theile theilet, ſo kommt auf jeden Theil 8 Zehener fl. (oder 8 der gedachten Beutel). Desgleichen wenn man 56 Hunderte fl. in 7 gleiche Theile vertheilet, iſt ein Theil 8 Hunderte fl. u. ſ. w. Dahero darf man bey ſolchen Theilungen nur den Quotienten in eben dergleichen Einheiten verſtehen, als der Dividendus bedeutet, ſo gilt es übrigens gleich viel, was er immerhin bedeuten möge.

§. 212.

§. 212. Indeſſen weil dieſe Benennungen der **Einer, Zehener, Hunderte**, oder Tauſende ꝛc. bey den Zahlen durch ihre Stellen, welche ſie innen haben, erkannt werden (§. 61), ſo darf man, was dieſer Benennungen betrifft, den Quotienten allezeit nur in eine ſolche Stelle ſetzen, in dergleichen ſich die dividirte Zahl befindet.

Z. E. Wenn man 560 in 7 dividiren ſollte, ſo ſage ich den bedeutlichen Ziffern nach, ebenfalls wie vorhin (§. 110): 7 in 56 iſt 8 mal; allein weil die Zahl 56 nicht ſchlechte **Einer**, ſondern Einheiten der 2ten Stelle bedeutet (nämlich Zehener), ſo muß man den Quotienten 8 ebenfalls in die 2te Stelle ſetzen; und alſo wenn ſonſt keine bedeutliche Ziffer in die Stelle der **Einer** zu ſetzen iſt, derſelben 8 eine 0 beyfügen (§. 70): Demnach iſt in dieſem Falle der verlangte Quotient 80. Auf gleiche Weiſe iſt 7 in 5600, 800 mal; 7 in 56000, 8000 mal, u. ſ. w.

§. 213. Wenn die Einheiten einer Zahl oder einer Stelle ihrer Bedeutung nach, nicht alſo getheilet werden können, daß der verlangte Quotient auch nur **Eine** dieſer Einheiten bekommen könnte, ſo machet man dieſelbe zu kleinern Einheiten, und vollzieht die verlangte Theilung in den kleinern Einheiten.

Z. E. Wenn 40 in 4 zu theilen iſt, könnet ihr die verlangte Diviſion in der 2ten Stelle verrichten, denn weil 4 in 4 kann einmal genommen werden, ſo dürfet ihr ſolche 40 nur als 4 Zehener anſehen (§. 69), folgends heißt es: 4 in 4 Zehenern iſt ein Zehenermal (§. 211); demnach iſt der Quotient 10: Hingegen wenn die 40 in 5 zu dividiren, da könnet ihr die verlangte Theilung nicht in der 2ten Stelle, nämlich nach den Einheiten der Zehener verrichten, weil 5 in 4 auch nicht einmal enthalten iſt; derowegen machet die 4 Zehener zu kleinern Einheiten, nämlich zu **Einer**, und dividiret ſodann in der erſten Stelle ſolchen Haufen kleinere Einheiten (§. 68) in 5, ſo heißt es 5 in 40 **Einer**, iſt 8 Einermal; folglich iſt der Quotient 8.

§. 214. Wenn man einen gegebenen Dividendum in einen gegebenen Diviſorem auf einmal dividiret, oder auch, wenn man den Dividendum in verſchiedene oder gleiche Theile zerſtreuet (§. 47), und dividiret jeden Theil beſonders in den gegebenen Diviſorem, nimmt aber endlich alle gefundene Quotienten zuſammen; ſo müſſen ſowohl in dem einen als in dem andern Wege gleiche Hauptquotienten heraus kommen.

Z. E. Wenn man den Dividendum 36 auf einmal in 4 dividiret, oder auch die 36 in beliebige Theile, als 20 + 16, oder 12 + 16 + 8 oder auch anders zerſtreuet, ferner ſolche Theile jede beſonders in 4 dividiret, und die kommenden Quotienten addiret oder zuſammen leget, ſo kommt in allewege der verlangte Quotus 9; welches vermittelſt des verkehrten Einmal Eins (§. 210) folgender geſtalt unterſuchet und berechnet werden kann:

4) 36	4) it. 20 + 16	it. 12 + 16 + 8
Quot. 9	Quot. 5 + 4 = 9	Quot. 3 + 4 + 2 = 9

Beweis.

Dieſer Satz iſt vorhin klar genug, jedoch um ſich einen deſto deutlichern Begriff davon zu machen; ſo beliebe man nur zu erwegen, weil der Diviſor in jedem Theile des Dividendi ſo vielmal begriffen iſt, als jedes Theils Quotient Einheiten in ſich enthält (§. 201), ſo muß allerdings in dem ganzen Dividendo, welcher aus ſeinen Theilen zuſammen geſetzt iſt (§. 47), der Diviſor ſo vielmal begriffen ſeyn, als vorige Quotienten zuſammen Einheiten in ſich enthalten.

Die 12. Aufgabe.

§. 215. **Eine gegebene große Zahl in eine einzelne Ziffer zu dividiren.**

I. Schreibet den Dividendum vor euch, und den Diviſorem beyſeite zur Linken des Dividendi (daſelbſt dieſe Rechnungsart, wie bald folget, ihren Anfang nimmt).

II. Ziehet unter den Dividendum eine Linie (aus eben der Urſache, die beym Addiren §. 105 gegeben worden, weil in dieſem Falle der Quotient unter ſolche Linie zu ſtehen kommet). Alsdenn

III. Unterſuchet vermittelſt des verkehrten Einmal Eins (§. 210). wie vielmal der Diviſor in der erſten, oder (wo dieſer kleiner als der Diviſor) in beyden erſten Ziffern zur Linken des Dividendi enthalten ſey. Diejenige Ziffer, ſo ſolches andeutet, ſetzet unter die Linie eben in dieſelbe Stelle, in welcher die dividirten Einheiten ſtehen (§. 212), und multipliciret mit derſelben den Diviſorem, ziehet das Product von der Zahl ab, die ihr dividiret, und behaltet den Reſt (wenn einer bleibt) zu der folgenden niedrigern Stelle (§. 213), allwo jede Einheit dieſes Reſtes zehen Einheiten gilt (§. 65).

IV. Hierauf gehet um eine Stelle, nach der Rechten in dem Dividendo weiter fort, und unterſuchet abermal, wie oft der Diviſor in den Einheiten dieſer Stelle, nämlich in dem vorhin behaltenen Reſte (ſo einer geblieben) zuſammt der Ziffer, welche ſich in ſolcher Stelle befindet, enthalten ſey. Im übrigen verfahret wie vorhin. Auf dieſe Weiſe gehet immer weiter aus einer höhern zu der nächſtfolgenden niedrigern Stelle, bis zu Ende. Iſt aber in einer Stelle des Dividendi nichts, oder doch nicht

ſo viel vorhanden, daß die Diviſion geſchehen könne, ſo ſetzet in ſelbiger Stelle unter die Linie eine Nulle, und nehmet wie zuvor, dasjenige, ſo in dieſer Stelle nach derſelben Einheiten nicht hat können dividiret werden, zu der nächſtfolgenden niedrigen Stelle. Solchergeſtalt erlanget ihr den geſuchten Quotienten unter der Linie.

Z. E. Man ſoll 36230528 in 4 dividiren, ſo ſetzet es folgendermaßen:

4) 36230528 Hierauf fanget zur Linken an, und ſprechet: 4 in 36 (weil 4 in der 3 auch nicht 1 mal kann genommen werden) iſt 9 mal. Setzet ſolche 9 unter die Linie in die Stelle der 36, nämlich unter die 6 alſo:

4) 36230528 Und ſaget ferner: 9 mal 4 iſt 36
9 von 36, bleibet nichts. Gehet ſo dann weiter unter die 2, und ſprechet: 4 in 2, iſt 0 (nämlich kein) mal. Setzet demnach ſolche 0 unter die 2, neben die vorhin gefundenen 9, alſo:

4) 36230528 Und nehmet ſolche gebliebenen 2 zu
90 der nächſtfolgenden niedrigern Stelle, allwo ſie 20 ausmachen (§. 65.). Hierauf ſprechet in dieſer niedrigern Stelle: 4 in 23 (als nämlich in der vorhin gebliebenen 20, und der in dieſer Stelle befindlichen 3 zuſammen) iſt 5 mal. Schreibet ſolche 5 abermal unter die Linie neben die vorige Nulle, wie folget:

4) 36230528 Und ſaget weiter: 5 mal 4 iſt 20
905 von 23, bleiben 3. Dieſe 3 nehmet abermal zu der weiter folgenden niedrigern Stelle, ſprechet in derſelben ſodann: 4 in 30 (weil außer der vorhin gebliebenen 3, welche nun 30 ausmachen, ſonſt nichts mehr in dieſer Stelle, als nur eine Nulle befindlich)

lich) ist 7 mal. Setzet solche 7 unter die Linie neben die vorigen 5, also:

4) 36230528
9057

Und saget: 7 mal 4 ist 28 von 30, bleiben 2. Diese 2 nehmet wiederum zu der ferner folgenden niedrigern Stelle, allwo sie 20 gelten; und sprechet in derselben: 4 in 25 (nämlich in den nächstgebliebenen 20, und der in dieser Stelle befindlichen 5) ist 6 mal. Schreibet diese 6 unter die Linie, neben die vorigen 7, als folget:

4) 36230528
90576

Und sprechet: 6 mal 4 ist 24 von 25, bleibt 1. Dieses 1 nehmet abermal zu der folgenden Stelle, in welcher 2 steht, so habt ihr in derselben 12; demnach saget ferner: 4 in 12 ist 3 mal. Setzet solche 3 unter die Linie neben die vorigen 6, also:

4) 36230528
905763

Und saget: 3 mal 4 ist 12 von 12, bleibt nichts. Endlich gehet weiter unter die nachfolgende 8, und sprechet: 4 in 8, ist 2 mal. Setzet solche 2 unter die Linie neben die vorigen 3, als folget:

4) 36230528
Quot. 9057632

Und saget: 2 mal 4 ist 8 von 8, gehen auf. Demnach ist die unter die Linie geschriebene Zahl, der gesuchte Quotient, und also, weil die Division gerade aufgegangen, just $\frac{1}{4}$ oder der 4te Theil aus 36230528.

Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung und des verkehrten Einmal Eins (§. 210) deutet jede Ziffer des gefundenen Quoti nach der Reihe an, wie oft der Divisor in jeder Art Einheiten des Dividendi (nämlich in den Millio-

Millionen, Hunderttausenden, Zehentausenden, Tausenden, Hunderten, Zehenern, und Einern) das ist in jedem Theile des Dividendi enthalten sey. Und weil jede gefundene Ziffer allezeit in eben dieselbe Stelle geschrieben worden, in welcher sich jedesmal der dividirte Theil befindet, so ist demnach jede gefundene Ziffer nach ihrer Stelle, der wahre Quotient zu einem Theile des Dividendi in eben derselben Stelle (§. 212). Folgends zeiget der ganze Quotus, als die Summe aller gefundenen Quotienten der Theile des Dividendi, wie viel mal der Divisor in dem ganzen Dividendo enthalten sey (§. 214). Derowegen ist er der gesuchte Hauptquotus, und hat man die vorgegebene Zahl in die andere, verlangter maßen dividiret (§. 199).

§. 216. Damit man von dieser Ausrechnung einen desto deutlichern Begriff erlangen möge, so will ich die vorhin zum Exempel gegebenen 36230528 in folgende 6 Zahlen zergliedern, als nämlich in

36000000
200000
28000
2400
120
8 deren Summe

ist 36230528, der gegebene ganze Dividendus.

Wenn nun jede dieser Zahlen ins besondere in den gegebenen Divisorem 4 dividiret wird, so findet man nach Anzeigung §. 212, daß

36000000 in 4 dividiret, geben 9000000
200000 in 4 = = geben = 50000
28000 in 4 = = geben = 7000
2400 in 4 = = geben = 600
120 in 4 = = geben = = 30
und = = 8 in 4 = = geben = = 2. Ergo muß die

Sum. 36230528 in 4 dividiret, geben 9057632 (§. 214), den vorhin

vorhin gefundenen Hauptquotienten. Aus dieſer Zergliederung hat man nicht nur den vorigen Beweis, ſondern auch den ganzen Proceß dieſer Rechnungsart (§. 215) augenſcheinlich zu erſehen. Denn ob es ſchon nach ſolchem Proceß heißt: Die ganze Zahl 36230528 in 4 zu dividiren, ſo geſchieht doch die Ausrechnung nur ſtückweiſe ins beſondere, dergeſtalt, als ſollten dieſelben wirklich, wie die vorige Zergliederung anzeiget, ſepariret ſeyn, indem man erſtlich das Stück 36, ſo nach ihren Stellen 36000000 bedeuten; hernach das Stück 20, ſo ihren Stellen nach 200000 bedeuten, u. ſ. w. nach und nach dividiret. Und iſt demnach der Unterſcheid der vorgeſtellten wirklichen Separation ſolcher Stücke, und dem ordentlichen Proceß (§ 215.), nur allein dieſer, daß bey der wirklichen Separation, die leeren Stellen eines jeden Quoti, in Ermangelung bedeutlicher Ziffern, immerfort mit Nullen angefüllt (§. 212.), und ſolche Quotienten hernach addiret werden (wie vorhin zu erſehen), da man hingegen in dem ordinairen Proceß ſolche Separation nicht wirklich, ſondern nur in den Gedanken verrichtet, und ſolchemnach compendiöſer verfährt, indem man die Quotienten ſolcher Stücke des Dividendi, ſo fort in einer Reihe, nach ihren zugehörigen Stellen, hinſchreibt.

§. 217. Ein ſolches Stück oder Theil des Dividendi, welches man in dem ordinairen Proceß (§. 215.) auf einmal nimmt, heißt man Dividuum. Als im vorigen Exempel ſind die Dividui erſtlich 36 (nämlich Millionen), hernach 2 (nämlich Hunderttauſende), denn 23 (nämlich Zehentauſende), denn 30 (nämlich Tauſende), ferner 25 (nämlich Hunderte), weiter 12 (nämlich Zehener), und endlich 8 (nämlich Einer). Dasjenige aber, was in einem Dividuo übrig bleibt, oder auch derjenige Dividuus, welcher nach ſeinen enthaltenen Einheiten nicht zu dividiren iſt, wird allemal zu dem nachfolgenden genommen.

§. 218. Daß man aber ſolche Reſte, abſonderlich in dieſem Falle, wenn der Diviſor nur eine einzelne Ziffer nicht, nöthig habe zu notiren, iſt die Urſache nicht allein

allein (gleichwie in der Addition §. 116) weil dieselbe ohne Zwischenrede oder Rechnung, gleichsam im ersten Moment zu dem nachfolgenden Dividuo genommen wird; sondern und vornemlich auch deswegen, weil in solchem Falle der Rest niemals mehr als eine einzelne Ziffer seyn kann (§. 209), und folglich gar leicht im Sinne zu behalten ist.

§. 219. Da nun die Ordnung dieser Rechnungsart ist, alle große Zahlen stückweise zu dividiren, und aus jedem Stücke oder Dividuo nur eine einzelne Ziffer, das ist höchstens 9, in dem gesuchten Quotienten gebracht wird, so muß auch jeder Dividuus, wenn man seine nachfolgenden Stellen zur Rechten nicht ansieht, allezeit weniger als 10mal den Divisorem in sich enthalten, als beym obigen Exempel sind die Dividui 36, 2, 23, 30, 25, 12, und 8, (§. 217), welche jeder unter 10mal so groß ist, als der Divisor 4.

§. 220. Es ist auch hieraus wahrzunehmen, daß zu der ersten Ziffer des gefundenen Quoti, allezeit noch so viel Ziffern in dem Hauptquotienten kommen müssen, als der erste Dividuus in dem Dividendo nach der Rechten, noch Stellen hat. Als beym vorigen Exempel hat der erste Dividuus 36 nach der Rechten noch sechs Stellen, so kann man daraus schließen, daß neben dem Quoto 9 noch sechs Stellen folgen, und also der Hauptquotus aus sieben Stellen bestehen müsse.

§. 221. Wenn ihr dieses alles wahrnehmet, so hat es übrigens allhier bey der Division eben die Bewandniß, als vorhin bey der Multiplication (§. 156) angemerkt worden; also daß es keine Nothwendigkeit sey, den Quotum so gerade unter den Dividendum hinzuschreiben, wie vorhin (§. 215) geschehen, sondern ihr könnet auch, zu Zeiten, wenn ihr es nützlich zu seyn erachtet, den Quotien-

ten

ten zur Linken hinaus oder herein nach der Rechten ſetzen. Z. E. als folget: 36230528 in 4 oder 36230528 in 4
9057632 9057632

§. 222. Noch mehrere Exempel zur Uebung:

N°. 1. 9207630 Halbe, wie viel machen ſie Ganze? Wenn ihr dieſe Aufgabe betrachtet, ſo könnet ihr leicht urtheilen, daß die gegebene Zahl 9207630 in 2 zu dividiren ſey, und daß der Quotient die Anzahl der verlangten Ganzen andeuten müſſe. Denn wenn ihr bedenket, daß jedes Ganze enthält 2 Halbe (§. 49), ſo könnet ihr ſchließen, daß 9207630 Halbe ſo viel Ganze in ſich begreifen müſſen, als oft ſie 2 Halbe in ſich enthalten. Demnach muß man allhier ſuchen, wie viel mal 2 Halbe in 9207630 Halben enthalten ſind, das iſt 9207630 in 2 dividiren (§. 199), wenn man die verlangte Antwort finden will, welche Antwort ſolchergeſtalt (§. 202. im andern Falle) allerdings die Anzahl der Ganzen andeutet, als folget:

9207630 Halbe

Antwort 4603815 Ganze.

Durch dieſe gründliche Betrachtung könnet ihr ſchließen, daß allezeit, wenn Theile eines Ganzen (§. 48 und 51) zu Ganzen gemacht werden ſollen, wie z. E. wenn man Halbe, 3tel, 4tel, 5tel, 10tel, 100tel ꝛc. zu Ganzen, oder auch ℔ zu ℳ, ℳ zu fl., Loth zu ℔ ꝛc. machen will, man ſolches durch die Diviſion ſuchen müſſe, da denn der Quotient immer die Anzahl der Ganzen anzeiget.

N°. 2. Wenn man 9207630 Halbe in 2 gleiche Theile abtheilen will; wie viel kommt auf jeden Theil? Allhier ſollen die 9207630 in 2 dividirt werden (§. 199).

Dem-

Demnach ist die Ausrechnung dieses Exempels gleich der nächst vorigen; allein der Quotient behält den Namen des Dividendi (§. 202), und bedeutet also auch Halbe, als

9207630 Halbe in 2 Theile.

Antwort 4603815 Halbe auf jeden Theil.

Nota: Wenn man eine Zahl in 2 dividiret, pfleget man es auch Halbiren zu nennen.

N°. 3. 1158621 fl; wie viel machen sie Thl. (das ist nach voriger Erklärung N°. 1.) wie viel mal ist 3 fl. in 1158621 fl. enthalten? Also:

Antwort 3) 1158621 fl. / 386207 mal ist 3 fl. in 1158621 fl. enthalten; folgends enthält solche Summe: 386207 Thl.

So man aber fraget: wie viel ist der dritte Theil aus 1158621 fl, so heißt die Antwort (nach Erklärung voriger N°. 2.) 386207 fl.

N°. 4. 3003945 Sechser; wie viel machen sie fl? Also:

Antwort 5) 3003945 / 600789 fl.

N°. 5. 740740734 fl. Holl. wie viel machen sie L. Vls? Also:

Antwort 6) 740740734 / 123456789 L. Vls.

N°. 6. 6913580247 Tage; wie viel sind es Wochen? Also:

Antwort 7) 6913580247 / 987654321 Wochen.

N°. 7. 1542699720 fl; wie viel machen sie Ducaten, wenn derselbe für 8 fl. gerechnet wird? Also:

Antwort 8) 1542699720 / 192837465 Ducaten.

N°. 8. 41499657 ß; wie viel machen sie Dütchen? Also:

Antwort 9) 41499657 / 4611073 Dütchen.

§. 223.

§. 223. Wenn aber in einer Diviſion aufs letzte, oder beym letzten Dividuo (§. 217.) noch etwas übrig bleibt, ſo wird ſolches insgemein der Reſt (nämlich aus derſelben Diviſion) genannt; und ſaget man in ſolchem Falle: Der Dividendus iſt untheilbar in den gegebenen Diviſorem, und verſteht dadurch, daß er nämlich ſchlechterdings nach ſeinen Einheiten, weil er kleiner als der Diviſor iſt (§. 209.) nicht ganz genau in ſo viel gleiche Theile, als der Diviſor anzeiget, abzutheilen ſey. Als wenn 36230531 in 4 zu dividiren wäre, ſo würde der Quotient zwar wie oben (§. 215.) 9057632 ſeyn: Allein es bleiben in ſolchem Falle noch ungetheilte 3 Einheiten übrig. Demnach ſaget man, die 36230531 ſind in 4 untheilbar. Hingegen wenn eine Diviſion gerade aufgeht, ſo heißt der Dividendus eine theilbare Zahl, nämlich in den gegebenen Diviſorem.

§. 224. Will man nun auch bey einer untheilbaren Zahl den Quotienten ganz genau haben, ſo nimmt man den Reſt wiederum vor einen neuen Dividuum an, machet denſelben zu kleinern Einheiten, das iſt zu Theilen aus einer ganzen Einheit (§. 52.), und vollziehet die begehrte Theilung (wie §. 213. erwähnet) in den kleinern Einheiten.

Die 13. Aufgabe.

§. 225. Einen Reſt aus einer Diviſion genau zu dividiren.

Dieſes kann ohne einige Rechnung, als folget geſchehen. Nämlich ſetzet ſolchen Reſt über, und den Diviſorem unter eine Querlinie bruchsweiſe (§. 77.), ſo iſt dieſer

Bruch der begehrte Quotient des Rests; und so ihr denselben den vorhin gefundenen Ganzen zur Rechten beyfüget, so habt ihr den genauen Quotienten des ganzen Dividendi.

Z. E. 36230531 in 4 zu dividiren, ist der genaue Quot. $9057632\frac{3}{4}$

Beweis.

Stellet euch vor: Wenn der Rest oder der neue Dividuus (§. 224.) ein Ganzes wäre, und man wollte eine solche ganze Einheit in 4 gleiche Theile abtheilen, so müßte ein solcher 4te Theil $\frac{1}{4}$ heißen (§. 43. und 77.): Wären es aber 2, müßte im verlangten Quoto 2 mal so viel als vorhin, das ist $\frac{2}{4}$ kommen: Da es nun 3 ist, so kommt allerdings in solchem Quoto $\frac{3}{4}$. Demnach ist in solchem Falle der Quotient allezeit ein solcher Bruch, dessen Zähler (§. 77.) gleich ist dem Reste, und der Nenner, als des Zählers Name, gleich dem Divisore (§. 48.); welcher Bruch sofort ohne Rechnung hingeschrieben werden kann.

Die 14. Aufgabe.

§. 226. Einen Rest säuberlich in benamten Zahlen (§. 37.) wenn nämlich der Dividendus gewisse Sorten der Münzen, Maaße oder Gewichte ꝛc. bedeutet, die ihre gewissen kleinern Einheiten haben (§. 86.), und der Quotient nicht eine bloße Zahl, sondern eben dieselben Sorten des Dividendi anzeiget (wie im ersten Falle (§. 202.),

(§. 202.), auf eine andere Art genau zu dividiren.

I. Machet solchen Rest durch die Multiplication (§. 157. N°. 2.) zu ihren gewissen kleinern Sorten, und verrichtet

II. die verlangte Theilung in solchen kleinern Sorten.

Z. E. 36230531 ℔. in 4 zu dividiren, ist

der Quot. 9057632 ℔. 24 Loth | 3 ℔ zu Loth à 32 ist 96 Loth.

Nämlich machet die restirenden 3 ℔. entweder aus dem Kopfe, (weil es eine kleine Zahl, auch der Divisor selbst nur eine einzelne Ziffer ist) oder beyseite, wie vorhin zu ersehen, zu Loth, kommen 96 Loth: Diese dividiret in den gegebenen Divisorem 4, und setzet den Quotient 24 Loth neben dem ersten Quoto der Pfunde, so habt ihr den verlangten genauen Quotient 9057632 ℔ 24 Loth.

Wäre aber der Dividendus 36230531 fl., so würde der Quotient seyn 9057632 fl. 22 ß. 9 ₰.

Denn die restirende 3 fl. machen 90 ß., diese in 4 dividiret, geben 22 ß., und bleiben 2 ß. übrig. Solcher Rest müßte ferner wie vorhin zu noch kleinern Einheiten, nemlich ₰. gemacht werden, so kämen 36 ₰., welche in 4 dividiret geben 9 ₰. Folgends würde der genaue Quotient seyn 9057632 fl. 22 ß. 9 ₰. Sollte aber auch bey den ₰. noch ein Rest übrig bleiben, die keine gewisse kleinern Sorten mehr haben, so gäbe es im Quotienten noch einen Bruch eines Pfennigs (§. 225.).

§. 227. Dannenhero ist klar, wenn bey benamten Zahlen der Divisor just so viel ist, als eine restirende Uni-

tät Einheiten der kleinern Sorten enthält, daß man ſolchen Reſt weder multipliciren noch dividiren, ſondern ſofort nur unter den Namen der kleinern Sorten hinſchreiben darf.

Z. E. Wenn man eine Anzahl ℔. in 32 dividiret, und es bleiben 17 übrig, ſo ſetzet man ſolche ſofort im Quotient, und benennet ſie Loth. Item, wenn man eine Anzahl fl. in 30 dividiret, und es bleiben 17 übrig, ſo ſetzet man ſolche ſogleich im Quotient, und benennet ſie gr. Denn nach Anzeigung §. 225. müßte im Quotienten jener Reſt $\frac{17}{32}$ ℔. und dieſer mit $\frac{17}{30}$ fl. beſchrieben werden. Indeſſen iſt $\frac{17}{32}$ ℔. = 17 Loth, und $\frac{17}{30}$ fl. = 17 gr. (§. 51.); derowegen kann man in gedachten Fällen ſofort die 17 mit Loth oder gr. benennen. Ein mehreres hievon ſehet hinten §. 268.

§. 228. Es iſt leichtlich zu erachten, daß die Manier aus §. 225. der nächſt beſchriebenen Art. (§. 226.) weit vorzuziehen ſey, weil nach dieſer die Reſte immerfort allererſt multipliciret, und das kommende alsdann durch eine wirkliche Diviſion diviriret werden müßte; auch über dieſes der verlangte Quotient öfters dennoch nicht ohne Bruch ganz genau heraus gebracht werden kann, zumal wenn auch bey den kleineſten Sorten noch ein Reſt übrig bleibt: Da man hingegen nach jener Art den ganz genauen Quotient ohne Berechnung ſofort hinſchreiben kann. Allein im Falle, wenn in einem gegebenen benamten Dividendo vorhin ſchon kleinere Sorten ſtehen, welche man ohnedem zu dividiren hat, (wie vorhin mit mehrern bey den mehrerley namigen Zahlen angewieſen werden ſoll) oder auch wenn man den Quotient gerne in den bekannten Sorten der Münzen, Maaße oder Gewicht exprimiren und angeben will; alsdenn iſts nöthig, ſich der nächſt beſchriebenen Manier (§. 226.) zu bedienen.

§. 229. In der Praxi läſſet man öfters den Reſt, wenn er nur ein geringes importiret, inſonderheit denjenigen

nigen Reſt, welcher bey der kleinſten Sorte übrig bleibet, entweder gar fahren, oder es wird davor, wenn er $\frac{1}{2}$ oder mehr beträgt, dem gefundenen Quotienten noch eine ganze Unität beygeleget.

Z. E. Man ſolle 49 ℔ in 3 dividiren, es mag die Frage ſeyn, wie viel der dritte Theil ſey aus 49 ℔, oder auch wie vielmal 3 ℔ in 49 ℔ enthalten ſind, ſo darf man im Quoto (nach §. 225.) ſo fort $16\frac{1}{3}$ ℔, oder im andern Falle nur $16\frac{1}{3}$ (nämlich mal) ſetzen. Will man aber im erſten Falle den Quotum in bekannten Sorten angeben, ſo machet man den Reſt der ℔ zu Loth, der Loth zu Quentchen, und der Quentchen zu ʒ, kommt ſo denn (nach §. 226.) 16 ℔ 10 Loth 2 Quentchen $2\frac{1}{3}$ ʒ, welcher Bruch $\frac{1}{3}$ ʒ in Praxi entweder gar hinweggelaſſen wird, oder man leget ſtatt deſſen, weil er mehr als $\frac{1}{2}$ ʒ noch 1 ganzen ʒ zu dem Quoto, und ſetzet in denſelben 3 ʒ an ſtatt 2 ʒ.

§. 230. Die Mathematici machen lieber die Reſte zu Decimal theilen (§. 67.), wodurch ſie nicht nur die weitläuftigeren Multiplicationen erſparen, indem man dem Reſte nur eine oder etliche Nullen beyſetzen darf, wenn man ihn mit 10, 100, oder 1000 ꝛc. multipliciren will (§. 159.); ſondern auch den Vortheil haben, wenn mit demſelben Quoto etwas weiter zu berechnen vorkommt, daß mit ſolchen Theilen viel leichter, als mit andern Brüchen oder kleinern Sorten, zu rechnen iſt, wie ſolches die Erfahrung ſelbſten ſattſam bezeiget, auch an ſeinem Orte unten mit mehrerm dargethan werden ſoll. Auf ſolche Weiſe iſt der Quotient von 36230531 in 4 dividiret: $9057632\frac{75}{100}$; nämlich man ſetzet an den Reſt 3, 2 Nullen, ſo hat man 300 kleine Einheiten, deren 100 auf eine ganze Einheit gehen, welche in 4 dividiret, geben 75.

§. 231. Alles was bishierher mit dem Reſte zu thun gelehret

lehret worden, iſt nicht minder auch von dem ganzen Dividendo zu verſtehen, daferne derſelbe kleiner als der Diviſor, und folgends in dieſen untheilbar (§. 223.) iſt.

Z. E. Man ſoll 1 in 2 dividiren, ſo betrachtet ſolche 1 als einen Reſt aus der Diviſion, und procediret demnach damit wie gelehret worden, ſo kommt in dem verlangten Quotient (§. 225.) $\frac{1}{2}$ oder (§. 230) $\frac{5}{10}$. Item 7 fl. Holl. in 2 gleiche Theile zu theilen, iſt der Quotient (§. 225.) $\frac{7}{2}$ fl. Holl.; oder (§. 226. da die fl. zu Stüber, und der Reſt an St. ferner zu ℔. Holl. gemacht werden) 3 fl. 10 St. 8 ℔. Holl.; oder (§. 230.) $\frac{875}{1000}$.

§. 232. Unterweilen kommt es, daß man in einer Rechnung die Diviſion nur andeuten will, aber nicht wirklich zu verrichten nöthig hat, ſo wird der Quotient auch ſolcher Zahlen, da der Dividendus größer als der Diviſor iſt, nur durch einen Bruch, wie vorhin (nach Anzeigung §. 225.) fürgeſtellet.

Z. E. $\frac{6}{2}$ deuten den Quotienten 3 an, welcher heraus kommt, ſo man 6 in 2 dividiret. Item $\frac{52}{3}$ deuten an den Quotienten (§. 229.) $16\frac{1}{3}$, u. ſ. w.

§. 233. Sonſt iſt das Zeichen der Diviſion (nach Art der Mathematicorum) nur 2 Punkte, die man zwiſchen den Dividendum und den Diviſorem machet.

Z. E. 6 : 2 bedeutet 6 zu dividiren in 2. Dahero pfleget man zu ſetzen 6 : 2 = 3, dieſes heißt 6 in 2 dividiret, iſt gleich 3, nämlich den Quotienten.

§. 234. Noch einige Exempel zur Uebung, von ſolchen Zahlen, die in den Diviſorem untheilbar (§. 223. 231.).

N°. 1. 23879 fl.; wie viel ſind es Thl.? (beſehet zu deſto beſſerer Erläuterung ein dergleichen Exempel oben §. 222. N°. 3.). Alſo:

23879 fl.

3) 23879 fl.

Antw. 7959 Thl. und reſtiren noch 2 fl.
oder Antw. 7959$\frac{2}{3}$ Thl.

So man aber fragt: Wie viel iſt der 3te Theil aus 23879 fl., ſo iſt die Antwort, entweder (nach §. 225.) 7959$\frac{2}{3}$ fl. oder (nach §. 226.) 7959 fl. 20 ß.

Nota. Nachfolgende Exempel werde ich wechſelsweiſe bald nach der einen, bald nach der andern Art fürſtellen.

N°. 2. Theilet 123456789 ℔ in 5 Theile.

Antwort 24691357$\frac{4}{5}$ ℔

N°. 3. Theilet 1345679 ℔. in 6 Theile.

Antwort 224279 ℔. 20 Schott
5 ℔. zu Schott à $\frac{24}{120}$

N°. 4. 38791659 Achtel, wie viel enthalten ſie Ganze in ſich?

Antwort 4848957 Ganze und darüber 3 Achtel, das iſt nämlich $\frac{38791659}{8}$ = 4848957$\frac{3}{8}$.

N°. 5. Wie viel iſt der 7te Theil aus 6 fl.? Antwort $\frac{6}{7}$ fl.

N°. 6. Dividiret 5 in 9. Antwort $\frac{5}{9}$.

N°. 7. Wie viel iſt der 9te Theil aus 4 fl.? Antwort $\frac{4}{9}$ fl. oder 13 ß. 6 ₰ als nämlich 4 fl. zu ß. à 30

120 ß.

9) Antwort 13 ß. Reſt 3 ß. (18
54 ₰

9) Antwort 6 ₰

Die 15. Aufgabe.

§. 235. Eine gegebene Zahl in eine angewachſene Einheit (als in 10, 100, oder 1000 ꝛc.) zu dividiren.

Dieſe Diviſion iſt die allerleichteſte unter allen Fällen, die ſich im Dividiren ereignen können. Denn ſchneidet (das iſt, ſondert vermittelſt eines Striches oder Punkts) dem Dividendo ſo viele Ziffern zur Rechten ab, als die angewachſene Einheit des Diviſoris Nullen hat, ſo habt ihr den verlangten Quotienten zur Linken, und den Reſt ſolcher Diviſion zur Rechten des Abſchnittes ſtehen (§. 92. und 93.).

Z. E. N°. 1. Wenn ihr 3879 in 10 dividiren ſollet; ſo ſchneidet die 9 ab, wie folget; 387|9 ſo heißt es 387 und Reſt 9; mit welchem Reſt man ferner, wie vorhin gelehret worden, procediret.

N°. 2. Theilet 239575 fl. in 100 gleiche Theile, wie viel iſt ein ſolcher Theil? Antwort (§. 225.) 2395|75 fl.

100

oder (§. 226.) alſo: 2395|75 (30
22|50 (18
9|00

Iſt demnach der Quotient 2395 fl. 22ßl. 9 ₰; und weil bey dem letzten Abſchnitt, nämlich bey der Diviſion der ₰., nur 2 Nullen, das iſt nichts geblieben, ſo iſt der gedachte Quotient der ganz genaue Quotus.

N°. 3. 28793 Dütchen; wie viel ſind es fl.? Antwort 2879 fl., und darüber noch 3 Dütchen; oder (§. 225.) 2879 $\frac{3}{10}$ fl.

N°. 4. 457983 ß Amſterdamer; wie viel ſind es allda ℔.? Antwort 4579 ℔., und darüber noch 83 ß.; oder 4579 $\frac{83}{100}$ ℔.

§. 236. Wenn man eine gegebene Zahl dividiret, und den kommenden Quotient ferner beſonders dividiret; ſo

muß

muß endlich eben derſelbe Quotient herauskommen, welcher kommet, wenn die gegebene Zahl, in das Product aus beyden Diviſoribus auf einmal dividiret wird. Oder, welches einerley, wenn man eine Zahl in eine andere auf einmal, oder in die Factores ſolcher andern Zahl nach und nach dividiret, ſo muß in allewege ein gleicher Quotus heraus kommen.

Z. E. Wenn man 24 in 8 auf einmal dividiret, oder nach und nach in deren Factores, als nämlich in 4, und die kommenden 6 ferner in 2; oder auch erſt in 2, und die kommenden 12 ferner in 4, ſo erlangt man nach beyden Wegen den wahren Quotient 3.

Beweis.

Durch die Diviſion wird eine Zahl in gleiche Theile getheilet (§. 199.). Wenn nun eine Größe (wie z. E.) in 4 gleiche Theile, und jedes 4tel ferner in 2 kleinere Theile getheilet wird, ſo hat man 4 mal die 2 kleineren Theile, folgends die ganze Größe in 8 gleiche Theile getheilet. Alſo auch wenn man die ganze Größe erſtlich in 2 Theile, und jede Hälfte ferner in 4 kleinere Theile abgetheilet, ſo hat man 2 mal die 4 kleineren Theile, das iſt eben wie vorhin, 8 gleiche Theile. Derowegen iſt es auch gleichviel, ob man eine Größe oder Zahl auf einmal in 8, oder erſtlich in 4, und jedes 4tel ferner in 2; oder auch erſtlich in 2, und jede Hälfte ferner in 4 dividiret, ſo muß in alle Wege der achte Theil aus der gegebenen Zahl kommen.

§. 237. Gleiche Bewandniß hat es bey mehr als nur 2 Diviſionibus.

Z. E. Wenn man die Zahl 120 in 2, die kommenden 60 ferner in 3, die kommenden 20 weiter in 4 (oder auch nach einer an-

dern beliebigen Ordnung) dividiret, so kommet endlich eben so viel, als wenn die 120 auf einmal in das Factum aus 2 mal 3 mal 4, das ist in 24 wären dividiret worden, nämlich 5.

Die 16. Aufgabe.

§. 238. Eine gegebene Zahl in eine angewachsene einzelne Ziffer (als 20, 30, 400, 5000 ꝛc.) zu dividiren.

Diese Division ist eben so leicht, als die Division in eine einzelne Ziffer (§. 215.) Denn, sondert nur

I. Zur Rechten des Dividendi vermittelst eines Punkts, so viele Ziffern ab, als der Divisor zur Rechten Nullen hat, und dividiret

II. Die zur Linken des gemachten Punkts stehenden Ziffern in die bedeutliche Ziffer des Divisoris (ibid.), so erlanget ihr den begehrten Quotient; und ist dasjenige, so in dieser nächst gedachten Division übrig bleibet, nebst den abgesonderten Ziffern, der ganze Rest (daferne einer da ist) aus der verlangten Hauptdivision.

Z. E. Es sey gegeben 986357 in 40 zu dividiren. So machet einen Punkt zwischen die 7 und den andern Ziffern, dividiret sodann die Zahl zur Linken des Punkts in 4, kommen im Quotient 24658, und bleiben noch 3 (Einheiten aus des Dividendi 2ten Stelle, das ist nämlich Zehener) übrig, welche denn nebst den abgesonderten 7 (Einheiten der 1sten Stelle) zusammen, den ganzen Rest 37 ausmachen, wie folget:

98635.7 in 40

Quot. 24658 Rest 37. Folgends ist der genaue Quotient (§. 225.) $24658\frac{37}{40}$.

Also auch wenn die 986357 in 400 zu dividiren wären,

ren, so dürfet ihr nur 2 Ziffern, wie hier die 57 durch einen Punkt absondern, und die übrigen 9863, wie vorhin in 4 dividiren, so kommen im Quotient 2465, und restiren (in allen, nach voriger Anweisung) 357, als folget:

9863.57 in 400

Quot. 2465 Rest 357, mit welchem Reste ferner nach den obigen Lehren (§. 225. 226. ꝛc.) procediret werden mag.

Beweis.

Wenn man von einer gegebenen Zahl zur Rechten eine Ziffer absondert, wird solche Zahl dadurch in 10 diviret, und wenn man von einer gegebenen Zahl 2 Ziffern zur Rechten absondert, wird sie dadurch in 100 diviret, u. s. w. (§. 235.) Wenn man nun einen hieraus entstehenden Quotienten ferner (z. E.) in 4 dividiret, so wird nothwendig die gegebene Zahl auf solche Weise, im ersten Falle, in 4 mal 10, das ist in 40; und im andern Falle, in 4 mal 100, das ist in 400, dividiret (§. 236.).

§. 239. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 38698.7 ℳ. zu fl. zu machen. Also:
30) Antw. 12899 fl. 17 ℳ.

N°. 2. 906018.7 Scheffel zu Last zu machen. Also:
60) Antw. 15103 Last 7 Scheffel.

N°. 3. 6327.98 Königsberger ℔. zu dasige Schff. zu machen. Also:
400) Antw. 1581 Schff. 398 ℔

N°. 4. 2897.146 Bogen Druckpapier zu Ballen zu machen. Also:
5000) Antw. 579 Ballen 2146 Bogen.

N°. 5.

N°. 5. Wie viel ist $\frac{1}{80}$ oder der 80te Theil aus 23572.8 fl? Also.

80) 23572.8

Antwort 2946$\frac{48}{80}$ fl

oder also: 23572.8 | Rest 48 fl. zu ℔. à 30

80) 144.0 ℔.

Antwort 2946 fl. 18 ℔.

N°. 6. Theilet 6879.5371 ℔ in 70000 gleiche Theile. Also:

Antwort 982$\frac{55371}{70000}$ ℔

oder also: 6879.5371 | Rest 55371 ℔ zu Loth

332226 à 16.

Antwort ℔. 982.12.2 Qu. 88.5936 ℔.

$\frac{234276}{70000}$ ℔. Rest 45936 ℔. zu Qu. (4

18.3744

Rest 43744 Qu. zu ℔ (4

17.4976

§. 240. Damit man aber in dergleichen Fällen, wie vorhin N°. 5. und 6, wenn man den genauen Quotient in kleinen Sorten haben will, die Ausrechnung unter einander, ohne besondere Rechnung beyseite stellen möge; so schreibet den Quotienten beyseite unter den Divisorem zur Linken des Dividendi, eben auf die Weise, wie hernach §. 243. angewiesen werden soll, so könnet ihr die ganze Ausrechnung ordentlich unter den Dividendum setzen, gleich wie hernach §. 249. N°. 8. zu ersehen. Und kommen demnach vorige Exempel also zu stehen;

in 80 | 23572.8 fl.

48

Antw. 2946 fl. 18 ℔. (30

1440

Item in 70000 | 6879.5371 ℔.

Antw. 982 ℔ 12.2.$\frac{234276}{70000}$ ℔. 55371

(16

332226

8859368

45936

(4

18.3744 Qu.

43744

(4

17.4976 ℔

§. 241.

§. 241. Wenn beyde, so wohl der Divisor als Dividendus Nullen zur Rechten haben, so schneidet man beyderseits gleich viel Nullen ab, und lässet dieselben ganz fahren (wie solches unten §. 294. erwiesen werden soll.)

Z. E. Wenn ihr die Zahl 283000 in 40 dividiren sollet, so dividiret 28300 in 4. Wollet ihr aber dieselben in 400 dividiren, so dividiret 2830 in 4. Gleichergestalt wenn ihr besagte Zahl in 4000 dividiren sollet, so dividiret 283 in 4; Und so ihr sie in 40000 dividiren wollet, so dividiret 283 in 40, u. s. w. Als:

N°. 1. Wie viel ist $\frac{1}{90}$ aus fl. 716700. Also:

9) 71670|0

Antwort 7963 $\frac{1}{3}$ fl.

N°. 2. Theilet 84370 in 500 gleiche Theile. Also:

50) 8437|0

Antwort 168 $\frac{37}{50}$

N°. 3. Theilet 589750 fl. Holl. in 6000 gleiche Theile, und zwar in fl. St. und Pen., so setzet es nach Anzeigung §. 240. Also:

in 6000	589.75 fl.
	175 (20
	35.00 St.
	500 (16
Antwort 98 fl. 5 St. 13 $\frac{1}{3}$ Pen.	80.00 Pen.

§. 242. Jedoch ist dieses Hinweglassen der Nullen nur in solchem Falle zu verstehen, daferne die Absicht ist, den eigentlichen Quotienten zu finden. So man aber vornehmlich den Rest zu wissen verlanget, wie viel in der gegebenen Division übrig bleibet, müssen des

Divi-

Dividendi Nullen (gleichwie in §. 238 und 239, deſſen abgeſonderte Ziffern) dem Reſte beygefüget werden. Als wenn bey den nächſtgedachten 3 Exempeln die Frage wäre, wieviel der Reſt ſey, ſo man 716700 in 99; 84370 in 500; 589750 in 6000 dividire, ſo müſſet ihr bey N°. 1. ſagen: Der Reſt ſey 30; bey N°. 2. 370; und bey N°. 3. 1750.

Die 17. Aufgabe.

§. 243. **Eine gegebene Zahl in eine andere gegebene, welche aus etlichen bedeutlichen Ziffern beſteht, nach der kürzeſten und beſten Art, die auch bey allen vorkommenden Zahlen zu gebrauchen iſt, zu dividiren.**

I. Schreibet den Diviſorem zur Linken des Dividendi.

II. Ziehet unter denſelben (nämlich Diviſorem) eine Linie, unter welche der kommende Quotient geſetzet wird.

III. Nehmet zu dem Diviſore aus dem Dividendo zur Linken einen ſatſamen Dividuum, nämlich ein ſolches Stück, welches unter 10 mal ſo groß iſt als der Diviſor (§. 219), das iſt, welches entweder mit dem Diviſore gleichviel Ziffern (§. 97), oder im Falle die Ziffer zur Linken des Dividendi kleiner als die Ziffer zur Linken des Diviſoris (verſtehet nach der Erklärung §. 96.), höchſtens nur eine Ziffer mehr, als der Diviſor, hat (§. 98). Und unterſuchet, wie oft der Diviſor in ſolchem Dividuo enthalten ſey, und zwar ſolchergeſtalt; forſchet anfangs vermittelſt des vertehr-

ten

ten Einmal Eins (§. 210.), wie oft die erſte Ziffer zur Linken des Diviſoris, in der erſten, oder (im nächſtgedachten andern Falle) in den zweyen erſten Ziffern zur Linken des beſagten Dividui begriffen ſey, und überſchlaget in den Gedanken, ob ſich das Product aus dieſem Quotient mit dem Diviſore multipliciret, von dem Dividuo abziehen läßt, gehet es nicht an, ſo nehmet zum Quotienten eines, oder daferne es noch nicht angehen will, auch mehrere weniger, und überſchlaget es ſo lange, bis ihr befindet, daß es angehen kann.

IV. Schreibet ſodann den endlich gefundenen rechten Quotienten unter die Linie, und ſubtrahiret das gedachte Product (nämlich nach Anweiſung §. 193 und 194 das Factum jeder Ziffer des Diviſoris, und zur Rechten anfangend) von dem Dividuo wirklich ab. Den Reſt aber (ſo einer bleibt), welcher allhier auch wohl mehr als eine einzelne Ziffer ſeyn kann, und folgends nicht ſo leicht als nur eine einzelne Ziffer (§. 218). im Sinne zu behalten iſt, ſetzet gehörigermaßen ordentlich unter den Dividuum, und gebet allezeit Achtung, daß ſolcher weniger ſey als der Diviſor (§. 209).

V. Hierauf gehet um eine Stelle nach der Rechten in dem Dividendo weiter fort, und nehmet zu derſelben den vorigen Reſt (wenn einer da iſt), ſo habt ihr den andern Dividuum, mit welchem ihr eben ſo, als wie mit dem erſten Dividuo, verfahret. Wenn ihr nun ſolchergeſtalt bis zu Ende des Dividendi (wie ſolches mit mehrern oben §. 215. Artik. IV. ausgeführet zu erſehen, welcher Artikel ſo wohl, als auch ſonſt alles dasjenige, was vorhin wegen des Reſts §. 223 bis 230, und wegen der zur Rechten ſtehenden Nullen §. 238 und 241 gelehret worden, auch hier ſtatt

findet)

findet) continuiret, ſo habet ihr den verlangten Quotienten unter dem Diviſore, und den Reſt (ſo einer bleibt) unter dem Dividendo.

Z. E. Man ſoll 2549361 in 439 dividiren, ſo ſetzet es auf, als folget:

439 2549361

Weil nun die 2 zur Linken des Dividendi kleiner als die 4 zur Linken des Diviſoris, und dieſer aus 3 Ziffern beſteht, ſo nehmet den Dividuum auf 4 Ziffern, nämlich die Zahl 2549. Machet demnach unter die 9 einen Punkt, zum Zeichen, daß dieſes die letzte Stelle des Dividui ſey, von welcher hernach das Factum aus der letzten Ziffer des Diviſoris, als aus der 9, abgezogen werden müſſe, alſo:

439 2549361

Hierauf ſprechet: 4 in 25 iſt 6mal, woraus ihr verſichert ſeyn könnet, daß der Quotus dieſes Dividui nicht gröſſer als 6 ſeyn könne. Ueberſchlaget aber in den Gedanken, ob ſich auch der ganze Diviſor 6mal von dem Dividuo abziehen läßt, nämlich betrachtet nur die Facta der Ziffern des Diviſoris und ihre Reſte, wenn ſie nach und nach zur Linken anfangend von dem Dividuo (nach der beſchriebenen Manier §. 197.) abgezogen werden ſollten; ſo könnet ihr auch nur aus einigen erſten Ziffern zur Linken ſofort finden, ob die 6 zu groß ſey oder nicht. Denn, bedenket, wenn man 6 mal des Diviſoris 4, das iſt 24, von 25 abzöge, würde 1 übrig bleiben, welche 1 ſammt der nachfolgenden 4, nur 14 ausmachen; wovon ſich hernach die nachfolgende 3 aus dem Diviſore nicht 6 mal abziehen läßt (indem 18 von 14 nicht können abgezogen werden); Hieraus iſt zu erſehen, daß 6 zu groß ſey. Derowegen nehmet zum Quotienten 1 weniger, und überſchlaget es mit

mit der 5, wie vorhin mit der 6, ſo werdet ihr befinden, daß es mit der 5 wohl angehe. Demnach ſetzet in den geſuchten Quotienten die 5 folgendermaßen:

439 2549361 Und ſubtrahiret alſo

Quot. 5 5 mal den Diviſorem 439 von dem Dividuo 2549 nach Anzeigung §. 193 und 194 (allwo dieſe Manier zu multipliciren und ſubtrahiren auf einmal weitläuftig ausgeführet worden), was aber übrig bleibt, ſetzet gerade unter ſolchen Dividuum, wie folget:

439 2549361 Gehet ſo dann eine

Quot. 5 354 Stelle in dem Dividendo weiter fort, machet, wie vorhin, zum Zeichen einen Punkt unter ſolche Stelle. Alſo:

439 2549631 So habet ihr den

Quot. 5 354 andern Dividuum, nämlich 3543 (denn die 2549, als alle diejenigen Ziffern, von welchen die gehörige Subtraction bereits geſchehen, gelten nicht mehr, ob ſie gleich von mir nicht wie ſonſt gewöhnlich durchſtrichen werden.) Alsdenn zählet von dem gemachten Punkte ſo viele Stellen nach der linken, als der Diviſor Ziffern hat, nämlich hier 3, ſo befindet ſich, daß der Quotient von des Diviſoris 4 in den 35 geſuchet werden müſſe. Saget demnach 4 in 35 iſt 8 mal; und ſieht man allhier bald (durch einen Ueberſchlag, wie vorhin gezeiget) daß 8 nicht zu groß ſey. denn, wenn 8 mal 4, nämlich 32, von 35 abgezogen werden, bleiben noch 3 übrig, welche ſammt der nachfolgenden Stelle 34 ausmachen, wovon hernach 8 mal 3, oder 24, gleichfalls abgezogen werden können. Derowegen ſchreibet ſolche 8 in den Quotient neben der vorhin gefundenen 5 zur Rechten, und ſubtrahiret folgends 8 mal

den Diviſorem 439 von dieſem Dividuo 3543, eben wie vorhin, als folget:

439 | 2549361 Hierauf gehet wieder-
Quot. 58 | 354 um eine Stelle weiter,
31 und machet einen

Punkt unter die 6. Oder damit alles feine gerade zu ſtehen komme, lieber etliche Punkte untereinander. Zählet von dieſer Stelle abermal 3 Stellen nach der linken, ſo findet ſich, daß des Diviſoris 4 in der 3 zu ſuchen ſey. Weil aber 4 in 3 auch nicht 1 mal enthalten iſt, ſo ſetzet in den Quotient neben die vorigen 8 eine 0, wie folget:

439 | 2549361 Endlich gehet weiter,
Quot. 580 | 354.. machet einen Punkt
31.. unter die 1, und zäh-

let 3 Stellen nach der linken, kommen die 4 des Diviſoris in 31 zu ſuchen. Saget alſo: 4 in 31 iſt 7 mal (welche ihr abermal wie vorhin überſchlagen und richtig befinden könnet), ſchreibet ſolche 7 im Quotient neben die vorige Nulle, und ſubtrahiret ſodann 7 mal den Diviſorem 439 von dieſem letzten Dividuo 3161, bleiben 88, welchen Haupt-Reſt, weil keine Stelle in dem Dividendo weiter folget, man von den vorigen Reſten durch eine Linie unterſcheidet, als folget:

439 | 2549361
Quot. 5807 | 354..
31..

Reſt 88 derowegen iſt der genante Quotient allhier $5807\frac{88}{439}$ (§. 225.) welcher denn anzeiget, daß ſo vielmal die 439 in 2549361 enthalten ſind.

Beweis.

Beweis.

Der Beweis iſt gleich dem Beweiſe §. 215. Alſo kann man auch die z. E. gegebene Zahl 2549361, wie §. 216. gezeiget, zergliedern, ſo wird man befinden, daß

2195000 in 439 div. geben 5000 (§. 212.)
351200 in 439 - geben 800
3073 in 439 - geben 7 Ergo muß die Summ. 2549273 in 439 - geben 5807 (§. 214.);

folgends giebt die Zahl 2549273 + 88, das iſt 2549361, in 439 dividiret, im Quotienten 5807 und Reſt 88, wie vorhin. Aus welcher Zergliederung der vorige Proceß klar vor Augen lieget.

§. 244. Nur iſt zu merken, weil man aus dem verkehrten Einmal Eins (§. 210.), das insgemein nur auf die Producte der einzelnen Ziffern geſtellet iſt, nicht wiſſen kann, wie oft ein großer Diviſor in ſeinem Dividuo enthalten ſey, und ſolches bishero durch Verſuchen, wie zuvor gezeiget, gefunden werden muß; ſo ſcheine dieſe Diviſion, den Anfängern inſonderheit etwas beſchwerlich zu ſeyn. Allein, wenn ihr ſo wohl die gegebene Regel, als abſonderlich die Auflöſung des vorigen Exempels (welche zu dieſem Ende mit Fleiß weitläuftig erkläret habe) gründlich ermeget, ſo wird ſich die vermeynte Schwierigkeit von ſelbſten heben. Denn

I. iſt der Quotient aus jedem Dividuo allezeit dermaſſen eingeſchränket, daß er ſich nicht lange herzen kann. Denn gleichwie man überhaupt verſichert iſt, daß er nur eine einzelne Ziffer, und alſo unter 10 ſeyn müſſe (§. 219.); alſo iſt man inſonderheit auch vergewiſſert, daß ſolche einzelne Ziffer niemals größer ſeyn könne, als oft die Ziffer zur Linken des Diviſoris in der einen oder

zweyen ersten Ziffern zur Linken des Dividui enthalten ist; welches denn aus dem verkehrten Einmal Eins ohne vieles Suchen zu finden. Und daferne dieser Quotient ja noch zu groß, so kann derselbe von dem wahren Quotienten doch nicht über eine oder etliche Unitäten differiren, folgends darf man ihn nur um eine oder etliche vermindern, so muß sich der wahre Quotient bald zeigen.

II. Kann man die Größe solcher einzelnen Ziffer in dem Quotienten, auch bey den größesten Divisoribus mehrentheils nur aus seinen etlichen Ziffern zur Linken, in den Gedanken durch einen kleinen Ueberschlag finden, wie vorhin gezeiget, ohne daß man nöthig habe, den Versuch mit allen seinen Ziffern anzustellen. Dieses eben hat die alten Rechner auf die Gedanken gebracht, daß sie auch die wirkliche Multiplication und Subtraction im dividiren zur Linken angefangen (§. 197): Allein man muß dasjenige, was Kürze halber nur zu einem bloßen Ueberschlag in Gedanken dienet, von dem, was man wirklich thun muß, wie billig unterscheiden; derowegen fanget die wirkliche Multiplication und Subtraction, den Regeln dieser Specierum gemäß, viel lieber zur Rechten an (nach Anzeigung §. 193. und 194.).

III. Kann bey dem allen, wenn man auch in Gedanken bey einem Ueberschlage schon gefehlet hätte, dennoch niemand in Irrthum verleitet werden, indem die wirkliche Probe gleich darauf angestellet wird, wenn man nämlich den ganzen Divisorem von dem Dividuo wirklich so vielmal subtrahiret, als der gefundene Quotient andeutet; da es sich dann in der That zeigen muß, ob der gefundene Quotient zu groß oder zu klein sey (§. 209.). Also ist auch

IV.

IV. Oben ſchon (§. 196.) dargethan worden, daß die wirkliche Multiplication und Subtraction nach der beſchriebenen Manier auf einmal zu verrichten, keinesweges einige Schwierigkeit verurſachen könne. Ja, es lehret

V. Die Erfahrung ſelbſten, daß diejenigen, welche ſich hierinnen eine Weile geübet, ſo wohl den Ueberſchlag in den Gedanken, als überhaupt den ganzen Proceß ſolcher Diviſion ſehr geſchwinde anſtellen und verrichten können. Dieſemnach beſteht die vermeynte Schwierigkeit bloß in einer Einbildung, in der That aber geht es gar leicht von ſtatten; und wird von einem Anfänger nur erfordert, daß er ſich in Exempeln fleißig übe.

§. 245. Sollte aber jemanden das Multipliciren und Subtrahiren beſchriebenermaßen auf einmal zu verrichten, ja noch ſchwer fallen, derſelbe kann, wenn ihm ja nicht beſſer zu helfen iſt, folgender ſchlechteren Art zu dividiren ſich bedienen.

Die 18. Aufgabe.

§. 246. Auf eine andere Art zu dividiren.

I. Verfahret in allen Stücken nach Anzeigung §. 243. Artik. I. II. und III. Ziehet ſo denn

II. unter den Quotienten eine Linie, unter welche ihr das Factum aus jeder Ziffer des Quoti und des ganzen Diviſoris, und zwar allezeit gerade unter derſelben Quots-Ziffer, mit welcher man den Diviſorem ordentlich multipliciret, anfangend, hinſchreibet, und von ſeinem zugehörigen Dividuo, wie gewöhnlich (§. 130.) ſubtrahiret. Auf welche Weiſe das angezogene Exempel alſo zu ſtehen kommt:

Diviſ. 439

Quot. 5867 Dividend.

5 mal 439 iſt . . 2195 . . . von . . 2549361
8 mal 439 . . . . 3512 . . von . . . 354 . . .
7 mal 439 . . . . . 3073 . von . . . . 31 . .

Reſt . . 88

§. 247. Weil nun das Haupt-Factum aus dem gegebenen Diviſore und dem gefundenen Quotienten, allezeit den ganzen Dividendum herſtellen muß, (§. 208.); ſo hat man bey dieſer Manier den Vortheil, daß man durch die bloße Addition eine Probe anſtellen kann, ob in ſolcher Diviſion nichts verſehen ſey. Denn wenn man alle unter den Quotienten geſchriebene Facta partialia addiret, und den Reſt (ſo einer geblieben) dazu nimmt, muß nothwendig der ganze Dividendus wiederum zum Vorſchein kommen. Als addiret die Zahlen

2195 . . .
3512 . .
3073 zu 88

kommt 2549361 der ganze Dividendus.

§. 248. Jedoch recommendire ich einem jeden lieber die vorhergehende Manier (§. 243.) als dieſe andere Art (§. 246.). Zu dem Ende habe noch verſchiedene Exempel zur Uebung vorſtellen, und ſolche nach jener Manier auflöſen wollen.

N°. 1. Eine gewiſſe Zahl iſt oben (§. 170.) mit 2357 multipliciret worden, daraus das Product 1032366 entſtanden. Die Frage iſt: Welches wohl die gewiſſe Zahl geweſen ſeyn müſſe? Wenn ihr bedenket, daß die geſuchte gewiſſe Zahl, vermöge der Aufgabe,

be, ſo viele Einheiten enthalten müſſe, als oft das Product 1032366 die Zahl 2357 in ſich begreifet (§. 137); ſo könnet ihr ſchließen, daß dieſelbe durch die Diviſion zu finden ſey. Denn dieſe eben findet diejenige Zahl, welche ſo viele Einheiten enthält, als oft der Diviſor in dem Dividendo begriffen iſt (§. 199 und wie hiervon oben im §. 210. bereits erwehnet worden). Derowegen proceediret als folget:

2357	1032366
Quot. 438, die verlangte gewiſſe Zahl.	895..
	1885.
	000

N°. 2. Eine gewiſſe Zahl iſt mit 438 multipliciret worden, und hat im Product gebracht, wie vorhin, 1032366; wie viel iſt dieſelbe Zahl geweſen? Alſo:

438	1032366
Antwort 2357, die verlangte Zahl	156...
	249..
	306.
	00

N°. 3. Dividiret in 67 die Zahl 1000000. Alſo:

Quot. 14925	33....
	62...
	17..
	36.
	Reſt 25

N°. 4. Dividiret in 7358 die Zahl 62987354. Alſo:

Quot. 8560	4123...
	4443..
	Reſt 2874

N°. 5. Dividiret in 13579 die Zahl 1234567890. Also:

Quot. 90917 — 1245....
2367..
10100.
Rest 5947

N°. 6. Dividiret in 2468 die Zahl 123456789. Also:

Quot. 50023 — 005....
741.
Rest 25

N°. 7. Dividiret in 5879.000 die Zahl 9651287.543

Quot. 1641 — 3772...
2448..
972.
Rest 3848543

N°. 8. Dividiret in 197300 die Zahl 1435700000 Also:

1973|00 — 14357000|00
Quot. 7276 — 346...
1524..
1329.
Rest 145200

So man aber nur den Quotienten zu wissen verlanget, kann man die 2 Nullen des Dividendi gar hinweg streichen (§. 241), und ist derselbe $7276\frac{1452}{1573}$.

N°. 9. Theilet 6897354 fl. in 1573 gleiche Theile. Wie viel beträgt ein solcher Theil? Also:

1573 — 6897354 fl.
Antwort 4384 fl. — 605...
$25\,\mathcal{H}\,3\frac{134}{1573}\,\mathfrak{R}$ — 334..
761.
Rest fl. 1322 zu $\mathcal{H}$ à 30 (§. 226)
39660 $\mathcal{H}$
820.
Rest $\mathcal{H}$ 335 zu $\mathfrak{R}$ à 18
2680
6030 $\mathfrak{R}$
Rest $\mathfrak{R}$ 1311

§. 249.

§. 249. Man nennet inſonderheit diejenigen ganzen Zahlen, welche eine andere gerade aufmeſſen, oder, welches einerley (§. 207.), ohne Reſt dividiren, die Maaße von ſolcher andern.

Z. E. 12 heißet man eine Menſur oder ein Maaß von 48 indem 12 eine ganze Zahl iſt, welche die 48 auch gerade aufmeſſen, denn 48 in 12 dividiret geben in dem Quoto 4, und bleibet nichts übrig.

§. 250. Demnach hat jede ganze Zahl aufs mindeſte zweyerley Maaße, nämlich die Unität, und die ganze Zahl ſelbſt: Wie z. E. eine Länge von 48 Zoll durch eine Länge von 1 Zoll als auch durch eine Länge von 48 Zoll gerade aufgemeſſen werden kann, und iſt der Quotient im erſten Falle die Zahl ſelbſt, und im andern allezeit 1. Ueber dieſe 2 Maaße aber, hat öfters eine Zahl noch viele andere Maaße. Als z. E. die Zahl 48, kann auch durch 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, und 24, gerade aufgemeſſen werden.

§. 251. Alle Maaße, die kleiner ſind, als die Zahl, von welcher ſie die Maaße heißen, werden (als Theile, wie §. 46. erkläret worden) die Partes aliquotæ, oder gerade aufmeſſende Theile genannt. Hingegen heiſſet eine jede Zahl zwar das Maaß von ſich ſelbſt (§. 250), aber nicht ein Pars aliquota. Alſo kann man z. E. von der Zahl 48 ſagen, daß ſie zehnerley Maaße, als nämlich 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, und 48; aber nur 9 Partes aliquotas habe, weil 48 nicht ein Pars aus 48 heißen kann.

§. 252. Wenn eine Zahl das Maaß iſt zu etlichen verſchiedenen Zahlen, ſo wird jene Menſura communis, oder ein gemeines Maaß, von dieſen verſchiedenen genannt. Z. E. die Zahl 3 heißt ein gemeines Maaß von den Zahlen 12 und 27, indem dieſe beyde in 3 gemeſſen

oder dividiret, gerade aufgehen: Hingegen sind die Zahlen 2, 4, 6, und 12, nur von der Zahl 12 allein; und die Zahlen 9 und 27 nur von der Zahl 27 allein, die Maaße; aber nicht zu beyden Zahlen, 12 und 27, gemein.

§. 253. Diejenigen Zahlen, welche keine Zahl in Ganzen zu ihrem gemeinen Maaße haben, heißen primi inter se, das ist Anfangszahlen (§. 165.) unter sich, nämlich in ihrer Vergleichung, wenn sie gegen einander gehalten und verglichen werden. Z. E. 8 und 27 sind primi inter se, indem keine ganze Zahl zu finden ist, welche zu diesen beyden Zahlen ein gemeines Maaß seyn könnte.

§. 254. Zwar ist die Unität das allgemeine Maaß zu allen ganzen Zahlen: Allein es wird durch das gemeine Maaß allezeit eine Zahl verstanden, als welche durch ihr Messen die Zahlen verkleinern kann; da hingegen 1 ein solches Maaß ist, welches die Zahlen ohne Veränderung stehen läßt. Z. E. Wenn oben (§. 252.) die Zahlen 12 und 27 jede durch drey dividiret oder gemessen werden, kommen andere kleinere Zahlen, nämlich 4 und 9; Hingegen wenn sie durch 1 gemessen oder dividiret werden, so bleiben die Zahlen 12 und 27 nach als vor ohne Veränderung.

Zum Beschluß der Division sind nachfolgende Betrachtungen dienlich zu merken.

§. 255. Daß oben gelehret worden den Divisorem neben den Dividendum zu schreiben, solches ist zu verstehen (wie bey der Multiplication §. 184. schon angemerket), wenn derselbe in einer gegebenen Rechnung, in welcher was zu dividiren vorkommt, nicht vorhin schon steht.

§. 256. Gleichergestalt ist leicht zu erachten, daß die §. 243. angewiesene viele Punkte unter einander zu machen, keine Noth wen-

wendigkeit, ſondern (wie daſelbſt bereits erwehnt) nur darzu dienlich ſind, damit alles fein gerade unter einander komme; zumal da öfters die Anfänger im Schreiben die Ziffern unter einander ſehr ſchief und krumm zu ſetzen pflegen.

§. 257. Daß man die Diviſion allezeit zur Linken des Dividendi anfängt, iſt die Urſache, damit man dasjenige, was bey jedem Dividuo übrig bleibt, ſo fort zu dem nachfolgenden Dividuo der kleinern Einheiten nehmen möge; da es hingegen öfters ſehr weitläuftig fallen würde, wenn man die Diviſion zur Rechten des Dividendi anfangen ſollte.

§. 258. Hieraus folget, wenn vermiſchte (§. 81.), oder mehrerley namige Zahlen (§. 83.) zu dividiren ſind, daß man die Diviſion bey den Ganzen oder der größten Sorte anfangen müſſe.

§. 259. Weil jede Einheit aus einer höhern Stelle immerfort 10 Einheiten in der folgenden niedrigern Stelle ausmachet (§. 65.), ſo wird jede gebliebene Unität, in dem nächſt nachfolgenden Dividuo vor 10 gezählet. Sollte aber eine 1 aus dem vorhergehenden Dividuo der höhern Einheiten mehr oder minder, als 10 Unitäten, in dem nächſt folgenden Dividuo der kleinern Einheiten ausmachen, ſo müßte das bleibende aus jenem, in dieſem Dividuo vor eben ſo viel kleinere Einheiten gerechnet werden, als es derſelben wirklich in ſich enthält.

Summariſche Betrachtungen der ſämmtlichen 4 Specierum.

§. 260.

Wenn man eine ganze Zahl zu einer ganzen Zahl addiret, oder von einer ganzen Zahl ſubtrahiret,

ret, muß im 1sten Falle die Summe, und im andern der Rest eine ganze Zahl seyn.

§. 261. Da nun Multipliciren nichts anders als eine kurze Addition ist, nämlich als sollte man einen Factor so oft unter einander setzen, als der andere Factorem Unitäten hat, und solche unter einander gesetzte Zahlen addiren (§. 139): So können auch niemals in einem Producte Brüche kommen, wenn beyde Factores ganze Zahlen sind. Dahero versteht man durch componirte Zahlen §. 164. allezeit ganze Zahlen, indem die Factores gleichfalls ganze Zahlen sind.

§. 262. Wiederum folget zurück, wenn eine Zahl Brüche hat, so kann dieselbe unmöglich ein Factum seyn, das aus lauter ganzen Factoribus entstehen könnte, sondern es müßte wenigstens doch einer von den Factoribus auch Brüche haben.

§. 263. Wenn demnach ein Dividendus Brüche hat, und der Divisor ist eine ganze Zahl, so kann der Quotient keine ganze Zahl seyn.

Beweis.

Das Factum aus dem Divisore und Quotienten muß dem Dividendo gleich seyn (§. 208.) Folgends wenn ein Dividendus, als das gedachte Factum, Brüche hat, so muß wenigstens einer von dessen Factoribus, nämlich entweder der Divisor, oder der Quotient, Brüche haben (§. 262). Da nun, vermöge des Satzes der Divisor eine ganze Zahl ist, so muß allerdings der Quotient Brüche haben, wenn der Dividendus Brüche hat.

§. 264. Eine Zahl kann durch die Addition einer Unität größer, als durch die Subtraction einer Unität kleiner werden (§. 38). Hingegen kann eine Unität weder multipliciren noch dividiren.

Z. E.

Z. E. Die Zahl 6 mit 1 multiplicirt, oder in 1 dividirt, bleibet im ersten Falle das Product, und im andern Falle der Quotient unverändert 6.

§. 265. Was die Addition zusammen genommen, kann durch die Subtraction wieder getrennet werden (§. 39).

Z. E. 3 zu 5 addiret geben 8. Wenn nun von solcher 8 die 3 oder 5 subtrahiret werden, so bleibt im ersten Falle die 5, und im zweyten die 3 übrig.

§. 266. Was die Subtraction von einander genommen, kann durch die Addition wiederum zusammen gebracht werden (ibid.), wenn man nämlich den Subtractorem und Rest zusammen addiret (§. 120.)

§. 267. Was die Multiplication zusammen nimmt, löset die Division wieder auf.

Z. E. 12 mit 4 multipliciret, geben in dem Product 48. Wenn nun die 48 in 4 oder 12 dividiret werden, so kommet im ersten Falle die 12, und im andern die 4.

Beweis.

Jeder Factor nimmt den andern Factorem so oft zusammen, als er Einheiten hat (§. 137). Wie oft aber eine Zahl in einer andern enthalten sey, zeiget der Quotient durch die Division (§. 199). Derowegen wenn ein Product in einen seiner Factorum dividiret wird, so muß allerdings im Quoto der andere Factor heraus kommen (wie hiervon auch §. 248. N°. 1 und 2 zu ersehen ist).

§. 268. Hieraus ist abermal dasjenige klar, was oben §. 227 gelehret worden. Denn nach Anzeigung §. 226. müßte man die restirenden ℔ zu Loth. und die restirende fl. zu ℔ machen, alsdenn das kommende in den gegebenen Divisorem dividiren. Wenn nun dieser in jenem Falle 32, und in diesem just 30 ist; so würde man den Rest in jenem Falle mit 32 multipliciren, und hernach in 32 wieder dividiren, und in diesem mit 30 multipliciren, und hernach wiederum in 30 dividiren müssen, durch welche Berechnung

nung nothwendig eben der vorige Quotient wieder zum Vorschein kommen muß (§. 269).

§. 269. Was die Division auseinander nimmt oder auflöset, kann durch die Multiplication wiederum zusammen genommen werden, wenn man nämlich den Quotienten und Divisorem mit einander multipliciret; da denn im Product allezeit der Dividendus wieder herauskommen muß (§. 208.)

§. 270. Also ist die Addition der Rückweg von der Subtraction (§. 266), hingegen die Subtraction der Rückweg von der Addition (§. 265); desgleichen die Multiplication der Rückweg von der Division (§. 269), hingegen die Division der Rückweg von der Multiplication (§. 267), in welchen Rückwegen man allezeit wiederum auf die erste Zahl kommen muß, von der man im Herwege erstlich abgegangen ist.

§. 271. Folgends muß eine componirte Zahl (§. 164) in allen ihren Factoribus theilbar seyn (§. 223). Denn wenn sie in einen Factorem dividiret wird, muß im Quotient der andere Factor kommen (§. 267); Da nun die Factores der componirten Zahlen lauter ganze Zahlen sind; so muß besagter Quotient allerdings eine ganze Zahl ohne Rest oder Bruch seyn.

§. 272. Dannenhero sind alle Factores von einer componirten Zahl, die Maaße (§. 249.) oder vielmehr (weil sie kleiner als die ganze Zahl selbst) die partes aliquotae (§. 251.) von derselben componirten Zahl.

§. 273. Wenn man zu der Summe zweyer ungleichen Zahlen ihre Differenz (§. 119.) addiret, so muß die größere doppelt kommen.

Z. E. Die Summe von 5 und 8 ist 13. So nun hierzu die Differenz zwischen 5 und 8, nämlich 3 addiret wird, kommt 16, das ist 2 mal die 8.

Be-

Beweis.

Die gröſsere (8) beſteht aus 2 Theilen, nämlich aus der kleinern Zahl (5) und der Differenz (3). Demnach beſteht die Summe beyder Zahlen (13) aus 2 mal der kleinern Zahl (das iſt aus 2 mal 5) und einmal der Differenz (3). Wenn nun zu ſolcher Summe noch einmal die Differenz zugeleget wird, ſo enthält dieſe Summe (16) 2 mal die kleinere und 2 mal die Differenz in ſich, das iſt 2 mal jeden Theil der gröſsern; folglich iſt ſolche Summe das Duplum der gröſsern (§. 47).

§. 274. Derowegen wenn man von der Summe (wie z. E. 13) zweyer ungleichen Zahlen (5 und 8) ihre Differenz (3) abnimmt, ſo muß das Duplum von der kleinern Zahl (2 mal 5) übrig bleiben.

§. 275. Folgends auch, wenn man der halben Summe zweyer ungleichen Zahlen, ihre halbe Differenz addiret, oder ſubtrahiret, ſo muß im erſten Falle juſt die gröſsere, und im andern Falle, juſt die kleinere Zahl herauskommen.

§. 276. Wenn man eine gegebene Zahl mit 2 ungleichen Zahlen insbeſondere multipliciret, ſo wird das Product, das aus dem gröſsern Factore entſteht, gröſser, als das andere, und dieſes kleinere Product eben ſo viel mal in jenem gröſsern enthalten ſeyn, als oft der kleinere Factor in dem gröſsern Factore begriffen iſt.

Z. E. Wenn man eine gegebene Zahl mit 2, und beſonders mit 6 multipliciret, ſo muß dieſes andere Factum 3 mal ſo groß ſeyn, als jenes erſte Factum, oder, welches einerley, ſo muß jenes erſte Factum nur der dritte Theil oder $\frac{1}{3}$ aus dem andern Facto ſeyn; weil der Factor 6 ebenfalls 3 mal ſo groß iſt, als der Factor 2.

Beweis.

Ein jeder Factor nimmt die gegebene Zahl ſo vielmal zuſam-

N°. 5. Dividiret in 13579 die Zahl 1234567890. Also:

Quot. 90917 — 1245....
2367..
10100.
Rest 5947

N°. 6. Dividiret in 2468 die Zahl 123456789. Also:

Quot. 50023 — 005....
741.
Rest 25

N°. 7. Dividiret in 5879.000 die Zahl 9651287.543

Quot. 1641 — 3772...
2448..
972.
Rest 3848543

N°. 8. Dividiret in 197300 die Zahl 1435700000 Also:

1973|00 — 14357000|00

Quot. 7276 — 346...
1544..
1329.
Rest 145200

So man aber nur den Quotienten zu wissen verlanget, kann man die 2 Nullen des Dividendi gar hinweg streichen (§. 241), und ist derselbe $7276\frac{145}{1973}$.

N°. 9. Theilet 6897354 fl. in 1573 gleiche Theile. Wie viel beträgt ein solcher Theil? Also:

1573 — 6897354 fl.
605...
334..
761.

Antwort 4384 fl.
25 ℔ $3\frac{1312}{1573}$ ₰

Rest fl. 1322 zu ℔ à 30 (§. 226)
39660 ℔
820.

Rest ℔ 335 zu ₰ à 18
2680

6030 ₰

Rest ₰ 1311

§. 249.

§. 249. Man nennet inſonderheit diejenigen ganzen Zahlen, welche eine andere gerade aufmeſſen, oder, welches einerley (§. 207.), ohne Reſt dividiren, die Maaße von ſolcher andern.

Z. E. 12 heißet man eine Menſur oder ein Maaß von 48 indem 12 eine ganze Zahl iſt, welche die 48 auch gerade aufmeſſen, denn 48 in 12 dividiret geben in dem Quoto 4, und bleibet nichts übrig.

§. 250. Demnach hat jede ganze Zahl aufs mindeſte zweyerley Maaße, nämlich die Unität, und die ganze Zahl ſelbſt: Wie z. E. eine Länge von 48 Zoll durch eine Länge von 1 Zoll als auch durch eine Länge von 48 Zoll gerade aufgemeſſen werden kann, und iſt der Quotient im erſten Falle die Zahl ſelbſt, und im andern allezeit 1. Ueber dieſe 2 Maaße aber, hat öfters eine Zahl noch viele andere Maaße. Als z. E. die Zahl 48, kann auch durch 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, und 24, gerade aufgemeſſen werden.

§. 251. Alle Maaße, die kleiner ſind, als die Zahl, von welcher ſie die Maaße heißen, werden (als Theile, wie §. 46. erkläret worden) die Partes aliquotä, oder gerade aufmeſſende Theile genannt. Hingegen heiſſet eine jede Zahl zwar das Maaß von ſich ſelbſt (§. 250), aber nicht ein Pars aliquota. Alſo kann man z. E. von der Zahl 48 ſagen, daß ſie zehnerley Maaße, als nämlich 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, und 48; aber nur 9 Partes aliquotas habe, weil 48 nicht ein Pars aus 48 heißen kann.

§. 252. Wenn eine Zahl das Maaß iſt zu etlichen verſchiedenen Zahlen, ſo wird jene Menſura communis, oder ein gemeines Maaß, von dieſen verſchiedenen genannt. Z. E. die Zahl 3 heißt ein gemeines Maaß von den Zahlen 12 und 27, indem dieſe beyde in 3 gemeſſen

oder dividiret, gerade aufgehen: Hingegen sind die Zahlen 2, 4, 6, und 12, nur von der Zahl 12 allein; und die Zahlen 9 und 27 nur von der Zahl 27 allein, die Maaße; aber nicht zu beyden Zahlen, 12 und 27, gemein.

§. 253. Diejenigen Zahlen, welche keine Zahl in Ganzen zu ihrem gemeinen Maaße haben, heißen primi inter se, das ist Anfangszahlen (§. 165.) unter sich, nämlich in ihrer Vergleichung, wenn sie gegen einander gehalten und verglichen werden. Z. E. 8 und 27 sind primi inter se, indem keine ganze Zahl zu finden ist, welche zu diesen beyden Zahlen ein gemeines Maaß seyn könnte.

§. 254. Zwar ist die Unität das allgemeine Maaß zu allen ganzen Zahlen: Allein es wird durch das gemeine Maaß allezeit eine Zahl verstanden, als welche durch ihr Messen die Zahlen verkleinern kann; da hingegen 1 ein solches Maaß ist, welches die Zahlen ohne Veränderung stehen läßt. Z. E. Wenn oben (§. 252.) die Zahlen 12 und 27 jede durch drey dividiret oder gemessen werden, kommen andere kleinere Zahlen, nämlich 4 und 9: Hingegen wenn sie durch 1 gemessen oder dividiret werden, so bleiben die Zahlen 12 und 27 nach als vor ohne Veränderung.

Zum Beschluß der Division sind nachfolgende Betrachtungen dienlich zu merken.

§. 255. Daß oben gelehret worden den Dividorem neben den Dividendum zu schreiben, solches ist zu verstehen (wie bey der Multiplication §. 184. schon angemerket), wenn derselbe in einer gegebenen Rechnung, in welcher was zu dividiren vorkommt, nicht vorhin schon steht.

§. 256. Gleichergestalt ist leicht zu erachten, daß die §. 243. angewiesene viele Punkte unter einander zu machen, keine Noth-

wen-

wendigkeit, ſondern (wie daſelbſt bereits erwehnt) nur darzu dienlich ſind, damit alles fein gerade unter einander komme; zumal da öfters die Anfänger im Schreiben die Ziffern unter einander ſehr ſchief und krumm zu ſetzen pflegen.

§. 257. Daß man die Diviſion allezeit zur Linken des Dividendi anfängt, iſt die Urſache, damit man dasjenige, was bey jedem Dividuo übrig bleibt, ſo fort zu dem nachfolgenden Dividuo der kleinern Einheiten nehmen möge; da es hingegen öfters ſehr weitläuftig fallen würde, wenn man die Diviſion zur Rechten des Dividendi anfangen ſollte.

§. 258. Hieraus folget, wenn vermiſchte (§. 81.), oder mehrerley namige Zahlen (§. 83.) zu dividiren ſind, daß man die Diviſion bey den Ganzen oder der größten Sorte anfangen müſſe.

§. 259. Weil jede Einheit aus einer höhern Stelle immerfort 10 Einheiten in der folgenden niedrigern Stelle ausmachet (§. 65.), ſo wird jede gebliebene Unität, in dem nächſt nachfolgenden Dividuo vor 10 gezählet. Sollte aber eine 1 aus dem vorhergehenden Dividuo der höhern Einheiten mehr oder minder, als 10 Unitäten, in dem nächſt folgenden Dividuo der kleinern Einheiten ausmachen, ſo müßte das bleibende aus jenem, in dieſem Dividuo vor eben ſo viel kleinere Einheiten gerechnet werden, als es derſelben wirklich in ſich enthält.

Summariſche Betrachtungen der ſämmtlichen 4 Specierum.

§. 260.

Wenn man eine ganze Zahl zu einer ganzen Zahl addiret, oder von einer ganzen Zahl ſubtrahiret,

ret, muß im 1sten Falle die Summe, und im andern der Rest eine ganze Zahl seyn.

§. 261. Da nun Multipliciren nichts anders als eine kurze Addition ist, nämlich als sollte man einen Factor so oft unter einander setzen, als der andere Factorem Unitäten hat, und solche unter einander gesetzte Zahlen addiren (§. 139): So können auch niemals in einem Producte Brüche kommen, wenn beyde Factores ganze Zahlen sind. Dahero versteht man durch componirte Zahlen §. 164. allezeit ganze Zahlen, indem die Factores gleichfalls ganze Zahlen sind.

§. 262. Wiederum folget zurück, wenn eine Zahl Brüche hat, so kann dieselbe unmöglich ein Factum seyn, das aus lauter ganzen Factoribus entstehen könnte, sondern es müßte wenigstens doch einer von den Factoribus auch Brüche haben.

§. 263. Wenn demnach ein Dividendus Brüche hat, und der Divisor ist eine ganze Zahl, so kann der Quotient keine ganze Zahl seyn.

Beweis.

Das Factum aus dem Divisore und Quotienten muß dem Dividendo gleich seyn (§. 208.) Folgends wenn ein Dividendus, als das gedachte Factum, Brüche hat, so muß wenigstens einer von dessen Factoribus, nämlich entweder der Divisor, oder der Quotient, Brüche haben (§. 262). Da nun, vermöge des Satzes der Divisor eine ganze Zahl ist, so muß allerdings der Quotient Brüche haben, wenn der Dividendus Brüche hat.

§. 264. Eine Zahl kann durch die Addition einer Unität größer, als durch die Subtraction einer Unität kleiner werden (§. 38). Hingegen kann eine Unität weder multipliciren noch dividiren.

Z. E.

Z. E. Die Zahl 6 mit 1 multipliciret, oder in 1 dividiret, bleibet im ersten Falle das Product, und im andern Falle der Quotient unverändert 6.

§. 265. Was die Addition zusammen genommen, kann durch die Subtraction wieder getrennet werden (§. 39).

Z. E. 3 zu 5 addiret geben 8. Wenn nun von solcher 8 die 3 oder 5 subtrahiret werden, so bleibt im ersten Falle die 5, und im zweyten die 3 übrig.

§. 266. Was die Subtraction von einander genommen, kann durch die Addition wiederum zusammen gebracht werden (ibid.), wenn man nämlich den Subtractorem und Rest zusammen addiret (§. 120.)

§. 267. Was die Multiplication zusammen nimmt, löset die Division wieder auf.

Z. E. 12 mit 4 multipliciret, geben in dem Product 48. Wenn nun die 48 in 4 oder 12 dividiret werden, so kommet im ersten Falle die 12, und im andern die 4.

Beweis.

Jeder Factor nimmt den andern Factorem so oft zusammen, als er Einheiten hat (§. 137). Wie oft aber eine Zahl in einer andern enthalten sey, zeiget der Quotient durch die Division (§. 199). Derowegen wenn ein Product in einen seiner Factorum dividiret wird, so muß allerdings im Quoto der andere Factor heraus kommen (wie hiervon auch §. 248. N°. 1 und 2 zu ersehen ist).

§. 268. Hieraus ist abermal dasjenige klar, was oben §. 227 gelehret worden. Denn nach Anzeigung §. 226. müßte man die restirenden ℔ zu Loth. und die restirende fl. zu ℔ machen, alsdenn das kommende in den gegebenen Divisorem dividiren. Wenn nun dieser in jenem Falle 32, und in diesem just 30 ist; so würde man den Rest in jenem Falle mit 32 multipliciren, und hernach in 32 wieder dividiren, und in diesem mit 30 multipliciren, und hernach wiederum in 30 dividiren müssen, durch welche Berechnung

nung nothwendig eben der vorige Quotient wieder zum Vorschein kommen muß (§. 267).

§. 269. Was die Division auseinander nimmt oder auflöset, kann durch die Multiplication wiederum zusammen genommen werden, wenn man nämlich den Quotienten und Divisorem mit einander multipliciret; da denn im Product allezeit der Dividendus ohnfehlbar herauskommen muß (§. 208.)

§. 270. Also ist die Addition der Rückweg von der Subtraction (§. 266), hingegen die Subtraction der Rückweg von der Addition (§. 265), desgleichen die Multiplication der Rückweg von der Division (§. 269), hingegen die Division der Rückweg von der Multiplication (§. 267), in welchen Rückwegen man allezeit wiederum auf die erste Zahl kommen muß, von der man im Herwege erstlich abgegangen ist.

§. 271. Folgends muß eine componirte Zahl (§. 164) in allen ihren Factoribus theilbar seyn (§. 223). Denn wenn sie in einen Factorem dividiret wird, muß im Quotient der andere Factor kommen (§. 267); Da nun die Factores der componirten Zahlen lauter ganze Zahlen sind; so muß besagter Quotient allerdings eine ganze Zahl ohne Rest oder Bruch seyn.

§. 272. Dannenhero sind alle Factores von einer componirten Zahl, die Maaße (§. 249.) oder vielmehr (weil sie kleiner als die ganze Zahl selbst) die partes aliquotae (§. 251.) von derselben componirten Zahl.

§. 273. Wenn man zu der Summe zweyer ungleichen Zahlen ihre Differenz (§. 119.) addiret, so muß die größere dappelt kommen.

Z. E. Die Summe von 5 und 8 ist 13. So nun hierzu die Differenz zwischen 5 und 8, nämlich 3 addiret wird, kommet 16, das ist 2 mal die 8.

Be-

Beweis.

Die gröſsere (8) beſteht aus 2 Theilen, nämlich aus der kleinern Zahl (5) und der Differenz (3). Demnach beſteht die Summe beyder Zahlen (13) aus 2 mal der kleinern Zahl (das iſt aus 2 mal 5) und einmal der Differenz (3). Wenn nun zu ſolcher Summe noch einmal die Differenz zugeleget wird, ſo enthält dieſe Summe (16) 2 mal die kleinere und 2 mal die Differenz in ſich, das iſt 2 mal jeden Theil der gröſsern; folglich iſt ſolche Summe das Duplum der gröſsern (§. 47).

§. 274. Derowegen wenn man von der Summe (wie z. E. 13) zweyer ungleichen Zahlen (5 und 8) ihre Differenz (3) abnimmt, ſo muſs das Duplum von der kleinern Zahl (2 mal 5) übrig bleiben.

§. 275. Folgends auch, wenn man der halben Summe zweyer ungleichen Zahlen, ihre halbe Differenz addiret, oder ſubtrahiret, ſo muſs im erſten Falle juſt die gröſsere, und im andern Falle, juſt die kleinere Zahl herauskommen.

§. 276. Wenn man eine gegebene Zahl mit 2 ungleichen Zahlen insbeſondere multipliciret, ſo wird das Product, das aus dem gröſsern Factore entſteht, gröſser, als das andere, und dieſes kleinere Product eben ſo viel mal in jenem gröſsern enthalten ſeyn, als oft der kleinere Factor in dem gröſsern Factore begriffen iſt.

Z. E. Wenn man eine gegebene Zahl mit 2, und beſonders mit 6 multipliciret, ſo muſs dieſes andere Factum 3 mal ſo groſs ſeyn, als jenes erſte Factum, oder, welches einerley, ſo muſs jenes erſte Factum nur der dritte Theil oder $\frac{1}{3}$ aus dem andern Facto ſeyn; weil der Factor 6 ebenfalls 3 mal ſo groſs iſt, als der Factor 2.

Beweis.

Ein jeder Factor nimmt die gegebene Zahl ſo vielmal zuſam-

zuſammen, als er Einheiten hat (§. 137). Wenn er nun 2 mal ſo viel Einheiten hat als der andere, ſo nimmt er allerdings die gegebene Zahl auch 2 mal ſo oft, als ſie der andere Factor nimmt. Hat er nun 3 mal ſo viel Einheiten als der andere, ſo nimmt er die gegebene Zahl nothwendig auch 3 mal ſo oft, als ſie der andere nimmt, u. ſ. w. Folgends ſind ſolche Facta in einander allezeit eben ſo vielmal, als die differenten Factores in einander, enthalten.

§. 277. Da nun das Product von einer gegebenen Zahl immerfort deſto kleiner wird, je kleiner die Zahl iſt, mit der man jene gegebene multipliciret; am allerkleinſten aber in ganzen Zahlen, wenn man ſolche gegebene Zahl mit 1 multipliciret, weil ſolchergeſtalt die gegebene Zahl ſelbſt gleichſam das Product abgiebt (§. 264): So muß nothwendig das Product noch weniger, als die gegebene Zahl ſelbſt werden, wenn ſie mit weniger als 1, das iſt mit Theilen oder Brüchen aus der 1 (§. 48.) multipliciret wird.

§. 278. Wenn es ſich demnach in einer Rechnung zuträgt, daß etliche Zahlen mit einander zu multipliciren ſind, da das kommende Product 2, 3, oder 4 mal ꝛc. oder auch $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ mal ꝛc. ſo groß begehret wird: So darf man nur gleich anfangs einen von den gegebenen Factoribus, welchen man will, um ſo viel größer oder kleiner nehmen, und mit dieſem gegrößerten oder gekleinerten Factore den andern gegebenen Factorem multipliciren, ſo kommet eben daſſelbe was verlanget wird.

Z. E. man ſoll 4 und 6 mit einander multipliciren, und das kommende Product, 24, ferner mit 2 vermehren: ſo größert entweder die 4 oder die 6 mit 2, und multipliciret entweder 8 mit 6, oder 4 mit 12. (Nota: Hierdurch kann abermal der obige Satz §. 163 erwieſen werden). Alſo kleinert auch, wenn das

gedachte

gedachte Product 24 in 2 zu dividiren iſt, die 4 oder die 6 in 2, und multipliciret ſo denn 8 mit 6, oder 4 mit 3, ſo erlanget ihr im erſten Falle in allewege die begehrte 48; und im andern die begehrte 12.

§. 279. Folgends, wenn man an ſtatt gegebener zweyen Zahlen, andere nimmt, deren eine 2, 3 oder 4 mal ꝛc. ſo groß, als eine der gegebenen, die andere aber nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. mal ſo groß, als die andere von den gegebenen, das iſt, wenn man einen Factorem mit ſo viel als man immer will multipliciret, den andern hingegen in eben ſo viel dividiret; und multipliciret dieſe kommenden Zahlen mit einander, ſo muß eben daſſelbe Product entſtehen, welches aus den gegebenen Zahlen kommet, indem ſolchergeſtalt die Vergrößerung des einen von den gegebenen zweyen Factoribus, das Product juſt ſo vielmal größer macht, als oftmal es hingegen durch die Verkleinerung des andern Factoris kleiner gemacht wird.

Z. E. Wenn man an ſtatt 10 mit 12, 2 mal 10 mit halb 12, nämlich 20 mit 6; oder 3 mal 10 mit $\frac{1}{3}$ aus 12, nämlich 30 mit 4; oder 4 mal 10 mit $\frac{1}{4}$ aus 12, nämlich 40 mit 3. u. ſ. w. multipliciret, ſo kommet in alle Wege das verlangte Product 120.

§. 280. Anderergeſtalt, wenn nämlich einer von den gegebenen zweyen Factoribus nicht juſt ſo vielmal größer genommen wird, als oftmal man den andern gegebenen Factorem kleiner nimmt, können die entſtehenden Producte unmöglich einander gleich ſeyn. Dannenhero folget wiederum zurück, wenn zwey Producte aus ungleichen Factoribus erwachſen, und dennoch einander gleich ſind, daß nothwendig ein Factor des einen Products um ſo vielmal größer, als ein Factor des andern Products ſeyn müſſe, als oftmal hingegen jenes anderer Factor kleiner als dieſes anderer Factor iſt.

§. 281. Wenn man aber an stat zweyer zu multipliciren gegebenen Zahlen, zwey andere Zahlen nimmt, als z. E. wenn man an stat gegebener 10 und 12, die Zahlen 20 und 36 nimmt, deren eine 2 mal und die andere 3 mal so groß, als die gegebenen; und multipliciret diese mit einander, so wird das Product 6 mal so groß kommen müssen, als das Product, der gegebenen Zahlen 10 und 12, weil die Größerungszahlen 2 und 3 mit einander multipliciret 6 geben.

Beweis.

Wenn nur ein gegebener Factor 2 mal so groß genommen wird, kommet das Product 2 mal so groß, als aus den gegebenen Zahlen (§. 276.). Nimmt man nun auch den andern gegebenen Factorem 3 mal so groß, so kommet das Product 3 mal so groß, als das nächst gedachte Product, folgends denn (§. 160.) 6 mal so groß als das Product der gegebenen Zahlen.

§. 282. Gleichergestalt, wenn man an stat zu multipliciren gegebener zweyen Zahlen zwey andere (z. E. an stat 10 und 12, die Zahlen 5 und 4) nimmt, deren eine nur $\frac{1}{2}$ mal, und die andere $\frac{1}{3}$ mal so groß als jene, und diese mit einander multipliciret, so muß ein solches Product entstehen, welches 6 mal in dem Product der gegebenen Zahlen enthalten ist; oder, so einerley, welches nur $\frac{1}{6}$ aus dem Product der gegebenen Zahlen ist.

§. 283. Im dividiren zeiget der Quotient nicht allein, daß der Divisor so vielmal in dem Dividendo enthalten sey, als er, der Quotient Unitäten hat (§. 199.); sondern auch, daß er selbst so oft in dem Dividendo enthalten sey, als der Divisor Unitäten hat.

Beweis.

Beweis.

Der Dividendus ist gleich dem Facto aus dem Divisore und Quotienten (§. 208.). Demnach kann man jeden Dividendum als ein Factum betrachten, dessen Factores sind der Divisor und der Quotient. Indessen zeiget jeder Factor durch seine Unitäten an, wie vielmal der andere Factor in dem Facto enthalten sey (§. 137.); derowegen muß der Divisor so vielmal, als der Quotient Unitäten hat; und der Quotient so vielmal, als der Divisor Unitäten hat, in dem Dividendo enthalten seyn.

§. 284. Folgends wenn man einen Dividendum durch den gefundenen Quotienten dividiret, muß der vorige Divisor wieder heraus kommen, als welcher andeutet, wie vielmal der itzige Divisor, oder vorige Quotient in dem Dividendo begriffen sey.

Z. E. 36230528 in 4 dividiret, geben im Quotienten (§. 215.) 9057632. Hieraus könnet ihr zugleich wissen, daß 36230528 in 9057632 dividiret, im Quotient wiederum 4 bringen müssen.

§. 285. Wenn man eine größere und eine kleinere Zahl in gleiche Zahlen dividiret, so kommt der erste Quotient größer als der andere, und zwar muß dieser kleinere Quotient eben so vielmal in jenem größern Quotienten enthalten seyn, als oft der kleinere Dividendus in dem größern Dividendo begriffen ist.

Z. E. Wenn man 20 und 10 in gleiche Zahlen dividiret, so muß der Quotient aus 20, 2 mal so groß seyn, als der Quotient aus 10; oder, so einerley, es muß der Quotient aus 10 nur halb so viel seyn, als der Quotient aus 20; weil der Dividendus 20 gleichfalls 2 mal so groß ist, als der Dividendus 10.

Beweis.

Wenn ihr den Divisorem und Quotienten, als Factores, und den Dividendum als das Factum ansehet (§. 208.), so könnet ihr aus dem, was §. 276. dargethan worden, gar leicht schließen, daß hier (da der eine Factor oder der Divisor in beyden Divisionibus einerley ist) ein Quotient in dem andern so oft, als der eine Dividendus in dem andern enthalten seyn müsse. Allein man kann die Richtigkeit dieses Satzes aus der Natur der Division selbsten ohne Umwege finden. Denn je größer die Quantität ist, die in eine gewisse Anzahl gleicher Theile zertheilet wird, eben um so viel größer kömmt jeder Theil: Wenn nun eine Quantität 2, 3, oder 4 mal ꝛc. so groß ist, als eine andere, und beyde in eine gleiche Anzahl Theile, das ist in einen gleichen Divisorem getheilet werden, so muß allerdings der erste Quotient ebenfalls 2, 3, oder 4 mal ꝛc. so groß kommen, als der andere Quotient.

§. 286. Demnach kann man auf solche Weise aus einem gefundenen Quotienten, den Quotienten eines grössern oder kleinern Dividendi, wenn solcher in vorigen Divisorem zu dividiren ist, herleiten.

Z. E. Wenn ihr gefunden, daß 20 in 5 dividiret, 4 bringen: So könnet ihr hieraus ferner schließen, das 10 in 5 dividiret, 2 (als halb 4); und 120 in 5 dividiret, 24 (als 6 mal 4) geben, weil 10 ist die Hälfte aus 20, und 120 ist 6 mal 20.

§. 287. Folgends wenn man einen Dividendum in verschiedene Stücke zerstreuet, den Quotienten des 1sten Stückes suchet, die Quotienten der übrigen Stücke einen aus dem andern herleitet, wie nächst vorhin gezeiget, und alle gefundenen Quotienten zusammen addiret, so muß allerdings der begehrte Hauptquotient kommen.

Z. E.

Z. E. Es ſollen 150 in 5 dividiret werden, ſo kann man, wenn es beliebet wird, die 150 in 20 + 120 + 10 zerſtreuen, und alſo nur 20 in 5 dividiren, kommen 4. Hieraus kann man ſchlieſſen, daß der Quotient von 120, 6 mal 4; und von 10, die Hälfte aus 4 ſeyn müſſe. Wenn nun dieſe Quotienten von 4 + 24 + 2 addiret werden, muß die Summe den Hauptquotienten von 150 in 5 dividiret, herſtellen (§. 214), nämlich 30.

§. 288. Wenn man aber zwey gleiche Zahlen, eine in einen gröſſern, und die andere in einen kleinern Diviſorem dividiret, ſo muß zwar eben wie vorhin (§. 285.) der kleinere Quotient in dem gröſſern ſo vielmal enthalten ſeyn, als oft der kleinere Diviſor in dem gröſſern Diviſore begriffen iſt: Allein es iſt bey dieſem Falle noch dieſes zu merken, daß der Quotient des gröſſern Diviſoris kleiner kommt, als der Quotient des kleinern Diviſoris.

Z. E. Wenn man eine Zahl in 20, und beſonders in 10 dividiret, ſo muß der erſte Quotient nur halb ſo groß als der andere ſeyn, weil der Diviſor 20, 2 mal ſo groß iſt, als der Diviſor 10.

Beweis.

Wenn ihr abermal (wie vorhin im Beweiſe §. 285 gedacht) den Diviſorem und Quotienten als Factores, und den Dividendum als das Factum betrachtet; ſo könnet ihr die Richtigkeit dieſes Satzes aus dem, was oben §. 280. gelehret worden, herleiten. Denn wenn beyde Facta oder beyde dividirte Zahlen gleich, und der Diviſor oder Factor in einer Diviſion, 2, 3, oder 4 mal ꝛc. ſo groß iſt, als der Diviſor in der andern Diviſion, ſo muß nothwendig der Quotient, als der andere Factor, in der erſten Diviſion nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{4}$ mal ꝛc. ſo groß ſeyn, als der Quotient in der andern Diviſion. Ihr könnet aber dieſes auch aus der Natur der Diviſion ſelbſt finden. Denn je mehr Theile aus einer gewiſſen Quan-

tität gemacht werden, desto kleiner kommt jeder Theil: Wenn nun ein Divisor, wie z. E. 2 mal so groß als der andere, so wird der Dividendus in 2 mal so viel Theile abgetheilet, als in der andern Division, und da der Dividendus in beyden Divisionen gleich ist, so muß allerdings der Quotient, das ist jeder Theil in der ersten Division nur halb so groß kommen, als in der andern Division.

§. 289. Da nun der Quotient aus einem gegebenen Dividendo immerfort desto größer kommt, je kleiner der Divisor genommen wird; am allergrößesten aber in ganzen Zahlen, wenn der Divisor 1 ist; und am allerkleinsten in ganzen Zahlen, wenn der Divisor mit dem Dividendo gleich groß ist, weil solchergestalt im ersten Falle der Dividendus selbst, und im andern Falle allezeit 1 in dem Quotient kommt (§. 250.): So folget, daß der Quotient größer als der Dividendus kommen müsse, wenn der Divisor weniger als 1, nämlich nur ein Bruch oder ein Theil aus 1 (§. 48.); hingegen kleiner als 1, wenn der Divisor größer als der Dividendus ist.

§. 290. Wenn es sich demnach in einer Rechnung zuträgt, daß eine Zahl in eine andere zu dividiren ist, da der kommende Quotient, 2, 3, 4 mal ꝛc. oder auch $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ mal ꝛc. so groß begehret wird, so darf man nur anfangs gleich, entweder den Dividendum eben um so viel größer oder kleiner nehmen, und solchen gegrößerten oder gekleinerten Dividendum, in den gegebenen Divisorem dividiren (§. 285.); oder man kann den Divisorem nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{4}$ mal ꝛc. so groß nehmen, wenn man den Quotienten 2, 3, oder 4 mal ꝛc. größer verlanget; hingegen 2, 3, oder 4 mal ꝛc. so groß, wenn man den Quotienten nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{4}$ mal so groß begehret (§. 288.),

und

und den gegebenen Dividendum in ſolchen gegrößerten oder gekleinerten Diviſorem dividiren: So kommet in allewege eben daſſelbe, was verlanget wird.

Z. E. Man ſolle 48 in 6 dividiren, und den Quotienten 8 ferner mit 2 multipliciren, ſo könnet ihr entweder 2 mal 48, das iſt 96, in den gegebenen Diviſorem 6, oder den gegebenen Dividendum 48 in $\frac{1}{2}$ aus 6, das iſt in 3, dividiren, ſo kommen in allewege die begehrte 16. Alſo könnet ihr auch, wenn der gedachte Quotient 8 ferner in 2 zu dividiren wäre, entweder $\frac{1}{2}$ aus 48, das iſt 24, in den gegebenen Diviſorem 6, oder den gegebenen Dividendum 48, in 2 mal 6, das iſt in 12, dividiren, ſo muß immerfort die verlangte 4 herauskommen.

§. 291. Ihr könnet auch hieraus wahrnehmen, wenn in einer Rechnung ein Diviſor und Dividendus zum dividiren, und eine dritte Zahl, mit welcher man den Quotienten multipliciren ſolle, gegeben iſt, daß man auch nach Belieben an ſtatt des gegebenen Dividendi, die gegebene dritte Zahl in den gegebenen Diviſorem dividiren, und den hieraus entſtehenden Quotienten mit dem gegebenen Dividendo multipliciren könne.

Z. E. Es ſey gegeben 48 in 6 zu dividiren, und den kommenden Quotienten 8 ferner mit 12 zu multipliciren, ſo könnet ihr an ſtat 48, die 12 in 6 dividiren, und die kommenden 2 mit 48 multipliciren, ſo müſſen endlich die verlangten 96 herauskommen.

Beweis.

Vermöge §. 290. darf man in dieſem Falle den gegebenen Dividendum (48) anfangs gleich mit der gegebenen dritten Zahl (12) multipliciren, und das entſtehende Product hernach in den gegebenen Diviſorem (6) dividiren. Indeſſen dürfet ihr auch in itztgedachtem Falle, da zwey Zahlen mit einander zu multipliciren, und das kommende Product ferner in einen gewiſſen

Divisorem zu dividiren ist, vermöge §. 278. erstlich einen von den Factoribus, welchen man will, in den Divisorem dividiren, und den Quotienten alsdenn mit dem andern Factore multipliciren: Derowegen folget, daß man auch in jenem Falle die dritte Zahl (12) in den gegebenen Divisorem (6) dividiren, und diesen Quotienten (2) mit dem gegebenen Dividendo (48) multipliciren darf.

§. 292. Auf gleiche Weise ist hieraus zu erweisen, wenn Rechnungen vorkommen, bey welchen zwey Zahlen mit einander zu multipliciren, das kommende Product in eine dritte Zahl zu dividiren, der kommende Quotient wiederum mit einer 4ten Zahl zu multipliciren, dieses kommende andere Product abermal in eine 5te Zahl zu dividiren, u. s. w. daß man so fort alle Multiplicatores, desgleichen ins besondere alle Divisores mit einander multipliciren, und jenes Product durch dieses Product auf einmal dividiren darf.

Z. E. Es sey gegeben 6 mit 8 zu multipliciren, das kommende Product 48 in 4 zu dividiren, den herauskommenden Quotienten 12 wiederum mit 10 zu multipliciren, und das Product 120 ferner in 15 zu dividiren, so dürfet ihr nur so fort alle Multiplicatores 6, 8 und 10, desgleichen die Divisores 4 und 15 mit einander multipliciren, und jenes Product, nämlich 480, auf einmal in dieses, nämlich in 60, dividiren, so erlanget ihr eben dasjenige, welches gesuchet worden.

Beweis.

Wenn nichts mehr angegeben wäre, als nur das Product der erstern beyden Factorum (z. E. die 48) in eine 3te Zahl (4) zu dividiren, und das kommende (12) mit einer 4ten Zahl (10) zu multipliciren; so ist aus §. 290 klar, daß man auch verkehrt jenes Product (48) erstlich

mit

mit der vierten Zahl (10) multipliciren, und das kommende (480) hernach in die 3te Zahl (4) dividiren darf. Demnach kann man ſich eben dieſer Ordnung auch in der, vermöge des Satzes eigentlich begehrten Rechnung bedienen, und alſo das Product der gegebenen beyden erſtern Factorum (6 und 8) mit der 4ten Zahl (10) multipliciren, das kommende, nämlich das Product (480) ſo aus allen dreyen Factoribus beſteht, in die 3te Zahl (4) und ferner hernach in die 5te Zahl (15) dividiren. Indeſſen, wenn man eine Zahl in eine andere dividiren, und den kommenden Quotienten hernach abermal in eine Zahl dividiren ſoll, iſt ſo wohl aus §. 290, als aus §. 236 klar, daß man beyde Diviſores mit einander multipliciren, und jene 1ſte Zahl auf einmal in das Product der Diviſorum dividiren möge. Derowegen folget, daß in der allhier begehrten Rechnung, die geſuchte Antwort allerdings kommen muß, wenn man alle gegebenen Multiplicatores, und beſonders die Diviſores mit einander multipliciret, und jenes Product auf einmal in dieſes Product dividiret. Gleiche Bewandniß hat es, wenn auch viel mehrere Multiplicatores und Diviſores gegeben wären; welches ein jeder ferner von ſich ſelbſt leichtlich begreifen kann, wenn er es nur auf vorige Weiſe nach und nach betrachtet.

§. 293. Alſo erhellet auch, wenn man einen gegebenen Diviſorem und Dividendum mit gleichen Zahlen multipliciret, oder in gleiche Zahlen dividiret, und man die verlangte Diviſion an den gegrößerten oder gekleinerten Zahlen verrichtet, daß eben derſelbe Quotient kommen muß, gleich als wenn die gegebenen Zahlen ſelbſt in einander dividiret werden.

Z. E. Es ſey gegeben 48 in 6 zu dividiren; ſo könnet

ihr 2 mal 48 in 2 mal 6, das ist 96 in 12; oder 3 mal 48 in 3 mal 6, das ist 144 in 18 ꝛc. Oder auch halb 48 in halb 6, das ist 24 in 3; oder den dritten Theil aus 48 in den dritten Theil aus 6, das ist 16 in 2, u. s. w. dividiren: So kommt in allewege der begehrte Quotient 8.

Beweis.

Wenn man den Dividendum allein 2, 3 oder 4 mal ꝛc so groß nimmt, so wird der Quotient dieses gegrößerten Dividendi eben so vielmal größer (§. 285.); und so man den Divisorem allein 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so groß nimmt, wird der Quotient dieses gegrößerten Divisoris eben um so vielmal kleiner, nämlich nur $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ mal ꝛc. so groß (§. 288.). Folgends muß der Quotient unverändert bleiben, wenn man so wohl den Dividendum als Divisorem 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so groß nimmt, das ist, mit gleichen Zahlen multipliciret, indem solchergestalt der Quotient einerseits so viel anwächset, als er hingegen andererseits abnimmt. Gleiche Bewandniß hat es auch, wenn man den gegebenen Dividendum und Divisorem in gleiche Zahlen dividiret.

§. 294. Eben hierauf gründet sich die Lehre in §. 241. Denn wenn man dem Dividendo so wohl, als dem Divisori eine 0 abschneidet, so werden beyde in 10 dividiret. Schneidet man jedem 2 Nullen ab, werden sie in 100 dividiret, u. s. w. (§. 235.) Da nun solchergestalt beyde in gleichen Zahlen dividiret werden, so müssen die bleibenden Zahlen, nach dem gedachten Abschnitt, in einander dividiret, allerdings den verlangten Quotient geben (§. 293.). Auf solche Weise könnet ihr allezeit einen Dividendum und Divisorem nach Belieben gleichen Zahlen vergrößern, oder in gleiche Zahlen ꝛ kleinern.

§.

§. 295. Nur iſt dasjenige zu merken, was bereits im §. 242 gedacht worden, nämlich, wo die Abſicht auf die Ausfindung des Reſts aus einer Diviſion iſt, daß man in ſolchem Falle den gegebenen Dividendum und Diviſorem ſelbſt, und ohne Veränderung in einander dividiren muß.

Von der
Regula Proportionum,
insgemein
Regel Detri genannt.

§. 296.

Von dieſer fürtrefflichen Regel, wiſſen ihrer viele zu reden, von ihrem Urſprunge und Grund aber, geſchweige denn, von derſelben ſonderbaren Eigenſchaften, haben die allerwenigſten eine rechte Erkenntniß. Es ſuchen zwar einige Rechenbücher den Grund dieſer Regel durch Linien und ſonſt geometriſche Figuren, nach der Weiſe des Euclidis darzuthun, und führen zu dieſem Ende verſchiedene Propoſitiones aus demſelben an. Allein es kann ſolches den Anfängern der Arithmetik, die mehrentheils, weder von der Geometrie, noch geometriſchen Figuren einige Kenntniß haben, nicht anders, als fremd oder wenigſtens doch ſchwer zu begreifen fallen. Es iſt auch (ohnmaßgeblich) meines Bedünkens eine ſeltſame Lehrart, wenn man einen Lehrſatz in der Arithmetik, als erſtern Theile der Matheſis, durch die Geometrie, welche der andere Theil, und alſo jenem nachfolget, demonſtriret; zumal wenn es ohne Noth geſchieht, indem die Arithmetik vor ſich ſelbſt zulänglich genug iſt, die Regel Detri ohne Hülfe einer andern Wiſſenſchaft gründlich zu erweiſen, wie ſolches mit mehrern bald gezeiget werden ſoll. Ich habe demnach nicht undienlich erachtet, vorhero einen Bericht von der Verhältniß und Proportion, was nämlich dieſelben, und ornehmſten Eigenſchaften ſind, (denn weiter unten ſollen lben vielmehr angezeiget werden, die ich vorizo alle zu melden fhig geachtet habe) abzuſtatten.

Von

Von der Verhältniß und Proportion insonderheit.

§. 297.

Wenn zwey Größen von einerley Art ihrer Größe halber gegen einander gehalten und verglichen werden, kann man ihren Gehalt nach zweyerley Wegen betrachten und determiniren; Nämlich man kann entweder durch die Subtraction ſuchen, um wieviel eine größer oder mehr als die andere; oder durch die Diviſion, wie viel mal eine die andere in ſich enthält.

Z. E. Wenn man 2 fl. und 6 fl. gegen einander hält, und vergleichen will, ſo kann man entweder auf ihren Unterſcheid, der durch die Subtraction gefunden wird, ſehen, und ſagen: Die 6 fl. ſind um 4 fl. größer oder mehr als die 2 fl.; oder auch die 2 fl. ſind um 4 fl. kleiner oder weniger als die 6 fl.: Oder man kann auf den Quotienten ſehen, welcher durch die Diviſion gefunden wird, und ſagen: Die 6 fl. ſind 3 mal ſo groß als die 2 fl.; oder auch die 2 fl. ſind $\frac{1}{3}$ aus 6 fl. Wodurch zugleich angedeutet wird, mit wie viel oder wie viel mal die kleinere Größe zu vermehren ſey, damit ſie der größern gleich werde.

§. 298. Wenn eine ſolche Vergleichung zweyer Größen angeſtellet wird, ſo nennet man die Relation oder Beziehung, welche ſie gegen einander haben, eine **Verhältniß**, (ratio) und zwar, wenn man auf ihren Unterſcheid durch die Subtraction ſieht, eine **arithmetiſche Verhältniß**; wenn man aber auf den Quotienten durch die Diviſion ſieht, eine **geometriſche Verhältniß**. Der Quotient ſelbſt, welcher andeutet, wie viel mal eine Größe die andere in ſich begreift, heißt der **Name der Verhältniß**, oder der **Angeber** (nomen rationis oder **Exponent**).

§. 299. Es iſt demnach gleich viel, ob man ſaget: Eine Zahl

von

von der andern subtrahiren, oder ihre arithmetische Verhältniß suchen. Also ist es auch gleich viel, ob man spricht: Eine Zahl in eine andere zu dividiren, oder ihre geometrische Verhältniß suchen. Derowegen ist alles dasjenige, welches oben in der Subtraction gelehret worden, auf die arithmetische; und dasjenige, welches in der Division gelehret worden, auf die geometrische Verhältniß zu ziehen.

§. 300. Also gehören zu einer Verhältniß allezeit 2 Größen oder Glieder, von welchen die erste, so gegen die andere gehalten wird, das Antecedens oder das **Vorhergehende**; die andere aber, das Consequens, oder das **Nachfolgende**, genennet wird. Und muß man in solcher Gegeneinanderhaltung und Vergleichung zugleich beobachten, ob das Vorhergehende die größere, und das Nachfolgende die kleinere Größe (wie z. E. wenn man 6 gegen 2 hält) in welchem Falle es ratio maioris inaequalitatis, oder eine **Verhältniß einer größern Ungleichheit** genennet wird; oder aber, ob das Nachfolgende die größere (als z. E. wenn man 2 gegen 6 hält), da es alsdenn ratio minoris inaequalitatis, oder eine **Verhältniß einer kleinern Ungleichheit** benamet wird. Da hingegen wenn sie beyde gleich groß, heißt es ratio aequalitatis, oder eine **Verhältniß einer Gleichheit**.

§. 301. Weil nun eine Verhältniß in Betrachtung der Größe und Kleinheit eines Dinges, oder in dem mehr, weniger, und gleich besteht, so ist klar, daß nur diejenigen Dinge eine Verhältniß gegen einander haben, welche zu vermehren und zu vermindern möglich sind; dergestalt, daß von ihnen gesaget werden möge, wenn man die kleinere mit so und so viel vermehret, daß sie der größern gleich (§. 297.), oder auch größer als dieselbe werde.

§. 302.

§. 302. Dannenhero müssen die 2 Größen, welche man gegen einander halten will, ihrem Wesen nach von einerley Art und Gattung seyn (wie hiervon oben im §. 202 etwas bereits berühret worden). Als: Zahlen können gegen Zahlen; Münzen gegen Münzen; Maaße gegen Maaße; Gewichte gegen Gewichte; Zeit gegen Zeit, ꝛc. gehalten werden: Hingegen haben z. E. 2 fl gegen 6 Ellen, 6 ℔ oder 6 Jahre keine Verhältniß zu einander, denn man mag die 2 fl mit so viel als man will vermehren, so können doch keine 6 oder mehr Ellen, ℔ oder Jahre daraus werden.

§. 303. Zwar wird unterweilen auch von ungleichen Dingen, wie z. E. von 2 fl. und 6 Ellen, ℔ oder Jahren gesaget, daß sie eine Verhältniß haben: Allein es geschiehet solches nur in dem Falle, wenn man auf die äußerliche Benennung, das ist (§. 36) auf die Dinge oder auf das Wesen der Sachen selbst, welche gezählet werden, als auf die Ellen, ℔ oder Jahre nicht zu sehen hat, und wird dannenhero solche Verhältniß nur ihren Zahlen nach, als bloß von 2 und 6, verstanden.

§. 304. Es geschieht auch gar oft, daß zwey Dinge von gleicher Art selbst ihrem Wesen nach gegen einander zu halten vorkommen, und aber die Zahlen, durch welche ihre Größen angegeben werden, eine andere Verhältniß, als die Dinge selbst, gegen einander haben; welches sich denn ereignet, wenn die Zahlen nicht alle von gleich großen Einheiten sind. Z. E. Wenn eine Größe von 2 fl. gegen eine Größe von 17 ℔ oder 17 Dreyßigstel fl. zu halten gegeben werden, da ist zwischen den Zahlen 2 und 17 eine andere Verhältniß, als zwischen den Dingen selbst, nämlich einer Größe von 2 fl. das ist 60 ℔ oder 30tel fl. und einer Größe von 17 ℔ oder 30tel fl.

In

In solchem Falle ist nöthig zu beobachten, daß man die verlangte Verhältniß der Dinge nicht so fort aus den gegebenen Zahlen beurtheile, sondern dieselbe zuförderst zu einerley Art Einheiten, das ist unter gleiche Namen (wie beym gedachten Exempel die 2 fl. zu ℔. oder 30tel fl; oder auch die 17 ℔ zu Theile eines fl.) bringe, und alsdenn aus solchen kommenden Zahlen (als z. E. 60 und 17, oder 2 und $\frac{17}{30}$) die verlangte Verhältniß suche.

§. 305. Jedoch ist allhier keinesweges die Meynung, daß man in diesem Falle beyde gegebene Zahlen allezeit wirklich unter gleiche Namen bringen müsse, wie es nach der gemeinen Art immerfort zu geschehen pfleget. Vielmehr können diejenigen, welche mit Vortheil (wie hernach gezeiget werden soll) zu rechnen wissen, solchen Umschweif öfters ersparen, und ist genug, wenn man nur selbige Dinge unter gleichen Namen in den Gedanken beurtheilet. Als beym gegebenen Exempel, wenn 2 fl. gegen 17 ℔ gehalten werden, so kann man es in den Gedanken, als 60 ℔ gegen 17 ℔, oder als 2 fl. gegen $\frac{17}{30}$ fl. ansehen, ohne daß man die 60 ℔ oder die $\frac{17}{30}$ wirklich hinschreiben dürfte.

§. 306. Im übrigen, wenn die gegebenen 2 Größen nur einmal von gleicher Gattung und gleicher Art Einheiten sind, oder doch (wie §. 305. gedacht) unter gleichen Einheiten betrachtet werden, so gilt es ferner gleich viel, was dieselben immerhin vor Namen haben z. E. die geometrische Verhältniß von 2 ℔ zu 6 ℔, von 2 ℔ zu 6 ℔, von 2 ℞ zu 6 ℞; oder auch von 2 Zehentel, u. s. w. ist eben so wohl, als von 2 fl. zu 6 fl. (§. 297.) die Zahl 3. Wie hiervon §. 202. bereits angemerket worden.

§. 307. Wenn in zweyen oder mehrern arithmetischen Verhältnissen der Unterscheid der Glieder, in geometrischen der Name der Verhältniß, nach der Ordnung wie sie auf einander folgen, einerley ist, so nennet man sie

ähnlich,

ähnlich, oder gleichförmig, und ſolche Gleichförmigkeit eine Proportion.

Z. E. Die Zahlen 2, 6, und 5, 9 haben eine arithmetiſche Proportion, indem die Differenz zwiſchen 2 und 6 gleich iſt der Differenz zwiſchen 5 und 9, und ſchreibet man ſie alſo 2, 6 :: 5, 9, oder 2 — 6 = 5 — 9. Die Zahlen aber 2, 6, und 4, 12 haben eine geometriſche Proportion, denn wenn jedes Antecedens in ſein Conſequens, nämlich die 2 in 6, und die 4 in 12 dividiret wird, ſind beyde Quotienten, das iſt beyde Namen der Verhältniſſe (§. 298.) einander gleich; oder auch umgekehrt, wenn man jedes Conſequens in ſein Antecedens, nämlich die 6 in 2, und die 12 in 4 dividiret, ſo kommet ebenfalls einerley, und wird dieſelbe folgender geſtalt beſchrieben 2. 6 :: 4. 12 oder 2 : 6 = 4 : 12

§. 308. In beyden Fällen, nämlich ſo wohl bey einer arithmetiſchen als geometriſchen Proportion, ſpricht man: Wie ſich verhält die erſte Größe zu der andern, alſo die dritte zu der vierten. Wodurch in dem erſten Falle verſtanden wird: Um wieviel die erſte Größe mehr als die andere, eben um ſo viel iſt die dritte mehr als die vierte; oder (wenn jedes Antecedens kleiner als ſein Conſequens): Um wie viel die erſte Größe weniger als die andere, eben um ſo viel iſt die dritte weniger als die vierte. In dem andern Falle aber verſteht man: So vielmal als die erſte Größe die andere in ſich begreift, eben ſo vielmal begreift die dritte Größe die vierte in ſich; oder: So vielmal als die erſte Größe in der andern begriffen iſt, eben ſo vielmal iſt die dritte in der vierten begriffen.

§. 309. Folgends wenn in einer Proportion das 1ſte Glied größer als das andere, ſo muß auch das 3te Glied

gröſ-

gröſſer als das vierte ſeyn. So aber das erſte kleiner als das andere, muß auch das dritte kleiner als das vierte ſeyn.

§. 310. Demnach iſt obiges Exempel (§. 307) auch umgewandt proportionirt, als nämlich 6 — 2 = 9 — 5; item 6 : 2 = 12 : 4.

§. 311. So aber in einer Verhältniß das Antecedens (§. 300) und in der andern das Conſequens die gröſſere Gröſſe iſt, wie z. E. wenn man 6, 2, und 5, 9, oder 6, 2, und 4, 12, gegen einander hält, ſo ſaget man: Sie ſind (nicht gleichförmig, ſondern) wiederkehrlich proportionirt; indem ſich die erſte zu der andern, nicht nach der Ordnung wie die dritte zu der 4ten, ſondern verkehrt, wie die 4te zu der 3ten verhält. Z. E. Im obigen Satze §. 285. könnet ihr ſagen: Die Quotienten ſind den Dividendis geometriſch proportional, denn je oftmal ein Dividendus gröſſer als der andere iſt, eben ſo viel mal muß der Quotient des gröſſern Dividendi gröſſer als der andere Quotient ſeyn. Hingegen in dem Satze §. 288. könnet ihr nicht ſagen, daß die Quotienten den Diviſoribus geometriſch proportional ſind; denn je oftmal ein Diviſor gröſſer als der andere iſt, eben ſo vielmal iſt der Quotient des gröſſern Diviſoris deſto kleiner als der andere Quotient; derowegen ſaget man in ſolchem Falle, ſie ſind wiederkehrlich proportionirt, und nennet man eine ſolche Proportion: Proportionem reciprocam, oder eine wiederkehrliche Proportion.

§. 312. Wenn man demnach eine ſolche wiederkehrliche Proportion umkehret, damit beyde Antecedentia entweder gröſſer, oder beyde kleiner, als ihre Conſequentia werden, ſo hat man dieſelbe Proportion in gehöriger Ordnung (§. 309).

§. 313. Indeſſen ſieht man hieraus, daß eine Proportion aufs mindeſte 4 Glieder haben müſſe, nämlich das erſte Antecedens und ſein Conſequens, hernach das andere Antecedens und deſſen Conſequens. Wenn aber das andere Glied zugleich das dritte Glied abgiebt, wie z. E. in arithmetiſcher Proportion 2—6=6—10, und in geometriſcher 2 : 6 = 6 : 18; ſo ſchreibt man es im erſten Falle alſo ∴ 2. 6. 10, und im andern Falle folgender geſtalt ∴ 2. 6. 18. Eine dergleichen Proportion hat dem Schein nach zwar nur drey Glieder; in der That aber beſteht ſolche ebenfalls aus 4 Gliedern, indem das andere Glied (als die 6) zugleich auch die Stelle des dritten Gliedes vertritt. Und nennet man eine ſolche Proportion: **Proportionem continuam**, das iſt eine ſtete oder durchgängige **Proportion**; das mittlere Glied aber vor ſich (wie z. E. die 6) das **Medium proportionale**, oder die **Mittelproportionalgröße**, und zwar im erſten Falle, das **arithmethiſche**; im andern aber das **geometriſche Medium**.

§. 314. Wenn eine Reihe Größen in einer durchgängigen Proportion (§. 313) fortgehen, wie z. E. in arithmetiſcher Proportion ∴ 2. 6. 10. 14. 18. 22. ꝛc. oder in geometriſcher ∴ 2. 6. 18. 54. 162. ꝛc. ſo nennet man es eine **Progreßion**, und zwar im erſten Falle eine **arithmetiſche**, und im andern eine **geometriſche Progreßion**.

§. 315. Es würde aber allzu weitläuftig fallen, wenn ich alles dasjenige, was bisher von der arithmetiſchen und geometriſchen Ration und Proportion mit wenigem gleichſam nur berühret, nach ihren vielen ſonderbaren und merkwürdigen Eigenſchaften allhier umſtändlich ausführen und erklären ſollte. Dannenhero werde ich vorjetzo nur von der geometriſchen Ration und Proportion zuſammt

sammt etlicher Eigenschaften derselben, als welche fürnemlich zu gegenwärtigem Absehen dienen, Meldung thun; das übrige aber nach und nach ein jedes an seinem gehörigen Orte anführen. Nur dieses habe noch erinnern wollen, daß ich hinkünftig durch Verhältniß, Proportion und Medium proportionale, wo nicht dabey experimiret wird, daß sie arithmetisch sind, allezeit geometrischer Art verstehen werde.

§. 316. In dem Euclide und sonst verschiedenen andern Büchern, ist man gewohnt, den Namen der Verhältniß (§. 298) mit demjenigen Quotienten zu benennen, welcher heraus kommt, so die größere Größe durch die kleinere dividiret wird; und damit man zugleich erkennen möge, ob es eine Verhältniß einer größern oder kleinern Ungleichheit (§. 300), das ist, ob das vorher- oder nachgehende Glied größer sey, so wird im letztern Falle das Wörtlein *sub* oder unter beygesetzet. Z. E. Der Name der Verhältniß von 6 zu 2 wird benennet Ratio tripla, oder 3fach. Hingegen von 2 zu 6 heißt es Ratio subtripla, oder unter 3 fach. Einige Autores aber dividiren allezeit das Antecedens durch das Consequens, und benennen solchen Quotienten: Exponens.

§. 317. Ich erachte aber insonderheit zu gegenwärtigem Vorhaben, da wir vornemlich auf die Regel Detri zielen, es viel dienlicher zu seyn, daß man in einer Verhältniß allezeit das vorhergehende zur Linken, als Divisorem, das nachgehende aber als Dividendum betrachte, und nach dem aus solcher Division kommenden Quotienten den Namen der Verhältniß benenne. Im übrigen gilt es uns gleich viel, ob man solchen Quotienten, den Namen der Verhältniß, oder Exponenten heißen will. Solcher gestalt ist der Name der Verhältniß oder der Exponent von 2 zu 6: 3fach; hingegen von 6 zu 2: $\frac{1}{3}$ (§. 232) oder $\frac{1}{3}$ fach.

§. 318. Weil nun jeder Dividendus gleich ist dem Facto aus dem Divisore und Quotienten (§. 208), so hat man demnach das Consequens allezeit als ein Factum anzusehen, dessen Factores sind sein Antecedens und der,

Exponent. Dannenhero kann man aus einem gegebenen Antecedente und Exponenten durch die Multiplication dieſer beyden mit einander, ſo fort das Conſequens finden. Nicht minder folget auch, wenn man ein gegebenes Conſequens durch den Exponenten dividiret, daß in dem Quotient ſein Antecedens kommen muß (§. 284.)

§. 319. Wenn man zwey gegebene Zahlen, jede beſonders mit gleichen Zahlen multipliciret, oder in gleiche Zahlen dividiret, ſo verhalten ſich im erſten Falle die zwey Producte, oder im andern Falle, die zwey Quotienten gegen einander, wie die gegebenen Zahlen. Und auf ſolche Weiſe behalten die kommenden Zahlen allezeit unverrückt ihre vorige Verhältniß.

Z. E. Wenn man die zwey Zahlen 2 und 6 mit 4 multipliciret, kommen die Producte: 8 und 24, und iſt 8:24=2:6. Item, wenn man die 2 und 6 in 2 dividiret, kommen die Quotienten 1 und 3, da denn 1:3=3:6.

Beweis.

Die Größe oder der Name der Verhältniß zweyer Zahlen beſteht aus dem Quotient, welcher durch die Diviſion kommt (§. 298). Indeſſen wenn man einen Diviſorem und ſeinen Dividendum mit gleichen Zahlen multipliciret, oder in gleiche Zahlen dividiret, und die verlangte Diviſion an den kommenden Zahlen verrichtet, muß eben derſelbe Quotient kommen, welcher aus der Diviſion der gegebenen Zahlen kommt (§. 293). Derowegen müſſen die auf ſolche Weiſe kommende Producte oder Quotienten eben dieſelbe Verhältniß zu einander, als die gegebenen Zahlen ſelbſten haben.

§. 320. Wenn von zweyen Zahlen einer Verhältniß geſaget wird: **Dieſelbe zu größern**; ſo verſtehe ich, daß

daß man an ſtatt dieſer zweyen Glieder andere ſetzen ſolle, welche eben die vorige Verhältniß zu einander haben, und mit größern, jedoch aber ganzen Zahlen geſchrieben werden, welches denn geſchieht, wenn man jene beyde mit gleichen Zahlen multipliciret (§. 319), und zwar mit einem ſolchen Multiplicatore, welcher in beyden Producten ganze Zahlen bringt.

Z. E. Wenn man die Glieder der Verhältniß von 2 und 6 mit 5 größert, kommen 10 und 30, und iſt 2:6 = 10:30.

§. 321. Alſo auch wenn von zweyen Zahlen einer Verhältniß geſaget wird: Dieſelbe zu kleinern (oder nach gemeiner Redensart, aufzuheben); ſo verſtehe ich, daß man an ſtatt dieſer, andere zwey Zahlen ſetzen ſolle, die gleichfalls die vorige Verhältniß gegen einander haben, und mit kleinern, jedoch aber ganzen Zahlen geſchrieben werden. Dieſes geſchieht, wenn man jene beyde in gleiche Zahlen (§. 319), und zwar in ihr gemeines Maaß (§. 252) dividiret, daß alſo die Quotienten in ganzen Zahlen kommen.

Z. E. Wenn man die Glieder der Verhältniß von 8 und 24, in ihre gemeine Maaße 2, 4 oder 8 kleinert, kommen 4 und 12, oder 2 und 6, oder 1 und 3, und iſt 8:24 = 4:12 = 2:6 = 1:3.

§. 322. Weil nun die Verhältniß zweyer Zahlen, welche kein gemeines Maaß haben, oder primi inter ſe ſind (§. 253), in keinen kleinern ganzen Zahlen, wie nächſt vorhin erwehnet, fürgeſtellet werden kann, ſo nennet man ſolche 2 Zahlen die kleineſten in ihrer Verhältniß.

Z. E. Die Verhältniß von 8 zu 15, oder 4 zu 21 kann unmöglich durch kleinere ganze Zahlen angegeben werden, weil 8 mit 15, oder 4 mit 21 kein gemeines Maaß haben. Derowegen ſind ſolche Zahlen die kleinſten in ihrer Verhältniß.

§. 323. Wenn demnach die zwey gegebenen Zahlen einer Verhältniß verſchiedene gemeine Maaße haben, ſo kommen ſolche Zahlen immerfort deſto kleiner heraus, je größer das gemeine Maaß iſt, durch welches ſie gekleinert werden (§. 289). Dannenhero muß man ſie entweder auf einmal, durch ihr größeſtes gemeines Maaß, oder doch nach und nach ſo lange, als möglich, kleinern, wenn man die kleineſten Zahlen in derſelben Verhältniß haben will (§. 322.)

§. 324. Es dienet ſolches größern (§. 320) und kleinern (§. 321) nicht nur in der Diviſion (wie §. 294 in etwas berühret worden), ſondern auch zum Grunde, und öfters zu ſonderbarem Vortheile vieler anderweitigen Rechnungen, wenn nämlich etwas zu berechnen vorkommt, welches ſich auf eine Verhältniß etlicher gegebenen Zahlen gründet, da man denn durch das Gröſſern öfters bequemere Zahlen, und durch das Kleinern, deſto kleinere Zahlen, in eben derſelben Verhältniß haben, und in ſolchen bequemern oder kleinern Zahlen, die verlangte Ausrechnung anſtellen kann. Wie man aber wiſſen könne, ob die Zahlen ein gemeines Maaß zum Kleinern haben, und welche ſie ſind, dieſes ſoll unten an ſeinem Orte gezeiget werden.

§. 325. Wenn zwey Verhältniſſe einer dritten gleich ſind, ſo ſind ſie einander ſelber gleich.

Z. E. 2:4=6:12, und 2:4=5:10; dannenhero iſt auch 6:12=5:10.

§. 326. Wenn 4 Größen proportionirt ſind, ſo verhält ſich auch wechſelsweiſe die 1ſte Größe zu der 3ten, wie die 2te zu der 4ten.

Z. E. In der Proportion 2:6=4:12, iſt auch 2:4=6:12.

Beweis.

Das 2te Glied erwächſet, wenn man das 1ſte Glied mit

mit dem Exponenten multipliciret; das 4te aber, wenn man das 3te Glied mit eben demselben Exponenten multipliciret (§. 317). Demnach ist das 2te und 4te Glied nichts anders als zwey Producte, die aus 2 verschiedenen Zahlen, nämlich dem ersten und dritten Gliede, jedoch aber durch gleiche Multiplicatores, nämlich durch die Multiplication mit dem Exponenten entstehen. Indessen müssen solchergestalt die 2 Producte eben dieselbe Verhältniß haben, welche die 2 multiplicirten Zahlen zu einander haben (§. 319): Derowegen verhält sich in einer Proportion das 2te zum 4ten, wie das 1ste zum 3ten.

§. 327. Dannenhero wenn das 1ste Glied größer, kleiner, oder gleich ist dem 3ten, so muß das 2te ebenfalls größer, kleiner, oder gleich seyn dem 4ten (§. 309).

§. 328. Wenn 4 Größen proportioniret sind, muß das Product des 1sten Gliedes mit dem 4ten multipliciret, gleich seyn dem Product des 2ten Gliedes mit dem 3ten multipliciret.

Z. E. In der Proportion 2 : 6 = 4 : 12, ist das Product aus 2 mal 12, gleich dem Product aus 6 mal 4.

Beweis.

Das 2te Glied ist ein Factum aus dem Exponenten mit dem 1sten Gliede; und das 4te ein Factum aus eben demselben Exponenten mit dem 3ten Gliede multipliciret (§. 317). Wenn demnach das 2te Glied mit dem 3ten multipliciret wird, entsteht ein Factum, dessen Factores sind der Exponent und das 1ste Glied (wie gedacht), auch das dritte Glied. Also auch wenn man das 4te Glied mit dem ersten multipliciret, erwächset ein Factum, dessen Factores sind, der vorige Expo-

nent und das dritte Glied, auch das 1ste Glied. Derowegen müssen solche Facta nothwendig einander gleich seyn (§. 163).

Oder es kann dieser Satz daher erwiesen werden. Denn in einer Proportion verhält sich das erste Glied zu dem andern, wie das 3te zum 4ten (§. 307). Folgends ist das größere Glied in der ersten Verhältniß eben so vielmal größer weder sein kleiner Glied, als oftmal das kleinere Glied in der andern Verhältniß kleiner weder sein größer Glied ist. Dannenhero wenn man das größere Glied aus der ersten Verhältniß mit dem kleinern aus der andern multipliciret, muß nothwendig eben dasselbe Product entstehen, als wenn man das kleinere Glied aus jener mit dem größern aus dieser multipliciret (§. 279).

§. 329. Eben aus diesem Beweise folget auch, wenn von 4 Zahlen das Product der beyden mittelsten Glieder gleich ist, dem Product der beyden äußersten, so müssen solche 4 Zahlen proportioniret seyn, weil andergestalt solche zwey Producte unmöglich einander gleich seyn können (§. 280).

§. 330. Wenn demnach eine Proportion aus 3 Gliedern bestehet, also, daß das andere Glied zugleich die Stelle des 3ten Gliedes vertritt (§. 313), so ist das Product aus dem 1sten Gliede mit dem 3ten multipliciret, gleich dem Quadrat (§. 181) des mittlern Gliedes (§. 328). Hinwiederum wenn das Product der beyden äußersten Glieder gleich ist dem Quadrat des mittlern Gliedes, so müssen solche 3 Zahlen eine durchgängige Proportion haben (§. 329).

Die

Die 19. Aufgabe.

§. 331. Zu drey gegebenen Zahlen die vierte Proportionalzahl zu finden. Das ist, wenn zu einer gegebenen Verhältniß, so in zwey Gliedern bestehet (§. 300), noch eine Größe von einer ähnlichen Verhältniß (§. 307) gegeben wird, und man verlanget zu dieser das darzu gehörige andere Glied auszufinden.

I. Schreibet die gegebenen drey Glieder ordentlich, wie sonst eine Proportion zu schreiben gelehret worden (§. 307 und 308), von der Linken zur Rechten neben einander, damit es heiße: Wie sich verhält das erste Glied zum andern, also das dritte zu dem gesuchten vierten.

II. Multipliciret das 2te und 3te Glied mit einander, und dividiret

III. Das kommende Product in das 1ste Glied, so kommet das verlangte 4te Glied.

Z. E. N°. 1. Es sey bekannt gegeben die Verhältniß 2 zu 6. und man verlanget in einer ähnlichen Verhältniß, zu der gegebenen kleinern Größe 4, ihre größere zu finden, so setzet es folgendergestalt:

2 : 6 = 4 : —

Damit es heiße: Wie sich verhält die kleinere Größe 2 zu ihrer größeren 6, in der gegebenen Verhältniß, also verhält sich in der ähnlichen Verhältniß die kleinere Größe 4 zu ihrer gesuchten größeren. Hierauf multipliciret die 6 mit 4, und dividiret die kommenden 24 in 2, kommt die verlangte 4te Proportionalzahl 12.

N°. 2. Wäre aber zu der gegebenen Verhältniß von 2 zu 6, die größere Größe 12 von einer ähnlichen

Verhältniß bekannt gegeben, und man verlanget zu dieser ihre kleinere zu finden, so müsset ihr es folgendergestalt aufsetzen:

6 : 2 = 12 : —

Damit es abermal ordentlich (wie §. 308 erkläret) heiße: Wie sich verhält das erste größere Glied 6 zu seinem kleinern 2, also verhält sich auch das andere größere Glied 12, zu seinem kleinern so gesuchet wird. Ferner procediret wie vorhin, nämlich multipliciret 12 mit 2, und dividiret die kommenden 24 in 6, so kommet die begehrte 4te Proportionalzahl 4.

Beweis.

Wenn die Glieder beschriebener maßen aufgesetzet werden, sind sie sammt dem gesuchten 4ten Gliede ordentlich proportioniret (§. 308). Demnach muß das Product aus dem 2ten und 3ten Gliede gleich seyn dem Producte aus dem 1sten und 4ten Gliede, welches gesuchet wird (§. 328). Folglich, wenn man solches Product durch das 1ste Glied dividiret, so muß nothwendig das verlangte 4te Glied herauskommen (§. 267).

§. 332. Wer den Grund von dieser Sache versteht, der kann, nachdem er die gegebenen drey Zahlen beschriebener maßen (§. 331) recht aufgesetzet, die gesuchte 4te Proportionalzahl noch auf zweyerley andere Art finden, nämlich

I. Wenn man das 2te Glied durch das erste dividiret und den Quotienten mit dem 3ten Gliede multipliciret. Als im gedachten Exempel N°. 1,

2 : 6 = 4 : —

Dividiret 6 in 2, kommen 3, diese multipliciret mit 4, kommt die gesuchte Zahl 12.

Item

Item in dem erwehnten Exempel N°. 2,

6 : 2 = 12 : —

Dividiret 2 in 6, kommen im Quoto (§. 231) $\frac{3}{1}$ oder $\frac{1}{3}$, dieſes multipliciret mit 12, kommt die geſuchte Antwort 4, wie ſolches hernach bey den Brüchen gezeiget werden ſoll.

II. Wenn man das 3te Glied durch das 1ſte dividiret, und den Quotienten mit dem 2ten Gliede multipliciret. Als in mehr erwehntem Exempel N°. 1,

2 : 6 = 4 : —

Dividiret 4 in 2, kommen 2, dieſe multipliciret mit 6, kommt die verlangte Zahl 12.

Item in dem Exempel N°. 2,

6 : 2 = 12 : —

Dividiret 12 in 6, kommen 2, dieſe multipliciret mit 2, kommen die begehrte 4.

Beweis
der nächſtgedachten 1ſten Art:

Wenn das zweyte Glied als Conſequens durch ſein Antecedens, das iſt durch das 1ſte Glied dividiret wird, ſo kommet der Name der gegebenen Verhältniß oder der Exponent (§. 317). Wenn man nun mit ſolchem Exponenten das andere Antecedens von einer ähnlichen Verhältniß, das iſt das 3te Glied multipliciret, ſo muß allerdings ſein Conſequens, nämlich das geſuchte 4te Glied herauskommen (§. 318).

Beweis
der gedachten 2ten Art:

In dieſer wird auf die verwechſelte Verhältniß (§. 326), welche das 1ſte Glied zum 3ten Gliede hat, geſehen. Im übrigen iſt der Beweis dieſes Proceſſes

ganz

ganz gleich dem vorigen. Denn durch die Division des 3ten Gliedes in das 1ste, erlanget man den Namen der gegebenen Verhältniß des 1sten Gliedes zum 3ten Gliede. Nun soll das 2te Glied zu dem gesuchten 4ten ebenfalls diese Verhältniß haben (ibid.): Derowegen muß solches 4te Glied herauskommen, wenn man den gedachten Namen der Verhältniß und das 2te Glied mit einander multipliciret (§. 318).

§. 333. Man kann auch die Beweise dieser zweyerley Arten (§. 232) aus der gegebenen Hauptart (§. 331) herleiten. Denn wenn man alle diese 3 Arten gegen einander hält und betrachtet, so wird man wahrnehmen, daß nach allen dreyen Arten, immer das 1ste Glied der Divisor, und die übrigen zwey gegebenen Glieder die Factores zu der Multiplication sind. Nur allein mit dem Unterscheide, daß in der Hauptart erstlich die Multiplication an den erwehnten Factoribus, und hernach die Division an dem entstehenden Product geschiehet; Da hingegen nach den andern Arten, einer der gedachten Factorum in das 1ste Glied dividiret, und der Quotient hernach mit dem andern Factore multipliciret wird. Wenn nun die Richtigkeit der Hauptart (ibid.) erwiesen worden, so ist aus dieser ferner nach Anzeigung §. 278. klar, daß man auch nach den andern beyden Arten verfahren möge. Gleichergestalt wenn eine von diesen beyden Arten (§. 332) erwiesen worden, so erhellet daraus ferner so wohl die Richtigkeit der andern (nach Lehre §. 291), als auch der Hauptart (nach Anweisung §. 290.)

§. 334. Da nun solchergestalt in einer Rechnung, in welcher zu multipliciren und dividiren ist, allezeit einerley Antwort herauskommt, man möge erstlich multiplici-

ren,

ren, und das Product hernach durch den Diviſorem dividiren; oder aber erſtlich einen von den Factoribus dividiren, und den Quotienten hernach mit dem andern Factore multipliciren: So iſt leicht zu erachten, daß man der Kürze halben dieſe Manier billig jener vorziehen ſolle, weil in dieſer die Ausrechnung mit kleineren Zahlen geſchieht, als in jener.

§. 335. Allein wenn die Diviſion bey den Factoribus nicht gerade aufgeht, und alſo die nachgehende Multiplication mit gebrochenen Zahlen geſchehen müßte (wie oben §. 332. in der erſten Art bey dem Exempel N°. 2. zu erſehen), ſo verfährt man lieber nach jener Manier, nämlich erſtlich die Multiplication und hernach die Diviſion anzuſtellen.

Zu deſto mehrerer Erläuterung will ich allhier ein beſonderes Exempel geben als folget:

Es ſey in einer Proportion gegeben 5 zu 49, wie 38 zu einer geſuchten Zahl. Wenn man in ſolchem Falle (nach der 1ſten Art ibid.) erſtlich die 49 in 5 dividiren ſollte, ſo würde man hernach die 38 mit 9⅘ zu multipliciren haben. Alſo auch, wenn man (nach der 2ten Art ibid.) die 38. erſtlich in 5 dividiren ſollte, würden hernach die 49 mit 7⅗ zu multipliciren ſeyn. Um nun die Berechnung in Brüchen zu vermeiden, ſo multiplicieret man viel lieber nach der Hauptart (§. 331) erſtlich die 49 mit 38. und dividiret die kommenden 1862 in 5.

§. 336. Weil nun in dergleichen Aufgaben die Diviſion eines Factoris mehrentheils nicht gerade aufgeht, und daferne dieſelbe ſchon aufgehen kann, es öfters doch nicht ſo fort zu voraus zu ſehen, und zu erkennen iſt; ſo hat man insgemein die gedachte Art §. 331. durch welche die Berechnung in Brüchen am ſicherſten vermieden wird, vor eine allgemeine Regel und Hauptart angenommen. Wobey wir es auch, in ſo weit, wenn man

nicht

nicht im ersten Ansehen so fort merket, daß die Division eines Factoris gerade aufgehen kann (in welchem Falle die andern Arten aus §. 332 allerdings besser als diese sind) allhier in der gemeinen Rechnungsart, ehe wir an die Practicam kommen, bewendet seyn lassen.

Von der Regel Detri.

§. 337.

Diejenige Regel, durch welche zu dreyen gegebenen Größen die 4te Proportionalgröße gefunden wird, von welcher vorher von §. 331 bis hierher Meldung geschehen, nennet man insgemein die Regel Detri; (oder de tribus numeris, das ist von dreyen Zahlen). Theils aber heißen sie: Regulam Proportionum, indem dieselbe sich auf die Proportion gründet. Noch andere legen ihr, in Ansehung ihres großen Nutzens, so wohl in dem gemeinen Leben, als in allen Wissenschaften, den Namen Regulae aureae oder der güldenen Regel bey. Die 4te Proportionalzahl aber wird nach gemeinem Gebrauch das Facit genannt, wie denn überhaupt die Antworten aller Rechnungsaufgaben, die Facite genennet zu werden pflegen.

§. 338. Und solchergestalt versteht man insgemein durch die Regel Detri eben denjenigen Proceß, welcher oben im §. 331. angewiesen worden, als welcher eigentlich die allgemeine Hauptregel ist (§. 336).

§. 339. Indessen ist hieraus offenbar, daß die Regel Detri nirgend angebracht werden kann, es sey denn, wo man aus der Beschaffenheit der Sachen vorher versichert ist, daß unter ihnen eine geometrische Proportion anzutreffen. Wie z. E. im gemeinen Handel der Werth der Waare, so lange man nicht einen andern

Preis

Preis bedungen, jederzeit proportional ist ihrer (nämlich der Waaren) Größe. Denn wenn man 2 mal so viel Waaren nimmt, zahlet man doppelt. Nimmt man 3 mal so viel Waaren, so zahlet man 3 fach. Dahero kann man aus dem gegebenen Werth von einer gewissen Größe einer Waare, den Werth einer andern gegebenen Größe von eben dieser Waare, oder auch die Größe derselben Waare, von einem andern gegebenen Werthe finden.

Z. E. N°. 1. Wenn 6 Ellen gewisser Waare kosten 8 fl, wieviel kosten nach diesem Preis 15 dergleichen Ellen von solcher Waare? Hier ist klar, weil das Ellen-Maaß gleich, und auch der Preis gleich seyn soll, daß man vor die 15 Ellen so vielmal 8 fl, als den Werth von 6 Ellen zahlen müsse, als oft die 6 Ellen in der Größe von 15 Ellen enthalten sind. Folgends ist man versichert, daß wie vielmal 6 Ellen in 15 Ellen enthalten sind, eben so vielmal die 8 fl in dem gesuchten Werthe von 15 Ellen enthalten seyn müssen, das ist (§. 307): Wie sich verhält 6 Ellen zu 15 Ellen, also müssen sich 8 fl zu dem gesuchten Facit verhalten. Derowegen kann solches Facit durch die Regel Detri gesucht, und wie folget gefunden werden:

Ellen 6 : 15 Ellen = 8 fl : Facit fl.

120

Facit 20 fl. Nämlich multipliciret 15 mit 8 und dividiret das Product 120 in 6, so kommen 20 fl. die 4te Proportionalzahl, oder der Werth von 15 Ellen.

N°. 2. So die Aufgabe also ist: Wenn man für 8 fl. bekommt 6 Ellen von einer gewissen Waare; wieviel Ellen muß man von solcher Waare vor 20

dergleichen fl. bekommen? Hier iſt abermal klar, daß wie vielmal der Werth von 6 Ellen, nämlich die 8 fl., in dem Werthe der geſuchten Ellen, nämlich in den 20 fl., enthalten ſind, eben ſo vielmal müſſen die 6 Ellen in den geſuchten Ellen enthalten ſeyn. Demnach kann man ſolche verlangte Ellen durch die Regel Detri ſuchen, und folgender geſtalt finden.

fl. 8 : 20 fl. = 6 Ell. : Facit Ellen

120

Facit 15 Ellen, nämlich multipliciret 20 mit 6, und dividiret das Product in 8, ſo kommen 15 Ellen die 4te Proportionalzahl, oder die geſuchten Ellen von 20 fl.

§. 340. Gleiche Bewandniß hat es mit dem Wechſel und Tauſch einer Münze gegen eine andere, oder auch einer Waare gegen eine andere, indem dieſes alles nicht anders, als ein Waarenhandel anzuſehen iſt, immaßen es gleich viel iſt, ob man eine Münze, oder eine andere Sache, für eine Münze, oder auch für eine andere Sache, verkaufet, verwechſelt oder vertauſchet; und iſt in allewege doch die Größe der Dinge, die man empfängt, der andern Größe der Dinge, welche man giebt, (wie §. 339 erkläret) proportional. Derowegen können folgende Aufgaben nach der Regel Detri aufgelöſet werden.

Z. E. N°. 1. Wenn man von 100 Thl. Polniſch giebt 103 Thl. Brandenburgiſch, und wird gefragt, wie viel Thl. Brandenburgiſch demnach vor 2475 Thl. Pol. zu zahlen ſind? Dieſes findet man nach der Regel Detri alſo:

Thl. Pol. Thl. Pol. Thl. Brandb.

100 : 2475 = 103 : Fac. Thl. Brandb.

7425

Fac. 2549|25 (oder ¼) Thl. Brandb.

100

Allhier

Allhier ſind die 2475 mit 103 nach Art §. 174 multipliciret, und das Product 254925 in 100 nach Anzeigung §. 235 dividiret worden.

N°. 2. Wenn man vor 10 Ellen gewiſſer Waare bekommt im Tauſch 25 ℔ anderer Waare; wie viel dergleichen ℔ dieſer Waare bekommt man demnach vor 32 dergleichen Ellen von jener? Dieſes iſt gleichfalls durch die Regel Detri zu finden. Alſo:

Ell. 10 : 32 Ell. = 25 ℔ : Fac. ℔.

das Fac. aber iſt ℔ 80|0

§. 341. Eben alſo proportioniret ſich die Intereſſe oder der Zins von einem ausgeliehenen Capital, ſo lange der Preis nicht anders bedungen wird, nach ihrer (der Capitalien) Größe, wenn ſie gleiche Zeit ausgeſtanden; oder auch nach der Größe der Zeiten, in welchen ſie ausgeſtanden, wenn die Capitalien gleich ſind. Denn wenn man 2 oder 3 mal ſo viel, als ein ander Capital, jedoch aber mit dieſem auf gleiche Zeit ausleihet; oder auch wenn ein Capital 2 oder 3 mal ſo lange als ein ander gleich großes Capital ausgeſtanden, ſo muß in allewege auch die Belohnung oder Intereſſe 2 oder 3 fältig ſeyn. Dannenhero kann man aus dem bekannt gegebenen Zins eines gewiſſen Capitals, den Zins eines andern Capitals; oder auch das Capital eines andern Zinſes, im Falle beyde Capitalien gleiche Zeit ausgeſtanden; ingleichen aus dem bekannt gegebenen Zins einer gewiſſen Zeit, den Zins von einer andern Zeit, oder auch die Größe der Zeit, welche zu einem andern Zinſe erfordert wird, im Falle beyde ausgeliehene Capitalien gleich groß ſind, durch die Regel Detri, wie aus nachfolgenden Exempeln zu erſehen, ſuchen und finden.

Z. E. N°. 1. Wenn man von 100 fl. Capital des Jahrs, oder ſonſt auf eine gewiſſe Zeit, 6 fl. Zins bedungen; wieviel Zins kommt nach ſolchem Preis und in eben ſolcher Zeit von

650 fl. Capital? Hier heißt es: Wie sich verhält 100 fl. Capital zu dem Capital 650 fl. also muß sich der Zins von jenem Capital, nämlich die 6 fl. zu dem gesuchten Zins von 650 fl. Capital verhalten. Demnach stehet solches nach der Regel Detri also:

fl. Cap. 100 : 650 fl. Cap. = 6 fl. Zins : Fac. fl. Zins.

das Fac. aber ist fl. 39|00 Zins

N°. 2. So die Aufgabe also ist: Wenn zu 6 fl. Zins ein Capital von 100 fl. auf eine gewisse Zeit erfordert wird, wie groß müsse nach solchem Preis dasjenige Capital seyn, welches in eben derselben Zeit fl. 39 Zins verdienen möge? Hier heißt es abermal: Wie sich verhält 6 fl. Zins zu dem Zins 39 fl. also muß sich das Capital von jenem Zins, nämlich die 100 fl. zu dem gesuchten Capital von 39 fl. Zins verhalten. Derowegen stehet es berechnet durch die Regel Detri als folget:

fl. Zins : fl. Zins = fl. Cap. : Fac. fl. Cap.
6 : 39.. = 100 :

das Fac. aber ist 650 fl. Cap.

N°. 3. Wenn von einem gewissen Capital des Jahrs 6 fl. vor Zins bedungen worden; wie viel Zins trägt nach solchem Preis dieses oder ein gleich großes Capital in 8 Jahren? Hier liegt die Proportion vor Augen, nämlich: Wie sich verhält die Zeit von 1 Jahr zu der Zeit von 8 Jahren, also muß sich verhalten der Zins eines Jahres, nämlich die 6 fl. zu dem gesuchten Zins einer 8 jährigen Zeit. Folglich wird dasselbe Facit durch die Regel Detri gefunden, also:

Jahr 1 : 8 Jahre = 6 fl. Zins : Fac. fl. Zins.

das Fac. aber ist 48 fl. Zins.

Denn weil im 1sten Gliede 1 stehet, das nicht dividiren kann (§. 264), so bleiben die 48 fl. das Facit.

N°. 4. So die Aufgabe also ist: Wenn mit einem gewissen Capital in einem Jahre 6 fl. Zins verdienet werden, wie lange muß nach diesem Preise ein solches Capital ausstehen, damit es 48 fl. trage? Hier lieget ebenfalls die Proportion vor Augen, nämlich: Wie sich verhält 6 fl. Zins zu 48 fl. Zins,

alſo muß ſich verhalten die Zeit von jenem Zins, nämlich 1 Jahr, zu der geſuchten Zeit, welche 48 fl. Zins trägt. Mithin findet ſich dieſes Facit durch die Regel Detri, als folget:

fl. Zins 6 : 48 fl. Zins = 1 Jahr : Fac. Jahre.

das Fac. aber iſt 8 Jahre.

Denn weil das dritte Glied 1 iſt, das nicht multipliciren kann (ibid.), ſo werden die 48 nur in 6 dividiret.

§. 342. Gleiche Bewandniß hat es mit dem Zins oder Lohn eines vermietheten Hauſes, Guthes, Arbeiters, oder ſonſt einer andern Sache; immaßen es gleich viel iſt, ob ich mein Geld, oder ſonſt meine Sachen, oder auch mich ſelbſt auf eine bedungene gewiſſe Zeit, vor eine gewiſſe Belohnung, zu des andern Dienſte gebe, ſo iſt doch in allewege die Belohnung proportional der Größe oder Vielheit der vermietheten Dinge, wenn die Zeiten gleich; oder auch der Größe der Zeiten, wenn die vermietheten Dinge gleich groß, oder ſolcher gleich viel ſind. Dannenhero können die nachfolgenden Exempel durch die Regel Detri ſolviret werden.

Z. E. N°. 1. Wenn man ein Haus, Hof, oder ſonſt eine Sache, oder auch ſich ſelbſt zu eines andern Dienſte auf 6 Monath vor 34 fl. Zins, oder Lohn vermiethet; wie viel kommt nach ſolchem Bedinge vor eine Zeit von 9 Monath? Alſo:

Monath 6 : 9 Monath = 34 fl. Lohn : Facit fl.

306

Fac. 51 fl. Lohn.

N°. 2. So die Aufgabe alſo iſt: Wenn vor ein vermiethetes Ding auf eine Zeit von 6 Monath 34 fl. bedungen werden; wie lange Zeit müſſe ſolches vermiethete Ding zu des Miethers Dienſte ſtehen, wenn der Lohn 51 dergleichen fl. ſeyn ſollte: Alſo:

fl. Lohn fl. Lohn Monath

34 : 51 = 6 : Facit Monath.

Fac. 9

306

Monath Reſt 0

N°. 3. Einer bedinget 24 Arbeiter oder Diener solchergestalt, daß er ihnen insgesammt wöchentlich 60 fl. zahlen soll, schaffet aber hernach ihrer 10 ab; wieviel hat er den übrigen 14 nach vorigem Bedinge wöchentlich zu zahlen? Also:

Mann		Mann		fl. Lohn		
24	:	14	=	60	:	Facit fl. Lohn

Fac. 35 fl. Lohn.

840
12.

N°. 4. So die Aufgabe also ist: Wenn mit 60 fl. 24 Knechte bedungen werden; wie viel Knechte können nach solchem Bedinge vor 35 fl. Lohn gehalten werden? Also:

fl. 60 : 35 fl. = 24 Knechte : Facit Knechte

840

Fac. 14 Knechte.

§. 343. Bisweilen werden auch Arbeiter nicht nach einer gewissen Zeit, sondern nach der Größe der zu verrichten seyenden Arbeit bedungen, alsdenn verhält sich der Lohn, wie die Größe der verrichteten Arbeit.

Z. E. N°. 1. Ein Feldherr bedinget bey einem Schneider wegen einer Montur von 10000 Mann, daß ihm vor jede Compagnie von 125 Mann, 472 fl. Schneiderlohn bezahlet werden soll: Wie viel ist demnach in Summa die Zahlung? Also:

Mann 125 : 10000 Mann = fl. 472.... Fac. fl

Fac. 37760 fl.

97....
95...
75..

000

N°. 2. So die Aufgabe also ist: Wenn vor 472 fl. 125 Kleider zu verfertigen bedungen werden; wie viel Kleider sind nach diesem Accord vor 37760 dergleichen fl. zu verfertigen? Also: fl 472 : 37760 fl. = 125 Kleid. : Fac. Kleid.

Fac. 10000 Kleid.

4720000
09....

§. 344.

§. 344. Nicht minder proportioniret sich die Größe der verrichteten Arbeit, nach der Anzahl der Arbeiter, wenn einer so viel arbeitet als der andere; oder auch nach der Zeit in welcher die Arbeit vollbracht wird, wenn man in einer Stunde so viel arbeitet, als wie in der andern. Demnach können nachfolgende Exempel nach der Regel Detri betrachtet werden.

Z. E. N°. 1. Es offeriren sich 6 Schuster, in gewisser Zeit 500 paar Schuhe fertig zu liefern, wieviel paar Schuhe können demnach 21 Schuster (wenn sie alle gleich arbeiten) in solcher Zeit verfertigen? Also:

Schust. Schust. paar Schuhe
6 : 21 = 500 : Facit paar Schuhe

10500

Fac. 1750 paar Schuhe.

N°. 2. So aber die Aufgabe also ist: Wenn 6 Schuster 500 paar Schuhe verfertigen: wieviel Schuster werden demnach erfordert zu 1750 paar Schuhen, wenn sie alle gleich arbeiten, und in eben solcher gewissen Zeit damit fertig seyn sollen? Also:

paar Schuhe paar Schuhe Schust.
500 : 1750 = 6 : Facit Schust.

10500

Fac. 21 Schuster.

N°. 3. Einer copiret ein Buch, und schreibet in 3 Stunden 4 Bogen: Wie viel Bogen schreibt er demnach (wenn er in allen Stunden gleichviel schreibt) in 42 Stunden? Also:

St. 3 : 42 St. = 4 Bog. : Fac. Bog.

168

Fac. 56 Bogen.

N°. 4. So aber die Aufgabe also ist: Wenn einer in 3 Stunden 4 Bogen abschreibt; in wie viel Stunden wird er (so er in jeder Stunde gleichviel schreibt) 56 Bogen abschreiben? Also:

Bogen 4 : 56 Bogen = 3 Stunden : Facit Stunden.

168

Fac. 42 Stunden.

§. 345. Alles was in der Welt anzutreffen, hat seinen Schranken, und läßt sich dannenhero mit andern Dingen von seiner Art vergleichen, und folgends als etwas, so vermehret oder vermindert werden kann, das ist, als eine Größe (§. 30) betrachten. Derowegen ist alles dasjenige, was von der Ration und Proportion gesaget wird, auf alle endliche Dinge zu appliciren (§. 301). In solcher Absicht benennet ein gewisser Mathematicus die Proportion eine Seele nicht nur der ganzen Mathesis, sondern bey nahe aller Dinge in der Welt, und sonderlich alles menschlichen Thun und Lassens. Demnach ist leicht zu erachten, daß es fast unmöglich, oder doch nicht eines Mannes Arbeit sey, alle Dinge anzuführen, dabey die Regel Detri angebracht werden kann. Es wird aber hoffentlich aus den vorhin fürgestellten Exempeln und derer umständlichen Erklärungen zur Genüge zu ersehen seyn, wie man jede Rechnungsaufgabe betrachten, und ob unter den angegebenen Sachen, eine Proportion sey, zu voraus beurtheilen müsse, ehe man die Regel Detri anbringen kann (§. 339).

§. 346. Damit ich aber auch das Gegentheil zeige, so will noch einige andere Exempel fürstellen, welche zwar das Ansehen haben, als sollten sie nach der Regel Detri aufzulösen seyn, (wie denn einige Autores selbst, die ich Ehrenhalber verschweigen wollen, in ihren ausgegebenen Schriften, wo nicht aus Unwissenheit, jedoch nicht ohne Uebereilung dergleichen Exempel wirklich durch diese Regel berechnet, und auf solche Art die wahre Antwort heraus gebracht zu haben, vermeynet); da doch dieselben Exempel in der That gar nicht zu dieser Regel gehören, wie aus folgenden zu ersehen.

Z. E. N°. 1. Einer gräbt einen Brunnen in Zeit von 4 Stunden 3 Fuß tief in die Erde. Die Frage ist: In wie viel Stunden er demnach 100 Fuß tief graben wird? Hier sind 3 Zahlen gegeben, die 4te soll man finden. Folgends hat es den Schein, als sollte es wie die vorigen Exempel durch die Regel Detri aufgelöset werden können. Allein, wenn man bedenket, daß diese Arbeit, je tiefer man hinunter kommet, desto langsamer von statten gehet, indem die Erde immerfort desto höher aus der Tiefe

zu

zu bringen ist, und also immer mehrere Zeit erfordert; so erhellet klar, daß die Tiefe der ausgegrabenen Füsse, der Zeit, in welcher solche Arbeit verrichtet wird, keinesweges proportional ist. Derowegen kann man dieses Exempel nicht durch die Regel Detri auflösen (§. 339).

N°. 2. Es ist ein Gefäße mit Wasser angefüllt, unten an dem Boden ist ein kleines Löchlein, dadurch es heraus laufen kann. Man hat befunden, daß in 2 Minuten 3 Stofen heraus gelaufen. Nun wird gefragt: In wie viel Zeit 100 Stofen auslaufen werden? Hier sind abermal 3 Zahlen gegeben, und die 4te wird gesuchet. Allein, es ist so wohl aus der Natur, als auch aus der Erfahrung bekannt, daß das Wasser anfangs geschwinde, hernach immer langsamer laufet, folglich ist die Zahl der heraus gelaufenen Stofen, der Zeit, in welcher sie heraus gelaufen, nicht proportional. Demnach läßt sich auch dieses Exempel nicht durch die Regel Detri solviren.

N°. 3. Wenn ein Mühlstein, den man sonst durch probiren (z. E.) befunden, daß er in einer Secunde 20 Schuhe gefallen, sollte aus einer Wolke, welche 3 Meilen (jede Meile à 1600 Ruthen, jede Ruthe à 15 Fuß gerechnet), oder 72000 Schuhe hoch über die Erde erhaben, herunter auf die Erde fallen; fraget sichs, wie lange er fallen müßte, ehe er zur Erden käme? Allhier hat man gleichfalls 3 gegebene, und eine gesuchte 4te Zahl. Allein es zeiget die unleugbare Erfahrung, daß, wenn ein schwerer Körper herunter fällt, seine Bewegung oder Geschwindigkeit im Fallen, immerfort je mehr und mehr zunehme, und also die Höhe, oder der Raum, durch welchen der Körper gefallen, keinesweges der Zeit, in welcher er gefallen, und solchen Raum durchgelaufen, proportional ist. Dannenhero kann auch diese Frage nicht durch die Regel Detri aufgelöset werden.

Wir wollen uns wiederum zu solchen Exempeln wenden, welche unter die Regel Detri gehören; worzu denn nachfolgende Betracht- und Unterweisungen dienen.

§. 347. In dem Aufsatze eines Exempels der Regel Detri, da die Absicht fürnemlich ist die 4te Proportionalzahl zu suchen, gilt es gleich viel, ob man die drey Glie-

der nach Art der Beſchreibung proportionirter Dinge (§. 307), wie bisher bey den angeführten Exempeln geſchehen; oder aber ob man das 2te mit dem 3ten Gliede umwechſele, und dieſes vor jenem hinſchreibe. Als das obige Exempel (§. 339. N°. 1), da es heißet:

Ellen 6 : 15 Ellen = 8 fl. : Facit fl.

Könnte auch folgendergeſtalt aufgeſetzet werden:

Ellen 6 : 8 fl. = 15 Ellen : Facit fl.

zumal da man auch auf die verwechſelte Proportion (§. 326) ſehen, und es hier (wiewohl nur den Zahlen nach, §. 303) ebenfalls heißen kann: Wie ſich verhält die Zahl 6 zu der Zahl 8, alſo müſſe ſich die Zahl 15 zu der geſuchten Zahl verhalten. Worzu es auch aller Art Regeln nach (§. 331. und 332), welche lehren das 2te und 3te Glied mit einander zu multipliciren, oder eins von dieſen beyden erſtlich zu dividiren, gleich viel iſt, ob dieſes oder jenes in dem Aufſatze vor oder nachſtehet. Es iſt aber die nächſt gezeigte andere Art im Aufſetzen insgemein gebräuchlicher als die 1te Art, und von Alters her vermuthlich deswegen eingeführet worden, weil dieſelbe der gemeinen Redensart gemäß iſt, da es heißt: Wenn 6 Ellen koſten 8 fl. was koſten demnach dergleichen 15 Ellen? Und eben darum, um alle unnöthige Neuerung zu vermeiden, werde ich fernerhin bey ſolchem alten Gebrauch verbleiben.

§. 348. Solchemnach gilt es in der Auflöſung eines Exempels der Regel Detri in ganzen Zahlen gleichviel, wenn man z. E. fraget: 6 Ellen koſten 8 fl, was 15 Ellen? Oder 6 Ellen koſten 15 fl, was 8 Ellen? Und muß dannenhero in beyden Fragen ein gleiches Facit kommen, nämlich 20 fl. Derowegen kann man die eine Frage an ſtatt der andern annehmen, und auf ſolche Weiſe öfters

einen

einen Vortheil erlangen, wie hiervon hernach bey den Vortheilen in der Regel Detri angezeiget werden soll.

Die 20. Aufgabe.

§. 349. Ein Exempel der Regel Detri nach gewöhnlicher Art richtig aufzusetzen.

Bey schlechten Aufgaben dürfet ihr es nur der gemeinen Redensart gemäß aufsetzen, da es heißt: So viel geben so viel, was geben so und so viel? (§. 347). Allein bey gekünstelten Aufgaben, da es öfters mit Fleiß verkehrt und verwirrt vorgetragen wird, hat man folgende Regel zu merken:

I. Setzet die Fragezahl (wie bey dem gedachten Exempel (ibid.), die 15 Ellen) in die 3te Stelle zur Rechten; und

II. dasjenige, welches mit der Fragezahl dem Wesen nach (§. 302.), wie auch in allen andern gegebenen Umständen gleich geartet ist, (wie vorhin die 6 dergleichen Ellen) in die erste Stelle zur Linken. Endlich

III. schreibet dasjenige übrige Größe, welche mit der gesuchten 4ten Größe eben so gleicher Art ist, gleichwie die 1te mit der 3ten Größe (als vorhin die 8 fl.) in die 2te Stelle oder in die Mitten, zwischen vorige beyde Stellen. Diese 3 Glieder nun werden durch ein Strichlein oder Punkte, oder auch durch bloße Spatia unterschieden.

§. 350. Den Anfängern zum besten, will ich den nächst gedachten Unterricht in etwas weitläuftiger mit einigen Exempeln erklären, als:

N°. 1. Einer bekommet für 100 fl. alte Münzen 105 fl. neue schlechtere Münze; die Frage ist: Wieviel er

vor 945 fl. dergleichen alte Münze an dergleichen neuen Münze zu empfangen habe? Demnach ſetzet die Frage 945 fl. in die 3te Stelle. Nun ſind zwar dem Weſen nach beyde übrige Zahlen mit dieſer Zahl gleich, indem ſie alle fl. bedeuten; allein den dabey gegebenen Umſtänden nach ſind die 105 fl. mit den 945 fl. nicht gleich geartet, denn dieſe bedeuten alte, jene aber neue Münze. Derowegen müſſen in die erſte Stelle die 100 fl. welche dergleichen alte Münze, wie die Frage 945, bedeuten, und folgends in die Mitten die 105 fl. geſetzet werden, alſo

fl. Alt 100 — 105 fl. Neu — 945 fl. Alt.

Und ſo man dieſes ferner nach der Regel berechnet, ſo bedeutet das Facit eben dergleichen neue Münze als das mittlere Glied andeutet.

N°. 2. Offters kommen auch Exempel vor, da keine von den andern beyden Zahlen mit der Frage, den gegebenen Umſtänden nach, gleich geartet iſt, ob ſie ſchon gleiche Namen haben. Z. E. Einer bedinget 6 Danziger Ellen vor 8 fl, und man fragete: Wieviel demnach vor 15 Brabander Ellen zu zahlen ſey? Allhier iſt der gegebene Umſtand der 6 Ellen nicht gleich dem Umſtande der 15 Ellen, indem dieſe Brabander, und jene Danziger Ellen bedeuten. Da iſt es nöthig, daß beyde Ellen-Maaße zuförderſt unter gleiche Umſtände gebracht werden (§. 304), das iſt, daß man vorher vermittelſt einer beſondern Ausrechnung entweder die 6 Danziger zu Brabander, oder die 15 Brabander Ellen zu Danziger machen müſſe, ehe man die Regel Detri anbringen kann. Und weil 5 Brabander gleich gerechnet werden 6 Danziger Ellen, ſo muß man in dieſem Falle durch einen beſondern Aufſatz der Regel Detri berechnen:

5 Brab. Ell. geben 6 Danz. Ell. was 15 Brab.? Fac. 18

Dan-

Danziger Ellen. Oder 6 Danziger geben 5 Brab. was 6 Danz.? Facit 5 Brabander.

Ferner ſtehet die vorige Aufgabe als folget:

6 Danz. Ell. koſten 8 fl. was 18 Danz. Ellen?

Oder 5 Brab. Ell. koſten 8 fl. was 15 Brab. Ellen?

Jedoch von dieſer Art Aufgaben und wie dieſelbe durch die Regel Multipler in einem einzigen Aufſatze zu ſolviren, ſoll hernach ausführlich gezeiget werden.

N°. 3. Bisweilen kommen auch Exempel vor, in welchen mehr als 3 Zahlen, die doch zu der Auflöſung nichts beytragen, bekannt gegeben werden, und da iſt es nöthig, alle gegebene Zahlen wohl zu betrachten, eine von der andern nach ihren Umſtänden zu unterſcheiden, und alsdenn diejenigen 3 Zahlen, welche fürnemlich zu der Auflöſung gehören, nach vorigem Unterrichte aufzuſetzen.

Z. E. Ein Kaufmann in Danzig findet in ſeinem Buche, wie er einſt, als der Ducaten in Holland 5 fl. 5 Stüber, und in Danzig 8 fl. 2 ßℓ gegolten, 1940 Stück Ducaten aus Holland hieher kommen laſſen, die Valute davor nach damaligem Wechſelcours à 276 ßℓ Pol. pro 1 ℓ. Vls. B^{a} remittiret, und ſolche Valute juſt aus 1840 Stück Duc. in Danzig wiederum gelöſet, alſo daß ihm über ſein vorgeſchoſſenes Geld die übrigen 100 Stück Duc. zum Gewinn geblieben. Nun ereignet es ſich, daß in einer Zeit der Duc. eben wie vorhin, ſo wohl in Holland, als in Danzig gilt, und der Wechſelcours ebenfalls dem vorigen gleich iſt; deswegen der Kaufmann wiederum den vorigen Handel vornimmt, und auf ſolche Weiſe 4850 Stück Duc. aus Holland bekommet: So wird gefraget 1): Wieviel er von ſelbigen in Danzig verkaufen müſſe, bis er ſein vorgeſchoſſenes Geld haben werde?

werde? Und 2): Wie viel Stück Duc. alsdenn ihm zum Gewinn übrig bleiben werden? Bey dieſem Exempel hat man zu erwegen:

a) Daß die Zahlen 5 fl. 5 St. item 8 fl. 2 ßℓ und 276 ßℓ pro 1 £. Vls. weil dieſe Preiſe der #, als auch dieſer Wechſelcurs, in der andern Zeit ſo wohl, als vormals, unverändert iſt, nichts zur Ausrechnung beytragen können. Demnach bleiben noch übrig die 4 Zahlen, nämlich 1940 #, 1840 #, 100 #, und die Frage 4850 #, welche 4850 # in der 3ten Stelle geſetzet werden.

b) Daß unter den übrigen Zahlen, ob dieſelben ſchon alle mit der Frage 4850 # gleiches Weſens, nämlich #, nur allein die 1940 # auch in den Umſtänden mit der Frage gleich geartet ſind, indem dieſe Zahl ſo wohl als die Fragezahl 4850, jede die ganze Quantität der aus Holland gekommenen # fürſtellet; da hingegen die 1840 nur den allhier verkauften, und die 100 den übrig gebliebenen Theil von der ganzen Quantität andeuten. Demnach gehören die 1940 # in die 1ſte Stelle (wie zu erſehen vorhin N°. 1).

c) Nun bleiben noch übrig 2 Zahlen, nämlich 1840 und 100, da man doch zu der Regel Detri nur nach eine brauchet: Allein es iſt zu merken, daß allhier auch 2 Fragen ſind, nämlich wieviel von den 4850 in Danzig verkaufet, und wieviel übrig bleiben werden? Da man denn zur Auflöſung der 1ten Frage ſich der Zahl 1840; der andern Frage aber der Zahl 100 zu bedienen hat. Denn weil das Facit mit dem mittlern Gliede von gleicher Art iſt, und zwar eben auf die Weiſe, wie das 1te mit dem 3ten Gliede (§. 349), ſo iſt leicht zu erachten, daß, wenn man zum Facit den zu verkaufen ſeyenden Theil haben

ben will, man in die mittlere Stelle die 1840 ℔, welche ebenfalls den verkauften Theil andeuten, ſetzen müſſe. Hingegen wenn man den bleibenden Theil zum Facit verlanget, die 100 ℔, welche den gebliebenen Theil andeuten, in die mittlere Stelle zu ſchreiben ſind. Folgends ſteht die Berechnung der 1ſten Frage alſo:

1940 ℔ — 1840 ℔ — 4850 ℔

Fac. 4600 ℔ ſind von den 8924000
4850 ℔ zu verkaufen. 116...
00

Die andere Frage aber alſo:

1940 ℔ — 100 ℔ — ℔ 4850..

Fac. 250 ℔ bleiben übrig 97.
zum Gewinn. 00

§. 351. Wiewohl man bey dergleichen Aufgaben (wie allernächſte N°. 3 iſt) daferne die Solution nicht abſolut, wie vorhin gezeiget, begehret wird, nicht nöthig hat, jede Frage durch einen beſondern Aufſatz der Regel Detri aufzulöſen, und iſt es genug, wenn man nur eine derſelben durch dieſe Regel berechnet, da denn aus dem heraus gebrachten Facit ferner auch die Antwort der andern Frage viel leichter als durch die Regel Detri gefunden werden kann. Als wenn beym vorigen Exempel das erſte Facit 4600 ℔ gefunden, ſo darf man dieſes von der ganzen Summe 4850 ℔ nur ſubtrahiren, ſo bleibet der übrige Theil 250 ℔. Desgleichen, wenn man das Facit 250 ℔ gefunden, ſo darf dieſes nur von 4850 ℔ abgezogen werden, ſo bleibet der zu verkaufen ſeyende Theil 4600 ℔.

§. 352. Bisweilen kommen Exempel, in welchen das 2te Glied (§. 349.) eine aus 2 Theilen zuſammen geſetzte Zahl iſt, von welcher nur ein Theil derſelben eine geometriſche Proportion mit den andern Gliedern hat. In ſolchem Falle muß man den proportionirten Theil von dem unproportionirten erſtlich durch die Subtraction

ction separiren, bevor man die Regel Detri anbringen kann, und also derselben Berechnung nur auf jenen Theil stellen.

Z. E. Wenn die obige Aufgabe (§. 341. N°. 3) also gegeben wäre: Ein gewisses Capital bringet nach 1 Jahr an Capital und Zins zusammen 106 fl: Wieviel wird demnach vor solches Capital nach 8 Jahren an Capital und Zins zu zahlen seyn? Allhier sind 3 Zahlen gegeben, welche dem Ansehen nach durch die Regel Detri also zu setzen wären:

Jahr 1 — 106 fl. Cap. und Zins — 8 Jahre.

Allein wenn ihr bedenket (§. 339) ob zwischen diesen Dingen eine geometrische Proportion sey, so findet ihr, daß zwar der Zins, nicht aber das Capital mit der Zeit proportional sey. Denn wenn 2 gleiche Capitalien eines 1 Jahr, und das andere 8 Jahre ausstehen, so träget dieses wohl 8 mal so viel Zins, als jenes; aber deswegen bringet es in der Bezahlung nicht auch 8 mal das Capital. Derowegen ist dieses Exempel nicht anders zu solviren, es sey denn es müsse in der Aufgabe das Capital besonders gegeben werden; als z. E. wenn gesaget wird, daß von den 106 fl. das Capital 100 fl. und der Zins 6 fl. sey, so subtrahiret die 100 fl. Capital von 106 fl. und setzet:

Jahr 1 —— 6 fl. Zins —— 8 Jahre

Fac. 48 fl. Zins.

Weil aber die Antwort an Capital und Zins begehret wird, so dürfet ihr zu diesem Facit nur das Capital 100 fl. wiederum addiren, kommt die begehrte Antwort: 148 fl. Capital und Zins.

§. 353.

§. 353. Beliebter Kürze halber werde ich hinführo die Stellen der gegebenen dreyen Zahlen und der 4ten gesuchten Zahl, durch die 4 Buchstaben A. B. C und D und zwar in solcher Ordnung, wie §. 349 angewiesen, dergestalt bemerken, daß ich durch A verstehe die 1ste Stelle zur Linken; durch B die nachfolgende 2te oder mittlere Stelle; durch C die 3te Stelle zur Rechten; und durch D die gesuchte 4te Stelle. Auf solche Weise sage ich mit wenigen (nach eben diesem §.) A mit C, desgleichen B mit D müssen gleicher Art seyn.

§. 354. Was im übrigen die Ordnung betrifft, welche bey der nach der Regel Detri erforderlichen Multiplication und Division selbst am dienlichsten zu halten sey; so kann man aus den solvirten Exempeln zur Genüge absehen, daß ich die Multiplication bald unter B und bald unter C setze. Denn da es gleich viel gilt, ob B mit C, oder C mit B multipliciret wird (§. 148); so nimmt man diejenige Zahl allezeit für den Multiplicatorem, mit welcher am geschwindesten die Multiplication zu verrichten ist (§. 149.). Wenn nun solches Product gefunden, und ferner in A dividiret wird, so setze ich den Quotienten nach Bewandniß des Divisoris entweder unter das Product, oder unter den Divisorem A auf die Weise, wie oben in der Division (§. 215. 238. 243) gelehret worden. Im übrigen ist allhier unnöthig den Multiplicatorem neben den Multiplicandum, noch den Divisorem neben den Dividendum, aufs neue hinzuschreiben, weil selbige vorhin schon vor euch geschrieben stehen (§. 184 und 255).

§. 355. Wenn man ein Facit von einer Aufgabe der Regel Detri nur andeuten, und es nicht wirklich berechnen will, so darf man nur das 1ste Glied unter das 2te bruchsweise setzen (§. 232), und das 3te Glied darneben vermittelst des Zeichens ⋌ (§. 183.) hinschreiben.

Z. E. N°. 1. Wenn 6 Ellen kosten 8 fl. was kosten 15 Ellen? Wenn ihr dieses nicht wirklich berechnen (§. 339 N°. 1), und das Facit nur andeuten wollet, so setzet zum Facit $\frac{8}{6}$ ⋌ 15. das heißt $\frac{8}{6}$ mal 15, oder 15 mal $\frac{8}{6}$ fl. welches nach der 2ten Art §. 332. in der That auch das wahre Facit ist.

N°. 2.

N°. 2. Wenn 6 Danziger Ellen kosten 8 fl. was kosten 15 Brabander Ellen? Dieses Exempel muß 2 mal nach der Regel Detri berechnet werden, als nämlich (§. 350. N°. 2):

5 Brab. Ellen geben 6 Danz. Ell. was 15 Brab. Ellen?
Facit 18 Danz. Ell.

Ferner 6 Danz. Ell. kosten 8 fl. was 18 Danz. Ellen? Fac. 24 fl. Wollet ihr nun diese Facite nicht wirklich ausrechnen, sondern nur andeuten, so könnet ihr das erste Facit bemerken mit $\frac{6}{8} \asymp$. 15 Demnach heißt es im andern Aufsatze: 6 Danziger Ellen kosten 8 fl. was $\frac{6}{8} \asymp$ 15 Danziger Ellen? Facit $\frac{8}{6} \asymp \frac{6}{8} \asymp 15$ fl. das heißt $\frac{8}{6}$ mal $\frac{6}{8}$ mal 15 fl. Und so auch mit allen andern.

§. 356. Oder ihr könnet das 1ste Glied unter das 3te bruchsweise setzen, und das 2te Glied darneben hinschreiben.

Als beym vorigen Exempel (§. 355 N°. 1) könnet ihr das Facit folgendergestalt andeuten: $\frac{8}{6} \asymp 8$, das heißt $\frac{8}{6}$ mal 8 fl. welches nach der 1sten Art §. 332. in der That auch das wahre Facit ist. Gleichergestalt könnet ihr das Facit vom nächst gedachten Exempel N°. 2. also andeuten: $\frac{8}{6} \asymp \frac{6}{8} \asymp 6$ fl.

§. 357. Alles was in der Division gelehret worden, ist auf die geometrische Verhältniß zu ziehen (§. 299). Derowegen kann man den Namen der Verhältniß (§. 298) auch eben auf solche Art finden, wie oben §. 287. im dividiren angewiesen worden. Solchergestalt gilt es gleichviel, wenn ihr den Namen der Verhältniß z. E. von 5 und 150 angeben wollet, ob ihr auf einmal saget: Es ist 5 in 150, 30 mal enthalten, oder ob ihr den Dividendum zerstreuet, in 20 + 120 + 10, und saget (nach Anzeigung gedachten §. 287): Es ist 5 in 150, 4 mal + 6 $\asymp$ 4 mal (= 24 mal) + $\frac{1}{5} \asymp$ 4 mal (= 2 mal) enthalten.

Zum Beschluß der Regel Detri sind nachfolgende Betrachtungen zu beobachten.

§. 358.

§. 358. Nach Erforderung der Regel Detri wird B mit C multipliciret, und das Product in A dividiret. Da aber die Unität oder 1 weder multipliciren noch dividiren kann (§. 264), so werden alle Exempel der Regel Detri, in welchen A eine unveränderliche Unität ist, durch die Multiplication allein; und in welchen B oder C eine unveränderliche 1 ist, durch die Division allein, solviret. Dahero pflegen theils Rechner die Exempel der Regel Detri in 3 Classen zu theilen. Die 1ste nennen sie Multiplications-Exempel (in welchen nämlich A 1 ist), die 2te Divisions- (in welchen nämlich B oder C 1 ist,) und die 3te Proportionsexempel (in welchen A, B und C lauter Zahlen und nicht 1 sind).

§. 359. Ich rede aber hier von unveränderlichen Unitäten, das ist von solchen Unitäten, welche in der Ausrechnung Unitäten bleiben. Denn sonst werden in verschiedenen Exempeln zuweilen wohl Unitäten angegeben, die aber nach Erforderung öfters allererst zu kleineren Sorten oder Theilen gemacht (§. 304), und also in Zahlen verwandelt (§. 33) werden müssen, hervor man die Regel Detri bey ihnen anbringen kann. Und dergleichen Exempel gehören allerdings unter die gedachte 3te Classe.

§. 360. Indessen dienet dasjenige, was oben (§. 331. 347 und 349.) wegen des Aufsetzens der Exempel, so nach der Regel Detri zu berechnen angewiesen worden, fürnemlich nur zur bequemen Ordnung. Uebrigens aber ist es keine Nothwendigkeit, daß man die Zahlen nach der beschriebenen Ordnung jederzeit mit Fleiß allererst aufsetzen müsse, wenn man nur sonst den Grund der Sache verstehet, und die rechten Zahlen weiß, welche mit einander zu multipliciren sind, und welche der Divisor sey.

§. 361. Dannenhero ist es in der Praxi (denn in der Theorie geschieht der ordentliche Aufsatz öfters nur zu desto besserer Erklärung der Aufgabe) allerdings ein

unnöthiger Ueberfluß, die Multiplications- und Divisionsexempel (§. 358) allererst in einen Aufsatz der Regel Detri zu bringen, indem man doch ihre Facite so fort durch die Multiplication oder Division allein finden kann.

Z. E. N°. 1. Einer kauft 13 ℔ gewisser Waare, bedinget jedes ℔ a 6 fl.: Wie viel ist zu zahlen? Allhier darf man nur so fort die 13 mit 6 multiplicitren, kommet das begehrte Facit 78 fl.

N°. 2. Einer kaufet 13 ℔ gewisser Waare zusammen vor 78 fl.: Wie theuer kommet das ℔ zu stehen? Hier darf man nur die 78 in 13 dividiren, so kommet das gesuchte Facit 6 fl.

N°. 3. Einer bedinget eine gewisse Waare, das ℔ à 6 fl.; Wieviel ℔ kommen für 78 fl.? Hier darf man abermals die 78 nur in 6 dividiren, so kommet das verlangte Facit 13 ℔.

§. 362. Ja bey den Proportionsexempeln selbst, muß man nicht auf die Gedanken gerathen, als sollte nicht nach der Regel Detri verfahren werden, wenn der Aufsatz nicht beschriebener maßen geschiehet. Denn die Regel bestehet in der eigentlichen Ausrechnung, wodurch das gesuchte Facit gefunden wird, nicht aber in dem Aufschreiben der Zahlen, wie ich denn oben bey den 4 Speciebus bereits angemerket, daß ein geübter Rechner sich niemals an eine Ordnung des gewöhnlichen Aufsatzes zu binden. Derowegen gilt es oben §. 347 auch gleichviel, wenn das Exempel daselbst auch also stünde:

was? 8 fl.?	Oder Ellen 6 — 15 Ellen,
Ellen 6 — 15 Ellen.	was 8 fl.?

Und kommt es hauptsächlich nur darauf an, daß man die 8 und 15 mit einander multiplicire, und das kommende in 6 dividire; und wenn man solchergestalt procediret, so wird die eigentliche Regel Detri, als welche, wie schon gedacht, fürnemlich nur in dem 2ten und 3ten Artikel in §. 331 bestehet, allerdings richtig angebracht, ob man sich schon nicht des gewöhnlichen Aufsatzes bedienet.

§. 363. Im Aufsatze ist in acht zu nehmen, daß A und C gleicher Art seyn müsse (§. 349); und so dieses ist, gilt es weiter gleich viel, von was Art oder Namen sie

seyn

seyn mögen (§. 306). Als im erwehnten Exempel (§. 347) gilt es gleich viel, ob es heiße:

Ell. 6—8 fl.—15 Ell.? oder ℔ 6—8 fl.—15 ℔?

oder

Mañ 6—8 fl.—15 Mañ? oder Tage 6—8 fl.—15 T.?

So kommet gleichwohl nach der Ausrechnung das verlangte Facit immerfort 20 fl. Demnach ist es keine Nothwendigkeit, das Wesen oder den äußerlichen Namen von A und C, wenn man nur sonst versichert ist, daß dieselben von gleicher Art sind, allererst über oder neben die Zahlen zu notiren. Hingegen wird das Wesen oder der Name von B deswegen allezeit darüber oder darneben notiret, damit man daraus das Wesen oder den Namen von D oder dem Facit hernach zu benennen wissen möge, indem D und B allezeit von gleicher Art sind (§. 349).

§. 364. Jedoch wenn C eine mehrerley namige Zahl ist, da ist es freylich nothwendig, das Wesen oder die äußerlichen Namen von A und C mit Fleiß zu notiren, und wohl zu beobachten, weil die Eintheilung der verschiedenen Sorten nicht immer einerley ist. Denn einen andern Partem aus 1 fl. bedeuten 8 ßr, und wieder einen andern aus 1 ℔ bedeuten 8 Schott. Wovon weiter unten, insonderheit aber bey der 3ten Art der addirten Zerstreuung eine deutlichere Erklärung sich zeigen wird.

§. 365. Indessen wird C allezeit nur als eine bloße unbenamte Zahl angesehen, solchergestalt, daß man B so vielmal zusammen, das ist so vielfach, nehmen muß, als C Einheiten in sich enthält (§. 142), und zwar solche Einheiten, welche gleich groß sind den Einheiten in A

(§. 304). Derowegen müssen alle diejenigen kleinen Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte, welche in C stehen, und kleiner sind als die Einheiten in A, allerdings als unbenamte Brüche oder Theile angesehen werden (§. 53), welche denn als bloße Zahlen zu allen Dingen gemein sind (§. 51). Also heißet in benamten Zahlen C allezeit der Multiplicator (§. 143).

§. 366. Hingegen können die kleinern Sorten in B auch nach ihren eigenen Einheiten betrachtet werden (§. 53), und kommet das Product ebenfalls unter solchen Namen der Einheiten. Z. E. Es sey gegeben 6 Ellen kosten 8 ß, was 15 Ellen, so könnet ihr sagen das Product sey 15 mal 8 ß, oder 120 ß, folgends das gesuchte Facit 20 ß. Oder ihr könnet die 8 ß als Theile eines Guldens, nämlich als $\frac{8}{30}$ fl. ansehen, so wird das Product heißen (wie hernach in Brüchen gelehret werden soll): 15 mal $\frac{8}{30}$ fl. das ist 4 fl. folgends das Facit $\frac{4}{5}$ fl. oder $\frac{4}{5}$ fl.

§. 367. Wenn man das Facit nach der Regel Detri, das ist (§. 339) die 4te Proportionalzahl gefunden, so könnet ihr aus diesem ferner die Facite anderer Fragen, welche sich auf die gegebene Verhältniß gründen, herleiten. Und muß auf solche Weise eben dasselbe wahre Facit kommen, als wenn ihr es aus der gegebenen Verhältniß selbst gesuchet.

Z. E. Es sey gegeben 6 Ellen kosten 8 fl. was kosten 15 Ellen, und man hat gefunden, das 15 Ellen 20 fl. kosten, so könnet ihr ferner, wenn ihr z. E. wissen wollet, was demnach 10 Ellen kosten, solches aus dem vorhin gefundenen Facit herleiten, und berechnen: 15 Ellen kosten 20 fl. was 10 Ellen? Und muß alsdenn eben dieselbe Antwort kommen, als wenn ihr es nach der gegebe-

gebenen Verhältniß ſelbſt ſuchet, und ſetzet: 6 Ellen koſten 8 fl. was 10 Ellen?

Beweis.

Nach der erſtern Ausrechnung iſt die gegebene Verhältniß (6 zu 8), gleich der Verhältniß, ſo die erſte Frage (15) zu ihrem Facit (20) hat (§. 307). Wenn ihr ferner aus dieſer Verhältniß (15 zu 20) das Facit von einer andern Frage (10) ſuchet, kommet eine ſolche Zahl ($13\frac{1}{3}$), zu welcher ihre Frage (10) ſich verhalten muß, wie jene Frage (15) zu ihrem Facit (20). Demnach muß die Verhältniß der andern Frage zu ihrem Facit, (als 10 zu $13\frac{1}{3}$), gleich ſeyn der gegebenen Verhältniß (§. 325). Folgends ſind die Facite aller andern Fragen, welche aus dem erſt gefundenen Facit hergeleitet werden, allerdings ſo richtig, als ſollten ſie aus der erſt gegebenen Verhältniß ſelbſt gefunden werden.

Von der gemeinen Probe der vier Specierum und Regel Detri.

§. 368.

Durch eine **Probe** wird allhier eine ſolche Unterſuchung verſtanden, durch welche man ein gefundenes Facit in ſo weit probiret, ob nämlich bey deſſen Ausfindung im Rechnen nichts gefehlet ſey.

§. 369. Wenn aber die Richtigkeit derer Regeln ſelbſt, nach welcher ein Facit gefunden worden, unterſuchet wird, ſolche heiſſet eine **Demonſtration** oder **Beweis**, wovon oben (§. 15 und 16) ſchon gemeldet worden. Und habe ich dieſes nur deswegen allhier wiederholet, damit man den Unterſcheid zwiſchen einer Probe und einer Demonſtration deſto beſſer erkennen, und dieſelben nicht, wie in verſchiedenen Rechenbüchern geſchehen, mit einander vermengen möge.

§. 370. Alle gegebene Regeln der 4 Rechnungsarten so wohl, als der Regel Detri, sind (wie aus ihrer gründlichen Demonstration erhellet) so gewiß, daß wenn denselben gemäß verfahren, und im Rechnen nichts gefehlet wird, man an der Richtigkeit der gefundenen Zahlen nicht zweifeln darf. Derowegen wenn man eine Rechnung probiren will (§. 368), so darf man dieselbe entweder selbst, oder (wie es auf Contoiren gewöhnlich) durch einen andern, nur noch einmal aufs neue, nach dero erforderlichen Regeln, und mit guter Vorsicht berechnen: Trifft es denn mit voriger genau überein, so kann man wohl trauen, daß recht verfahren, und die gefundenen Zahlen richtig sind.

§. 371. Will aber dieses jemand dennoch in Zweifel ziehen, und besorgen, ob nicht in beyden Ausrechnungen gleiche Fehler begangen worden, so kann er eine jede Rechnung (wenn er nur in jeder Rechnungsart ihrer Regel gemäß verfährt) durch ihren Rückweg (§. 270) probiren, und auf solche Weise wahrnehmen, ob er wiederum dasjenige findet, von welchem er in der erstern Ausrechnung den Hinweg genommen: Findet er dieses nun wiederum zurück, so darf er um so viel weniger an der Richtigkeit mehr zweifeln, zumal da der Rückweg immer ein anderer und contrairer Proceß als der Hinweg ist; wie mit mehrerm aus folgenden zu ersehen.

Die 21. Aufgabe.

§. 372. Die gefundene Summe in der Addition nach gemeiner Art zu probiren.

Subtrahiret von der Summe eine der summirenden Zahlen (welche ihr wollet) so muß der Rest gleich seyn der

der andern summirenden Zahl (§. 265) oder, wo mehr als zwey summirende Zahlen, gleich allen übrigen summirenden Zahlen zusammen; und auf solche Art wird die Addition durch die Subtraction probiret.

Z. E. Die obige Addition §. 105 kommet allhier sammt der Probe also zu stehen.

3597	
154	
9068	
85	
Summe 12904	
3836	

Nämlich subtrahiret von der Summe 12904 (Z. E.) die zwischen 2 Linien eingeschlossene Zahl 9068, bleiben 3836. Dieser Rest muß gleich seyn allen übrigen summirenden Zahlen, als 3597 + 154 + 85. Demnach addiret diese übrige Zahlen zusammen, so muß deren Summe mit der Zahl 3836 just überein treffen.

Die 22. Aufgabe.

§. 373. Den gefundenen Rest in der Subtraction nach gemeiner Art zu probiren.

Addiret den Rest zum Subtractore, so muß deren Summe gleich seyn dem Subtrahendo (§. 266); und solchergestalt wird die Subtraction durch die Addition probiret.

Z. E. Die obige Subtraction §. 126 kommt allhier sammt der Probe, wie folget zu stehen.

130042965	
90168063	
Rest 39874902	
130042965	

Nämlich addiret den Rest zu der abgezogenen Zahl, so muß der Subtrahendus 130042965 wieder heraus kommen.

Die 23. Aufgabe.

§. 374. Das gefundene Product in der Multiplication nach gemeiner Art zu probiren.

Dividiret das Product durch einen von beyden Factoribus, so muß der Quotient gleich ſeyn dem andern Factore (§. 267); und auf ſolche Art wird die Multiplication durch die Diviſion probiret.

Ein Exempel hiervon findet ihr oben §. 248. N°. 1 und 2, welches nachgeſehen werden kann.

Die 24. Aufgabe.

§. 375. Den gefundenen Quotient, in der Diviſion nach gemeiner Art zu probiren.

Multipliciret den Diviſorem mit dem Quotienten, und daferne dieſer nicht ganz genau ausgefunden worden, ſondern noch ein unabgetheilter Reſt geblieben (§. 223), addiret ſolchen Reſt zum gedachten Product des Diviſoris und Quoti, ſo muß der Dividendus wiederum heraus kommen (§. 269); und ſolchergeſtalt wird die Diviſion durch die Multiplication probiret.

Z. E. Oben §. 215 iſt die Zahl 36230528 in 4 dividiret, und im Quotienten 9057632 gebracht worden. Dieſen multipliciret wiederum mit 4, ſo müſſen die 36230528 wieder heraus kommen (§. 155).

Item oben §. 243 iſt die Zahl 2549361 in 439 dividiret, und im Quotient 5807 nebſt einem Reſt 88 gebracht worden. Demnach multipliciret den Quot. 5807 mit dem Diviſore 439, und nehmet den Reſt 88 darzu (§. 101), ſo muß der Dividendus 2549361 wiederum zum Vorſchein kommen, wie hiervon §. 247 ſchon gemeldet worden.

Die

Die 25. Aufgabe.

§. 376. Das gefundene Facit bey der Regel Detri auf gemeine Art zu probiren.

Nehmet das gefundene Facit, sammt zwey andern Gliedern von den gegebenen, welche man will, als bekannt gegebene drey Glieder an, und suchet zu diesen nach der Regel Detri die 4te Proportionalzahl, so muß, daferne das vorhin gefundene Facit richtig, und also die 4 Zahlen A. B. C. und D. recht proportioniret sind, in dem itzigen Facit das übrige vierte Glied wieder heraus kommen.

Z. E. Es sey gegeben 6 Ellen kosten fl. 8, was 15 Ellen? und zum Facit (§. 339) heraus gebracht fl. 20; so setzet wiederum zurück vor 8 fl. bekommet man 6 Ell. wieviel vor 20 fl?

120

kommen wieder zum Facit die 15 Ellen.

Woraus erhellet, daß das vorhin gefundene Facit 20 fl. recht seyn müsse:

Oder setzet: 15 Ellen kosten 20 fl. was 6 Ellen?

kommen zum Facit die 8 fl. 120

0

Oder setzet: Vor 20 fl. bekommet man 15 Ell. wieviel vor 8 fl.?

120

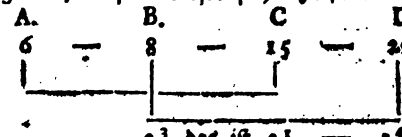
kommen wieder zum Facit die 6 Ell.

§. 377. Hieraus siehet man zugleich, daß man jedes Exempel der Regel Detri dreymal umwenden kann, das ist so vielmal als die Glieder sind, welche bekannt gegeben werden.

§. 378. Jedoch ist dieses nur von der gemeinen Probe der Regel Detri geredet. Denn sonst kann man das Facit vermittelst obgegebener Gründe der geometrischen Proportion auch anders probiren, wenn man nämlich die Proportionalität solcher 4 Zahlen (als der gegebenen A. B. C und des nunmehro gefundenen D.)

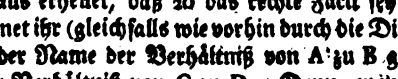
durch eine von den oben beſchriebenen Eigenſchaften einer Proportion unterſuchet. Und dahero kann man ſolche Probe noch auf 3erley Art anſtellen, als nämlich

I. Könnet ihr durch die Diviſion unterſuchen, ob der Name der Verhältniß (§. 298) von A zu C gleich ſey dem Namen der Verhältniß von B zu D. Denn, wo dieſe gleich ſind, ſo ſind auch die 4 Zahlen proportioniret (§. 307), folgends iſt das gefundene Facit nothwendig die rechte Proportionalzahl. Als es ſey z. E. wie vorhin gegeben: 6 Ell. koſten 8 fl. was 15 Ell.? und zum Facit heraus gebracht 20 fl. Dieſes ſtehet zu probiren, als folget:



Nämlich 15 in 6 dividiret geben eben ſo viel, als 20 in 8 dividiret; woraus erhellet, daß 20 das rechte Facit ſey.

II. Könnet ihr (gleichfalls wie vorhin durch die Diviſion) unterſuchen, ob der Name der Verhältniß von A zu B gleich ſey dem Namen der Verhältniß von C zu D. Denn, wenn dieſe gleich ſind, ſo iſt man abermal verſichert, daß die 4 Zahlen proportioniret, und folgends das Facit die rechte Proportionalzahl ſey. Welchergeſtalt die Probe des vorigen Exempels alſo zu ſtehen kommet:



Nämlich 8 in 6 dividiret geben eben ſo viel, als 20 in 15 dividiret; folgends muß 20 das rechte Facit ſeyn.

III. Dürfet ihr auch nur durch die Multiplication unterſuchen, ob das Product aus B mit C multipliciret, gleich ſey dem Product aus A mit D multipliciret. Denn wo dieſe Producte einander gleich ſind, ſo müſſen die 4 Zahlen nothwendig proportional ſeyn (§. 329); folgends iſt man daraus vergewiſſert, daß das gefundene Facit recht ſey. Und auf ſolche Weiſe kommt die Probe des vorigen Exempels wie folget zu ſtehen:

Nämlich

Nämlich 8 mit 15 multipliciret, geben eben ſo viel, als 6 mit 20 multipliciret; folgends muß die 20 das wahre Facit ſeyn.

Von den Theilen eines ganzen Dinges, wie auch von vermiſchten und mehrerley namigen Zahlen.

§. 379.

Es iſt ein ganz falſcher Wahn, wenn mancher Lehrling, im Anfange vermeynet, daß die Rechnung mit Brüchen ſchwer wäre. Zumal da die Brüche eines Ganzen, und die kleinen Sorten der Münzen, Maaße oder Gewichte, in der That einerley ſind, wie ſolches oben (§. 51) bereits erkläret worden. Dieſemnach habe vor gut befunden, die Lehren der kleinen Sorten mit den Lehren der Theile eines Ganzen, das iſt der gebrochenen Zahlen (§. 48), unter obigem Titel zu vereinigen, zuförderſt aber die Brüche, als woraus die Lehren der kleinen Sorten hergeleitet werden, gründl. zu erklären. Ihr werdet auch mit der Zeit befinden, daß ſolche Vereinigung der Brüche mit den kleinen Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte ꝛc. nicht von geringem nützlichem Effecte ſey.

§. 380. Wenn der Zähler und Nenner eines Bruchs (§. 77) gleich groß ſind, ſo bedeutet ſolcher Bruch juſt ein Ganzes. Z. E. $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}, \frac{10}{10}, \frac{100}{100}$, ꝛc. iſt jeder Bruch für ſich ein Ganzes (§. 49). Demnach bedeutet ein Bruch 2 Ganze, wenn der Zähler 2 mal ſo groß als der Nenner, wie z. E. $\frac{4}{2}, \frac{6}{3}, \frac{8}{4}$ ꝛc; drey Ganze aber, wenn der Zähler 3 mal ſo groß als ſein Nenner, wie z. E. $\frac{6}{2}, \frac{9}{3}, \frac{12}{4}$, ꝛc. Kurz, ſo oft als der Nenner in dem Zähler begriffen iſt, ſo viel Ganze bedeutet derſelbe Bruch. Wiederum auch, wenn ein Zähler juſt die Hälfte des Nenners iſt, ſo bedeutet ſolcher Bruch juſt ein Halbes; als $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{5}{10}$ ꝛc. Iſt aber der Zähler juſt 3 mal in dem Nenner begriffen, das iſt der dritte Theil des Nenners, ſo bedeutet derſelbe Bruch netto ein Drittel; als $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}$, ꝛc. §. 381.

§. 381. Demnach erkennet man die Größe, oder den Gehalt eines Bruchs, aus der Verhältniß des Zählers und Nenners zu einander (§. 298). Denn je mehr mal ein Nenner in ſeinem Zähler begriffen iſt, deſto mehr Ganze enthält ſolcher Bruch in ſich, und je mehr mal ein Zähler in ſeinem Nenner begriffen iſt, deſto minder bedeutet derſelbe Bruch.

§. 382. Folgends ſind alle diejenigen Brüche, deren Zähler zu ihren Nennern gleiche Verhältniſſe haben, auch gleich groß. Als $\frac{1}{2}$ iſt gleich $\frac{2}{4} = \frac{8}{16} = \frac{12}{24}$ ꝛc. Item $\frac{1}{3}$ iſt gleich $\frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{12}{36}$ ꝛc. Wiederum auch müſſen die Zähler zu ihren Nennern aller ſolchen Brüche, welche gleich groß ſind, gleiche Verhältniſſe haben, das iſt, proportioniret ſeyn (§. 307): Nämlich, wie ſich der eine Zähler zu ſeinem Nenner verhält, alſo muß ſich der andere Zähler zu ſeinem Nenner verhalten. Als die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{8}{16}$ oder $\frac{12}{24}$ ſind gleich groß, ſo iſt auch $2 : 4 = 8 : 16 = 12 : 24$.

§. 383. Solchergeſtalt müſſen alle Brüche, welche gleich groß ſind, auch wechſelsweiſe proportioniret ſeyn (§. 326), nämlich es müſſen ſich die Zähler zu einander eben alſo verhalten, wie die Nenner zu einander. Als die Brüche $\frac{2}{4}$ und $\frac{8}{16}$ ſind gleich groß, ſo iſt auch $2 : 8 = 4 : 16$. Wiederum ſind alle diejenigen Brüche gleich groß, welche in ſolcher Verhältniß ſtehen, wie hier nächſt erwehnet.

§. 384. Dannenhero, wenn man den Zähler und Nenner eines Bruchs mit gleichen Zahlen multipliciret, oder durch gleiche Zahlen dividiret, das iſt, nach gewöhnlicher Redensart, größert (§. 320) oder kleinert (§. 321), ſo müſſen die kommenden Brüche dem gegebenen Bruch am Werthe gleich ſeyn, indem die durch

ſol-

ſolche Vergrößerung oder Verkleinerung kommenden neuen Zähler und Nenner in ihrer vorigen Verhältniß bleiben (§. 319).

Z. E. Wenn man $\frac{15}{24}$ kleinert in 3, oder größert mit 3, das iſt ſo wohl die 15 als die 24, jede insbeſondere durch 3 dividiret, oder mit 3 multipliciret, ſo formiren die heraus kommenden Zahlen 5 und 8, oder 45 und 72, andere neue Brüche $\frac{5}{8}$ oder $\frac{45}{72}$, und ſind dieſe dem Werthe nach eben ſo groß, als der gegebene Bruch $\frac{15}{24}$.

§. 385. Das Kleinern der Brüche pfleget man im Schreiben ſolcher geſtalt zu bemerken; als $\frac{15}{24}|\frac{3}{8}$. Da deuten die über der Perpendicularſcheidelinie ſtehende 3 an, daß der zur Linken dieſer Linien ſtehende Bruch in 3 gekleinert worden, und dahero der kleinere Bruch zur Rechten beſagter Linie entſtanden ſey.

§. 386. Es iſt nicht undienlich, daß man ſich befleißige, alle diejenigen Brüche, deren Zähler und Nenner ein gemeines Maaß haben (§. 252, und zwar in ſo weit, daferne es nicht anderer Abſichten wegen zu unterlaſſen) nach Möglichkeit zu kleinern, und geſchieht ſolches darum gerne auch nach Endigung einer Rechnung, weil man ſolchergeſtalt die Verhältniß des Zählers und Nenners in kleinere Zahlen bringet, und alſo den Werth des Bruchs deſto begreiflicher und erkenntlicher machet.

§. 387. In ſolcher Abſicht nun nenne ich denſelben Bruch den kleinſten, wenn deſſen Zählers und Nenners Verhältniß in keinen kleinern ganzen Zahlen möglich anzugeben iſt, das iſt, wenn deſſen Zähler und Nenner primi inter ſe ſind (§. 322).

§. 388. Wenn etliche Brüche eines gewiſſen Ganzen gleiche Nenner, aber ungleiche Zähler haben, ſo iſt derjenige Bruch am Werthe der größeſte, welcher den größeſten Zähler hat. Denn da die Nenner, das iſt, die Anzahl

A. 1221. II. 22. 1. 2

zahl der Theile des Ganzen, (§. 77), bey jedem Bruche gleich viel, und folgends ſolche Theile ſelbſt gleich groß ſind, ſo muß allerdings derjenige Bruch der größeſte am Werthe ſeyn, der am meiſten derſelbigen Theile enthält, das iſt, welcher den größeſten Zähler hat.

§. 389. Dannenhero verhalten ſich alle ſolche Brüche, welche gleiche Nenner haben, zu einander, wie ihre Zähler. Nämlich wenn ein Zähler 2, 3 oder 4 mal ꝛc. ſo groß als der andere Zähler, ſo iſt ſelbiger Bruch am Werthe auch 2, 3 oder 4 mal ꝛc. ſo groß, als der andere Bruch.

Z. E. $\frac{6}{7}$ verhalten ſich zu $\frac{8}{7}$, wie 6 zu 8; und weil 6 : 8 = 1 : $1\frac{1}{3}$, ſo iſt auch der Bruch $\frac{8}{7}$, $1\frac{1}{3}$ mal ſo groß, als der Bruch $\frac{6}{7}$.

§. 390. Eine jede Größe kann in ſo viel gleiche Theile, als man immer will, eingetheilet werden. Die allergeringſte Anzahl ſolcher gleichen Theile aber iſt 2; denn in gleichen Theilen iſt unmöglich weniger als 2 Theile aus einem Dinge zu machen. Demnach iſt der kleinſte Nenner in Brüchen 2.

§. 391. Je mehr man aber gleiche Theile aus einem Dinge machet, deſto kleiner werden ſolche Theile ſeyn müſſen (§. 288.). Folglich wenn etliche Brüche eines gewiſſen Ganzen gleiche Zähler, aber ungleiche Nenner haben, ſo iſt derjenige Bruch am Werthe der größeſte, der den kleinſten Nenner hat, und alſo die größeſten Theile in ſich enthält.

§. 392. Solchemnach verhalten ſich die Brüche, welche gleiche Zähler haben, zu einander, reciproce oder wiederkehrlich (§. 311) wie ihre Nenner. Denn wenn ein Nenner 2, 3 oder 4 mal ꝛc. ſo groß, als der andere, ſo bedeutet ſolcher Bruch nicht darum auch 2, 3 oder

4 mal

4 mal so viel als der andere (wie §. 389 oder sonst nach ordentlicher Proportion) sondern vielmehr wiederkehrlich nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ mal ꝛc. so viel als der andere.

Z. E. Der Bruch $\frac{1}{8}$ verhält sich zu $\frac{1}{12}$ nicht wie 8 zu 12, sondern wie 12 zu 8; und da 12 : 8 = 1 : $\frac{2}{3}$, so ist auch der Bruch $\frac{1}{12}$ nur $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{8}$, oder welches einerley $\frac{2}{3}$ mal so groß, als $\frac{1}{8}$.

§. 393. Alles was bisher von den Brüchen und ihren Verhältnissen gesaget ist, hat gleiche Bewandniß mit allen demjenigen, so oben §. 258 bis §. 294 von dem Divisore und Dividendo fürgestellet worden, indem ihr bey Brüchen den Zähler als Dividendum, und den Nenner als Divisorem ansehen könnet (§. 231).

§. 394. Wenn man einen Bruch angiebt, muß man nothwendig dabey auch die Größe seines Ganzen, woraus er ein Bruch ist, angeben. Denn z. E. Man setzet $\frac{1}{4}$, saget auch schon dabey, daß dieser Bruch fl. Thl. ℔. oder Ellen ꝛc. bedeutet, meldet aber nicht, wie groß das Ganze sey, daraus er der vierte Theil ist; so kann man auch noch nicht wissen, ob es der vierte Theil aus 1. 2. 3. 4 Ganzen ꝛc. oder aus einem halben, dritten, vierten Theile ꝛc. eines Ganzen. Jedoch weil in ganzen Zahlen nichts geringers als 1 Ganzes, und was nicht vollkommen ein Ganzes erreichet, ein Bruch ist, so ist man gewohnt, die Brüche aus 1 Ganzen nur schlechthin anzugeben, und werden dannenhero alle die Brüche, wobey nicht ein anders angedeutet wird, allezeit aus 1 Ganzen verstanden. Solchergestalt verstehet man durch $\frac{1}{4}$ fl. den vierten Theil eines einzigen ganzen Guldens, durch $\frac{1}{5}$ ℔, den fünften Theil eines einzigen ganzen Pfundes u. s. w. Hingegen aber, wenn man einen Bruch aus mehr oder weniger, als aus 1 Ganzen angeben will, so muß man die Größe des Ganzen, daraus derselbe Bruch ein Theil ist, zugleich andeuten.

Z. E.

Z. E. Wenn man den vierten Theil aus 100 fl. beſchreiben will, ſo muß man ſetzen: $\frac{1}{4}$ aus 100 fl. Item wann man den vierten Theil aus einem halben fl. angeben will, ſo muß man ſetzen $\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ fl. u. ſ. w.

§. 395. Man nennet diejenigen Brüche, welcher Theile aus einem oder mehr Ganzen genommen, einfache Brüche, oder auch ſchlechthin Brüche. Diejenigen aber, deren Theile aus andern Theilen oder aus einer vermiſchten Zahl (§. 81) genommen, gebrochene Brüche, oder Brüche aus Brüchen. Und wird dieſe letztere Art Brüche von theils Rechnern, nach Art der Beſchreibung der einfachen Brüche, unter einander geſetzet; als $\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ fl. wird bemerket mit $\frac{1}{4}$. Item $\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{2}$, alſo: $\frac{1}{4}$. Item $\frac{3}{4}$ aus $4\frac{1}{2}$, alſo: $\frac{3/4}{4\frac{1}{2}}$ u. ſ. w.

§. 396. Im übrigen hat es bey den Brüchen gleichen Verſtand, ob man ſaget: Ein Theil oder Bruch aus einer Größe; oder von (jedoch wenn man nicht mit Fleiß die Subtraction verſtanden haben will) einer Größe; oder mal einer Größe. Denn es gleich viel gilt, ob man ſaget (z. E.) $\frac{1}{3}$ aus 1 fl; oder $\frac{1}{3}$, nämlich den dritten Theil, von 1 fl; oder $\frac{1}{3}$ mal 1 fl. das iſt ſo viel geſaget, daß man den 1 fl. nicht 1 ganzes mal, ſondern nur $\frac{1}{3}$ mal nehmen ſollte. Alſo iſt es auch bey Brüchen aus Brüchen gleich viel, ob man ſaget (z. E.) $\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{2}$, oder $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{2}$, oder auch $\frac{1}{4}$ mal $\frac{1}{2}$.

§. 397. Wenn etliche Brüche, die aus ungleichen Ganzen genommen, gleiche Zähler auch gleiche Nenner haben, ſo verhalten ſich dieſelben zu einander, wie ihre Ganze.

Z. E. $\frac{1}{4}$ aus 100 zu $\frac{1}{4}$ aus 200; oder auch $\frac{1}{4}$ aus 100 zu $\frac{1}{4}$ aus 200, verhalten ſich, wie 100 zu 200. Und

iſt

ist demnach $\frac{1}{4}$ aus 200, 2 mal so groß, als $\frac{1}{4}$ aus 100; desgleichen $\frac{3}{4}$ aus 200, 2mal so groß, als $\frac{3}{4}$ aus 100.

Beweis.

Wenn man aus einer Größe einen gewissen Theil nehmen will, dividiret man dieselbe Größe in des begehrten Theils Nenner, so ist der Quotient der begehrte Theil (§. 201). Wenn man demnach z. E. $\frac{1}{4}$ aus 100, und besonders aus 200 nehmen will, so werden die 100 und 200 jedes in 4 dividiret. Indessen verhalten sich die Quotienten gleicher Divisorum, wie ein Dividendus zu dem andern (§. 285). Derowegen verhält sich auch $\frac{1}{4}$ aus 100, das ist der Quotient welcher kommt, wenn 100 in 4 dividiret werden, zu $\frac{1}{4}$ aus 200, das ist zu dem Quotient, welcher heraus kommt, so man 200 in 4 dividiret, wie der Dividendus 100 zu 200. Hieraus folget ferner, daß auch z. E. $\frac{3}{4}$ aus 100 zu $\frac{3}{4}$ aus 200 sich verhalten, wie 100 zu 200. Denn vermöge des vorigen ist $\frac{1}{4}$ aus 100, zu $\frac{1}{4}$ aus 200, wie 100 zu 200. Nun ist aber $\frac{3}{4}$ aus 100 zu $\frac{3}{4}$ aus 200, das ist 3 mal $\frac{1}{4}$ aus 100, zu 3 mal $\frac{1}{4}$ aus 200, weil beyde Größen gleich mit 3 gegrößert werden, wie $\frac{1}{4}$ aus 100 zu $\frac{1}{4}$ aus 200 (§. 319): Derowegen ist auch $\frac{3}{4}$ aus 100, zu $\frac{3}{4}$ aus 200, wie 100 zu 200 (§. 325). Auf gleiche Weise ist $\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{4}$, 2 mal so viel, als $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{4}$, und $\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{4}$ ist 3 mal so viel, als $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ u. s. w.

§. 398. Damit man aber von den gebrochenen Brüchen (§. 395) einen desto deutlichern Begriff erlangen möge, so beliebe man (auf die Art, wie oben §. 236 im Beweise geschehen) nachfolgende Betrachtung anzustellen: Wenn man z. E. eine Elle in 2 gleiche Theile, und jeden solcher Theile ferner in 4 gleiche Theile eintheilet, so heißt dieses vierte Theilchen: $\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ Elle. Indessen ist auf solche Weise jede halbe Elle in 4, folgends die ganze Elle in

2 mal 4, das iſt in 8 gleiche Theile vertheilet; derowegen iſt ſolches $\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{4}$ Elle nichts anders, als $\frac{1}{8}$ aus einer ganzen Elle. Alſo auch wenn man eine ganze Elle erſtlich in 4 gleiche Theile, und jedes dieſer Theile ferner in 2 gleiche Theile, eintheilet, ſo heißt ſolches halbe Theilchen; $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{4}$ Elle, oder 1 halb viertel Elle: In der That aber iſt es nichts anders, als $\frac{1}{8}$ aus einer ganzen Elle, indem ſolchergeſtalt jede viertel Elle in 2, folglich die ganze Elle in 4 mal 2, das iſt in 8 gleiche Theile vertheilet worden. Demnach iſt $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{4}$, oder umgekehrt $\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ allezeit nichts anders, als $\frac{1}{8}$ aus dem Ganzen. Gleiche Bewandniß hat es mit mehr als 2 Brüchen aus Brüchen. Z. E. Wenn man 1 fl. in 30 Theile (das iſt in ℊ), jeden dieſer Theile ferner in 3 Theile (das iſt in ß), und jeden ſolcher Theile weiter in 6 Theile (das iſt in ℋ), eintheilet; ſo heißt dieſes letztere kleine Theilchen: $\frac{1}{6}$ aus $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{30}$ fl. und iſt eigentlich nichts anders als $\frac{1}{540}$ fl. Denn auf ſolche Weiſe iſt durch die andere Vertheilung, da jedes 30tel (oder jeder ℊ) in 3 Theile getheilet wird, der ganze fl. in 30 mal 3, nämlich in 90 Theile (oder ß), und ferner durch die letztere Vertheilung, da jedes 90tel wiederum in 6 Theile getheilet wird, der ganze fl. endlich in 90 mal 6, nämlich in 540 Theile (oder ℋ) getheilet worden. Auf ſolche Art iſt auch $\frac{1}{30}$ aus $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{6}$, oder $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{30}$ aus $\frac{1}{6}$ ꝛc. allezeit nichts anders, als $\frac{1}{540}$ aus dem Ganzen.

Die 26. Aufgabe.

§. 399. Gebrochene Brüche zu einfachen Brüchen zu machen.

Multipliciret ihre Zähler, wie auch beſonders ihre Nenner mit einander, ſo formiren die beyden Producte den Zähler und Nenner des verlangten einfachen Bruchs.

Z. E. N°. 1. $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$, iſt $\frac{1}{12}$ aus dem Ganzen. Denn das Product der Zähler iſt 1 mal 1, und das Product der Nenner iſt 3 mal 4, nämlich 12.

N°. 2. $\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{4}$, iſt $\frac{6}{12}$ (oder gekleinert in 6, §. 384, kommt $\frac{1}{2}$) aus dem Ganzen. Denn 2 mal 3 geben 6, und 3 mal 4 geben 12.

N°. 3. $\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{4}$ aus $\frac{5}{6}$ fl. iſt $\frac{6}{72}$ fl, oder gekleinert in 6, kom-

kommet $\frac{1}{12}$ fl. Denn das Product der Zähler ist 2 mal 3 mal 1, nämlich 6; und das Product der Nenner 3 mal 4 mal 2, nämlich 24. Nicht minder ist auch in anderer Ordnung $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{2}$ aus $\frac{3}{4}$, oder $\frac{1}{2}$ aus $\frac{3}{4}$ aus $\frac{2}{3}$, oder $\frac{3}{4}$ aus $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{2}$ fl. ꝛc. ebenfalls $\frac{6}{24}$, oder $\frac{1}{4}$.

Beweis.

Wenn die Zähler, als beym gedachten erstern Exempel, nur 1, ist vorhin schon (§. 398) dargethan worden, daß ihr einfacher Bruch zum Zähler 1, und zum Nenner das Product der gegebenen Nenner habe. Und derowegen ist $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$, nichts anders, als $\frac{1}{12}$ aus dem Ganzen. Wenn nun z. E. zu $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ noch $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ genommen wird, so hat man daran $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{4}$, und folgends 2 mal so viel, als $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$, nämlich $\frac{2}{12}$ aus dem Ganzen. Indessen ist $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$, 3mal so viel, als $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ (§. 397); derowegen ist $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ so viel als 3 mal $\frac{2}{12}$, das ist $\frac{6}{12}$. Solchergestalt giebt allezeit bey Brüchen aus Brüchen, das Product der Zähler den begehrten Zähler, und das Product der Nenner den begehrten Nenner des einfachen Bruchs aus dem Ganzen.

§. 400. Eine andere weit kürzere Auflösung zu voriger Aufgabe.

Kleinert erstlich einen Zähler auch gegen eines andern Bruchs Nenner, wenn sie ein gemeines Maaß haben, alsdenn procediret nach voriger Regel (§. 399).

Als beym vorigen Exempel N°. 2, da der einfache Bruch von $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ gesuchet wird, so darf man erstlich den Zähler 2 gegen den andern Nenner 4, in 2; und den Nenner 3 gegen den andern Zähler 3, in 3 kleinern, so kommen die Zähler 1 und 1; die Nenner aber 1 und 2, welche nach voriger Anweisung insbe-

ſondere multipliciret, geben den begehrten Zähler 1 mal 1, und den begehrten Nenner 1 mal 2, das iſt $\frac{1}{2}$, den verlangten einfachen Bruch, und ſtehet dieſer Proceß, als folget:

$$\frac{\text{A. 1}}{\text{B. 1}} \quad \text{aus} \quad \frac{\text{B. 1}}{\text{A. 2}} \quad \text{Facit} \quad \frac{1}{2}$$

Beweis.

Vermöge der gegebenen Regel (§. 399) iſt der Zähler des verlangten einfachen Bruchs ein Factum, deſſen Factores ſind, die gegebenen Zähler; desgleichen der Nenner des einfachen Bruchs ein Factum, deſſen Factores ſind die gegebenen Nenner. Wenn man nun einen der Factorum nur halb, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ mal ꝛc. ſo groß annimmt, als er wirklich iſt, ſo müſſe das daraus entſtehende Factum gleichfalls nur halb, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. ſo groß herauskommen (§. 276). Folgends wenn man ſo wohl einen Factorem der Zähler, als einen Factorem der Nenner, das iſt eine der obern und eine der untern Zahlen gleich kleinert, ſo müſſen die aus ſolchen verkleinerten Factoribus beyderſeits entſtehende Producte ebenfalls nach ſolcher Proportion um ein gleiches kleiner heraus kommen. Demnach wird auf ſolche Weiſe der einfache Zähler gegen den einfachen Nenner gleich gekleinert, und behält dannenhero der kommende kleinere einfache Bruch unverrückt ſeinen Werth (§. 384).

§. 401. Weil nun 1 nicht multipliciren kann (§. 264), ſo darf man bey der gedachten Verkleinerung diejenigen Factores, welche ſelbſt die gemeinen Maaße ſind, gar hinwegſtreichen; indem auf ſolche Weiſe der kommende kleinere Factor 1 iſt, der zu der fernern Multiplication nicht beytragen kann.

Demnach

Demnach kommt vorerwehntes Exempel also zu stehen:

$\frac{\not 6}{\not 3}$ aus $\frac{\not 8}{\not 4}$ 2. Facit $\frac{1}{2}$ aus dem Ganzen.

Nämlich saget: Die obere 3 gegen die untere 3 gehen auf. Derowegen streichet beyde aus. Ferner saget: Die obere 2 gegen die untere 4 gehen auf in 2; demnach streichet die 2 aus, und kleinert die 4 in 2, so bleibet unten der einfache Nenner 2, und oben nichts, anzeigende, daß die oben verkleinerten Zahlen lauter Einer sind, welche Kürze halber, wie gedacht, hinweggelassen worden, und folgends entstehet der einfache Zähler aus 1 mal 1.

§. 402. Noch verschiedene Exempel zur Uebung.

N°. 1. Wie viel ist $\frac{3}{5}$ aus $\frac{4}{7}$ aus $\frac{1}{2}$ fl? Also:

$\frac{\not 6}{\not 3} \cdot \frac{\not 8}{4} \cdot \frac{1}{\not 2}$ Facit $\frac{1}{4}$ fl.

Nämlich saget: Oben und unten 3 gehen hinweg: Oben und unten 2 gehen auch hinweg. Bleibet demnach oben 1, und unten 4, der verlangte einfache Bruch.

N°. 2. Einer hat an einem Guthe, $\frac{3}{8}$, davon erbet ein anderer $\frac{4}{5}$, und von diesem erbet ein Dritter $\frac{1}{2}$. Die Frage ist: Wieviel diesem Dritten vom ganzen Guthe gehöre? Also:

$\frac{3}{8 \cdot 4} \cdot \frac{\not 8}{5} \cdot \frac{\not 4}{\not 2}$ Facit $\frac{3}{20}$.

N°. 3. Einer hat an einem Schiff $\frac{4}{9}$, verkaufet davon $\frac{3}{4}$; dieser verkaufet von seinem Part ferner $\frac{4}{5}$; und dieser weiter an einen vierten $\frac{3}{8}$. Frage: Wie viel besitzet dieser letztere vom ganzen Schiffe? Also:

$\frac{\not 4}{9 \cdot \not 3} \cdot \frac{\not 8}{8} \cdot \frac{\not 3}{\not 4} \cdot \frac{3}{8}$ Facit $\frac{1}{8}$

Denn unten bleiben 8, und oben nichts, anzeigende, daß der Zähler 1 sey (§. 401).

N°. 4. Wie viel ist $\frac{7}{10}$ aus $\frac{4}{7}$ aus $\frac{8}{9}$ aus $\frac{1}{2}\frac{3}{4}$ aus $\frac{2}{3}\frac{4}{5}$? Also:

$$\frac{\text{ℵ}}{\text{ZØ}} \cdot \frac{\text{AF. 5}}{\text{GB. 8}} \text{ " } \frac{\text{8Ø}}{\text{8X. 9. 3. ZZ. 11}} \text{ " } \frac{13}{\text{ZG. 5}} \text{ " } \frac{\text{ZA. 8. 4. 2}}{\text{Fac. } 165}$$

Denn oben bleiben 2 mal 13, und unten 3 mal 11 mal 5.

§. 403. Es ist insonderheit bey dergleichen Rechnungen, um alle Confusion zwischen den obern und untern Zahlen zu verhüten, wohl in acht zu nehmen, daß man die gegebenen Brüche dergestalt fein gerade neben einander setze, damit oben alle Zähler, als auch darunter alle Nenner in einer Reihe und zwar räumlich nach einander zu stehen kommen. Um aber allen Besorgungen desto besser vorzubauen, so setze ich bey dergleichen Fällen lieber alle gegebene Zähler, und ihre Nenner besonders in einer Columne gerade unter einander, und zwar (weil man die Zähler als Dividendos, die Nenner aber, als Divisores ansehen kann (§. 231), und ein Divisor gewöhnlicher maßen dem Dividendo zur Linken gesetzet wird) jene zur Rechten, und diese darneben in gnugsamer Weite zur Linken. Demnach kommt die Ausrechnung des vorigen Exempels §. 402 N°. 4, als folget zu stehen:

ZØ	ℵ
GB. 8	5. AF
8X. 9. 3.	8Ø
ZZ. 11.	13
ZG. 5	2. 4. 8. ZA

bleiben 3 ⋈ 11 ⋈ 5, und 2 ⋈ 13, das ist $\frac{26}{165}$ wie vorhin.

§. 404.

§. 404. Zwar scheinen dergleichen weitläuftige Aufgaben, wie insonderheit die nächst angeführte N°. 4 ist, eben so wohl als viele andere Dinge, welche öfters in den Rechenbüchern vorgetragen werden, nur unnütze Grillen zu seyn: Allein gleichwie ich in gegenwärtigem Werke (den letztern Theil ausgenommen, in welchem verschiedene Sachen nur zur Curiosität fürgestellet werden) niemals eine Lehre vorgetragen, die nicht ihren gewissen Nutzen hat; also werdet ihr im folgenden erfahren, daß auch vorhergehender Vortrag nicht ohne Nutzen sey. Und will ich allhier nur dieses noch anmerken, daß, weil das Kleinern nur zum Vortheil dienet, man auch nicht so genau daran gebunden sey; und muß dannenhero die wahre Antwort heraus kommen, wenn gleich nicht alles aufs genaueste gekleinert wird.

Die 27. Aufgabe.

§. 405. **Eine vermischte oder mehrerley namige Zahl (§. 81 und 83) unter gleichen Namen, und zwar unter den Namen der Theile zu bringen.**

Multipliciret die Ganzen mit dem Namen solcher kleinen Theile, das ist, bey Brüchen, mit dem Nenner, und bey kleinern Sorten, mit der Anzahl, so viel derselben auf die größere Sorte gehen (wie solches oben §. 157. N°. 1. und 2. bereits erkläret worden), und addiret zum Product die neben stehenden kleinern Theile nach Anzeigung §. 190 und 191, so ist die Summe die Anzahl der verlangten kleinern Einheiten.

Z. E. $11\frac{3}{4}$ zu lauter 4teln zu machen, so multiplicivet die 11 Ganzen mit dem Nenner 4, und addiret zum Product den Zähler 3, kommen 47. Item $17\frac{13}{30}$ fl. oder 17 fl. 13 ßꝛ zu lauter 30tel fl. oder, so einerley, zu lauter ßꝛ zu machen, so multipliciret die 17 Ganzen mit 30, weil jedes Ganze 30 Dreyßigstel oder ßꝛ in sich enthält, und addiret zum Product die beystehen-

den 13, so kommen $5\frac{2}{13}$ fl. oder 523 ℋ. Auf gleiche Weise verfahret, wenn die gegebene Zahl auch mehr als zerley Einheiten hat.

§. 406. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N° 1. 49 fl. 17 ℋ 12 ℛ zu lauter ℛ zu machen. Also:

1487 ℋ (30
11896 (18
26778 ℛ

Nämlich multipliciret die 49 mit 30. addiret darzu die 17 ℋ. kommen 1487 ℋ. Ferner multipliciret solche 1487 ℋ mit 18, weil jeder ℋ 18 ℛ in sich enthält, und addiret darzu die 12 ℛ, so kommen die verlangten 26778 ℛ.

N° 2. 68 fl. 15 ℋ $13\frac{1}{7}$ ℛ zu lauter 7tel ℛ zu machen.

Also: 2055 ℋ (30
16440 (18
37003 ℛ (7

Antw. 259026 Siebentel ℛ, welche (§. 232) also $\frac{259026}{7}$ ℛ; oder (§. 80) auch also 259026 (7tel geschrieben werden können.

N° 3. 1379 ℳ • — Loth — Qu. • 3 ℛ zu lauter ℛ zu machen.

(32

Also: 2758
4137
44128 Loth (4
176512 Qu. (4

Antw. 706051 ℛ.

Oder weil allhier keine Loth noch Quentchen gegeben worden, so kann man die 1379 ganze ℳ, so fort mit der Anzahl der ℛ, so viel deren auf 1 ℳ gehen, das ist, mit 512 (wie §. 180 N° 10 geschehen) multipliciren, und zu dem Product die 3 ℛ addiren, also:

1379 ℳ • Loth • — Qu. • 3 ℛ.
2758 (512
6895..

Antw. 706051 ℛ wie vorhin.

N° 4.

N°. 4. $237\frac{9}{10}$ zu lauter 10tel zu machen. Allhier könnet ihr das Facit ohne einige Berechnung (nach Anzeigung §. 190. N°. 3) so fort hinschreiben, nämlich $\frac{2379}{10}$. Desgleichen

N°. 5. 28 ℔. 37 ß Holl. oder 28 $\frac{37}{100}$ ℔. zu lauter ß oder 100tel ℔. zu machen. Facit 2837 ß oder $\frac{2837}{100}$ ℔.

N°. 6. $68\frac{243}{1000}$ zu lauter 1000tel zu machen. Fac. $\frac{68243}{1000}$.

§. 407. Wenn gesaget wird, eine vermischte oder mehrerley namige Zahl einzurichten, so verstehe ich eben dasselbige, was nächst vorhin gezeiget worden, daß man nämlich selbige Zahl unter den Namen ihrer kleinsten Einheiten bringen solle. Als wenn gesagt wird: $11\frac{3}{4}$ einzurichten, so macht man alles zu 4tel (§. 405), kommen $47/4$. Item: Wenn gesagt wird 17 fl. 13 ℳ. einzurichten, so machet alles zu ℳ. kommen 573 ℳ. Wenn aber bey einer ganzen Zahl, bey welcher keine Theile oder Brüche stehen, gesagt wird, dieselbe einzurichten, so verstehe ich, daß solcher ganzen Zahl nur die Gestalt eines Bruchs gegeben werde, das ist, daß man sie bruchsweise schreiben und für ihren Nenner 1 setzen solle. Z. E. Die Zahl 25 einzurichten, so setzet $25/1$. Denn da der Nenner 1 nur ein fingirtes Ding (§. 264), so behalten die 25 nach als vor ihren Werth, und bekommen dadurch nur die verlangte Form eines Bruchs.

Die 28. Aufgabe.

§. 408. **Verschiedene Brüche, welche ungleiche Nenner haben, nach gemeiner Art unter einerley Namen oder Nenner zu bringen.**

Größert den Zähler und Nenner jedes Bruchs mit des andern Bruchs Nenner, oder wo mehr als 2 Brüche gegeben,

geben, mit allen andern Nennern entweder nach und nach, oder auch, ſo einerley (§. 162), mit dem Product der Nenner der andern Brüche, ſo kommen an ſtatt der gegebenen, neue Brüche, welche einen general- oder allgemeinen Nenner haben, und dem gegebenen am Werthe doch gleich ſind.

Z. E. N°. 1. $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$ unter gleiche Namen zu bringen, ſo größert die 2 und 3 mit dem andern Nenner 5; hingegen die 4 und 5 mit jenem Nenner 3, kommen $\frac{10}{15}$ und $\frac{12}{15}$, welche am Werthe den gegebenen $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$ gleich, und haben einen gleichen Namen 15tel.

N°. 2. $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$ und $\frac{6}{7}$ unter gleiche Namen zu bringen, ſo größert die $\frac{3}{4}$ mit 5 und 7, oder auf einmal mit 5 mal 7, nämlich mit 35; alſo auch die $\frac{5}{7}$ mit 4 und 7, oder mit 28; und endlich die $\frac{6}{7}$ mit 4 und 5 oder mit 20, ſo kommen an ſtatt der gegebenen Brüche, die folgende: $\frac{105}{140}$, $\frac{56}{140}$ und $\frac{120}{140}$, welche den Generalnenner 140 haben, und den gegebenen Brüchen gleich am Werthe ſind.

Beweis.

Der Beweis dieſer Operation lieget klar vor Augen. Denn es werden nach dieſem Proceß die Zähler und Nenner eines jeden Bruchs mit gleichem gegrößert, folgends behalten ſie ihren vorigen Werth (§. 384), und bekommet auf ſolche Weiſe jeder Bruch das Product aller gegebenen Nenner zum Nenner; demnach ſtehen ſie unter gleichen Namen, wie begehret.

§. 409. Wenn man demnach bey 2 Brüchen, welche ungleiche Zähler auch Nenner haben, nur zu wiſſen verlanget, welche der größte iſt, ſo darf man nicht erſt ihren

ren gemeinen Nenner ſuchen, wieviel derſelbe ſey, ſondern nur jeden Zähler mit des andern Bruchs Nenner multipliciren, ſo kommen ſolche Zähler, die gleiche Nenner haben; folgends iſt derjenige der gröſte, der in gedachter Multiplication am meiſten bringet (§. 388).

Die 29. Aufgabe.

§. 410. Einen Bruch unter eine andere gegebene Benennung zu bringen, das iſt, zu einem gegebenen Nenner einen ſolchen Zähler zu finden, daß der auf ſolche Weiſe kommende Bruch einem andern gegebenen Bruch am Werthe gleich ſey.

I. Multipliciret den gegebenen Nenner, zu welchem der Zähler geſucht wird, mit dem Zähler des gegebenen Bruchs, und dividiret

II. das kommende Product in deſſelben Nenner, ſo kommet der verlangte Zähler.

Z. E. Es ſey gegeben der Bruch $\frac{2}{5}$, man verlanget aber an ſtat 5 den Nenner 30, und zu dieſem Namen 30tel einen ſolchen Zähler zu finden, der ſo viel ſey, als der Bruch $\frac{2}{5}$. So multipliciret den Nenner 30 mit dem Zähler 3, und dividiret das Product 90 in den Nenner 5, ſo kommet der geſuchte Zähler 18, und iſt alſo $\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$.

Beweis.

Vermöge des Satzes ſoll der verlangte Bruch dem gegebenen gleich ſeyn, folgends müſſen die Zähler zu ihren Nennern gleiche Verhältniſſe haben (§. 382). Als beym gedachten Exempel muß ſich der Nenner 5 zu ſeinem Zähler 3 verhalten, wie der Nenner 30 zu ſeinem

ge-

geſuchten Zähler. Demnach hat man in dieſer Aufgabe 4 proportionirte Größen, von welchen 3 derſelben bekannt gegeben, und die 4te geſuchet wird, welche Rechnung nach der Regel Detri folgendergeſtalt aufgeſetzet

A. B. C. D.

5 : 3 = 30 : — alsdenn das 2te Glied mit dem 3ten multipliciret, und das kommende in das 1ſte Glied dividiret werden müſſe (§. 331). Derowegen iſt es klar, wenn man aus dieſem Grunde, auch ohne beſondern Aufſatz der Regel Detri (§. 360), nur dieſer Regel gemäß procediret, nämlich beym gedachten Exempel die 30 mit 3 multipliciret, und die kommenden 90 in 5 dividiret, daß der verlangte Zähler zum Facit kommen müſſe.

§. 411. Zwar könnte man dieſes auch etwas kürzer verrichten, nämlich, wenn man nur durch die Diviſion unterſuchet, um wie vielmal der gegebene Nenner größer, als der Nenner des gegebenen Bruchs ſey, und alsdenn den gegebenen Zähler eben ſo vielmal größer nimmt: Als beym vorigen Exempel iſt der Nenner 30, 6 mal ſo groß, als der Nenner 5; derowegen darf man nur den Zähler 3 ebenfalls mit 6 größern, ſo kommen $\frac{1 8}{3 0} = \frac{3}{5}$. Denn ſolchergeſtalt wird der Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{3}{5}$ gleich gegrößert, und muß er dannenhero ſeinen Werth behalten (§. 384). Wie denn dieſe Manier auch aus dem vorigen Beweiſe hergeleitet werden könnte, nach Anzeigung der 2ten Art §. 332. Allein es iſt oben ſchon (§. 335) angemerket worden, daß man in dergleichen Fällen lieber bey der gegebenen Regel (§. 410) bleibet, weil die Diviſion nicht allezeit, wie hier 30 in 5, gerade aufgehet, und man nach dieſer itzigen Manier den Zähler des gegebenen Bruchs öfters hernach mit Brüchen würde multipliciren müſſen, welches man gerne vermeidet. Als z. E. Den Bruch $\frac{1 1}{1 7}$ unter den Namen 30tel

zu

zu bringen; da ist der Quotient von 30 in 13 dividiret: $2\frac{4}{13}$, folgends müßte man die 11 mit $2\frac{4}{13}$ multipliciren, und also in Brüchen procediren: Hingegen nach der vorigen Manier multipliciret man die 30 mit 11, und dividiret das Product 330 in 13, kommen $25\frac{5}{13}$, und ist also $\frac{25\frac{5}{13}}{30} = \frac{1}{2}\frac{1}{3}$, dabey immer nur ganze Zahlen zu berechnen sind.

§. 412. Indessen wenn man bey einer dergleichen Aufgabe zu voraus versichert ist, daß der gegebene Nenner in den Nenner des gegebenen Bruchs gerade aufgehet, so ist diese allernächst beschriebene Manier (§. 411) ohnstreitig jener gegebenen Regel (§. 410) vorzuziehen, wie bereits oben §. 334 erinnert worden.

§. 413. Wenn man einen Bruch einer größern Einheit der Münzen, Maaße oder Gewichte ꝛc. ad vulgarem valorem, das ist, zu dem Werth ihrer gemeinen und gebräuchlichen Einheiten bringen will (als, zu finden, wie viel der Bruch $\frac{3}{4}$ fl. an ℊe; der Bruch $\frac{7}{9}$ ℔ an Schott sey) so nennet man es den Bruch resolviren oder auflösen.

Die 30. Aufgabe.

§. 414. Einen Bruch zu resolviren.

I. Multipliciret die Anzahl der verlangten kleinern Sorten oder Einheiten, als so viel derselben auf des gegebenen Bruchs Ganze gehen, mit dem Zähler, und dividiret

II. das Product in den Nenner, so kommt, was begehret worden.

Z. E. $\frac{3}{4}$ fl. in ℊe. zu resolviren, so multipliciret 30

(weil

(weil 30 ℔. auf einen fl. gehen) mit 3, und dividiret die kommenden 90 in 4, kommen (§. 225) $22\frac{3}{4}$ ℔. das iſt (§. 384) $22\frac{1}{2}$ ℔. oder (nach §. 226) 22 ℔. 9 ℌ.

Beweis.

Die kleinen Sorten der Münzen, Maaße oder Gewichte ꝛc. ſind in der That nichts anders, als Brüche aus ihrer größern Sorte, deren Nenner ſo groß iſt, als die Anzahl derſelben kleinern Sorten, ſo viel ihrer auf eine größere Sorte gehen (§. 51), wie z. E. 1 ℔. nichts anders iſt, als $\frac{1}{30}$ fl.; 7 ℔. nichts anders als $\frac{7}{30}$ fl. u. ſ. w. Dieſemnach iſt einen Bruch reſolviren auch nichts anders, als an ſtatt des gegebenen Bruchs einen andern zu finden, welcher am Werthe dem gegebenen Bruche gleich ſey, und zum Nenner den Namen der gewöhnlichen Theile haben ſollte: Derowegen muß nach der gegebenen Regel der geſuchte Zähler kommen (§. 410), und iſt alſo $\frac{22\frac{1}{2}}{30}$ fl. $= \frac{1}{4}$ fl. Folgends wird auf ſolche Weiſe der Bruch recht reſolviret (§. 413).

§. 415. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. $\frac{7}{5}$ ℔ zu Schott, das iſt eigentlich, wie vorhin erkläret, zu 24tel ℔ zu machen; ſo multipliciret die 24 mit 7, und dividiret das Product 168 in 9, kommen $18\frac{3}{9}$ Schott, oder 18 Schott 8 ℌ.

N°. 2. $\frac{32}{45}$ ℳ. zu reſolviren; ſo multipliciret 32 Loth mit 38, und dividiret das Product 1216 in 45, kommen $27\frac{1}{45}$ Loth, oder 27 Loth und $\frac{1}{45}$ ℌ.

N°. 3. $\frac{77}{300}$ fl. in ℔. zu reſolviren; ſo multipliciret die 77 mit 30, und dividiret das Product 2310 in 900, kommen $2\frac{7}{30}$ ℔.

N°. 4. $\frac{17}{300}$ fl in ℔. zu reſolviren; ſo multipliciret die 17 mit 30, kommen 510, dieſe in 900 dividiret (§. 231), kommet der Bruch $\frac{510}{900}$ ℔., oder gekleinert in 10 und 3, oder auch auf einmal (§. 236) in 30, kommt $\frac{17}{30}$ ℔ $= \frac{17}{900}$ fl.

§. 416.

§. 416. Auf gleiche Weise ist zu procediren, wenn man einen Bruch, dessen Ganzes aus mehr als einer einzigen Unität bestehet, auf selbige Unitäten resolviren will.

Z. E. N°. 1. Man begehret zu wissen, wie viel Unitäten $\frac{3}{4}$ aus 100 Unitäten sind, so multipliciret die 100 mit 2, und dividiret das Product 200 in 3, kommen $66\frac{2}{3}$, die begehrte Antwort.

N°. 2. $\frac{3}{4}$ aus 16 fl; wieviel sind es fl? So multipliciret die 16 mit 3, und dividiret das Product 48 in 4, kommen 12, die gesuchte Antwort. Jedoch in diesem Falle, da man bald siehet, daß 16 in 4 aufgehen, bedienet man sich viel lieber der obengedachten andern Manier (§. 411). Demnach dividiret man die 16 erstlich in 4, und multipliciret den kommenden Quotient 4 hernach mit 3, so kommet die begehrte Antwort 12, wie hiervon §. 414 schon Meldung geschehen.

§. 417. Da nun der Werth z. E. von $\frac{3}{4}$ aus 30 gefunden wird, wenn man 3 mal 30 in 4 dividiret (§. 414); item der Werth von $\frac{2}{3}$ aus 100 wird gefunden, wenn man 2 mal 100 in 3 dividiret (§. 416): So folget, daß es gleich viel sey, ob man saget $\frac{3}{4}$ aus 30, oder $\frac{1}{4}$ aus 90, das ist aus 3 mal 30; item ob man saget $\frac{2}{3}$ aus 100, oder $\frac{1}{3}$ aus 200, und hat man in allewege im ersten Exempel die 90 in 4; im andern aber die 200 in 3 zu dividiren. Folgends ist $\frac{3}{4}$ aus 30 ℔ oder aus 1 fl. eben so viel, als $\frac{3}{4}$ aus 90 ℔ oder 3 fl; und $\frac{2}{3}$ aus 100 enthalten eben so viel in sich, als $\frac{1}{3}$ aus 200.

§. 418. Ich könnte hier auch Exempel geben, wie der Werth eines Bruchs aus einer vermischten Zahl zu finden sey, als z. E. wenn gefraget wird: Wie viel ist $\frac{3}{4}$ aus $8\frac{1}{2}$? Allein da das Wörtlein aus mit dem Wörtlein mal in Brüchen gleichen Verstand hat (§. 396), so sparen wir dergleichen Exempel lieber bis in die Multiplication, allwo dieses alles umständlicher ausgeführet werden soll.

§. 419. Wenn man einige kleine Sorten der Münzen,

gen, Maaße oder Gewichte, zu Theilen oder Brüchen ihrer größern Sorte machen will (als den Bruch eines Pfundes zu finden, welcher ſo viel ſey als 20 Loth; item den Bruch eines Guldens, welcher enthält 22 ½ ℊ oder 22 ℊ 9 ₰), ſo heißet man es insgemein einen gegebenen Werth in einen Bruch reduciren oder einführen.

Die 31. Aufgabe.

§. 420. **Einen gegebenen Werth in einen Bruch, oder Theil aus einem gewiſſen Ganzen zu reduciren.**

I. Merket, daß ſolcher gegebene Werth eine einzig benamte Zahl ſey; im widrigen Falle, nämlich daferne ſelbiger eine vermiſchte oder mehrerley namige Zahl iſt, ſo richtet ihn zuförderſt ein, das iſt (§. 407), bringet die gegebene Zahl unter den Namen ihrer kleinſten Einheiten (§. 405). Alsdenn

II. ſetzet dieſen Werth über, und den gleichnamigen Werth des Ganzen, aus welchem der geſuchte Bruch ein Theil ſeyn ſoll, unter einer Linie bruchsweiſe, ſo iſt dieſer Bruch eben derſelbe Bruch, ſo verlanget worden, welcher wie gewöhnlich, und daferne es angehet, gekleinert werden mag (§. 384).

Z. E. 20 Loth in einen Bruch eines Pfundes zu reduciren; ſetzet 20 über, und 32, das iſt ſo viel als Loth auf ein ganzes ℔ gehen, unter eine Linie bruchsweiſe, kommet die Antwort $\frac{20}{32}$ ℔, oder durch die Verkleinerung in 4: $\frac{5}{8}$ ℔.

Item 22 ½ ℊ in einen Bruch eines Guldens zu reduciren, ſo machet zuförderſt die 22 ½ ℊ zu lauter halben ℊ, kommen 45 halbe ℊ. Demnach ſetzet ſolche 45 über, und 2 mal 30, nämlich 60, das iſt ſo viel, als

halbe

halbe ℔ auf einen fl. gehen, unter eine Linie, ſo kommet der begehrte Bruch $\frac{4}{8}\frac{1}{0}$ fl. welcher gekleinert in 5 und 3, oder auf einmal in 15, kommen $\frac{1}{4}$ fl.

Beweis.

Es iſt alles klar aus §. 51, wie auch aus dem Beweiſe §. 414, aus welchem bereits zu erſehen, daß z. E. 20 Loth oder $\frac{2}{3}\frac{0}{2}$ ℳ; item 45 halbe ℔ oder $\frac{4}{8}\frac{1}{0}$ fl. in der That einerley Werth ſey. Alſo iſt auch ferner $\frac{2}{3}\frac{0}{2}$ ℳ $= \frac{5}{8}$ ℳ, und $\frac{4}{8}\frac{1}{0}$ fl. $= \frac{1}{4}$ fl. (§. 384). Und eben ſolche Bewandniß hat es auch mit allen folgenden und ſonſt dergleichen Exempeln.

§. 421. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 13 ₰ zu Theilen eines Florins zu machen; ſo ſetzet 13 über, und 30 mal 18. nämlich 540, das iſt ſo viel, als ₰. auf einen fl. gehen, unter eine Linie, kommen $\frac{1}{1}\frac{3}{4}\frac{0}{0}$ fl. der begehrte Bruch.

N°. 2 18 ℔ 12 ₰ in Theile eines Guldens zu reduciren; ſo machet die 18 ℔ 12 ₰ zu lauter ₰, kommen 336 ₰: Setzet dieſe über, und 540, als den Werth eines Guldens an ₰, unter eine Linie, kommen $\frac{2}{5}\frac{3}{4}\frac{6}{0}$ fl. welcher Bruch gekleinert in 6 und 2, oder auf einmal in 12, kommt $\frac{2}{4}\frac{8}{5}$ fl, der geſuchte Bruch.

N°. 3. $2\frac{7}{3}\frac{7}{0}$ ℔. das iſt $\frac{7}{3}\frac{7}{0}$ ℔, zu Theilen eines fl. zu machen; ſo machet einen fl. gleichfalls zu 30tel ℔, ſo kommen 900. Demnach iſt der begehrte Bruch $\frac{7}{9}\frac{7}{0}\frac{7}{0}$ fl.

N°. 4. 13 Schott 7 Gr. in Theile einer Mark zu reduciren; ſo machet ſo wohl die 13 Schott 7 Gr. als eine ganze Mark zu lauter Gr. und ſetzet die kommenden Zahlen gehöriger maßen bruchsweiſe, kommet der begehrte Bruch $\frac{1}{2}\frac{6}{8}\frac{3}{8}$ Mark.

N°. 5. 19 Loth 2 Qu. $1\frac{1}{2}$ ₰ in Theile eines Pfundes zu reduciren; ſo machet erſtlich alles zu 8tel, kommen 2507, 8tel ₰. Desgleichen machet ein ganzes ℳ zu 8tel ₰, kommen 4096. Demnach iſt der verlangte Bruch $\frac{2}{4}\frac{5}{0}\frac{0}{9}\frac{7}{6}$ ℳ.

§. 422. Auf gleiche Weiſe wird verfahren, wenn man ſonſt eine kleinere Zahl in einen Bruch aus einer größern Zahl reduciren will.

den 13, so kommen $5\frac{2}{13}$ fl. oder 523 ℋ. Auf gleiche Weise verfahret, wenn die gegebene Zahl auch mehr als 2erley Einheiten hat.

§. 406. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 49 fl. 17 ℋ 12 ℜ zu lauter ℜ zu machen. Also:

1487 ℋ (30
11896 (18
26778 ℜ

Nämlich multipliciret die 49 mit 30. addiret darzu die 17 ℋ. kommen 1487 ℋ. Ferner multipliciret solche 1487 ℋ mit 18, weil jeder ℋ 18 ℜ in sich enthält, und addiret darzu die 12 ℜ, so kommen die verlangten 26778 ℜ.

N°. 2. 68 fl. 15 ℋ $13\frac{1}{7}$ ℜ zu lauter 7tel ℜ zu machen.

Also: 2055 ℋ (30
16440 (18
37003 ℜ (7

Antw. 259026 Siebentel ℜ, welche (§. 232) also $\frac{259026}{7}$ ℜ; oder (§. 80) auch also 259026 (7tel geschrieben werden können.

N°. 3. 1379 ℔ + — Loth — Qu. + 3 ℜ zu lauter ℜ zu machen.

(32

Also: 2758
4137
44128 Loth (4
176512 Qu. (4
Antw. 706051 ℜ.

Oder weil allhier keine Loth noch Quentchen gegeben worden, so kann man die 1379 ganze ℔, so fort mit der Anzahl der ℜ, so viel deren auf 1 ℔ gehen, das ist, mit 512 (wie §. 180 N°. 10 geschehen) multipliciren, und zu dem Product die 3 ℜ addiren, also:

1379 ℔ + Loth + — Qu. + 3 ℜ.
2758 (512
6895..
Antw. 706051 ℜ wie vorhin.

N°. 4.

N°. 4. $237\frac{9}{10}$ zu lauter 10tel zu machen. Allhier könnet ihr das Facit ohne einige Berechnung (nach Anzeigung §. 190. N°. 3) so fort hinschreiben, nämlich $\frac{2379}{10}$. Desgleichen

N°. 5. 28 ℔. 37 ß Holl. oder 28 $\frac{37}{100}$ ℔. zu lauter ß oder 100tel ℔. zu machen. Facit 2837 ß oder $\frac{2837}{100}$ ℔.

N°. 6. $68\frac{243}{1000}$ zu lauter 1000tel zu machen. Fac. $\frac{68243}{1000}$.

§. 407. Wenn gesaget wird, eine vermischte oder mehrerley namige Zahl einzurichten, so verstehe ich eben dasselbige, was nächst vorhin gezeiget worden, daß man nämlich selbige Zahl unter den Namen ihrer kleinsten Einheiten bringen solle. Als wenn gesagt wird: $11\frac{3}{4}$ einzurichten, so macht man alles zu 4tel (§. 405), kommen $47/4$. Item: Wenn gesagt wird 17 fl. 13 ₰. einzurichten, so machet alles zu ₰. kommen 573 ₰. Wenn aber bey einer ganzen Zahl, bey welcher keine Theile oder Brüche stehen, gesagt wird, dieselbe einzurichten, so verstehe ich, daß solcher ganzen Zahl nur die Gestalt eines Bruchs gegeben werde, das ist, daß man sie bruchsweise schreiben und für ihren Nenner 1 setzen solle. Z. E. Die Zahl 25 einzurichten, so setzet $25/1$. Denn da der Nenner 1 nur ein fingirtes Ding (§. 264), so behalten die 25 nach als vor ihren Werth, und bekommen dadurch nur die verlangte Form eines Bruchs.

Die 28. Aufgabe.

§. 408. Verschiedene Brüche, welche ungleiche Nenner haben, nach gemeiner Art unter einerley Namen oder Nenner zu bringen.

Größert den Zähler und Nenner jedes Bruchs mit des andern Bruchs Nenner, oder wo mehr als 2 Brüche ge-

geben, mit allen andern Nennern entweder nach und nach, oder auch, so einerley (§. 162), mit dem Product der Nenner der andern Brüche, so kommen anstatt der gegebenen, neue Brüche, welche einen general- oder allgemeinen Nenner haben, und dem gegebenen am Werthe doch gleich sind.

Z. E. N°. 1. $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$ unter gleiche Namen zu bringen, so größert die 2 und 3 mit dem andern Nenner 5; hingegen die 4 und 5 mit jenem Nenner 3, kommen $\frac{10}{15}$ und $\frac{12}{15}$, welche am Werthe den gegebenen $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$ gleich, und haben einen gleichen Namen 15tel.

N°. 2. $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$ und $\frac{6}{7}$ unter gleiche Namen zu bringen, so größert die $\frac{3}{4}$ mit 5 und 7, oder auf einmal mit 5 mal 7, nämlich mit 35; also auch die $\frac{5}{7}$ mit 4 und 7, oder mit 28; und endlich die $\frac{6}{7}$ mit 4 und 5 oder mit 20, so kommen an statt der gegebenen Brüche, die folgende: $\frac{105}{140}$, $\frac{80}{140}$ und $\frac{120}{140}$, welche den Generalnenner 140 haben, und den gegebenen Brüchen gleich am Werthe sind.

Beweis.

Der Beweis dieser Operation lieget klar vor Augen. Denn es werden nach diesem Proceß die Zähler und Nenner eines jeden Bruchs mit gleichem gegrößert, folgends behalten sie ihren vorigen Werth (§. 384), und bekommet auf solche Weise jeder Bruch das Product aller gegebenen Nenner zum Nenner; demnach stehen sie unter gleichen Namen, wie begehret.

§. 409. Wenn man demnach bey 2 Brüchen, welche ungleiche Zähler auch Nenner haben, nur zu wissen verlanget, welche der größte ist, so darf man nicht erst ihren

ren gemeinen Nenner ſuchen, wieviel derſelbe ſey, ſondern nur jeden Zähler mit des andern Bruchs Nenner multipliciren, ſo kommen ſolche Zähler, die gleiche Nenner haben; folgends iſt derjenige der gröſte, der in gedachter Multiplication am meiſten bringet (§. 388).

Die 29. Aufgabe.

§. 410. Einen Bruch unter eine andere gegebene Benennung zu bringen, das iſt, zu einem gegebenen Nenner einen ſolchen Zähler zu finden, daß der auf ſolche Weiſe kommende Bruch einem andern gegebenen Bruch am Werthe gleich ſey.

I. Multipliciret den gegebenen Nenner, zu welchem der Zähler geſucht wird, mit dem Zähler des gegebenen Bruchs, und dividiret

II. das kommende Product in deſſelben Nenner, ſo kommet der verlangte Zähler.

Z. E. Es ſey gegeben der Bruch $\frac{3}{5}$, man verlanget aber an ſtat 5 den Nenner 30, und zu dieſem Namen 30tel einen ſolchen Zähler zu finden, der ſo viel ſey, als der Bruch $\frac{3}{5}$. So multipliciret den Nenner 30 mit dem Zähler 3, und dividiret das Product 90 in den Nenner 5, ſo kommet der geſuchte Zähler 18, und iſt alſo $\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$.

Beweis.

Vermöge des Satzes ſoll der verlangte Bruch dem gegebenen gleich ſeyn, folgends müſſen die Zähler zu ihren Nennern gleiche Verhältniſſe haben (§. 382). Als beym gedachten Exempel muß ſich der Nenner 5 zu ſeinem Zähler 3 verhalten, wie der Nenner 30 zu ſeinem

ge-

geſuchten Zähler. Demnach hat man in dieſer Aufgabe 4 proportionirte Größen, von welchen 3 derſelben bekannt gegeben, und die 4te geſuchet wird, welche Rechnung nach der Regel Detri folgendergeſtalt aufgeſetzet

A. B. C. D.

5 : 3 = 30 : — alsdenn das 2te Glied mit dem 3ten multipliciret, und das kommende in das 1ſte Glied dividiret werden müſſe (§. 331). Derowegen iſt es klar, wenn man aus dieſem Grunde, auch ohne beſondern Aufſatz der Regel Detri (§. 360), nur dieſer Regel gemäß procediret, nämlich beym gedachten Exempel die 30 mit 3 multipliciret, und die kommenden 90 in 5 dividiret, daß der verlangte Zähler zum Facit kommen müſſe.

§. 411. Zwar könnte man dieſes auch etwas kürzer verrichten, nämlich, wenn man nur durch die Diviſion unterſuchet, um wie vielmal der gegebene Nenner größer, als der Nenner des gegebenen Bruchs ſey, und alsdenn den gegebenen Zähler eben ſo vielmal größer nimmt: Als beym vorigen Exempel iſt der Nenner 30, 6 mal ſo groß, als der Nenner 5; derowegen darf man nur den Zähler 3 ebenfalls mit 6 größern, ſo kommen $\frac{1\,8}{3\,0} = \frac{3}{5}$. Denn ſolchergeſtalt wird der Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{3}{5}$ gleich gegrößert, und muß er dannenhero ſeinen Werth behalten (§. 384). Wie denn dieſe Manier auch aus dem vorigen Beweiſe hergeleitet werden könnte, nach Anzeigung der 2ten Art §. 332. Allein es iſt oben ſchon (§. 335) angemerket worden, daß man in dergleichen Fällen lieber bey der gegebenen Regel (§. 410) bleibet, weil die Diviſion nicht allezeit, wie hier 30 in 5, gerade aufgehet, und man nach dieſer itzigen Manier den Zähler des gegebenen Bruchs öfters hernach mit Brüchen würde multipliciren müſſen, welches man gerne vermeidet. Als z. E. Den Bruch $\frac{1}{1\frac{1}{3}}$ unter den Namen 3otel

zu

zu bringen; da ist der Quotient von 30 in 13 dividiret: $2\frac{4}{13}$, folgends müßte man die 11 mit $2\frac{4}{13}$ multipliciren, und also in Brüchen procediren: Hingegen nach der vorigen Manier multipliciret man die 30 mit 11, und dividiret das Product 330 in 13, kommen $25\frac{5}{13}$, und ist also $\frac{25\frac{5}{13}}{30} = \frac{11}{13}$, dabey immer nur ganze Zahlen zu berechnen sind.

§. 412. Indessen wenn man bey einer dergleichen Aufgabe zu voraus versichert ist, daß der gegebene Nenner in den Nenner des gegebenen Bruchs gerade aufgehet, so ist diese allernächst beschriebene Manier (§. 411) ohnstreitig jener gegebenen Regel (§. 410) vorzuziehen, wie bereits oben §. 334 erinnert worden.

§. 413. Wenn man einen Bruch einer größern Einheit der Münzen, Maaße oder Gewichte ꝛc. ad vulgarem valorem, das ist, zu dem Werth ihrer gemeinen und gebräuchlichen Einheiten bringen will (als, zu finden, wie viel der Bruch $\frac{3}{4}$ fl. an ℊe; der Bruch $\frac{7}{8}$ ℔ an Schott sey) so nennet man es den Bruch resolviren oder auflösen.

Die 30. Aufgabe.

§. 414. Einen Bruch zu resolviren.

I. Multipliciret die Anzahl der verlangten kleinern Sorten oder Einheiten, als so viel derselben auf des gegebenen Bruchs Ganze gehen, mit dem Zähler, und dividiret

II. das Product in den Nenner, so kommt, was begehret worden.

Z. E. $\frac{3}{4}$ fl. in ℊe. zu resolviren, so multipliciret 30

(weil

(weil 30 ℔. auf einen fl. gehen) mit 3, und dividiret die kommenden 90 in 4, kommen (§. 225) 22¾ ℔. das iſt (§. 384) 22½ ℔. oder (nach §. 226) 22 ℔. 9 ℌ.

Beweis.

Die kleinen Sorten der Münzen, Maaße oder Gewichte ꝛc. ſind in der That nichts anders, als Brüche aus ihrer größern Sorte, deren Nenner ſo groß iſt, als die Anzahl derſelben kleinern Sorten, ſo viel ihrer auf eine größere Sorte gehen (§. 51), wie z. E. 1 ℔. nichts anders iſt, als $\frac{1}{30}$ fl.; 7 ℔. nichts anders als $\frac{7}{30}$ fl. u. ſ. w. Dieſemnach iſt einen Bruch reſolviren auch nichts anders, als an ſtatt des gegebenen Bruchs einen andern zu finden, welcher am Werthe dem gegebenen Bruche gleich ſey, und zum Nenner den Namen der gewöhnlichen Theile haben ſollte: Derowegen muß nach der gegebenen Regel der geſuchte Zähler kommen (§. 410), und iſt alſo $\frac{22\frac{1}{2}}{30}$ fl. = ¼ fl. Folgends wird auf ſolche Weiſe der Bruch recht reſolviret (§. 413).

§. 415. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. $\frac{7}{5}$ ℔ zu Schott, das iſt eigentlich, wie vorhin erkläret, zu 24tel ℔ zu machen; ſo multipliciret die 24 mit 7, und dividiret das Product 168 in 9, kommen 18⅔ Schott, oder 18 Schott 8 ℌ.

N°. 2. $\frac{32}{45}$ ℔. zu reſolviren; ſo multipliciret 32 Loth mit 32, und dividiret das Product 1216 in 45, kommen $27\frac{1}{45}$ Loth, oder 27 Loth und $\frac{16}{45}$ ℌ.

N°. 3. $\frac{77}{900}$ fl. in ℔. zu reſolviren; ſo multipliciret die 77 mit 30, und dividiret das Product 2310 in 900, kommen $2\frac{17}{30}$ ℔.

N°. 4. $\frac{17}{900}$ fl in ℔. zu reſolviren; ſo multipliciret die 17 mit 30, kommen 510, dieſe in 900 dividiret (§. 231), kommet der Bruch $\frac{510}{900}$ ℔., oder gekleinert in 10 und 3, oder auch auf einmal (§. 236) in 30, kommt $\frac{17}{30}$ ℔ = $\frac{17}{900}$ fl. §. 416.

§. 416. Auf gleiche Weise ist zu procediren, wenn man einen Bruch, dessen Ganzes aus mehr als einer einzigen Unität bestehet, auf selbige Unitäten resolviren will.

Z. E. N°. 1. Man begehret zu wissen, wie viel Unitäten $\frac{2}{3}$ aus 100 Unitäten sind, so multipliciret die 100 mit 2, und dividiret das Product 200 in 3, kommen $66\frac{2}{3}$, die begehrte Antwort.

N°. 2. $\frac{3}{4}$ aus 16 fl; wieviel sind es fl? So multipliciret die 16 mit 3, und dividiret das Product 48 in 4, kommen 12, die gesuchte Antwort. Jedoch in diesem Falle, da man bald siehet, daß 16 in 4 aufgehen, bedienet man sich viel lieber der obengedachten andern Manier (§. 411). Demnach dividiret man die 16 erstlich in 4, und multipliciret den kommenden Quotient 4 hernach mit 3, so kommet die begehrte Antwort 12, wie hiervon §. 413 schon Meldung geschehen.

§. 417. Da nun der Werth z. E. von $\frac{3}{4}$ aus 30 gefunden wird, wenn man 3 mal 30 in 4 dividiret (§. 414); item der Werth von $\frac{2}{3}$ aus 100 wird gefunden, wenn man 2 mal 100 in 3 dividiret (§. 416): So folget, daß es gleich viel sey, ob man saget $\frac{3}{4}$ aus 30, oder $\frac{1}{4}$ aus 90, das ist aus 3 mal 30; item ob man saget $\frac{2}{3}$ aus 100, oder $\frac{1}{3}$ aus 200, und hat man in allewege im ersten Exempel die 90 in 4; im andern aber die 200 in 3 zu dividiren. Folgends ist $\frac{3}{4}$ aus 30 ℔ oder aus 1 fl. eben so viel, als $\frac{3}{4}$ aus 90 ℔ oder 3 fl; und $\frac{2}{3}$ aus 100 enthalten eben so viel in sich, als $\frac{1}{3}$ aus 200.

§. 418. Ich könnte hier auch Exempel geben, wie der Werth eines Bruchs aus einer vermischten Zahl zu finden sey, als z. E. wenn gefraget wird: Wie viel ist $\frac{2}{3}$ aus $8\frac{1}{2}$? Allein da das Wörtlein aus mit dem Wörtlein mal in Brüchen gleichen Verstand hat (§. 396), so sparen wir dergleichen Exempel lieber bis in die Multiplication, allwo dieses alles umständlicher ausgeführet werden soll.

§. 419. Wenn man einige kleine Sorten der Münzen,

gen, Maaße oder Gewichte, zu Theilen oder Brüchen ihrer größern Sorte machen will (als den Bruch eines Pfundes zu finden, welcher ſo viel ſey als 20 Loth; item den Bruch eines Guldens, welcher enthält 22 ½ ß oder 22 ß 9 ₰), ſo heißet man es insgemein einen gegebenen Werth in einen Bruch reduciren oder einführen.

Die 31. Aufgabe.

§. 420. **Einen gegebenen Werth in einen Bruch, oder Theil aus einem gewiſſen Ganzen zu reduciren.**

I. Merket, daß ſolcher gegebene Werth eine einzig benamte Zahl ſey; im widrigen Falle, nämlich daferne ſelbiger eine vermiſchte oder mehrerley namige Zahl iſt, ſo richtet ihn zuförderſt ein, das iſt (§. 407), bringet die gegebene Zahl unter den Namen ihrer kleinſten Einheiten (§. 405). Alsdenn

II. ſetzet dieſen Werth über, und den gleichnamigen Werth des Ganzen, aus welchem der geſuchte Bruch ein Theil ſeyn ſoll, unter einer Linie bruchsweiſe, ſo iſt dieſer Bruch eben derſelbe Bruch, ſo verlanget worden, welcher wie gewöhnlich, und daferne es angehet, geklei-nert werden mag (§. 384).

Z. E. 20 Loth in einen Bruch eines Pfundes zu reduciren; ſetzet 20 über, und 32, das iſt ſo viel als Loth auf ein ganzes ℔ gehen, unter eine Linie bruchsweiſe, kommet die Antwort $\frac{20}{32}$ ℔, oder durch die Verkleinerung in 4: $\frac{5}{8}$ ℔.

Item 22 ½ ß in einen Bruch eines Guldens zu reduciren, ſo machet zuförderſt die 22 ½ ß zu lauter halben ß, kommen 45 halbe ß. Demnach ſetzet ſolche 45 über, und 2 mal 30, nämlich 60, das iſt ſo viel, als

halbe

halbe ℔ auf einen fl. gehen, unter eine Linie, ſo kommet der begehrte Bruch $\frac{4}{5}\frac{1}{0}$ fl. welcher gekleinert in 5 und 3, oder auf einmal in 15, kommen $\frac{1}{4}$ fl.

Beweis.

Es iſt alles klar aus §. 51, wie auch aus dem Beweiſe §. 414, aus welchem bereits zu erſehen, daß z. E. 20 Loth oder $\frac{2}{3}\frac{0}{2}$ ℳ; item 45 halbe ℔ oder $\frac{4}{8}\frac{5}{0}$ fl. in der That einerley Werth ſey. Alſo iſt auch ferner $\frac{3}{3}\frac{0}{2}$ ℳ $= \frac{1}{8}$ ℳ, und $\frac{4}{8}\frac{5}{0}$ fl. $= \frac{1}{4}$ fl. (§. 384). Und eben ſolche Bewandniß hat es auch mit allen folgenden und ſonſt dergleichen Exempeln.

§. 421. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 13 ₰ zu Theilen eines Florins zu machen; ſo ſetzet 13 über, und 30 mal 18. nämlich 540, das iſt ſo viel, als ₰. auf einen fl. gehen, unter eine Linie, kommen $\frac{1}{5}\frac{3}{4}\frac{0}{0}$ fl. der begehrte Bruch.

N°. 2 18 ℔ 12 ₰ in Theile eines Guldens zu reduciren; ſo machet die 18 ℔ 12 ₰ zu lauter ₰, kommen 336 ₰: Setzet dieſe über, und 540, als den Werth eines Guldens an ₰, unter eine Linie, kommen $\frac{3}{5}\frac{3}{4}\frac{6}{0}$ fl. welcher Bruch gekleinert in 6 und 2, oder auf einmal in 12, kommt $\frac{2}{4}\frac{8}{5}$ fl. der geſuchte Bruch.

N°. 3. $2\frac{17}{30}$ ℔. das iſt $\frac{77}{30}$ ℔, zu Theilen eines fl. zu machen; ſo machet einen fl. gleichfalls zu 30tel ℔, ſo kommen 900. Demnach iſt der begehrte Bruch $\frac{77}{900}$ fl.

N°. 4. 13 Schott 7 Gr. in Theile einer Mark zu reduciren; ſo machet ſo wohl die 13 Schott 7 Gr. als eine ganze Mark zu lauter Gr. und ſetzet die kommenden Zahlen gehöriger maßen bruchsweiſe, kommet der begehrte Bruch $\frac{15}{88}$ Mark.

N°. 5. 19 Loth 2 Qu. $1\frac{1}{2}$ ₰ in Theile eines Pfundes zu reduciren; ſo machet erſtlich alles zu 8tel, kommen 2507, 8tel ₰. Desgleichen machet ein ganzes ℳ zu 8tel ₰, kommen 4096. Demnach iſt der verlangte Bruch $\frac{2}{4}\frac{5}{0}\frac{0}{9}\frac{7}{6}$ ℳ.

§. 422. Auf gleiche Weiſe wird verfahren, wenn man ſonſt eine kleinere Zahl in einen Bruch aus einer größern Zahl reduciren will.

Z. E. N°. 1. Die Zahl 23 zu einem Bruch aus 100 zu machen, ſetzet die 23 über, und die 100 unter einer Linie bruchsweiſe, ſo bekommet ihr den verlangten Bruch $\frac{23}{100}$.

N°. 2. Die Zahl $66\frac{2}{3}$ zu einem Bruch aus 100 zu machen, ſo bringet zuförderſt nach voriger Weiſe (§. 420) ſo wohl die gegebene Zahl $66\frac{2}{3}$, als auch den Werth des Ganzen, aus welchem der Bruch begehret wird, nämlich die 100, unter gleiche Namen, das iſt, machet alles zu 3tel, und ſetzet alsdenn die kommenden gleichnamigen Zahlen bruchsweiſe alſo $\frac{200}{300}$, welcher Bruch ferner in 100 gekleinert, kommt zur Antwort: $\frac{2}{3}$, anzeigende, daß $66\frac{2}{3}$ gleich ſey $\frac{2}{3}$ aus 100.

N°. 3. 7 zu einem Bruch aus $12\frac{1}{4}$ zu machen, ſo machet zuförderſt, wie vorhin, alles zu 4tel, und ſetzet die kommenden Zahlen gehöriger maßen bruchsweiſe, ſo kommen $\frac{28}{49}$, welcher Bruch in 7 gekleinert, kommen $\frac{4}{7}$.

N°. 4. $5\frac{1}{2}$ in einen Bruch aus $8\frac{1}{4}$ zu reduciren, ſo richtet dieſelben Zahlen erſtlich ein (§. 407), kommen $\frac{11}{2}$ und $\frac{33}{4}$, ferner, bringet die Brüche unter gleiche Namen, ſo kommen (nach der gemeinen Regel §. 408) $\frac{44}{8}$ in einen Bruch aus $\frac{66}{8}$ zu reduciren. Dieſe nunmehro unter gleiche Namen (nämlich 8tel) gebrachte Zahlen, ſetzet alsdenn gehöriger maßen bruchsweiſe, ſo habt ihr den Bruch $\frac{44}{66}$, welcher in 11 und 2, oder auf einmal in 22 gekleinert, kommet $\frac{2}{3}$, anzeigende, daß $5\frac{1}{2}$ gleich ſey $\frac{2}{3}$ aus $8\frac{1}{4}$.

§. 423. Es iſt alſo die Reduction (§. 419 ſequ.) der Rückweg von der Reſolution (§. 413 ſequ.). Wiederum iſt die Reſolution der Rückweg von der Reduction. Derowegen kann man jene durch dieſe, und dieſe durch jene probiren (§. 371); wie ſolches mit mehrern aus den vorhin gegebenen Exempeln zu erſehen iſt.

Von

Von der Addition der Theile eines Ganzen, als auch der vermiſchten und mehrerley namigen Zahlen.

§. 424.

Gleichwie bey der Addition und Subtraction in ganzen Zahlen, die gegebenen Zahlen einerley Art Einheiten, das iſt, gleiche Namen, haben müſſen, und denn bekommet die Summe und der Reſt, eben denſelben Namen (§. 103 und 123): Alſo iſt es auch bey der Addition und Subtraction in Theilen eines Ganzen, das iſt (§. 51) ſo wohl in Brüchen, als ſonſt in kleinern Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte ꝛc. Nämlich es können die Zahlen, welche Theile oder kleine Sorten bedeuten, nicht anders zuſammen, noch von einander gezählet werden, es ſey denn, wenn ſie von gleicher Art, und alſo gleiche Namen haben.

Die 32. Aufgabe.

§. 425. Die Brüche zu addiren.

I. Setzet dieſelben gerade unter einander, und nehmet wahr, ob ſie alle gleiche Nenner haben, und daferne ihr ungleiche Nenner findet, ſo bringet ſie alle unter gleiche Benennung (§. 408).

II. Addiret alsdenn die Zähler, und ſetzet unter ſolche Summe den gemeinen Nenner.

III. Iſt nun die Summe ſolcher Theile mehr als ein Ganzes, das iſt (§. 380) größer, als der gemeine Nenner, ſo machet dieſelben (daferne ihr ſie anderer Abſichten wegen nicht viel lieber alſo wollet ſtehen laſſen) durch die Diviſion in ihren Nenner, zu Ganzen.

Z. E. N°. 1. Zu addiren $\frac{4}{7}$ und $\frac{2}{7}$ ſo addiret, weil die Nenner gleich ſind, nur die Zähler, — ſo kommt die Summe $\frac{6}{7}$.

N°. 2. Man ſoll addiren $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{5}$. Dieſe Brüche bringet zuförderſt unter gleiche Namen (§. 408. N°. 1.) und ſetzet es als folget:

	15
$\frac{2}{3}$	10
$\frac{1}{5}$	3
Sum.	$\frac{13}{15}$

Nämlich den gefundenen general Nenner 15 notiret ein vor allemal oben an (§. 80.) und ſetzet ordentlich darunter die gefundenen neuen Zähler 10, und 3, dieſe addiret, wie vorhin, kommet die verlangte Summe $\frac{13}{15}$.

Beweis.

Die Nenner ſind nichts anders, als bloße Namen (§. 77). Derowegen geſchiehet die Addition, wenn man nur die Zähler zuſammen zählet. Da aber keine andere als gleichnamige Zahlen zuſammen gezählet werden können (§. 424); ſo müſſen nothwendig die Brüche, wenn ſie verſchiedene Nenner haben, zuförderſt unter einerley Nenner gebracht werden.

§. 426. Noch verſchiedene Exempel zur Uebung.

N°. 1. Man ſoll addiren $\frac{27}{100}$ fl. + $\frac{23}{100}$ fl. + $\frac{19}{100}$ fl.; oder, ſo einerley, 27 ß + 23 ß + 19 ß. Weil allhier die Nenner gleich ſind, ſo könnet ihr die Zähler nur ſo fort addiren. Derowegen ſetzet es als folget:

30tel fl.	oder	ß
27		27
23		23
19		19
Sum. 2 $\frac{9}{30}$ fl.		Sum. 2 fl. 9 ß.

Denn die Summe iſt $\frac{69}{30}$ fl. oder 69 ß. Dieſe machet zu Ganzen (§. 222. N°. 1), ſo habet ihr 2 $\frac{9}{30}$ fl. oder 2 fl. 9 ß.

N°. 2. Zu addiren $\frac{1}{16} + \frac{3}{16} + \frac{5}{16} + \frac{7}{16} + \frac{9}{16} + \frac{11}{16} + \frac{13}{16} + \frac{15}{16}$ ℔; oder ſo einerley 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 Loth. Alſo:

16tel ℔	oder	Loth
1		1
3		3
5		5
7		7
9		9
11		11
13		13
15		15
Sum. 4 ℔.		Sum. 4 ℔.

Denn die Summe iſt $\frac{64}{16}$ ℔, oder 64 Loth, dieſe thun 4 ℔.

N°. 3. Zu addiren $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{6}{7}$. Alſo

140 (§. 408. N°. 2.)

$\frac{3}{4}$	105
$\frac{4}{5}$	112
$\frac{6}{7}$	120
Sum. $\frac{337}{140}$, das iſt 2 $\frac{57}{140}$.	

Die 33. Aufgabe.

§. 427. Vermischte und mehrerley namige Zahlen zu addiren.

I. Setzet die gegebenen Zahlen (nach Anzeigung §. 84) ihren Namen gemäß fein ordentlich unter einander, und merket, wie vorhin, daß die Brüche, so sich welche befinden, gleiche Namen haben, oder doch zu gleichen Namen gemacht werden müssen.

II. Alsdenn fanget zur Rechten bey den kleinsten Einheiten an (§. 114), und procediret, wie in der Addition der ganzen Zahlen gelehret worden. Nur allein, weil allhier öfters mehr oder weniger als 10 kleinere Einheiten auf eine nächst folgende größere Einheit gehen (§. 85), so hat man fürnemlich nur dasjenige in acht zu nehmen, welches oben §. 115 bereits angemerket worden. Dahero erachte unnöthig, allhier einen besondern Beweis zu geben, und folgen demnach nur Exempel zur Uebung.

N°. 1. Man soll addiren 276 fl. 23 ß, + 19 fl. 21 ß, 1374 fl. 27 ß; oder, so einerley, $276\frac{23}{30}$ fl. + $19\frac{21}{30}$ fl. + $1374\frac{27}{30}$ fl. Also:

fl.	ß	oder fl.	30tel fl.
276	23	276	23
19	21	19	21
1374	27	1374	27
S. 1671	11	Sum. 1671	$\frac{11}{30}$ fl.

Nämlich addiret erstlich die Columne der ß oder 30tel fl. kommen 71. Diese setzet noch nicht so fort darunter, sondern notiret sie nur beyseite, und untersuchet durch die Division in 30, wie viel dieselben an ganzen fl. in sich enthalten; oder weil die Summe klein,

und

und alſo die Diviſion gar leicht im Kopfe geſchehen kann, ſo dürfet ihr ſolche Summe nicht allererſt beyſeite notiren, ſondern nur ſo fort in den Gedanken berechnen, wie vielmal 30 in den 71 begriffen ſind, ſo werdet ihr finden 2 ganze fl. und darüber 11 ʒ oder 30tel fl. Demnach ſetzet ſolche 11 gerade darunter, und zählet an ſtat 60 ʒ oder 30tel fl. 2 ganze fl. zu den folgenden fl. deren Summe ihr gehöriger maßen unter die Columne der ganzen fl. ſetzet, ſo habt ihr die verlangte Antwort fl. 1671 • 11 ʒ, oder 1671 $\frac{11}{30}$ fl.

N°. 2. Zu addiren 328 fl. 25 ʒ 6 ℞ + 2465 fl. 13 ʒ 12 ℞ + 27 ʒ 9 ℞ + 207 fl. 4 ℞. Alſo:

fl.	ʒ	℞	oder fl.	30tel fl.	18tel aus $\frac{1}{30}$ fl.
328	• 25	• 6	328	25	6
2465	• 13	• 12	2465	13	12
——	• 27	• 9	——	27	9
207	• ——	• 4	207	——	4
3002	• 6	• 13.	3002 + $\frac{6}{30}$	+ $\frac{13}{18}$	aus $\frac{1}{30}$ fl.

Denn die Summe der ℞, oder der 18tel aus $\frac{1}{30}$ fl. iſt 31. Dieſe enthalten in ſich 1 ʒ oder $\frac{1}{30}$ fl. und darüber noch 13 ℞ oder 18tel aus $\frac{1}{30}$ fl. Demnach ſetzet ſolche 13 gerade darunter, und zählet den 1 ʒ oder das $\frac{1}{30}$ fl. zu den folgenden ʒ oder 30tel fl. kommt deren Summe 66. Mit dieſer Summe verfahret ferner wie vorhin N°. 1. ſo erlanget ihr endlich die begehrte Antwort.

N°. 3. Man ſoll addiren 38 $\frac{1}{24}$ + 137 $\frac{5}{24}$ + 73 $\frac{9}{24}$ + $\frac{3}{24}$ + 105 $\frac{1}{24}$ + 216 + 187 $\frac{1}{24}$ + 295 $\frac{7}{24}$; oder, ſo einerley, 38 Thl. 11 Gʒ (deren 24 auf 1 Thl. gehen) + 137 Thl. 5 Gʒ + 73 Thl. 19 Gʒ + 23 Gʒ + 105 Thl. 17 Gʒ + 216 Thl. + 187 Thl. 13 Gʒ + 205 Thl. 7 Gʒ. Weil nun die Nenner oder Namen gleich ſind, ſetzet es alſo:

	24tel
38	11
137	5
73	19
—	23
105	17
216	—
187	13
205	7
Sum. 964	$\frac{95}{24}$

24 | 95

Quot. 3 Rest 23

Nämlich die Summe der Brüche ist $\frac{95}{24}$. Diese 95 dividiret beyseite in 24 kommen 3 Ganze, und restiren noch $\frac{23}{24}$. Demnach setzet die $\frac{23}{24}$ gerade unter die Linie, und zählet die 3 Ganzen zu den Ganzen, kommt die begehrte Summe $964\frac{23}{24}$. Gleiche Beschaffenheit hat es, wenn die gegebenen Ganzen, Thaler und die gegebenen Theile gute Groschen bedeuten sollten, und würde die gedachte Summe alsdenn 964 Thl. 23 gge. heißen.

N°. 4. Zu addiren $357\frac{3}{4} + 1798\frac{4}{7} + 149\frac{5}{7}$. Dieses setzet, weil die Nenner ungleich, nach Anzeigung §. 426. N°. 3, also:

		140
357	$\frac{3}{4}$	105
1798	$\frac{4}{7}$	112
149	$\frac{5}{7}$	120
		337

Solche 337 dividiret in 140, kommen 2 und restiren 57.

S. $2306\frac{57}{140}$

N°. 5.

N°. 5. Zu addiren.

327 ℔.	23 Loth.	3 Qu.	1 Pf.
837 "	29 "	— "	3
25 "	27 "	3 "	2
137 "	31 "	1 "	—
273 "	— "	2 "	3
69 "	29 "	— "	1
354 "	— "	— "	2
— "	30 "	— "	3
587 "	19 "	3 "	1
2615 "	— "	— "	—

	Loth
32	192
Quot. 6 ℔.	00

Nämlich die Columne der Pf thut 16 Pf. Diese enthalten in sich 4 Qu. die ihr zu der Columne der Qu. zählet, kommen 16 Qu. Diese machen 4 Loth, welche ihr zu der Columne der Loth zählet, kommen 192 Loth. Diese dividiret beyseite in 32, kommen just 6 ℔, welche zu der Columne der ℔ genommen werden.

N°. 6. Zu addiren.

45 ℔.	17 Car.	11 $\frac{3}{32}$ Gr.
19 "	21 "	7 $\frac{29}{32}$
7 "	23 "	9 $\frac{17}{32}$
1 "	20 "	10 $\frac{3}{32}$
10 "	14 "	9 —
86 "	3 "	— $\frac{1}{2}$

Sum. 32tel

32	80
Quot. 2 Gr.	R. $\frac{16}{32}$

Sum. Grän.

12	48
Quot. 4 Car.	0

Sum. Carat.

24	99
Quot. 4 ℔.	R. 3 Car.

Nämlich die Summe der 32tel Grän ist 80, solche in 32 dividiret, geben 2 Grän und $\frac{16}{32}$, welcher Bruch gekleinert in 16, kommet $\frac{1}{2}$, u. s. w. wie vorhin gelehret worden.

§. 428. Wenn ihr das obige Exempel §. 427. N°. 2 betrachtet, so könnet ihr wahrnehmen, daß die A nichts anders, als 18tel aus $\frac{1}{10}$ fl. sind, das ist, Brüche aus Brüchen (§. 395). Allein weil sie alle gleich große Einheiten sind, indem sie alle aus $\frac{1}{10}$ fl. genommen werden, so darf man nur ihre Zähler, wie bey einfachen Brüchen addiren.

§. 429. Wenn aber Brüche aus Brüchen zu addiren vorkommen, welche aus ungleichen Größen genommen sind, als z. E. wenn man $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{4}$; oder auch $\frac{1}{3}$, und $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{7}$ zusammen addiren soll; da ist es nöthig, daß man sie zuförderst zu einfachen Brüchen mache (§. 399 bis 402), alsdenn können die kommenden einfachen Brüche nach voriger Anweisung addiret werden.

Z. E. N°. 1. Man soll addiren $\frac{1}{3}$ oder in einfachen Brüchen $\frac{1}{3}$

$\frac{2}{3}$ $\frac{2}{7}$

$\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{14}$

Demnach bringet solche einfache Brüche unter gleiche Namen, und addiret alsdenn ihre kommende Zähler, kommen $\frac{13}{14}$ die begehrte Summe.

N°. 2. Zu addiren, 15 $\frac{3}{4}$ oder in einfachen Brüchen $\frac{3}{4}$

$8 + (\frac{1}{4}$ aus $\frac{3}{4})$ $\frac{3}{16}$

$27 + (\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ aus $\frac{3}{4})$ $\frac{1}{8}$

$43 + (\frac{1}{2}$ aus $\frac{2}{3}$ aus $4\frac{1}{8})$ $1\frac{1}{8}$

Sum. $95\frac{7}{16}$ thun $2\frac{7}{16}$

welche 2 zu den andern Ganzen genommen werden.

§. 430. Den Nutzen der nächst vorigen Lehre (§. 429) werdet ihr inskünftige finden. Indessen habe ich den Proceß der Addition von $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4\frac{1}{2}}$, als auch von $\frac{3}{4}+\frac{3}{16}+\frac{1}{8}+1\frac{3}{16}$ vorjetzo mit Fleiß hinweggelassen, weil selbiger nach der gemeinen Art allzu weitläuftig: da hingegen unten allererst gezeiget werden soll, wie man den kleinsten Generalnenner finden, und also die ungleichnamigen Brüche viel kürzer addiren kann.

Von

Von der Subtraction der Theile eines Ganzen, als auch der vermischten und mehrerley namigen Zahlen.

Die 34. Aufgabe.

§. 431. Die Brüche zu subtrahiren.

I. Wenn sie nicht vorhin schon einerley Nenner haben, so bringet sie unter gleiche Benennung (§. 408). Alsdenn

II. subtrahiret den Zähler des gegebenen Subtractoris von dem Zähler des gegebenen Subtrahendi, und schreibet bruchsweise unter den Rest, so einer bleibet, den gemeinen Nenner. Der Beweis hiervon ist ganz gleich dem Beweise der Addition (§. 425).

Z. E. N°. 1. Von $\frac{4}{7}$ zu subtrahiren $\frac{3}{7}$. So subtrahiret, weil die Nenner gleich sind nur, die Zähler.

Rest $\frac{1}{7}$

N°. 2. Von $\frac{2}{3}$ zu subtrahiren $\frac{3}{5}$. Diese Brüche bringet zuförderst unter gleiche Namen (§. 408), und setzet es auf die Art, wie §. 425 N°. 2 gezeiget worden. Ferner procediret, wie vorhin. Also:

$$\begin{array}{r|l} & 15 \\ \frac{2}{3} & 10 \\ \frac{3}{5} & 9 \\ \hline \text{Rest } \frac{1}{15} & \end{array}$$

§. 432. Weil die wirkliche Subtraction nicht anders geschehen kann, es sey denn, daß der Subtrahendus

größer

gröſſer oder wenigſtens doch ſo groß ſey, als der Subtractor (§. 134), ſo muß auch in Brüchen, wenn ein Bruch nur von einem Bruche zu ſubtrahiren gegeben wird, der Zähler des Subtrahendi, nachdem beyde Brüche unter gleicher Benennung ſtehen, gröſſer, oder doch ſo groß, als des Subtractoris Zähler ſeyn.

Die 35. Aufgabe.

§. 433. Einen Bruch von ſeinem Ganzen abzuziehen.

Subtrahiret den Zähler von dem Nenner, und ſetzet unter den Reſt bruchsweiſe eben denſelben Nenner.

Z. E. N°. 1. $\frac{3}{8}$ von 1 zu ſubtrahiren, ſaget: 3 von 8 bleiben 5. Hierunter ſetzet den Nenner 8, ſo habt ihr den verlangten Reſt $\frac{5}{8}$.

N°. 2. $\frac{17}{100}$ fl. von 1 fl., oder, ſo einerley, 17 gr von 1 fl. zu ſubtrahiren, Reſt $\frac{83}{100}$ fl. oder 13 gr.

Beweis.

Wenn der Zähler dem Nenner gleich iſt, ſo bedeutet der Bruch juſt das Ganze (§. 380), folgends fehlen an dem Bruch, deſſen Zähler weniger als der Nenner iſt, zum Ganzen noch ſo viel Theile, als der Zähler weniger Unitäten in ſich enthält weder der Nenner. Derowegen zeiget die Differenz zwiſchen dem Zähler und Nenner die reſtirenden Theile an, welche zum Ganzen noch fehlen.

Die 36. Aufgabe.

§. 434. Vermiſchte und mehrerley namige Zahlen, von einander zu ſubtrahiren.

I. Setzet dieſelbe (nach Anzeigung §. 84) ihren Namen gemäß ordentlich unter einander, und habt

Acht,

Acht, daß die Brüche, ſo ſich welche befinden, gleiche Namen haben, oder doch bekommen. Alsdenn

II. fanget zur Rechten bey den kleinſten Einheiten an (§. 133), und procediret, wie in der Subtraction der ganzen Zahlen angewieſen. Nur allein, weil hier öfters mehr oder weniger als 10 kleinere Einheiten auf eine nächſt größere Einheit gehen (§. 85), ſo iſt fürnemlich nur dasjenige zu merken, welches oben §. 136 ſchon erinnert worden.

Z. E. N°. 1.

Man ſubtrahire 276 fl. 23 ℔ von 534 fl. 27 ℔; oder, ſo einerley, 276 $\frac{23}{30}$ fl. von 534 $\frac{27}{30}$ fl.

Alſo:	fl.	℔.	oder	fl.	30tel
	534	27		534	27
	276	23		276	23
Reſt	258	4	Reſt	258	$\frac{4}{30}$

Nämlich ſubtrahiret 23 ℔ oder 30tel fl. von 27 ℔ oder 30tel fl., bleiben 4 ℔ oder 30tel fl.; desgleichen 276 ganze fl. von 534 ganzen fl. bleiben 258 ganze fl. Demnach iſt die verlangte Antwort 258 fl. 4 ℔ oder 258 $\frac{4}{30}$ fl.

N°. 2. Zu ſubtrahiren 47 fl. 21 ℔ von 123 fl. 6 ℔; oder, ſo einerley, 47 $\frac{21}{30}$ fl. von 123 $\frac{6}{30}$ fl.

Alſo:	fl.	℔.	oder	fl.	30tel fl.
	123	6		123	6
	47	21		47	21
Reſt	75	15	Reſt	75	$\frac{15}{30}$ fl., oder (gekleinert in 15) 75 $\frac{1}{2}$ fl.

Denn,

Denn, ob allhier die kleinere Einheiten des Subtractoris mehr sind, als in dem Subtrahendo, so hat es bey diesem Falle, da in dem Subtrahendo auch größere Einheiten folgen, nichts zu sagen, (§. 134), weil man 1 Ganzes aus den größern Einheiten nehmen, oder (nach gemeiner Redensart) borgen, und an selbigen die verlangte Subtraction verrichten kann, wie folget: Nämlich weil 21 von 6 nicht abgezogen werden können, so borget (wie sonst in der Subtraction, §. 126) einen ganzen fl. leget denselben zu den ₰ oder 30tel fl. allwo er 30 ausmachet, und subtrahiret alsdenn die 21 ₰ oder 30tel fl. von 30+6, das ist von 36 ₰ oder 30tel fl, so restiren 15 ₰ oder 30tel fl.

Nota. Diese Methode ist zwar ganz gleich der angewiesenen Subtraction §. 126, indem man die geborgte größere Einheit zu den kleinern leget, und an deren Summe die Subtraction verrichtet. Allein es ist bey den vermischten und mehrerley namigen Zahlen etwas bequemer, die kleinern Einheiten des Subtractoris sofort von der geborgten größern Einheit abzuziehen, und den Rest zu den kleinern Einheiten des Subtrahendi zu legen, weil auf solchr Weise die Rechnung an kleinern Zahlen, als nach jener Methode geschiehet. Demnach saget viel lieber: 21 ₰ oder 30tel fl. von dem geborgten 1 fl. lassen 9 ₰ oder 30tel fl. übrig, diese thun, sammt den vorhin stehenden 6 ₰ oder 30tel fl. 15 ₰ oder 30tel fl. Ferner setzet solche 15 ₰ oder 30tel fl. unter die Linie, und subtrahiret so dann die 47 ganze fl. zusammt den geborgten 1 fl. das ist 48 ganze fl. von den 123 ganzen fl. bleiben 75. Folgends ist der gesuchte Rest 75 fl. 15 ₰ oder $75\frac{15}{30}$ fl.

N°. 3.

N°. 3. Man subtrahire 697 fl. 21 ʒ 12 ₰, von 1234 fl. 12 ʒ 9 ₰. Also:

fl.	ʒ	₰	oder	fl.	30tel fl.	18tel aus $\frac{1}{30}$ fl.
1234	12	9		1234	12	9
697	21	12		697	21	12
536	20	15		536	$+\frac{20}{30}$ fl.	$+\frac{15}{18}$ aus $\frac{1}{30}$ fl.

Nämlich saget (weil 12 ₰ von 9 ₰ nicht können abgezogen werden): 12 von 1 ʒ oder vielmehr von 18 ₰, bleiben 6 ₰. Diese thun sammt den vorhin schon befindlichen 9 ₰, 15 ₰. Solche schreibet unter die Linie. Ferner saget: 22 ʒ (als die 21 und das geborgte 1) von 1 ganzen fl. weil es von 12 ʒ nicht abzuziehen ist), lassen 8 ʒ übrig. Solche machen sammt den vorhin stehenden 12 ʒ, 20 ʒ, die ihr abermal unter die Linie setzet. Endlich subtrahiret 698 ganze fl. (als die 697 + 1, das geborgt worden) von den 1234 ganzen fl. so habt ihr den verlangten Rest unter der Linie.

N°. 4. Zu subtrahiren $83\frac{9}{16}$ von $237\frac{3}{16}$. Weil die Nenner gleich sind, setzet es also:

	16tel
237	3
83	9
Rest 153	$\frac{10}{16}$, (oder gekleinert in 2) $153\frac{5}{8}$.

Nämlich saget (weil 9 von 3 nicht zu nehmen sind): 9 von 1 Ganzen, das ist von $\frac{16}{16}$ bleiben 7. Diese thun sammt den $\frac{3}{16}$, $\frac{10}{16}$. Ferner subtrahiret 84 (als 83+1, das geborget worden) von den 237, restiren 153.

N°. 5. Zu subtrahiren $146\frac{3}{4}$ von $400\frac{1}{2}$. Dieses setzet, weil die Nenner ungleich, nach Anweisung §. 431 N°. 2, also:

$400\frac{1}{2}$

15

400 3/5 | 9
146 4/5 | 10

Rest 253 14/15 :

Nämlich weil 10 von 9 nicht können abgezogen werden, so nehmet 10 von 1 Ganzen, das ist von 15/15, bleiben 5, diese thun sammt den vorhin befindlichen 9, 14/15. Ferner subtrahiret 147 von 400.

N°. 6. Von 127 ℔ 13 Loth 3 Qu. 2 7/16 ℞
zu subtrahiren 39 = 25 = 2 = 3 12/16

Rest 87 = 20 = — = 2 12/16, oder (gekleinert in 4) 3/4 ℞.

Nämlich saget: 12/16 ℞ von 1 ℞, lassen 4/16 ℞. Diese thun sammt 7/16, 12/16 ℞. Ferner spricht (an statt 3, nunmehr): 4 ℞ von 1 Qu. lassen nichts übrig. Derowegen setzet im Rest nur die vorhin schon befindliche 2 ℞. Weiter saget: 3 Qu. (an statt der 2 Qu.) von 3 Qu. lassen nichts übrig: 25 Loth von 1 ℔ lassen 7 Loth, welche sammt den 13 Loth 20 Loth ausmachen. Endlich nehmet 40 ℔ (an statt der 39 ℔) von 127 ℔, so habt ihr den gesuchten Rest unter der Linie.

12

N°. 7. Von fl. 384 = ℊ — = ℞ 9 3/4 | 8
zu subtrahiren 195 = 13 = 16 3/4 | 9

Rest 188 = 16 = 10 11/12

Nämlich, weil die Nenner ungleich, bringet sie unter gleiche Namen, subtrahiret so dann 9/12 von 8/12 nach voriger Anweisung, bleiben 11/12. Ferner saget: 17 ℞ (an statt der 16 ℞) von 1 ℊ (ohngeachtet, daß in dem Subtrahendo kein ℊ vorhanden) bleiben 1 + 9, das ist 10 ℞. Weiter sprechet: 14 ℊ (an statt der 13) von 1 fl. lassen

16 ℊ

16 ℊ übrig. Und weil keine ℊ mehr in dem Subtrahendo ſtehen, ſetzet nur ſolche 16 ℊ unter die Linie. Endlich ſubtrahiret 196 fl. (an ſtatt 195) von 384 fl.

N°. 8. Von 583 ℔ — Schott — Grän
zu ſubtrahiren 234 ″ — ″ 9¼
Reſt 348 ″ 23 ″ 2¼

Nämlich ſaget: ¼ Grän von 1 Grän, (ohngeachtet, daß weder Grän noch Schott in dem Subtrahendo ſtehen,) bleibt ¾ Grän. Ferner 10 Grän von 1 Schott, bleiben 2 Gr. Weiter 1 Schott (nämlich das geborgte, weil ſonſt in dem Subtractore keine Schott mehr vorhanden) von 1 ℔, bleiben 23 Schott. Endlich ſubtrahiret 235 ℔ von 583 ℔.

§. 435. Wenn in der Subtraction ſolche Brüche aus Brüchen vorkommen, wie oben bey der Addition (§. 429) gedacht worden, ſo werden dieſelben zu einfachen Brüchen gemacht.

Z. E. N°. 1. Von $\frac{2}{4}\frac{3}{5}$, d. i. in einfach. Brüchen, von $\frac{23}{45}$
zu ſubtrahiren $\frac{3}{5}$ aus $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{2}$ = $\frac{1}{45}$
Reſt $\frac{27}{45}$ oder $\frac{3}{5}$

N°. 2. Von 1 — das iſt, von 1
zu ſubtrahiren $\frac{1}{4}$ aus $\frac{3}{5}$ — zu ſubtrahiren $\frac{3}{20}$
Reſt $\frac{23}{20}$

N°. 3. Von 13 + ($\frac{1}{8}$ aus $\frac{2}{3}$) — das iſt, von $13\frac{5}{12}$ | 25
zu ſubtrahiren 7 + ($\frac{3}{4}$ aus $\frac{4}{5}$) — = 7 $\frac{3}{5}$ | 36
Reſt $5\frac{49}{60}$.

Von der Multiplication der Theile eines Ganzen, als auch der vermiſchten und mehrerley namigen Zahlen.

§. 436.

Bey der Multiplication in Brüchen, hat man 5 unterſchiedene Fälle, nämlich

1. zu multipliciren Brüche mit Brüchen.
2. Brüche mit Ganzen.
3. vermiſchte Zahlen mit Ganzen.
4. vermiſchte Zahlen mit Brüchen.
5. vermiſchte Zahlen mit vermiſchten Zahlen.

§. 437. Es können zwar alle dieſe 5 Fälle unter eine einzige allgemeine Regel gebracht werden (wie hernach gezeiget werden ſoll): Allein es kommen ſehr oft Exempel vor, welche weit kürzer, als nach dieſer allgemeinen Regel aufzulöſen ſind. Aus dieſer Urſache, wie auch deswegen, damit man von der Beſchaffenheit eines jeden Falles, einen deſto deutlichern Begriff erlangen möge, habe nöthig erachtet, dieſe gedachten 5 Fälle in eben ſo viel Aufgaben zu erklären, und was bey jedem zu thun ſey, anzuzeigen. Es laſſe ſich aber niemand abſchrecken, wenn eine Auflöſung, abſonderlich, wenn in ſelbiger Brüche, die ungleiche Nenner haben, zu addiren vorkommen, zuweilen etwas weitläuftig oder mühſam fallen dürfte; indem man mit denſelben ſich nur ſo lange zu behelfen hat, bis wir unten an die Practicam kommen werden, da alsdenn (wie ſchon §. 430 angemerkt) mehr als nur ein Vortheil gezeiget werden ſoll, wie derſelben Ausrechnung, wenn man nur erſtlich die Sache ſelbſt verſteht, öfters viel kürzer und bequemer anzuſtellen ſey.

Die

Die 37. Aufgabe.

§. 438. Einen Bruch mit einem Bruche zu multipliciren,

Multipliciret die Zähler, wie auch beſonders die Nenner mit einander, ſo formiren beyde Producte den Zähler und Nenner der verlangten Antwort. Und da dieſer Proceß ganz gleich iſt der Regel §. 399, ſo könnet ihr euch allhier auch des Verkleinerns bedienen, wie oben §. 400 und 401 angezeiget worden.

Z. E. N°. 1. $\frac{1}{3}$ mit $\frac{1}{4}$ zu multipliciren; iſt das Product $\frac{1}{12}$.

N°. 2. $\frac{3}{5}$ mit $\frac{7}{8}$ zu multipliciren. Antw. $\frac{21}{40}$.

N°. 3. $\frac{4}{8}$ mit $\frac{1}{4}$; ſtehet nach Anweiſung §. 401 alſo:

$$\frac{4}{8} \text{ mit } \frac{8}{4 \cdot 2} \text{ Antw. } \frac{1}{2}$$

Beweis.

Wenn ein Factor weniger als 1, nämlich ein Bruch iſt, ſo wird nicht der andere ganze Factor, ſondern nur ein Theil oder Stück deſſelben verlanget (§. 277). Derowegen iſt (z. E.) $\frac{1}{3}$ mit $\frac{1}{4}$ zu multipliciren, nichts anders, als den dritten Theil aus $\frac{1}{4}$ zu nehmen; und eben deswegen gilt es gleich viel, ob man ſaget: $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$, oder $\frac{1}{3}$ mal $\frac{1}{4}$ (§. 396). Folgends iſt auch die Regel dieſer Multiplication ganz gleich der Regel von Brüchen aus Brüchen, wenn ſie zu einfachen Brüchen gemacht werden.

§. 439. Noch andere Exempel zur Uebung.

N°. 1. Zu multipliciren $\frac{11}{10}$ mit $\frac{7}{10}$. Antw. $\frac{77}{100}$.

N°. 2. Man multiplicire $\frac{3}{4}$ mit $\frac{6}{7}$. Dieſes ſtehet alſo:

$$\frac{3}{4 \cdot 2} \text{ mit } \frac{6 \cdot 3}{7} \text{ Antw. } \frac{9}{14}$$

N°. 3. Zu multipliciren $\frac{3}{8}$ mit $\frac{4}{3}$. Dieſes ſtehet alſo:

$\frac{3}{8.4}$ mit $\frac{4}{3}$ Antw. $\frac{1}{4}$

N°. 4. Zu multipliciren $\frac{4}{3}$ mit $\frac{5}{8}$. Dieſes ſtehet alſo:

$\frac{4}{3}$ mit $\frac{5}{8.4}$ Antw. $\frac{5}{12}$

§. 440. Hieraus folget, wenn ein Bruch mit einem andern multipliciret wird, daß die Antwort allezeit weniger als jeder der gegebenen Brüche ſeyn müſſe.

Z. E. $\frac{3}{4}$ mit $\frac{1}{2}$ zu multipliciren, kommen zur Antwort $\frac{3}{4.2}$, das iſt ein ſolcher Bruch, der weniger als $\frac{2}{4}$, auch weniger als $\frac{1}{2}$ iſt; indem jeder Factor nicht den andern ganzen Factorem, ſondern nur ein Stück oder Theil deſſelben verlanget (§. 277).

§. 441. Es wollen zwar einige dahero erinnern, daß das Wort multipliciren, das iſt vielfältigen oder vermehren, ſich allhier nicht wohl ſchicke; ſintemal in dem Facto allezeit weniger und nicht mehr heraus kommt: Allein es mag darüber critiſiren, wer da will, ſo erachte doch unnöthig, uns um ſolches Wortgetänze viel zu bekümmern.

Die 38. Aufgabe.

§. 442. Einen Bruch mit einer ganzen Zahl, oder ſo einerley (§. 148): Eine ganze Zahl mit einem Bruche zu multipliciren.

I. Multipliciret den Zähler des Bruchs mit der ganzen Zahl, und ſetzet unter das Product des Bruchs Nenner.

II. Iſt aber das gedachte Product gröſſer als der Nenner, ſo machet daſſelbe (daferne ihr es nicht lieber alſo, wie es iſt, laſſen wollet) durch die Diviſion in den Nenner, zu Ganzen.

Z. E.

Z. E. N°. 1. $\frac{6}{7}$ mit 3, oder 3 mit $\frac{6}{7}$ zu multipliciren. So ſaget: 2 mal 3 iſt 6. Hierunter ſetzet den Nenner 7, ſo habt ihr die verlangte Antwort $\frac{6}{7}$.

N°. 2. $\frac{11}{30}$ mit 7, oder 7 mit $\frac{11}{30}$ zu multipliciren, iſt die Antwort, wie vorhin gezeiget, $\frac{77}{30}$; allein weil 30 in 77, 2 mal iſt, ſo betragen die $\frac{77}{30}$ ſo viel, als 2 $\frac{17}{30}$.

Beweis.

Dieſen Beweis kann man gleich dem vorigen §. 438 geben. Denn wenn man (z. E.) 3 mit $\frac{2}{7}$ multipliciret, ſo werden nicht die ganzen 3, ſondern nur ein Stück, nämlich $\frac{2}{7}$, aus 3 verlanget. Demnach iſt die Regel nothwendig gleich der Regel §. 416; indem es gleich viel gilt, ob man ſaget: 3 mit $\frac{2}{7}$ zu multipliciren, oder $\frac{2}{7}$ aus 3 zu reſolviren (§. 396).

Oder es kann allhier der Beweis, gleichwie bey der Addition (§. 425) gegeben werden. Denn da der Nenner des Bruchs nur der bloße Name von dem Zähler iſt (§. 77), ſo geſchiehet allerdings die Multiplication, wenn man den Zähler (2), das iſt, die gegebene Anzahl der Einheiten (ſie ſeyn benamt, wie ſie immer wollen) ſo vielmal zuſammen nimmt, als der andere Factor (3) Unitäten hat.

§. 443. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. Zu multipliciren 100 mit $\frac{2}{3}$. Antwort $\frac{200}{3}$, oder $66\frac{2}{3}$ (wie §. 416.)

N°. 2. 16 mit $\frac{3}{4}$ zu multipliciren. Antwort $\frac{48}{4}$. oder 12. Oder ihr dürfet allhier, weil die 16 in 4 aufgehen, erſtlich die Diviſion, und hernach die Multiplication verrichten, nämlich ſaget: $\frac{1}{4}$ mal (oder aus) 16 iſt 4, dieſe 4, 3 mal genommen, kommen 12 (wie ibid. zu erſehen).

N°. 3. Zu multipliciren $\frac{4}{5}$ mit 13. Antwort $\frac{52}{5}$, oder $8\frac{2}{5}$.

N°. 4. $\frac{7}{10}$ mit 23 zu multipliciren. Antw. $\frac{161}{10}$, oder $5\frac{1}{10}$.
N°. 5. $\frac{7}{8}$ mit 5. Antw. $\frac{35}{8}$, oder $4\frac{3}{8}$.
N°. 6. 83 mit $\frac{25}{32}$ zu multipliciren. Also:

	83 mit 25
in 32	2075
Antw. $64\frac{27}{32}$	15.
	27

§. 444. Wenn demnach ein Bruch mit so viel zu multipliciren ist, als der Nenner Unitäten hat, so muß das Product just so viele ganze Einheiten seyn, als der Zähler Unitäten hat.

Z. E. $\frac{2}{7}$ mit 7, oder 7 mit $\frac{2}{7}$ multipliciret, geben in dem Product 2 Ganze. Denn vermöge voriger Regel (§. 442) müßte man den Zähler (2) mit der ganzen Zahl (7) multipliciren, und das Product wiederum in den Nenner (7) dividiren. Da aber der Divisor gleich ist dem vorigen Factori der geschehenen Multiplication, so muß in dem Quotienten nothwendig der Zähler (2), als der andere Factor aus der Multiplication, wiederum heraus kommen (§. 267).

§. 445. Derowegen, wenn man einen Bruch mit so viel, als sein Nenner ist, multipliciren will, so darf man den Nenner nur hinwegstreichen oder fahren lassen, und den Zähler als eine ganze Zahl ansehen.

Z. E. N°. 1. $\frac{17}{17}$ mit 30 zu multipliciren. Antwort (ohne Berechnung) 17.

N°. 2. $\frac{23}{24}$ mit 24 zu multipliciren. Antw. 23.

§. 446. Also folget auch, wenn eine Zahl mit einem solchen Bruche zu multipliciren, dessen Zähler 1 ist, so nicht multipliciren kann, daß man solche Zahl nur durch den Nenner dividiren darf.

Z. E. 25 mit $\frac{1}{3}$ zu multipliciren; so dividiret 25 in 3, kommt das verlangte Product $8\frac{1}{3}$. §. 447.

§. 447. Eben aus dieſer Urſache benenne ich in der Multiplication diejenigen Brüche bequeme Brüche, welche in dem Zähler nur 1 haben, als $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ ꝛc.; und zwar inſonderheit, wenn auch der Renner nur eine einzelne Ziffer, als in welche leicht und bequem zu dividiren iſt.

Die 39. Aufgabe.

§. 448. Eine vermiſchte Zahl, mit einer ganzen, oder eine ganze Zahl mit einer vermiſchten zu multipliciren.

I. Fanget die Multiplication zur Rechten bey den kleinſten Einheiten von der vermiſchten Zahl an (§. 186), das iſt, bey dem Bruche, und multipliciret ſolchen (nach Anzeigung §. 442) mit der gegebenen ganzen Zahl. Dieſes Product ſchreibet unter eine gezogene Linie, oder, daferne ſolches Product eine oder mehr ganze Unitäten in ſich enthält, ſo machet es zu Ganzen, und ſchreibet unter die Linie nur dasjenige, was übrig bleibet, und kein Ganzes beträgt. Die Ganzen aber behaltet zu dem folgenden Product der Ganzen. Alsdenn

II. multipliciret auch die in der vermiſchten Zahl gegebenen Ganzen mit der gegebenen ganzen Zahl, und zählet zu dem kommenden Product die aus dem vorigen Producte behaltenen Ganzen (wenn einige behalten worden); ſo erlanget ihr das geſuchte Haupt-Product.

Es iſt demnach die Ordnung dieſes Proceſſes eben alſo, wie in der Multiplication bey ganzen Zahlen. Nur allein, weil hier öfters auch mehr oder minder, als 10 kleinere Einheiten, auf eine größere Einheit gehen, ſo hat man inſonderheit nur dasjenige zu merken, das oben §. 187 ſchon erinnert worden.

Z. E. N°. 1. Man ſollte multipliciren $13\frac{3}{8}$ mit 7, oder 7 mit $13\frac{3}{8}$. Dieſes ſtehet alſo:

$13\frac{3}{8}$ mit 7

Prod. $95\frac{3}{8}$.

Nämlich ſaget: 7 mal $\frac{3}{8}$ geben $\frac{21}{8}$. Dieſe thun (welches leichtlich im Kopfe zu berechnen) $4\frac{5}{8}$. Demnach ſetzet unter die Linie $\frac{5}{8}$ und behaltet die 4 Ganzen zu dem folgenden Product der Ganzen. Hierauf multipliciret die 13 mit 7, und zählet die behaltenen 4 ſo fort darzu, kommen 95. Derowegen iſt das verlangte Hauptproduct $95\frac{5}{8}$.

N°. 2. $23\frac{1}{30}$ mit 7 zu multipliciren.

Antw. $163\frac{7}{30}$.

Nämlich 7 mal $\frac{1}{30}$ geben $\frac{7}{30}$, dieſe thun $2\frac{7}{30}$. Derowegen ſetzet unter die Linie $\frac{7}{30}$. Ferner multipliciret die 23 mit 7, und zählet die vorigen 2 darzu, ſo habt ihr die Antwort $163\frac{7}{30}$.

N°. 3. $9\frac{1}{12}$ mit 3 zu multipliciren.

Antw. $27\frac{1}{4}$.

Nämlich 3 mal $\frac{1}{12}$ geben $\frac{3}{12}$, welches in 3 gekleinert, kommet $\frac{1}{4}$. Ferner ſaget: 3 mal 9 geben 27.

N°. 4. Zu multipliciren $11\frac{3}{4}$ mit 4.

Antw. 47.

Nämlich multipliciret nur die 11 mit 4, und nehmet den Zähler 3 (§. 445) darzu, ſo kommet das geſuchte Product 47.

Nota. Es iſt demnach die Ausrechnung dieſes Exempels ganz gleich dem obigen Proceß, als wenn man die $11\frac{3}{4}$ einzurichten ſagte (§. 407). Nur allein iſt der Unterſcheid, daß hier die kommenden 47, Ganze bedeuten; da ſie aber dorten noch 4tel heißen.

Und

Und so ist es auch mit allen dergleichen andern Exempeln beschaffen, da man eine vermischte Zahl, mit so viel als der Nenner ist, multipliciren will.

N°. 5. $327\frac{8}{45}$ mit 8 zu multipliciren. | 45 | 224
Quot. 4. R. 44

Antw. $2620\frac{4}{45}$.

Nämlich multipliciret die $\frac{8}{45}$ mit 8, und zwar, weil diese Zahlen groß, und die Ausrechnung nicht so leicht, als bey den vorigen Exempeln, aus dem Kopfe geschehen mag, so notiret das kommende Product aus 8 mal 28, nämlich die 224, wie vorhin zu ersehen, beyseite, und dividiret solches in den Nenner 45, so kommen $4\frac{44}{45}$. Ferner procediret, wie gelehret worden, nämlich setzet die $\frac{44}{45}$ unter die Linie, und die 4 Ganzen zählet zu dem Product der Ganzen.

N°. 6. Zu multipliciren $194\frac{3}{4}$ mit 100. | 4 | 300
Quot. 75 | 0

Antw. 19475.

Allhier sind die 100 mal $\frac{3}{4}$ beyseite, wie nächst vorhin, berechnet worden. Ihr könnet solches aber kürzer, auch wohl gar leicht aus dem Kopfe verrichten, nämlich saget (wie schon §. 438. N°. 2. erinnert): $\frac{1}{4}$ aus (oder mal) 100 ist 25. Diese 3 mal, kommen 75, welche dem Product aus 100 mal 194 beygeleget werden.

N°. 7. 1000 mit $487\frac{1}{4}$ zu multipliciren.

Antw. 487250.

Denn $\frac{1}{4}$ aus (oder mal) 1000, ist 250, diese zu 1000 mal 487 geleget, kommen 487250.

N°. 8. $547\frac{2}{72}$ mit 83 zu multipl. | 32 | 2075
Quot. 64 | 15
Rest 27

Also: 1641
4376
Pr. $45465\frac{7}{72}$

15

400 $\frac{3}{5}$ | 9
146 $\frac{2}{3}$ | 10

Rest 253 $\frac{14}{15}$.

Nämlich weil 10 von 9 nicht können abgezogen werden, so nehmet 10 von 1 Ganzen, das ist von $\frac{15}{15}$, bleiben 5, diese thun sammt den vorhin befindlichen 9, $\frac{14}{15}$. Ferner subtrahiret 147 von 400.

N°. 6. Von 127 ℔ 13 Loth 3 Qu. $2\frac{7}{16}$ ℞
zu subtrahiren 39 = 25 = 2 = $3\frac{12}{16}$

Rest 87 = 20 = — = $2\frac{12}{16}$, oder (gekleinert in 4) $\frac{3}{4}$ ℞.

Nämlich saget: $\frac{12}{16}$ ℞ von 1 ℞, lassen $\frac{4}{16}$ ℞. Diese thun sammt $\frac{7}{16}$, $\frac{11}{16}$ ℞. Ferner spricht (an statt 3, nunmehr): 4 ℞ von 1 Qu. lassen nichts übrig. Derowegen setzet im Rest nur die vorhin schon befindliche 2 ℞. Weiter saget: 3 Qu. (an statt der 2 Qu.) von 3 Qu. lassen nichts übrig: 25 Loth von 1 ℔ lassen 7 Loth, welche sammt den 13 Loth 20 Loth ausmachen. Endlich nehmet 40 ℔ (an statt der 39 ℔) von 127 ℔, so habt ihr den gesuchten Rest unter der Linie.

12

N°. 7. Von fl. 384 = ʒ — = ℞ 9 $\frac{3}{4}$ | 8
zu subtrahiren 195 = 13 = 16 $\frac{3}{4}$ | 9

Rest 188 = 16 = 10 $\frac{11}{12}$

Nämlich, weil die Nenner ungleich, bringet sie unter gleiche Namen, subtrahiret so dann $\frac{9}{12}$ von $\frac{8}{12}$ nach voriger Anweisung, bleiben $\frac{11}{12}$. Ferner saget: 17 ℞ (an statt der 16 ℞) von 1 ʒ (ohngeachtet, daß in dem Subtrahendo kein ʒ vorhanden) bleiben 1 + 9, das ist 10 ℞. Weiter sprechet: 14 ʒ (an statt der 13) von 1 fl. lassen

16 ʒ

16 ℊ übrig. Und weil keine ℊ mehr in dem Subtrahendo ſtehen, ſetzet nur ſolche 16 ℊ unter die Linie. Endlich ſubtrahiret 196 fl. (an ſtatt 195) von 384 fl.

N°. 8. Von 583 ℔ — Schott — Grän
zu ſubtrahiren 234 ″ — ″ 9¼
Reſt 348 ″ 23 ″ 2¼

Nämlich ſaget: ¼ Grän von 1 Grän, (ohngeachtet, daß weder Grän noch Schott in dem Subtrahendo ſtehen,) bleibt ¼ Grän. Ferner 10 Grän von 1 Schott, bleiben 2 Gr. Weiter 1 Schott (nämlich das geborgte, weil ſonſt in dem Subtractore keine Schott mehr vorhanden) von 1 ℔, bleiben 23 Schott. Endlich ſubtrahiret 235 ℔ von 583 ℔.

§. 435. Wenn in der Subtraction ſolche Brüche aus Brüchen vorkommen, wie oben bey der Addition (§. 429) gedacht worden, ſo werden dieſelben zu einfachen Brüchen gemacht.

Z. E. N°. 1. Von 2 2/4 5, d. i. in einfach. Brüchen, von 2 2/4 5
zu ſubtrahiren 2/3 aus 1/2 aus 1/2 = 7/4 5
Reſt 8 7/4 5 oder 3/8

N°. 2. Von 1 das iſt, von 1
zu ſubtrahiren 1/4 aus 5/6 zu ſubtrahiren 5/24
Reſt 23/24

N°. 3. Von 13 + (1/8 aus 1/2) das iſt, von 13 1/12 | 25
zu ſubtrahiren 7 + (3/4 aus 2/3) = 7 3/5 | 36
Reſt 5 42/60.

Von der Multiplication der Theile eines Ganzen, als auch der vermiſchten und mehrerley namigen Zahlen.

§. 436.

Bey der Multiplication in Brüchen, hat man 5 unterſchiedene Fälle, nämlich

1. zu multipliciren Brüche mit Brüchen.
2. Brüche mit Ganzen.
3. vermiſchte Zahlen mit Ganzen.
4. vermiſchte Zahlen mit Brüchen.
5. vermiſchte Zahlen mit vermiſchten Zahlen.

§. 437. Es können zwar alle dieſe 5 Fälle unter eine einzige allgemeine Regel gebracht werden (wie hernach gezeiget werden ſoll): Allein es kommen ſehr oft Exempel vor, welche weit kürzer, als nach dieſer allgemeinen Regel aufzulöſen ſind. Aus dieſer Urſache, wie auch deswegen, damit man von der Beſchaffenheit eines jeden Falles, einen deſto deutlichern Begriff erlangen möge, habe nöthig erachtet, dieſe gedachten 5 Fälle in eben ſo viel Aufgaben zu erklären, und was bey jedem zu thun ſey, anzuzeigen. Es laſſe ſich aber niemand abſchrecken, wenn eine Auflöſung, abſonderlich, wenn in ſelbiger Brüche, die ungleiche Nenner haben, zu addiren vorkommen, zuweilen etwas weitläuftig oder mühſam fallen dürfte; indem man mit denſelben ſich nur ſo lange zu behelfen hat, bis wir unten an die Practicam kommen werden, da alsdenn (wie ſchon §. 430 angemerkt) mehr als nur ein Vortheil gezeiget werden ſoll, wie derſelben Ausrechnung, wenn man nur erſtlich die Sache ſelbſt verſteht, öfters viel kürzer und bequemer anzuſtellen ſey.

Die

Die 37. Aufgabe.

§. 438. Einen Bruch mit einem Bruche zu multipliciren,

Multipliciret die Zähler, wie auch beſonders die Nenner mit einander, ſo formiren beyde Producte den Zähler und Nenner der verlangten Antwort. Und da dieſer Proceß ganz gleich iſt der Regel §. 399, ſo könnet ihr euch allhier auch des Verkleinerns bedienen, wie oben §. 400 und 401 angezeiget worden.

Z. E. N°. 1. $\frac{1}{3}$ mit $\frac{1}{4}$ zu multipliciren; iſt das Product $\frac{1}{12}$.

N°. 2. $\frac{3}{5}$ mit $\frac{7}{8}$ zu multipliciren. Antw. $\frac{21}{40}$.

N°. 3. $\frac{2}{8}$ mit $\frac{1}{4}$; ſtehet nach Anweiſung §. 401 alſo:

$$\frac{2}{8} \text{ mit } \frac{8}{4.2} \text{ Antw. } \frac{1}{2}$$

Beweis.

Wenn ein Factor weniger als 1, nämlich ein Bruch iſt, ſo wird nicht der andere ganze Factor, ſondern nur ein Theil oder Stück deſſelben verlanget (§. 277). Derowegen iſt (z. E.) $\frac{1}{3}$ mit $\frac{1}{4}$ zu multipliciren, nichts anders, als den dritten Theil aus $\frac{1}{4}$ zu nehmen; und eben deswegen gilt es gleich viel, ob man ſaget: $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$, oder $\frac{1}{3}$ mal $\frac{1}{4}$ (§. 396). Folgends iſt auch die Regel dieſer Multiplication ganz gleich der Regel von Brüchen aus Brüchen, wenn ſie zu einfachen Brüchen gemacht werden.

§. 439. Noch andere Exempel zur Uebung.

N°. 1. Zu multipliciren $\frac{11}{10}$ mit $\frac{7}{10}$. Antw. $\frac{77}{100}$.

N°. 2. Man multiplicire $\frac{3}{4}$ mit $\frac{9}{7}$. Dieſes ſtehet alſo:

$$\frac{3}{4.2} \text{ mit } \frac{9.3}{7} \text{ Antw. } \frac{9}{14}$$

N°. 3. Zu multipliciren $\frac{3}{8}$ mit $\frac{2}{3}$. Dieſes ſtehet alſo:

$\frac{3}{8}$ mit $\frac{2}{3}$ Antw. $\frac{1}{4}$

8.4 3 4

N°. 4. Zu multipliciren $\frac{2}{3}$ mit $\frac{5}{8}$. Dieſes ſtehet alſo:

$\frac{2}{3}$ mit $\frac{5}{8}$ Antw. $\frac{5}{12}$

§. 440. Hieraus folget, wenn ein Bruch mit einem andern multipliciret wird, daß die Antwort allezeit weniger als jeder der gegebenen Brüche ſeyn müſſe.

Z. E. $\frac{1}{3}$ mit $\frac{1}{7}$ zu multipliciren, kommen zur Antwort $\frac{1}{21}$, das iſt ein ſolcher Bruch, der weniger als $\frac{1}{7}$, auch weniger als $\frac{1}{3}$ iſt; indem jeder Factor nicht den andern ganzen Factorem, ſondern nur ein Stück oder Theil deſſelben verlanget (§. 277).

§. 441. Es wollen zwar einige dahero erinnern, daß das Wort multipliciren, das iſt vielfältigen oder vermehren, ſich allhier nicht wohl ſchicke; ſintemal in dem Facto allezeit weniger und nicht mehr heraus kommt: Allein es mag darüber critiſiren, wer da will, ſo erachte doch unnöthig, uns um ſolches Wortgekänze viel zu bekümmern.

Die 38. Aufgabe.

§. 442. **Einen Bruch mit einer ganzen Zahl, oder ſo einerley (§. 148): Eine ganze Zahl mit einem Bruche zu multipliciren.**

I. Multipliciret den Zähler des Bruchs mit der ganzen Zahl, und ſetzet unter das Product des Bruchs Nenner.

II. Iſt aber das gedachte Product gröſſer als der Nenner, ſo machet daſſelbe (daferne ihr es nicht lieber alſo, wie es iſt, laſſen wollet) durch die Diviſion in den Nenner, zu Ganzen.

Z. E.

Z. E. N°. 1. $\frac{1}{7}$ mit 3, oder 3 mit $\frac{1}{7}$ zu multipliciren. So ſaget: 2 mal 3 iſt 6. Hierunter ſetzet den Nenner 7, ſo habt ihr die verlangte Antwort $\frac{6}{7}$.

N°. 2. $\frac{11}{30}$ mit 7, oder 7 mit $\frac{11}{30}$ zu multipliciren, iſt die Antwort, wie vorhin gezeiget, $\frac{77}{30}$; allein weil 30 in 77, 2 mal iſt, ſo betragen die $\frac{77}{30}$ ſo viel, als $2\frac{17}{30}$.

Beweis.

Dieſen Beweis kann man gleich dem vorigen §. 438 geben. Denn wenn man (z. E.) 3 mit $\frac{1}{7}$ multipliciret, ſo werden nicht die ganzen 3, ſondern nur ein Stück, nämlich $\frac{3}{7}$, aus 3 verlanget. Demnach iſt die Regel nothwendig gleich der Regel §. 416; indem es gleich viel gilt, ob man ſaget: 3 mit $\frac{1}{7}$ zu multipliciren, oder $\frac{3}{7}$ aus 3 zu reſolviren (§. 396).

Oder es kann allhier der Beweis, gleichwie bey der Addition (§. 425) gegeben werden. Denn da der Nenner des Bruchs nur der bloße Name von dem Zähler iſt (§. 77), ſo geſchiehet allerdings die Multiplication, wenn man den Zähler (2), das iſt, die gegebene Anzahl der Einheiten (ſie ſeyn benamt, wie ſie immer wollen) ſo vielmal zuſammen nimmt, als der andere Factor (3) Unitäten hat.

§. 443. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. Zu multipliciren 100 mit $\frac{2}{3}$. Antwort $\frac{200}{3}$, oder $66\frac{2}{3}$ (wie §. 416.)

N°. 2. 16 mit $\frac{3}{4}$ zu multipliciren. Antwort $\frac{48}{4}$. oder 12. Oder ihr dürfet allhier, weil die 16 in 4 aufgehen, erſtlich die Diviſion, und hernach die Multiplication verrichten, nämlich ſaget: $\frac{1}{4}$ mal (oder aus) 16 iſt 4, dieſe 4, 3 mal genommen, kommen 12 (wie ibid. zu erſehen).

N°. 3. Zu multipliciren $\frac{2}{5}$ mit 13. Antwort $\frac{26}{5}$, oder $8\frac{2}{5}$.

N°. 4. $\frac{7}{30}$ mit 23 zu multipliciren. Antw. $\frac{161}{30}$, oder $5\frac{11}{30}$.
N°. 5. $\frac{3}{8}$ mit 5. Antw. $\frac{15}{8}$, oder $4\frac{3}{8}$.
N°. 6. 83 mit $\frac{27}{32}$ zu multipliciren. Also:

	83 mit 25
in 32	2075
Antw. $64\frac{27}{32}$	15.
	27

§. 444. Wenn demnach ein Bruch mit so viel zu multipliciren ist, als der Nenner Unitäten hat, so muß das Product just so viele ganze Einheiten seyn, als der Zähler Unitäten hat.

Z. E. $\frac{2}{7}$ mit 7, oder 7 mit $\frac{2}{7}$ multipliciret, geben in dem Product 2 Ganze. Denn vermöge voriger Regel (§. 442) müßte man den Zähler (2) mit der ganzen Zahl (7) multipliciren, und das Product wiederum in den Nenner (7) dividiren. Da aber der Divisor gleich ist dem vorigen Factori der geschehenen Multiplication, so muß in dem Quotienten nothwendig der Zähler (2), als der andere Factor aus der Multiplication, wiederum heraus kommen (§. 267).

§. 445. Derowegen, wenn man einen Bruch mit so viel, als sein Nenner ist, multipliciren will, so darf man den Nenner nur hinwegstreichen oder fahren lassen, und den Zähler als eine ganze Zahl ansehen.

Z. E. N°. 1. $\frac{17}{30}$ mit 30 zu multipliciren. Antwort (ohne Berechnung) 17.

N°. 2. $\frac{23}{24}$ mit 24 zu multipliciren. Antw. 23.

§. 446. Also folget auch, wenn eine Zahl mit einem solchen Bruche zu multipliciren, dessen Zähler 1 ist, so nicht multipliciren kann, daß man solche Zahl nur durch den Nenner dividiren darf.

Z. E. 25 mit $\frac{1}{3}$ zu multipliciren; so dividiret 25 in 3, kommt das verlangte Product $8\frac{1}{3}$. §. 447.

§. 447. Eben aus dieſer Urſache benenne ich in der Multiplication diejenigen Brüche bequeme Brüche, welche in dem Zähler nur 1 haben, als $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ ꝛc.; und zwar inſonderheit, wenn auch der Nenner nur eine einzelne Ziffer, als in welche leicht und bequem zu dividiren iſt.

Die 39. Aufgabe.

§. 448. Eine vermiſchte Zahl, mit einer ganzen, oder eine ganze Zahl mit einer vermiſchten zu multipliciren.

I. Fanget die Multiplication zur Rechten bey den kleinſten Einheiten von der vermiſchten Zahl an (§. 186), das iſt, bey dem Bruche, und multipliciret ſolchen (nach Anzeigung §. 442) mit der gegebenen ganzen Zahl. Dieſes Product ſchreibet unter eine gezogene Linie, oder, daferne ſolches Product eine oder mehr ganze Unitäten in ſich enthält, ſo machet es zu Ganzen, und ſchreibet unter die Linie nur dasjenige, was übrig bleibet, und kein Ganzes beträgt. Die Ganzen aber behaltet zu dem folgenden Product der Ganzen. Alsdenn

II. multipliciret auch die in der vermiſchten Zahl gegebenen Ganzen mit der gegebenen ganzen Zahl, und zählet zu dem kommenden Product die aus dem vorigen Producte behaltenen Ganzen (wenn einige behalten worden); ſo erlanget ihr das geſuchte Haupt-Product.

Es iſt demnach die Ordnung dieſes Proceſſes eben alſo, wie in der Multiplication bey ganzen Zahlen. Nur allein, weil hier öfters auch mehr oder minder, als 10 kleinere Einheiten, auf eine größere Einheit gehen, ſo hat man inſonderheit nur dasjenige zu merken, das oben §. 187 ſchon erinnert worden.

Z. E. N°. 1. Man sollte multipliciren $13\frac{3}{8}$ mit 7, oder 7 mit $13\frac{3}{8}$. Dieses stehet also:

$13\frac{3}{8}$ mit 7

Prod. $95\frac{3}{8}$.

Nämlich saget: 7 mal $\frac{3}{8}$ geben $2\frac{1}{8}$. Diese thun (welches leichtlich im Kopfe zu berechnen) $4\frac{3}{8}$. Demnach setzet unter die Linie $\frac{3}{8}$ und behaltet die 4 Ganzen zu dem folgenden Product der Ganzen. Hierauf multipliciret die 13 mit 7, und zählet die behaltenen 4 sofort darzu, kommen 95. Derowegen ist das verlangte Hauptproduct $95\frac{3}{8}$.

N°. 2. $23\frac{1}{30}$ mit 7 zu multipliciren.

Antw. $163\frac{7}{30}$.

Nämlich 7 mal $\frac{1}{30}$ geben $\frac{7}{30}$, diese thun $2\frac{7}{30}$. Derowegen setzet unter die Linie $\frac{7}{30}$. Ferner multipliciret die 23 mit 7, und zählet die vorigen 2 darzu, so habt ihr die Antwort $163\frac{7}{30}$.

N°. 3. $9\frac{1}{12}$ mit 3 zu multipliciren.

Antw. $27\frac{1}{4}$.

Nämlich 3 mal $\frac{1}{12}$ geben $\frac{3}{12}$, welches in 3 gekleinert, kommet $\frac{1}{4}$. Ferner saget: 3 mal 9 geben 27.

N°. 4. Zu multipliciren $11\frac{3}{4}$ mit 4.

Antw. 47.

Nämlich multipliciret nur die 11 mit 4, und nehmet den Zähler 3 (§. 445) darzu, so kommet das gesuchte Product 47.

Nota. Es ist demnach die Ausrechnung dieses Exempels ganz gleich dem obigen Proceß, als wenn man die $11\frac{3}{4}$ einzurichten sagte (§. 407). Nur allein ist der Unterscheid, daß hier die kommenden 47, Ganze bedeuten; da sie aber dorten noch 4tel heißen.

Und

Und so ist es auch mit allen dergleichen andern Exempeln beschaffen, da man eine vermischte Zahl, mit so viel als der Nenner ist, multipliciren will.

N°. 5. $327\frac{8}{45}$ mit 8 zu multipliciren.

Antw. $2620\frac{44}{45}$.

45 | 224
Quot. 4. R. 44

Nämlich multipliciret die $\frac{8}{45}$ mit 8, und zwar, weil diese Zahlen groß, und die Ausrechnung nicht so leicht, als bey den vorigen Exempeln, aus dem Kopfe geschehen mag, so notiret das kommende Product aus 8 mal 28, nämlich die 224, wie vorhin zu ersehen, beyseite, und dividiret solches in den Nenner 45, so kommen $4\frac{44}{45}$. Ferner procediret, wie gelehret worden, nämlich setzet die $\frac{44}{45}$ unter die Linie, und die 4 Ganzen zählet zu dem Product der Ganzen.

N°. 6. Zu multipliciren $194\frac{3}{4}$ mit 100.

Antw. 19475.

4 | 300
Quot. 75 | 0

Allhier sind die 100 mal $\frac{3}{4}$ beyseite, wie nächst vorhin, berechnet worden. Ihr könnet solches aber kürzer, auch wohl gar leicht aus dem Kopfe verrichten, nämlich saget (wie schon §. 438. N°. 2. erinnert): $\frac{1}{4}$ aus (oder mal) 100 ist 25. Diese 3 mal, kommen 75, welche dem Product aus 100 mal 194 beygeleget werden.

N°. 7. 1000 mit $487\frac{1}{4}$ zu multipliciren.

Antw. 487250.

Denn $\frac{1}{4}$ aus (oder mal) 1000, ist 250, diese zu 1000 mal 487 geleget, kommen 487250.

N°. 8. $547\frac{31}{32}$ mit 83 zu multipl.

Also: 1641
4376
Pr. $45465\frac{7}{32}$

32 | 2075
Quot. 64 | 15
Rest 27

Nämlich multipliciret beyseite die 83 mit 25, und dividiret das Product 2075 in 32. Alsdenn multipliciret die 547 mit 83, und nehmet (§. 191) das vorige Product $64\frac{7}{32}$ darzu, so kommt die gesuchte Antwort.

N°. 9. $639\frac{5}{16}$ mit 184 zu multipl.

Also:
5112
2556
Prod. $117702\frac{1}{2}$

16 | 2024
Quot. 126 | 4..
10.
$\frac{8}{16}$

Dieser Proceß ist gleich dem vorigen in N°. 8. Nur daß allhier die Multiplication nach Anzeigung §. 174 geschehen.

N°. 10. $65\frac{1}{24}$ mit 2347 zu multipl.

Also:
11735
14082
Prod. $154413\frac{1}{24}$.

2347.
21123
24 | 44593
Q. 1858 | 20...
13..
19.
Rest 1

Dieser Proceß ist abermal dem vorigen gleich, außer allein, daß hier, Bequemlichkeit wegen, die $65\frac{1}{24}$ für den Multiplicatorem angenommen (§. 149), und also die Ausrechnung unter die ganze Zahl gesetzet worden.

§. 449. Aus dem, was oben §. 444. 445. und 448 N°. 4 gemeldet worden, erhellet, daß die Brüche jederzeit hinweg fallen, wenn sie mit so viel als der Nenner ist, multipliciret werden. Derowegen wenn bey zweyen Zahlen einer Verhältniß gesaget wird, dieselbe zu größern (§. 320), und eine von solchen Zahlen ein

Bruch,

Bruch, oder eine vermiſchte Zahl iſt, ſo verſtehet man, daß beyde mit dem Nenner multipliciret werden ſollen, damit lauter ganze Zahlen herauskommen.

Z. E. N°. 1. Die Verhältniß von $\frac{1}{4}$ gegen 2 zu größern. So multipliciret beyde mit 4, kommen ganze Zahlen 3 und 8.

N°. 2. Die Verhältniß von $6\frac{2}{7}$ gegen 9 zu gröſſern. So multipliciret beyde mit 3, kommen 20 und 27.

Auf gleiche Weiſe thut man, wenn auch die andere Zahl ein Bruch oder eine vermiſchte Zahl iſt.

Z. E. N°. 3. Die Verhältniß von $\frac{1}{4}$ gegen $\frac{2}{3}$ zu größern. So multipliciret dieſelben mit 4, kommen 3 und $\frac{2}{3}$: Ferner multipliciret ſolche 3 und $\frac{2}{3}$ mit 5, kommen 15 und 8.

N°. 4. Die Verhältniß von $6\frac{2}{3}$ gegen $9\frac{1}{2}$, zu gröſſern. So multipliciret beyde mit 3 und 2, kommen die ganzen Zahlen 40 und 57.

Die 40. Aufgabe.

§. 450. Eine vermiſchte Zahl mit einem Bruche, oder einen Bruch mit einer vermiſchten Zahl zu multipliciren.

Dieſe Auflöſung kann nach zweyerley Wegen geſchehen.

Erſte Art:

I. Multipliciret die Ganzen und den Bruch von der vermiſchten Zahl, jedes beſonders, mit dem gegebenen andern Bruche (nach Anzeigung §. 442 und 438), und ſchreibet ſolche Facta partialia (§. 169) gehöriger maßen unter einander; und zwar, weil das Product beyder Brüche mit einander multipliciret kein Ganzes

in

in ſich enthalten kann (§. 440), folgends auch die Raiſon (§. 186), weswegen in der vorigen Aufgabe (§. 448) bey dem Bruche der vermiſchten Zahl die Multiplication anzufangen gelehret worden, allhier keine ſtatt findet; ſo dürfet ihr (wie es denn in dem gemeinen Gebrauch wirklich alſo zu geſchehen pfleget) auch erſtlich die Ganzen und hernach den Bruch multipliciren.

II. Addiret die gefundene Facta partialia zuſammen, kommt das verlangte Hauptproduct.

Z. E. N°. 1. $13\frac{2}{3}$ mit $\frac{3}{4}$ zu multipliciren. Alſo:

$8\frac{3}{4}$. das Factum aus $\frac{3}{4}$ mal 13 (§. 443. N°. 3.)
$1\frac{1}{12}$. das Factum aus $\frac{3}{4}$ mal $\frac{2}{3}$ (§. 439. N°. 4.)

Hauptfact. $9\frac{1}{12}$.

N°. 2. $\frac{7}{10}$ mit $23\frac{11}{30}$. Alſo:

$5\frac{11}{30}$ (wie zu erſehen §. 443. N°. 4.)
$\frac{77}{100}$ (wie zu erſehen §. 439. N°. 1.)

Antw. $5\frac{407}{300}$.

Andere Art.

I. Multiplicivet die vermiſchte Zahl, mit des andern Bruchs Zähler (nach Anweiſung §. 448).

II. Dividiret das kommende Product in deſſelben Bruchs Nenner (wovon jedoch hernach im Dividiren allererſt Meldung geſchehen ſoll), ſo kommt das begehrte Product.

Z. E. N°. 1. $13\frac{2}{3}$ mit $\frac{3}{4}$ zu multipliciren. Alſo:

$27\frac{1}{4}$. das Factum aus 2 mal $13\frac{2}{3}$.

Antwort $3)\overline{9\frac{1}{12}}$.

N°. 2. $\frac{7}{10}$ mit $23\frac{11}{30}$. Alſo:

$163\frac{17}{30}$. das Factum aus $7 \times 23\frac{11}{30}$

Antw. $30)\overline{5\frac{407}{300}}$. (§. 448. N°. 2.)

Beweis.

Beweis.

Die 1ſte Art hat keinen Beweis nöthig, indem die Ausfindung ſolcher Factorum partialium vorhin bereits erkläret iſt. Die 2te aber gründet ſich auf den 1ſten Beweis §. 442; woraus erhellet, daß, wenn eine Größe, ſie ſey beſchaffen, wie ſie wolle, mit einem Bruche zu multipliciren iſt, man allezeit ſelbige Größe mit des Bruchs Zähler multipliciren, und das Product in den Nenner dividiren darf, ſo muß das verlangte Product heraus kommen.

§. 451. Dieſe 2te Art wird jener 1ſten Art deswegen vorgezogen, weil in jener die Brüche (wie in den angeführten Exempeln $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$) oder auch $\frac{77}{100}$ und $\frac{11}{10}$ zu addiren öfters verdrießlich fällt; da man hingegen nach dieſer 2ten Art ſolche Addition vermeidet.

Die 41. Aufgabe.

§. 452. Eine vermiſchte Zahl mit einer vermiſchten Zahl zu multipliciren.

I. Multipliciret die eine vermiſchte Zahl, einmal mit der ganzen Zahl des andern Factoris, nach Anzeigung §. 448; und das andere mal auch mit dieſes Factoris Bruche, nach Anzeigung §. 450, und ſetzet ſolche Facta partialia gerade unter einander.

II. Addiret alle Facta partialia zuſammen, kommt das Hauptfactum

Z. E. N°. 1. $13\frac{1}{8}$ mit $7\frac{1}{3}$ zu multipliciren. Alſo:

95 $\frac{1}{8}$. das Factum aus 7 mal $13\frac{1}{8}$ (§. 448. N°. 1)
8 $\frac{1}{3}$ } die Facta aus $\frac{1}{3}$ mal $13\frac{1}{8}$ (§. 450. N°. 1. nach der 1ſten Art.)
$1\frac{5}{12}$ }

Hauptfact. $104\frac{5}{24}$.

N°. 2.

N°. 4. $\frac{7}{30}$ mit 23 zu multipliciren. Antw. $\frac{161}{30}$, oder $5\frac{11}{30}$.
N°. 5. $\frac{7}{8}$ mit 5. Antw. $\frac{35}{8}$, oder $4\frac{3}{8}$.
N°. 6. 83 mit $2\frac{1}{2}$ zu multipliciren. Also:

	83 mit 25
in 32	2075
Antw. $64\frac{27}{32}$	15.
	27

§. 444. Wenn demnach ein Bruch mit so viel zu multipliciren ist, als der Nenner Unitäten hat, so muß das Product just so viele ganze Einheiten seyn, als der Zähler Unitäten hat.

Z. E. $\frac{2}{7}$ mit 7, oder 7 mit $\frac{2}{7}$ multipliciret, geben in dem Product 2 Ganze. Denn vermöge voriger Regel (§. 442) müßte man den Zähler (2) mit der ganzen Zahl (7) multipliciren, und das Product wiederum in den Nenner (7) dividiren. Da aber der Divisor gleich ist dem vorigen Factori der geschehenen Multiplication, so muß in dem Quotienten nothwendig der Zähler (2), als der andere Factor aus der Multiplication, wiederum heraus kommen (§. 267).

§. 445. Derowegen, wenn man einen Bruch mit so viel, als sein Nenner ist, multipliciren will, so darf man den Nenner nur hinwegstreichen oder fahren lassen, und den Zähler als eine ganze Zahl ansehen.

Z. E. N°. 1. $\frac{17}{30}$ mit 30 zu multipliciren. Antwort (ohne Berechnung) 17.

N°. 2. $\frac{23}{24}$ mit 24 zu multipliciren. Antw. 23.

§. 446. Also folget auch, wenn eine Zahl mit einem solchen Bruche zu multipliciren, dessen Zähler 1 ist, so nicht multipliciren kann, daß man solche Zahl nur durch den Nenner dividiren darf.

Z. E. 25 mit $\frac{1}{3}$ zu multipliciren; so dividiret 25 in 3, kommt das verlangte Product $8\frac{1}{3}$. §. 447.

§. 447. Eben aus dieſer Urſache benenne ich in der Multiplication diejenigen Brüche bequeme Brüche, welche in dem Zähler nur 1 haben, als $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ ꝛc.; und zwar inſonderheit, wenn auch der Nenner nur eine einzelne Ziffer, als in welche leicht und bequem zu dividiren iſt.

Die 39. Aufgabe.

§. 448. Eine vermiſchte Zahl, mit einer ganzen, oder eine ganze Zahl mit einer vermiſchten zu multipliciren.

I. Fanget die Multiplication zur Rechten bey den kleinſten Einheiten von der vermiſchten Zahl an (§. 186), das iſt, bey dem Bruche, und multipliciret ſolchen (nach Anzeigung §. 442) mit der gegebenen ganzen Zahl. Dieſes Product ſchreibet unter eine gezogene Linie, oder, daferne ſolches Product eine oder mehr ganze Unitäten in ſich enthält, ſo machet es zu Ganzen, und ſchreibet unter die Linie nur dasjenige, was übrig bleibet, und kein Ganzes beträgt. Die Ganzen aber behaltet zu dem folgenden Product der Ganzen. Alsdenn

II. multipliciret auch die in der vermiſchten Zahl gegebenen Ganzen mit der gegebenen ganzen Zahl, und zählet zu dem kommenden Product die aus dem vorigen Producte behaltenen Ganzen (wenn einige behalten worden); ſo erlanget ihr das geſuchte Haupt-Product.

Es iſt demnach die Ordnung dieſes Proceſſes eben alſo, wie in der Multiplication bey ganzen Zahlen. Nur allein, weil hier öfters auch mehr oder minder, als 10 kleinere Einheiten, auf eine größere Einheit gehen, ſo hat man inſonderheit nur dasjenige zu merken, das oben §. 187 ſchon erinnert worden.

Z. E. N°. 1. Man sollte multipliciren $13\frac{3}{8}$ mit 7, oder 7 mit $13\frac{3}{8}$. Dieses stehet also:

$13\frac{3}{8}$ mit 7

Prod. $95\frac{3}{8}$.

Nämlich saget: 7 mal $\frac{3}{8}$ geben $2\frac{1}{8}$. Diese thun (welches leichtlich im Kopfe zu berechnen) $4\frac{1}{8}$. Demnach setzet unter die Linie $\frac{3}{8}$ und behaltet die 4 Ganzen zu dem folgenden Product der Ganzen. Hierauf multipliciret die 13 mit 7, und zählet die behaltenen 4 so fort darzu, kommen 95. Derowegen ist das verlangte Hauptproduct $95\frac{3}{8}$.

N°. 2. $23\frac{1}{10}$ mit 7 zu multipliciren.

Antw. $163\frac{7}{10}$.

Nämlich 7 mal $\frac{1}{10}$ geben $\frac{7}{10}$, diese thun $2\frac{7}{10}$. Derowegen setzet unter die Linie $\frac{7}{10}$. Ferner multiplicret die 23 mit 7, und zählet die vorigen 2 darzu, so habt ihr die Antwort $163\frac{7}{10}$.

N°. 3. $9\frac{1}{12}$ mit 3 zu multipliciren.

Antw. $27\frac{1}{4}$.

Nämlich 3 mal $\frac{1}{12}$ geben $\frac{3}{12}$, welches in 3 gekleinert, kommet $\frac{1}{4}$. Ferner saget: 3 mal 9 geben 27.

N°. 4. Zu multipliciren $11\frac{3}{4}$ mit 4.

Antw. 47.

Nämlich multipliciret nur die 11 mit 4, und nehmet den Zähler 3 (§. 445) darzu, so kommet das gesuchte Product 47.

Nota. Es ist demnach die Ausrechnung dieses Exempels ganz gleich dem obigen Proceß, als wenn man die $11\frac{3}{4}$ einzurichten sagte (§. 407). Nur allein ist der Unterscheid, daß hier die kommenden 47, Ganze bedeuten; da sie aber dorten noch 4tel heißen.

Und

Und ſo iſt es auch mit allen dergleichen andern Exempeln beſchaffen, da man eine vermiſchte Zahl, mit ſo viel als der Nenner iſt, multipliciren will.

N°. 5. $327\frac{8}{45}$ mit 8 zu multipliciren.

Antw. $2620\frac{44}{45}$.

45 | 224
Quot. 4. R. 44

Nämlich multipliciret die $\frac{8}{45}$ mit 8, und zwar, weil dieſe Zahlen groß, und die Ausrechnung nicht ſo leicht, als bey den vorigen Exempeln, aus dem Kopfe geſchehen mag, ſo notiret das kommende Product aus 8 mal 28, nämlich die 224, wie vorhin zu erſehen, beyſeite, und dividiret ſolches in den Nenner 45, ſo kommen $4\frac{44}{45}$. Ferner procediret, wie gelehret worden, nämlich ſetzet die $\frac{44}{45}$ unter die Linie, und die 4 Ganzen zählet zu dem Product der Ganzen.

N°. 6. Zu multipliciren $194\frac{3}{4}$ mit 100.

Antw. 19475.

4 | 300
Quot. 75 | 0

Allhier ſind die 100 mal $\frac{3}{4}$ beyſeite, wie nächſt vorhin, berechnet worden. Ihr könnet ſolches aber kürzer, auch wohl gar leicht aus dem Kopfe verrichten, nämlich ſaget (wie ſchon §. 438. N°. 2. erinnert): $\frac{1}{4}$ aus (oder mal) 100 iſt 25. Dieſe 3 mal, kommen 75, welche dem Product aus 100 mal 194 beygeleget werden.

N°. 7. 1000 mit $487\frac{1}{4}$ zu multipliciren.

Antw. 487250.

Denn $\frac{1}{4}$ aus (oder mal) 1000, iſt 250, dieſe zu 1000 mal 487 geleget, kommen 487250.

N°. 8. $547\frac{31}{32}$ mit 83 zu multipl.

Alſo: 1641
4376
Pr. $45465\frac{7}{32}$

32 | 2075
Quot. 64 | 15
Reſt 27

Nämlich multipliciret beyseite die 83 mit 25, und dividiret das Product 2075 in 32. Alsdenn multipliciret die 547 mit 83, und nehmet (§. 191) das vorige Product $64\frac{7}{32}$ darzu, so kommt die gesuchte Antwort.

N°. 9. $639\frac{5}{16}$ mit 184 zu multipl.

Also: 5112
2556

Prod. $117702\frac{1}{2}$

16 | 2024
Quot. 126 | 4..
10.
$\frac{8}{16}$

Dieser Proceß ist gleich dem vorigen in N°. 8. Nur daß allhier die Multiplication nach Anzeigung §. 174 geschehen.

N°. 10. $65\frac{3}{4}$ mit 2347 zu multipl.

Also: 11735
14082

Prod. $154413\frac{1}{4}$.

2347.
21123
24 | 44593
Q. 1858 | 20...
13..
19.
Rest 1

Dieser Proceß ist abermal dem vorigen gleich, außer allein, daß hier, Bequemlichkeit wegen, die $65\frac{3}{4}$ für den Multiplicatorem angenommen (§. 149), und also die Ausrechnung unter die ganze Zahl gesetzet worden.

§. 449. Aus dem, was oben §. 444. 445. und 448 N°. 4 gemeldet worden, erhellet, daß die Brüche jederzeit hinweg fallen, wenn sie mit so viel als der Nenner ist, multipliciret werden. Derowegen wenn bey zweyen Zahlen einer Verhältniß gesaget wird, dieselbe zu größern (§. 320), und eine von solchen Zahlen ein Bruch,

Bruch, oder eine vermiſchte Zahl iſt, ſo verſtehet man, daß beyde mit dem Nenner multipliciret werden ſollen, damit lauter ganze Zahlen herauskommen.

Z. E. N°. 1. Die Verhältniß von $\frac{1}{4}$ gegen 2 zu größern. So multipliciret beyde mit 4, kommen ganze Zahlen 3 und 8.

N°. 2. Die Verhältniß von $6\frac{2}{3}$ gegen 9 zu gröſſern. So multipliciret beyde mit 3, kommen 20 und 27.

Auf gleiche Weiſe thut man, wenn auch die andere Zahl ein Bruch oder eine vermiſchte Zahl iſt.

Z. E. N°. 3. Die Verhältniß von $\frac{3}{4}$ gegen $\frac{7}{8}$ zu größern. So multipliciret dieſelben mit 4, kommen 3 und $\frac{7}{8}$: Ferner multipliciret ſolche 3 und $\frac{7}{8}$ mit 5, kommen 15 und 8.

N°. 4. Die Verhältniß von $6\frac{3}{4}$ gegen $9\frac{1}{2}$, zu gröſſern. So multipliciret beyde mit 3 und 2, kommen die ganzen Zahlen 40 und 57.

Die 40. Aufgabe.

§. 450. **Eine vermiſchte Zahl mit einem Bruche, oder einen Bruch mit einer vermiſchten Zahl zu multipliciren.**

Dieſe Auflöſung kann nach zweyerley Wegen geſchehen.

Erſte Art:

I. Multipliciret die Ganzen und den Bruch von der vermiſchten Zahl, jedes beſonders, mit dem gegebenen andern Bruche (nach Anzeigung §. 442 und 438), und ſchreibet ſolche Facta partialia (§. 169) gehöriger maßen unter einander; und zwar, weil das Product beyder Brüche mit einander multipliciret kein Ganzes

in

in sich enthalten kann (§. 440), folgends auch die Raison (§. 186), weswegen in der vorigen Aufgabe (§. 448) bey dem Bruche der vermischten Zahl die Multiplication anzufangen gelehret worden, allhier keine statt findet; so dürfet ihr (wie es denn in dem gemeinen Gebrauch wirklich also zu geschehen pfleget) auch erstlich die Ganzen und hernach den Bruch multipliciren.

II. Addiret die gefundene Facta partialia zusammen, kommt das verlangte Hauptproduct.

Z. E. N°. 1. $13\frac{1}{3}$ mit $\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Also:

$8\frac{2}{3}$. das Factum aus $\frac{2}{3}$ mal 13 (§. 443. N°. 3.)
$\frac{1}{1\,2}$. das Factum aus $\frac{2}{3}$ mal $\frac{1}{8}$ (§. 439. N°. 4.)

Hauptfact. $9\frac{1}{1\,2}$.

N°. 2. $\frac{7}{3\,0}$ mit $23\frac{5}{1\,0}$. Also:

$5\frac{1}{1\,0}$ (wie zu ersehen §. 443. N°. 4.)
$\frac{7}{3\,0\,0}$ (wie zu ersehen §. 439. N°. 1.)

Antw. $5\frac{4\,0\,7}{3\,0\,0}$.

Andere Art.

I. Multiplicivet die vermischte Zahl, mit des andern Bruchs Zähler (nach Anweisung §. 448).

II. Dividiret das kommende Product in desselben Bruchs Renner (wovon jedoch hernach im Dividiren allererst Meldung geschehen soll), so kommt das begehrte Product.

Z. E. N°. 1. $13\frac{1}{3}$ mit $\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Also:

$27\frac{1}{3}$. das Factum aus 2 mal $13\frac{1}{3}$.

Antwort $3)\overline{9\frac{1}{1\,2}}$.

N°. 2. $\frac{7}{3\,0}$ mit $23\frac{5}{1\,0}$. Also:

$163\frac{1}{3\,0}$. das Factum aus 7 $\bowtie$ $23\frac{5}{1\,0}$

Antw. $30)\overline{5\frac{4\,0\,7}{3\,0\,0}}$. (§. 448. N°. 2.)

Beweis.

Beweis.

Die 1ſte Art hat keinen Beweis nöthig, indem die Ausfindung ſolcher Factorum partialium vorhin bereits erkläret iſt. Die 2te aber gründet ſich auf den 1ſten Beweis §. 442; woraus erhellet, daß, wenn eine Größe, ſie ſey beſchaffen, wie ſie wolle, mit einem Bruche zu multipliciren iſt, man allezeit ſelbige Größe mit des Bruchs Zähler multipliciren, und das Product in den Nenner dividiren darf, ſo muß das verlangte Product heraus kommen.

§. 451. Dieſe 2te Art wird jener 1ſten Art deswegen vorgezogen, weil in jener die Brüche (wie in den angeführten Exempeln $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$) oder auch $\frac{7}{10}$ und $\frac{1}{10}$ zu addiren öfters verdrießlich fällt; da man hingegen nach dieſer 2ten Art ſolche Addition vermeidet.

Die 41. Aufgabe.

§. 452. Eine vermiſchte Zahl mit einer vermiſchten Zahl zu multipliciren.

I. Multipliciret die eine vermiſchte Zahl, einmal mit der ganzen Zahl des andern Factoris, nach Anzeigung §. 448; und das andere mal auch mit dieſes Factoris Bruche, nach Anzeigung §. 450, und ſetzet ſolche Facta partialia gerade unter einander.

II. Addiret alle Facta partialia zuſammen, kommt das Hauptfactum

Z. E. N°. 1. $13\frac{1}{8}$ mit $7\frac{1}{3}$ zu multipliciren. Alſo:

95 $\frac{1}{8}$. das Factum aus 7 mal $13\frac{1}{8}$ (§. 448. N°. 1)

8 $\frac{1}{3}$ } die Facta aus $\frac{1}{3}$ mal $13\frac{1}{8}$ (§. 450. N°. 1. nach der 1ſten Art.)

$1\frac{5}{12}$ }

Hauptfact. $104\frac{17}{24}$.

N°. 2.

N°. 2. $7\frac{7}{30}$ mit $23\frac{1}{30}$ zu multipliciren. Also:

163 $\frac{7}{30}$. das Fact. aus $7 \times 23\frac{1}{30}$ (448 N. 2.)

5 $\frac{1}{30}$ $\frac{7}{900}$ die Facta aus $\frac{7}{30} \times 23\frac{1}{30}$ (§. 450 N°. 2 nach der ersten Art.)

Hauptfact. $169\frac{7}{900}$

§. 453. Die 2te Art aus §. 450 wird im gegenwärtigen Falle nicht geachtet. Denn, da allhier ohnedem andere Zahlen addiret werden müssen, so bleibet man lieber bey der 1sten Art, und addiret in eins alle Facta partialia zusammen.

§. 454. Wenn ihr demnach eine Zahl (z. E.) mit $1\frac{1}{3}$ multipliciren sollet, so dürft ihr nur zu dem Einfachen das $\frac{1}{3}$ fache addiren;

als 2958 mit $1\frac{1}{3}$. Also: 3)+986

Antw. 3944

It. 3789 mit $1\frac{1}{8}$. Also: 8) +473$\frac{1}{8}$

Antw. 4262$\frac{1}{8}$

Und hieraus ist klar, wenn man einen gewissen Theil aus einer Zahl zu ihr addiret, daß solches nichts anders sey, als solche Zahl mit 1 + eben einen solchen Theil multipliciret.

§. 455. Wenn ihr die 5 Fälle (§. 436) welche in den nächst vorhergehenden 5 Aufgaben erkläret worden, gegen einander haltet, so werdet ihr gar leicht wahrnehmen, daß dieselben zwar in 5 verschiedenen Fällen bestehen, aber nicht darum auch 5 unterschiedene Regeln haben, immaßen ihre Hauptregeln eigentlich in dem 1sten und 2ten Falle (§. 438 und 442) liegen, woraus die Auflösungen der übrigen Fälle herfließen und nur durch Zusammensetzung der Factorum partialium geschehen. Jedoch will ich allhier noch zeigen, wie man diese 5 Fälle durch eine einzige Regel (von welcher bereits §. 437 erwehnet worden) auflösen kann.

Die 42. Aufgabe.

§. 456. Eine allgemeine Regel zu allen 5 Fällen der Multiplication in Brüchen.

I. Wenn

I. Wenn beyde Factores nicht nur Brüche allein ſind, ſo richtet ſie ein (§. 407) ſo bekommt ihr in allewege einen Bruch mit einem Bruche zu multipliciren. Demnach procediret

II. allezeit nur nach der im erſten Fall §. 438 gegebenen Regel; wie aus folgenden Exempeln, welche auf alle vorkommende Fälle gerichtet, und (außer ein einziges) im vorhergehenden ſchon ſolviret ſind, alles klar zu erſehen iſt.

N°. 1. $\frac{2}{3}$ mit $\frac{5}{8}$ zu multipliciren. Alſo:

$\frac{2}{3}$ mit $\frac{5}{8}$. Antw. $\frac{5}{12}$ (§. 439. N°. 4.)

N°. 2. $\frac{7}{10}$ mit 23 zu multipliciren. Dieſes ſtehet eingerichtet $\frac{7}{10}$ mit $\frac{23}{1}$. Antwort $\frac{161}{10}$, das iſt $15\frac{11}{10}$ (§. 443. N°. 4.)

N°. 3. 7 mit $13\frac{5}{8}$ zu multipliciren. Dieſes ſtehet eingerichtet $\frac{7}{1}$ mit $\frac{109}{8}$. Antwort $\frac{763}{8}$, das iſt $95\frac{3}{8}$. (§. 448. N°. 1.)

N°. 4. $13\frac{5}{8}$ mit $\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Alſo:

$\frac{109}{8.4}$ $\frac{2}{3}$. Antwort $\frac{109}{12}$, das iſt $9\frac{1}{12}$ (§. 450. N°. 1.)

N°. 5. $13\frac{5}{8}$ mit $7\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Alſo:

$\frac{109}{8}$ $\frac{23}{3}$. Antw. $\frac{2507}{24}$, das iſt $104\frac{11}{24}$ (§. 452. N°. 1.)

N°. 6. $6\frac{2}{3}$ mit $7\frac{1}{2}$ zu multipliciren. Alſo:

$\frac{20}{2}$. 10 $\frac{15}{2}$. 5 Antw. $\frac{50}{1}$ (§. 401), d. i. 50.

§. 457. Solchergeſtalt gehet dieſe allgemeine Regel bey kleinen Zahlen ſehr bequemlich von ſtatten. Allein bey großen Zahlen, bey welchen die erforderlichen Multiplicationes und nachgehende Diviſion

Diviſion nicht ſo leicht aus dem Kopfe geſchehen können, und deswegen insbeſondere beyſeite verrichtet werden müſſen, (wie einiger maßen bey dem vorigen Exempel N°. 5. ſchon wahrzunehmen iſt), fällt ſie öfters viel weitläuftiger, als die andern Arten, wie oben (§. 437) bereits erwehnet.

Die 43. Aufgabe.

§. 458. **Wie die vorige allgemeine Regel bey der Reſolution eines Bruchs (§. 413) anzubringen ſey.**

Weil einen Bruch in den Werth einer gewiſſen Größe zu reſolviren eben ſo viel heißt, als, ſolchen Bruch mit demſelben Werthe zu multipliciren (§. 396); ſo darf man bey der Reſolution nur eben alſo, wie vorhin bey der Multiplication (§. 456), verfahren.

Dieſemnach kommen die Auflöſungen der oben §. 414 und 415 angeführten Exempel nach der allgemeinen Regel folgender geſtalt:

N°. 1. $\frac{3}{4}$ fl. zu ℳ zu machen; ſo ſetzet $\frac{3}{4}$ laus oder mal $\frac{1}{1}$° ℳ, und procediret ferner wie vorhin. Alſo:

$\frac{3}{4.2}$ aus $\frac{\text{ß}.\ 15}{1}$ – Antw. $\frac{45}{2}$ das iſt $22\frac{1}{2}$ ℳ.

N°. 2. $\frac{7}{8}$ ℔ zu Schott; ſtehet alſo:

$\frac{7}{8_3}$ aus $\frac{8.\ 24}{1}$ Sch. Antw. $\frac{56}{3}$, d. i. $18\frac{2}{3}$ Schott.

Und alſo auch bey den andern Exempeln.

§. 459. Inſonderheit hat man durch ſolche allgemeine Regel dieſen Vortheil, daß man ſelbige nicht minder auch bey den Brüchen aus Brüchen (§. 395), wenn deren zu multipliciren vorkommen, anbringen kann, ohne daß dieſelben allererſt zu einfachen Brüchen gemacht werden dürfen. Denn wenn ihr den Grund dieſer allgemeinen Regel, das iſt, den Beweis §. 438, und dasjenige, ſo vor-

vorhin §. 458 geſaget worden, inſonderheit aber die Erklärung §. 396 ſelbſt betrachtet, ſo könnet ihr gar leichtlich ſchließen, daß es gleichviel ſey, ob ich §. 399 N°. 3. frage: Wie viel iſt $\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{4}$ aus $\frac{1}{2}$? Oder aber ob die Frage alſo lautet: Wie viel iſt $\frac{2}{3}$ mal $\frac{3}{4}$ aus $\frac{1}{2}$? Oder auch: Wie viel iſt $\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{4}$ mal $\frac{1}{2}$? Oder auch: Wie viel iſt $\frac{2}{3}$ mal $\frac{3}{4}$ mal $\frac{1}{2}$? So zielen doch alle dieſe Fragen auf einerley Antwort. Derowegen iſt die gegebene allgemeine Regel auch zu der Multiplication in Brüchen aus Brüchen gemein.

Z. E. N°. 1. Man ſoll $\frac{2}{3}$ mit $\frac{3}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ multipliciren. Dieſes ſtehet alſo:

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{2} \quad \text{Antw.} \quad \frac{1}{4}$$

N°. 2. Zu multipliciren $3\frac{1}{2}$ mit $\frac{1}{3}$ aus $2\frac{7}{8}$. Dieſes ſtehet eingerichtet alſo:

$$\frac{7}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{23}{8}$$

Antw. $\frac{161}{48}$, das iſt $3\frac{17}{48}$.

N°. 3. Zu multipliciren $\frac{3}{4}$ aus $4\frac{1}{6}$ mit $\frac{4}{7}$ aus $7\frac{1}{8}$.

Alſo: $\frac{3}{4} \quad \frac{25}{6} \quad \frac{4}{7} \quad \frac{57}{8}$

Antw. $\frac{1425}{168}$, das iſt $8\frac{57}{168}$.

§. 460. Jedoch iſt leicht zu erachten, wenn das allernächſte gegebene Exempel verkehrt und alſo iſt: $4 + (\frac{1}{6}$ aus $\frac{3}{4})$ mit $7 + (\frac{3}{8}$ aus $\frac{4}{7})$, da die 4 nicht aus oder mal $\frac{3}{4}$, desgleichen die 7 nicht aus oder mal $\frac{4}{7}$, ſondern jene 4 ganze, und dieſe 7 ganze Unitäten bedeuten, daß man in ſolchem Falle nicht ſo ſchlechterdings, wie vorhin, verfahren kann, ſondern es müſſen die gebrochenen Brüche zuförderſt ins beſondere zu einfachen Brüchen gemacht, und alsdenn die begehrte Multiplication vollzogen werden, wie folget:

$\frac{1}{\text{ß}.2}$ aus $\frac{\text{ß}}{4}$ thut $\frac{1}{8}$. Item $\frac{3}{8.2}$ aus $\frac{\text{℔}}{5}$ thut $\frac{3}{10}$

Folgends heißt es $4\frac{1}{8}$ mit $7\frac{3}{10}$ zu multipliciren; mit welchen ferner nach der allgemeinen Regel procediret werden kann. Alſo:

$\frac{33}{8}$ mit $\frac{73}{10}$ Antw. $\frac{2409}{80}$, das iſt $30\frac{9}{80}$.

§. 461. Wer nun die vorhergehenden Lehren von der Multiplication in Brüchen, das iſt in Theilen eines Ganzen, verſtehet, dem wird es nicht ſchwer fallen, alle ſolche Lehren auch auf die kleinen Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte zu appliciren, welche in der That nichts anders als Theile aus ihren größern Sorten ſind (§. 51). Denn was en general von allen Theilen eines ganzen Dinges gelehret und erwieſen worden, darf nicht von einigen gewiſſen Theilen (als die kleinen Sorten ſind), allererſt ins beſondere aufs neue erkläret und dargethan werden (§. 19). Allein dieſes iſt inſonderheit bey den kleinen Sorten zu merken, daß ſelbige ſchlechterdings, wenn nicht die Umſtände dabey gegeben werden, aus welchen die Urſache der verlangten Multiplication zu erſehen iſt, nicht multipliciret werden können. Denn zu dem, was bereits oben (§. 145) von den benamten Zahlen überhaupt erinnert worden, ſo kann man abſonderlich hier, bey den kleinern Sorten, ohne zulängliche Umſtände auch nicht wiſſen, ob man in der Ausrechnung dieſelbe als Theile aus einer größern Sorte, oder nach ihren eigenen Einheiten als ganze Zahlen anſehen ſolle (§. 53). Z. E. Wenn eine Größe mit 7 ℔ zu multipliciren gegeben worden, man ſagte aber keine Umſtände dabey, woher ſolche Multiplication entſtehe, ſo kann man auch keine gewiſſe Antwort heraus bringen, indem

man

man noch nicht weiß, ob die 7 ℔, als 7 ganze Unitäten zu betrachten, und folglich die zu multipliciren gegebene Größe, 7 mal so groß zu nehmen sey; oder aber, ob solche 7 ℔, als ein Theil eines Guldens, das ist als $\frac{7}{10}$ fl. verstanden, und folgends die gegebene Größe nicht 1, geschweige mehrmal, sondern nur $\frac{7}{10}$ mal so groß (§. 277) genommen werden solle. Die Umstände von einer solchen begehrten Rechnung aber heben von sich selbst diesen Zweifel. Denn wenn die Aufgabe (z. E.) ist: Vor 1 ℔ bekommet man eine gewisse Sache, wieviel bekommt man demnach von solcher Sache vor 7 ℔? Hier ist klar (§. 339) weil vor 7 ℔ 7 mal so viel zu bekommen ist, als vor 1 ℔, daß man solche 7 ℔ als eine bloße Zahl von 7 ganzen Unitäten ansehen, und folgends die Größe der gewissen Sache mit der ganzen Zahl 7 multipliciren müsse. Hingegen wenn es in der Aufgabe heißt: Vor 1 fl. bekommet man eine gewisse Sache, wieviel bekommet man von dieser Sache vor 7 ℔? So siehet man bald, weil 7 ℔ nur ein Theil eines Guldens, nämlich $\frac{7}{10}$ fl. und folgbar nach solcher Proportion vor 7 ℔ auch nur $\frac{7}{10}$ aus derjenigen Sache, welche vor 1 ganzen fl. gegeben wird, zu bekommen ist, daß man die 7 ℔ nicht wie 7, sondern nur als den Bruch $\frac{7}{10}$ ansehen, und also die Größe der gewissen Sache mit dem Bruch $\frac{7}{10}$ multipliciren müsse.

§. 462. Es ist dannenhero ein unnützer Streit, wenn einige Rechner z. E. 4 ℔ 6 ℞ mit 3 ℔ 9 ℞ zu multipliciren aufgeben, und jeder ein ander Product herausbringen will; da doch dieser vermeynte curieuse Streit, so bald man die Umstände und Ursache von der verlangten Multiplication angiebt, von selbsten hinwegfällt. Denn wenn man z. E. saget: An 1 ℔. sind 4 ℔ 6 ℞ gewonnen; wie viel ist der Gewinn von 3 ℔ 9 ℞? so ist klar, daß man die 4 ℔. 6 ℞ $3\frac{1}{4}$ mal nehmen muß,

weil 3 ℳ. 9 ℛ = $3\frac{1}{2}$ ℳ. Saget man aber: An 1. fl. sind 4 ℳ 6 ℛ gewonnen; was an 3 ℳ. 9 ℛ? so ist abermal gewiß, daß man die 4 ℳ. 6 ℛ $\frac{7}{80}$ mal nehmen muß, weil 3 ℳ. 9 ℛ = $\frac{7}{80}$ fl. Hingegen wenn es heißet: An 1 ℛ ist der Gewinn 4 ℳ. 6 ℛ; was an 3 ℳ. 9 ℛ? so muß man die 4 ℳ. 6 ℛ. allerdings 63 mal nehmen, weil 3 ℳ. 9. ℛ = 63 ℛ. u. s. w. Wie solches hernach am gehörigen Orte mit mehrern gezeiget werden soll. Ein anders ist es in der Geometrie, da man auf Flächen und Körper siehet (§. 147), und wieder ein anders in der Arithmetik, da man die Zahlen nur nach einer Dimension betrachtet, folgends den Factorem 3 ℳ. 9 ℛ. allezeit nur als eine bloße Zahl annehmen (§. 365), und dessen Größe allererst aus dem 1sten Gliede der gegebenen 3 Glieder der Regel Detri, wie vorhin gedacht, erkannt werden muß.

§. 463. Indessen, da die zu der Multiplication der kleinern Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte, erforderliche Umstände (wie vorhin erkläret) in einer bekannt gegebenen Verhältniß bestehen, so lässet sich die Application der gezeigten 5 Fälle von der Multiplication in Brüchen, auf die kleinen Sorten zwar besser hernach bey der Regel Detri der Theile eines Ganzen anbringen, weil in derselben die bekannt gegebenen 3 Glieder allezeit dasjenige zur Gnüge anzeigen, was man (wie zuvor gedacht) zu wissen nöthig hat (§. 365). Allein um eines und das andere noch anzumerken, so habe nicht ermangeln wollen, die erwehnte Application durch besondere Aufgaben, und zwar durch bloße Exempel, nebst ihren zulänglichen Umständen, in folgender Ordnung fürstellig zu machen.

Als 1: Zu multipliciren eine einzigbenamte Zahl kleiner Sorten, mit einer einzigbenamten Zahl kleiner Sorten.

1. eine einzig benamte Zahl kleiner Sorten, mit einer einzigbenamten ganzen Zahl, vice versa,

2. eine

3. eine mehrerley namige Zahl, mit einer einzig benamten ganzen Zahl, vice verſa.
4. eine mehrerley namige Zahl, mit einer einzig benamten Zahl kleiner Sorten, vice verſa.
5. eine mehrerley namige Zahl, mit einer mehrerley namigen Zahl.

Jedoch werde ich allhier nur von ſolchen Exempeln handeln, in welchen der Multiplicator entweder eine bloße Zahl, oder doch von gleicher Art mit dem Multiplicando iſt; die andern Exempel aber, bey welchen die Factores ganz ungleicher Art, bis in die Regel Detri verſpahren.

Die 44. Aufgabe.

§. 464. **Eine einzig benamte Zahl kleiner Sorten, mit einer einzigbenamten Zahl kleiner Sorten, zu multipliciren.**

Z. E. Einer kaufet eine Parthey Waaren, die er wiederum verkaufet, und befindet an jedem fl. 7 ß Gewinn: Wieviel iſt demnach der Gewinn an 11 ß? Allhier müſſen die 11 ß als ein Bruch eines Guldens, nämlich $\frac{11}{30}$ fl. angeſehen, folgends die 7 ß mit $\frac{11}{30}$ multipliciret werden, das iſt, es müſſe die Antwort $\frac{11}{30}$ mal die 7 ß enthalten. Derowegen iſt dieſelbe (§. 442. N°. 2.) $\frac{77}{30}$ ß oder $2\frac{17}{30}$ ß. Will man aber die Antwort ſo fort unter den Namen Gulden haben, ſo darf man die 7 ß. nur ebenfalls als Theile eines Guldens, nämlich als $\frac{7}{30}$ fl. anſehen, und ſolche $\frac{7}{30}$ fl. $\frac{11}{30}$ mal zuſammen nehmen, ſo kommet die begehrte Antwort (§. 439. N°. 1.) $\frac{77}{900}$ fl. Daß aber die gedachten beyden Antworten einerley ſind, ſo dürfet ihr nur die $\frac{77}{900}$ fl. in ß reſolviren, ſo kommen (§. 415. N°. 3.)

$2\frac{17}{30}$ ℔ die erste Antwort. Oder ihr könnet die $2\frac{17}{30}$ ℔ in fl. reduciren, so kommt (§. 417. N°. 3) $\frac{77}{500}$ fl. die andere Antwort.

Die 45. Aufgabe.

§. 465. Eine einzigbenamte Zahl kleiner Sorten, und eine einzigbenamte ganze Zahl, mit einander zu multipliciren.

Z. E. N°. 1. Wenn 1 fl. gewinnet 7 fl; wie viel ist demnach der Gewinn an 11 ℔? Allhier ist nothwendig die Antwort $\frac{11}{10}$ mal 7 fl. das ist (§. 442. N°. 2) $\frac{77}{10}$ fl. oder $2\frac{17}{30}$ fl; oder auch, weil $\frac{1}{30}$ fl. und 1 ℔. einerley (§. 51), 2 fl. 17 ℔.

N°. 2. Wenn 1 fl. gewinnet 7 ℔; wie viel ist der Gewinn von 11 fl? Allhier ist die Antwort allerdings 11 mal 7 ℔, das ist 77 ℔, oder 2 fl. 17 ℔.

Will man aber die Antwort so fort unter den Namen fl. haben, so darf man (wie vorhin §. 464. schon gedacht) die 7 ℔. nur als $\frac{7}{30}$ fl. ansehen, und solche 11 mal zusammen nehmen, so kommt (nach Anzeigung §. 442. N°. 2.) $\frac{77}{30}$ fl. oder $2\frac{17}{30}$ fl, das ist ebenfalls 2 fl. 17 ℔, wie in der vorigen Antwort.

§. 466. Aus diesen 2 Exempeln (N°. 1. und 2.) sehet ihr klar, daß es gleichviel sey, ob man saget $\frac{11}{30}$ mal 7 fl. oder 7 mal $\frac{11}{30}$ fl. so kommet in allewege gleichviel.

Die 46. Aufgabe.

§. 467. Eine mehrerley namige Zahl, und eine einzigbenamte ganze Zahl, mit einander zu multipliciren.

Z. E. N°. 1. Wenn 1 fl. gewinnet 23 fl. 11 ℔; wie viel

ist

ist der Gewinn an 7 fl? Hier ist klar, daß die Antwort 7 mal 23 fl. 11 ßr. seyn müsse. Demnach verfahret nach Anzeigung §. 443. N°. 2. als folget:

23 fl. 11 ßr. 7 mal

Antwort 163 17

Nämlich multipliciret erstlich die 11 ßr mit 7, kommen 77 ßr. Diese enthalten in sich 2 fl. und 17 ßr. Derowegen setzet die 17 ßr. unter die Linie. Ferner multipliciret die 23 fl. mit 7, und nehmet die vorigen 2 fl. darzu, kommen 163 fl.

N°. 2. Wenn 1 fl. gewinnet 7 fl; wie viel ist der Gewinn an 23 fl. 11 ßr? Allhier ist abermal klar, daß die Antwort in sich enthalten müsse erstlich 23 mal die 7 fl. und dann noch (wie §. 465. N°. 1 zu ersehen) $\frac{11}{20}$ mal die 7 fl. das ist zusammen $23\frac{11}{20}$ mal 7 fl. oder, so einerley, (§. 466.) 7 mal $23\frac{11}{20}$ fl. Indessen ist $\frac{11}{20}$ fl. nichts anders als 11 ßr! Derowegen verfährt man eben also, wie im nächst vorigen Exempel, und ist allhier die Antwort gleichfalls 163 fl. 17 ßr. So aber die 7 nicht fl. sondern (z. E.) ℔ wären, also, daß dieses Exempel heißen sollte; Wenn man für 1 fl. bekommet 7 ℔; wie viel bekommet man für 23 fl. 11 ßr? Da müsten in der Antwort die 7 ℔, $23\frac{11}{20}$ mal enthalten seyn, und folgends nicht 163 fl. 17 ßr, sondern $163\frac{17}{20}$ ℔ heißen. Wovon oben §. 365 in etwas erwehnet, jedoch fernerhin ein mehrers gemeldet werden soll.

N°. 3. Wie viel ist 5 mal 327 fl. 18 ßr. 12 ₰? Allhier verfahret, wie vorhin. Also:

327 fl. 18 ßr. 12 ₰ (5

Antw. 1638 . 3 . 6

Nämlich das Product der ₰ ist 60 ₰. Diese enthal-

ten 3 ℔ 6 ℌ. Derowegen schreibet unter die Linie 6 ℌ. Weiter ist das Product der ℔: 90 ℔, worzu die vorigen 3 ℔ genommen werden, kommen 93 ℔. Diese enthalten in sich 3 fl. 3 ℔. Demnach setzet unter die Linie 3 ℔. Endlich multipliciret die 327 fl. mit 5, und zählet die vorigen 3 fl. darzu, kommen 1638 fl.

N°. 4. Wie viel ist das Product aus 6 mal 327 fl. 18 ℔ 12 ℌ? Also:

fl. 327 ℔ 18 ℌ 12 (6

Antw. 1965 ℔ 22 ℌ —

Nämlich das Product der ℌ ist 72 ℌ. Diese enthalten in sich just 4 ℔. Derowegen machet unter die Linie in die Stelle der ℌ nur ein Strichlein, und behaltet die 4 ℔ zu dem folgenden Product der ℔. Ferner procediret wie in den vorigen Exempeln.

N°. 5. 327 fl. 18 ℔ 12 ℌ 3 mal zu nehmen.

Antw. 982 ℔ 26 ℌ —

N°. 6. 327 fl. 18 ℔ 12 ℌ 8 mal zu nehmen.

Antw. 2620 ℔ 29 ℌ 6

N°. 7. 327 fl. 18 ℔ 12 ℌ 9 mal zu nehmen.

Antw. 2948 ℔ 18 ℌ —

N°. 8. 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ℌ 2 mal.

Antw. 1075 ℔ 15 ℌ 1 ℌ 2

N°. 9. 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ℌ 3 mal.

Antw. 1613 ℔ 7 ℌ — ℌ 1

N°. 10. 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ℌ 8 mal.

Antw. 4301 ℔ 29 ℌ 2 ℌ —

N°. 11. 479 ℔ 13 Schott 6 $\frac{7}{8}$ Gr. 5 mal.

Antw. 2397 ℔ 19 ℌ 10 $\frac{3}{8}$ Gr.

Näm-

Nämlich fanget bey den $\frac{7}{8}$ an mit 5 zu multipliciren, kommen (§. 443. N°. 5) $\frac{35}{8}$, das ist $4\frac{3}{8}$. Demnach setzet in der verlangten Antwort $\frac{3}{8}$ Gr. und behaltet die 4 Gr. zu dem folgenden Product der Gr. Hierauf multiplicirt die 6 ganzen Gr., hernach die 13 Schott, und endlich die 479 ℔, alles nach vorhin gegebenem Unterricht, so kommt die begehrte Antwort 2397 ℔ 19 Sch. $10\frac{3}{8}$ Gr.

N°. 12. 479 ℔ 13 Sch. $6\frac{7}{8}$ Gr. 6 mal.

Antwort 2877 ▪ 9 ▪ $5\frac{3}{8}$ oder $\frac{1}{4}$ Gr.

N°. 13. 479 ℔ 13 Sch. $6\frac{7}{8}$ Gr. 7 mal.

Antwort 3356 ▪ 23 ▪ $\frac{1}{8}$ Gr.

N°. 14. Leipz. Thl. 83 ▪ 17 Gℊ 9 ₰ ₰ 10 mal.

Antwort 837 ▪ 9 ▪ 11

N°. 15. Wie viel ist 56 mal 327 fl. 18 ßℊ 12 ₰? Also:

327 fl. 18 ßℊ 12 ₰ (56

1962

1635

Antw. 18346 ▪ 25 ▪ 6

Nämlich: 56 mit 12 ₰

112

18 | 672

Quot. 37 | 13.

Rest 6 ₰

56 mit 18 ßℊ

448

30) 1045 ßℊ

Quot. 34 ▪ 25 ßℊ

Dieser Proceß ist ganz gleich dem vorigen. Nur allein, daß man hier, da der Multiplicator aus etlichen Ziffern bestehet, die erforderliche Ausrechnung der kleinen Sorten (wie oben §. 448. N°. 5. schon erwehnet) bey seite verrichten müsse. Nämlich multipliciret a part erstlich

ten 3 ℔ 6 ₰. Derowegen ſchreibet unter die Linie 6 ₰. Weiter iſt das Product der ℔: 90 ℔, worzu die vorigen 3 ℔ genommen werden, kommen 93 ℔. Dieſe enthalten in ſich 3 fl. 3 ℔. Demnach ſetzet unter die Linie 3 ℔. Endlich multipliciret die 327 fl. mit 5, und zählet die vorigen 3 fl. darzu, kommen 1638 fl.

N°. 4. Wie viel iſt das Product aus 6 mal 327 fl. 18 ℔ 12 ₰? Alſo:

fl. 327 ℔ 18 ₰ 12 (6

Antw. 1965 ℔ 22 ℔ —

Nämlich das Product der ₰ iſt 72 ₰. Dieſe enthalten in ſich juſt 4 ℔. Derowegen machet unter die Linie in die Stelle der ₰ nur ein Strichlein, und behaltet die 4 ℔ zu dem folgenden Product der ℔. Ferner procediret wie in den vorigen Exempeln.

N°. 5. 327 fl. 18 ℔ 12 ₰ 3 mal zu nehmen.

Antw. 982 ℔ 26 ℔ —

N°. 6. 327 fl. 18 ℔ 12 ₰ 8 mal zu nehmen.

Antw. 2620 ℔ 29 ℔ 6

N°. 7. 327 fl. 18 ℔ 12 ₰ 9 mal zu nehmen.

Antw. 2948 ℔ 18 ℔ —

N°. 8. 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ₰ 2 mal.

Antw. 1075 ℔ 15 ℔ 1 ℔ 2

N°. 9. 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ₰ 3 mal.

Antw. 1613 ℔ 7 ℔ — ℔ 1

N°. 10. 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ₰ 8 mal.

Antw. 4301 ℔ 29 ℔ 2 ℔ —

N°. 11. 479 ℔ 13 Schott 6 $\frac{7}{8}$ Gr. 5 mal.

Antw. 2397 ℔ 19 ℔ 10 $\frac{3}{8}$ Gr.

Näm-

Nämlich fanget bey den $\frac{7}{8}$ an mit 5 zu multipliciren, kommen (§. 443. N°. 5) $\frac{35}{8}$, das ist $4\frac{3}{8}$. Demnach setzet in der verlangten Antwort $\frac{3}{8}$ Gr. und behaltet die 4 Gr. zu dem folgenden Product der Gr. Hierauf multipliciret die 6 ganzen Gr., hernach die 13 Schott, und endlich die 479 ℔, alles nach vorhin gegebenem Unterricht, so kommt die begehrte Antwort 2397 ℔ 19 Sch. $10\frac{1}{2}$ Gr.

N°. 12. 479 ℔ 13 Sch. $6\frac{7}{8}$ Gr. 6 mal.

Antwort 2877 ▪ 9 ▪ $5\frac{5}{8}$ oder $\frac{1}{4}$ Gr.

N°. 13. 479 ℔ 13 Sch. $6\frac{7}{8}$ Gr. 7 mal.

Antwort 3356 ▪ 23 ▪ $\frac{1}{8}$ Gr.

N°. 14. Leipz. Thl. 83 ▪ 17 ßß 9 ₰ 10 mal.

Antwort 837 ▪ 9 ▪ 11

N°. 15. Wie viel ist 56 mal 327 fl. 18 ßß 12 ₰? Also:

327 fl. 18 ßß 12 ₰ (56

1962

1635

Antw. 18346 ▪ 25 ▪ 6

Nämlich: 56 mit 12 ₰

112

18 | 672

Quot. 37 | 13.

Rest 6 ₰

56 mit 18 ßß

448

30) 1045 ßß

Quot. 34 ▪ 25 ßß

Dieser Proceß ist ganz gleich dem vorigen. Nur allein, daß man hier, da der Multiplicator aus etlichen Ziffern bestehet, die erforderliche Ausrechnung der kleinen Sorten (wie oben §. 448. N°. 5. schon erwehnet) bey seite verrichten müsse. Nämlich multipliciret a part erstlich

die 12 ℔ mit 56, und machet die kommenden 672 ℔, durch die Division in 18, zu ℊ, so kommen 37 ℊ 6 ℔. Desgleichen multipliciret ferner die 18 ℊ mit 56, und zählet die aus dem vorigen Product der ℔ entstandenen 37 ℊ dazu, kommen 1045 ℊ, welche durch die Division in 30 zu fl. gemachet, bringen 34 fl. 25 ℊ. Endlich multipliciret die 337 fl. mit 56, wie ordinair, und leget zu dem Product die vorigen 34 fl. nebst den übrigen 25 ℊ und 6 ℔, so habt ihr das gesuchte Product 18876 fl. 25 ℊ 6 ℔.

§. 468. Es ist demnach die nächst angewiesene Manier die mehrerley namigen Zahlen zu multipliciren, in so weit der Multiplicator nur eine einzelne Ziffer oder 10 ist, ohnstreitig kurz und bequem, indem solchergestalt die Producte der kleinern Sorten nicht so groß kommen können, und folgends gar leicht, ja mehrentheils gar wohl aus dem Kopfe sehr geschwinde zu ihren größern Sorten zu machen sind, wie solches aus den vorhin §. 467 angeführten ersten 14 Exempeln zu ersehen, und mit mehrern die Erfahrung selbst, wenn man sich auch nur ein wenig hierinnen geübet, zur Genüge anzeiget. Hingegen bey einem Multiplicatore, der aus etlichen Ziffern über 10 besteht, ist diese Manier insonderheit deswegen beschwer- und verdrüßlich, weil die kleineren Sorten sich durch die Multiplication allzustark anhäufen, folglich dieselben ohne weitläuftige Nebenrechnungen (wie aus dem nächsten 15ten Exempel zu ersehen) sich nicht so geschwinde in ihre größere Sorten bringen lassen. Allein man beliebe sich mit dieser gemeinen Art (wie schon §. 437 erinnert) so lange zu behelfen, bis unten in der Practick andere Wege werden gezeiget werden.

§. 469. Jedoch an statt, daß ich allhier noch von einer andern uralten gemeinen Manier hätte erwehnen können, da man nämlich die gegebene mehrerley namige Zahl ohne Noth allererst unter den Namen der kleinsten Einheiten bringet (§. 405), das kommende alsdenn mit dem gegebenen Multiplicatore multipliciret, und hernach wiederum durch die Division zu ihren größeren Sorten machet (welche Art noch viel weitläuftiger als die vorige ist); so will vielmehr einen kürzern Weg zeigen, nach welchem

chem die Multiplication mit einem großen Multiplicatore, dennoch nur wie mit einzelnen Ziffern verrichtet wird.

Die 47. Aufgabe.

§. 470. Eine mehrerley namige Zahl mit einer einzigbenamten ganzen Zahl, die aus etlichen Ziffern bestehe, auf eine andere Art (als vorhin §. 467. N°. 15. geschehen) zu multipliciren.

I. Multiplicaret den ganzen Multiplicandum mit jeder Ziffer des Multiplicatoris ins besondere, eben also, wie vorhin (ibid.) gezeiget worden, und schreibet die Facta partialia unter jede Sorte, eben auf die Weise, wie es in der ordinairen Multiplication (besage des 3ten Artic. §. 170) erfordert wird.

II. Addiret solche Facta zusammen nach Anzeigung §. 427, so kommet das verlangte Hauptfactum.

Als das gedachte 15te Exempel (§. 467) kommt folgendergestalt zu stehen:

	327 fl.	18 ß	12 ₰	56 mal.
	1965	22	0	
	1638.	3.	6.	
Antw.	18346	25	6	

Nämlich multipliciret die 327 fl. 18 ß 12 ₰ erstlich mit 6, nach der Weise wie oben (ibid.) N°. 4 zu ersehen, kommen fl. 1965, 22 ß, 0 ₰. Desgleichen multiplicirt ferner die gegebenen 327 fl. 18 ß 12 ₰ mit 5 ebenfalls wie oben (ibid.) N°. 3 geschehen, so kommen 1638 fl. 3 ß 6 ₰. Allein weil diese 5 in der andern Stelle des Multiplicatoris stehet, und folgends Zehener bedeutet, so setzet ihr Product, nämlich die kommenden

Zah-

Zahlen, sowohl an ℔ und ℊ als an fl. unter das erste Factum partiale gleichfalls in die 2te Stelle. Endlich addiret beyde Facta zusammen, kommt die Summe der ℔: 60 ℔. Diese enthalten in sich 3 ℊ und 6 ℔, welche 6 ℔ unter die Linie in das Hauptfactum geschrieben werden. Weiter ist die Summe der ℊ: 52 ℊ. Hierzu die vorigen 3 ℊ, bringen 55 ℊ. Solche enthalten in sich 1 fl. 25 ℊ. Derowegen setzet in das Hauptfactum die 25 ℊ, und zählet den 1 fl. zu der Summe der folgenden fl. so habt ihr das begehrte Product 18346 fl. 25 ℊ 6 ℔.

§. 471. Diese Manier ist, wie jeder von sich selbst ersehen kann, zwar kürzer als die gemeine Art (§. 467. N°. 15), weil man nach solcher in Ausfindung der Factorum partialium immerfort nur mit einer einzelnen Ziffer multipliciren darf, welche Multiplication, wie schon §. 468 erinnert worden, leichtlich von statten gehet. Allein ich habe dieselbe deswegen allhier, und nicht unten in der Practica vortragen wollen, weil durch solche Art gleichwohl nicht die gänzliche Schwierigkeit gehoben wird, indem die kleineren Sorten, absonderlich, wenn der Multiplicator noch mehr als zwey Ziffern hat, sich gleichwohl in der Addition öfters allzustark anhäufen, die nicht so geschwinde in ihre größeren Sorten gebracht werden mögen.

§. 472. Indessen habe nicht undienlich erachtet, noch einige Exempel, welche unten in der Practica weit vortheilhaftiger solviret werden sollen, allhier so wohl nach Art N°. 15. §. 467. als nach nächst beschriebener Art §. 470. aufzulösen, und zwar eines Theils deswegen, um die Sinnen der Anfänger desto mehr aufzumuntern, und dadurch zu anderweitigen Rechnungen desto geschickter zu machen; andern Theils auch, damit man die untenfolgenden vortheilhaftigen Arten gegen diese beyde Manieren durch genaueres Einsehen, desto besser erkennen möge.

N°. 1. Wie viel betragen 369 mal 327 fl. 18 ℊ 12 ℔?
Nach Art §. 467 N°. 15. Also:

327 fl. 18 ℔ 12 ₰ (369

2943
1962
981

Antw. 120892 : 18 : —

Nämlich: 369 mit 12 ₰ = 738 = 4428 ₰ = 8.. = 10. = 0

18 Qu. 246 ℔

369 mit 18 ℔ = 2952 = 6888 : 30 = 229 fl. 18 ℔

Oder nach Art §. 470. Also:

327 fl. 18 ℔ 12 ₰.

2948 18 .0 das 9 fache (§. 467. N°. 7)
1965.. 22. 0. das 6. fache (ibid. N°. 4)
982.. 26.. 0.. das 3.. fache (ibid. N°. 5)

Antw. 120892 : 18 : —

Summe ℔ 283.8 : 30 = 94 fl. 18 ℔

N°. 2. Wieviel sind 328 mal 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ₰?

Nach Art §. 467 N°. 15. Also:

537 ℔ 23 L. 2 Qu. 3 ₰ (328

4296
1074
1611

Antw. 176378 : 25 : 2 : — Nämlich:

Prod. der ₰: 984 ₰ : 4 = 246 Qu.

Prod. der Qu.: 902 Qu. : 4 = 225 L. 2 Qu.

Prod. der L.: 984 · 656 = 7769 L. = Qu. 242 ℔ 13.. = 8. = Rest 25 L.

Oder

Oder nach Art §. 465. Also:

537 ℔ 23 ℔. 2 Qu. 3 ℞

4301	29	2	0 das	8 fache (§. 467. N. 10)
1075.	15.	1.	2. das	2. fache (ibid. N°. 8)
1613..	7..	—	1.. das	3.. fache (ibid. N°. 9)

Antw. 176378 ℔ 25 ℔ 2 ℞ —

Summe ℞	Summe Qu.		Summe Loth.
4) 120 ℞	4) 42	32	889
30 Qu.	10 ℔. 2 Qu.	Quot. 27 ℔	24.
			Rest 25 ℔.

N°. 3. Wie viel ist 567 mal 479 ℔ 13 Schott 6⅞ Gr? oder, so einerley, 479 Thl. 13 Sgr. 6⅞ ℞ Brandenburgisch Geld?

Nach Art N°. 15. §. 467. Also:

479 Thl. 13 Sgr 6⅞ ℞ (567

3353
2874
2395

271913 ℔ 15 ℔ 10⅛

Nämlich: Prod. der 8tel ℞

8) 3969

496⅛ ℞

	Prod. der ℞
12	3898
Qu. 324 Sgr	2..
	5.
	10 ℞

Prod. der Sgr.

567 × 13

1701

7695 Sgr.

4..

Rest 15 Sgr.

24

Quot. 320 Thl.

Oder

Oder nach Art §. 470. Also:

479 Thl. 13 Gℊ 6 ₰ 7 (8tel ₰

3356	23	0	1 das	7 fa. (§. 467. N°. 13)
2877.	9.	5.	2. das	6. fache (ib. N°. 12)
2397..	19..	10..	3.. das	5.. fache (ib. N°. 11)

Antw. 271913 . 15 . 10 . 1.

Summe 8tel ₰ | 8) 321 / 40 1/8 ₰

12

Qu. 90 Gℊ

Summe Gℊ 24

Quot. 87 Thl.

Summe ₰ 1090

Rest 10 ₰

2013 + 90 oder 2103 Gℊ.

18.

Rest 15 Gℊ.

Die 48. Aufgabe.

§. 473. **Eine mehrerley namige Zahl, und eine einzigbenamte Zahl kleiner Sorten, mit einander zu multipliciren.**

Z. E. N°. 1. Wenn 1 fl. gewinnet 23 fl. 11 ℊ; wie viel ist Gewinn an 7 ℊ? Allhier ist unwidersprechlich die Antwort 7/30 mal 23 fl. 11 ℊ; und bedienet man sich (der §. 451 gegebenen Ursache wegen) in diesem Falle, absonderlich da öfters die mehrerley namige Zahl aus mehr als zweyerley Sorten besteht, der 2ten Art aus §. 450. Also:

23 fl. 11 ℊ 7/30 mal

30) 163 . 17 . das Factum aus 7 mal 23 fl. 11 ℊ

Antw. 5 . 13 17/30 (§. 467. N°. 1,)

Von dieser Division aber folget hernach im Dividiren.

N°. 2. Wenn 1 fl. gewinnet 7 ℊ; wie viel gewinnen 23 fl. 11 ℊ? Allhier muß die Antwort (wie bereits

§. 467

§. 467. N°. 2 erkläret). $23\frac{1}{30}$ mal 7 ℔ seyn, das ist (§. 448. N°. 2) $163\frac{7}{30}$ ℔, oder 5 fl, $13\frac{7}{30}$ ℔, wie im nächst vorigen Exempel. So aber die 7 (z. E.) ℳ wären, müßte die Antwort auch $23\frac{1}{30}$ mal 7 ℳ, nämlich $163\frac{7}{30}$ ℳ seyn.

N°. 3. Wenn 1 ℳ kostet 37 fl. 19 ℔ 16 ₰; was kosten 24 Loth. Allhier ist nothwendig die Antwort $\frac{24}{32}$, oder (so einerley §. 384).

$\frac{3}{4}$ mal 37 fl. 19 ℔ 16 ₰ (3

Also: 4) 112 ▫ 29 ▫ 12

Antw. 28 ▫ 7 ▫ $7\frac{1}{2}$

Demnach verfahret wie vorhin N°. 1.

Die 49. Aufgabe.

§. 474. **Eine mehrerley namige Zahl mit einer mehrerley namigen Zahl zu multipliciren.**

Z. E. Wenn 1 fl. gewinnet 23 fl. 11 ℔; wie viel gewinnen 7 fl. 7 ℔? Allhier muß die Antwort allerdings $7\frac{7}{30}$ mal 23 fl. 11 ℔ seyn. Demnach stehet die Berechnung, als folget:

23 fl. 11 ℔.	$7\frac{7}{30}$ mal
163 ▫ 17 das	7 fache (§. 467. N°. 1)
5 ▫ $13\frac{7}{30}$ das	$\frac{7}{30}$ fache (§. 473. N°. 1)

Antw. 169 ▫ $\frac{7}{30}$

§. 475. Alles, was oben §. 436 und 455 erinnert worden, ist nicht minder auch von den erwehnten 5 Fällen in kleinern Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte zu verstehen. Insonderheit auch, daß man solche 5 Fälle durch die allgemeine Regel (§. 456) solviren könne; dieses will ich nur an dem nächst vorigen Exempel §. 474 darthun. Nämlich, weil man allda die 23 fl. 11 ℔, $7\frac{7}{30}$ mal zusammen nehmen soll, so könnet ihr beyde Fa-

ctores

ctores einrichten (§. 407). kommen 701 ℔ oder $\frac{701}{30}$ fl. mit $\frac{21}{30}$ zu multipliciren, und folglich zur Antwort $\frac{15}{30}\frac{21}{30}\frac{21}{30}$, oder $169\frac{17}{900}$ fl. das iſt (§. 415. N°. 4) 169 fl. — $\frac{17}{30}$ ℔, wie vorhin (§. 474). Allein eben dieſer Proceß iſt der uralten gemeinen Manier gleich, von der oben §. 469 erwehnet worden; welche deſto mehr verworfen wird, je mehrerley verſchiedene kleine Sorten (die nach ſolcher Manier ohne Noth immerfort unter den Namen der kleinſten Sorten gebracht werden müſſen) in den Factoribus enthalten ſind.

Von der Diviſion der Theile eines Ganzen, als auch der vermiſchten und mehrerley namigen Zahlen.

§. 476.

Bey der Diviſion in Brüchen hat man gleichfalls, wie in der Multiplication (§. 436), 5 unterſchiedene Hauptfälle, nämlich

1. zu dividiren **Brüche durch Brüche.**
2. **Brüche durch Ganze.**
3. **vermiſchte Zahlen durch Ganze.**
4. **ganze oder auch vermiſchte Zahlen durch Brüche.**
5. **Ganze oder Brüche allein, oder auch vermiſchte Zahlen durch vermiſchte Zahlen,**

welche Fälle ebenfalls unter eine allgemeine Regel, wie hernach gezeiget werden ſoll, gebracht werden können; allein der (§. 437) gegebenen Urſache wegen, habe dienlich erachtet, jeden dieſer 5 Fälle in einer beſondern Aufgabe, als folget, zu erklären.

Die 50. Aufgabe.

§. 477. Einen Bruch durch einen Bruch zu dividiren.

In diesem Hauptfall ereignen sich wiederum zwey besondere Fälle. Nämlich 1) wenn ihre Nenner gleich, 2), wenn dieselben ungleich.

Im ersten Falle:

Lasset die Nenner fahren, und dividiret des Dividendi Zähler, durch des Divisoris Zähler.

Z. E. N°. 1. $\frac{27}{32}$ in $\frac{3}{32}$ zu dividiren; so dividiret die 27 in 3, kommet der verlangte Quotient 9.

N°. 2. $\frac{19}{30}$ in $\frac{7}{30}$ zu dividiren; so dividiret die 19 in 7, kommet der begehrte Quotient $2\frac{5}{7}$.

N°. 3. $\frac{3}{8}$ in $\frac{1}{8}$ zu dividiren; so dividiret die 3 in 5 (§. 231), kommt der gesuchte Quotient $\frac{3}{5}$.

Beweis.

Dieser kann so wohl aus der Beschaffenheit der Division selbst, als aus der Lehre der geometrischen Verhältnisse hergeleitet werden. Denn einen Bruch durch einen Bruch zu dividiren, ist so viel gesaget, als zu suchen, wie oft dieser in jenem enthalten sey (§. 199); oder, so einerley (§. 297), die geometrische Verhältniß dieses Bruchs zu jenem zu finden. Wenn nun ihre Nenner gleich sind, so hat man auf selbige, als auf den gemeinen Namen der gegebenen Zähler, oder (§. 77) eigentlichen Zahlen, nicht zu sehen (§. 202 und 306), und verhalten sich solche Brüche gegen einander, wie ihre Zähler (§. 289). Derowegen geschieht die verlangte Division nur in die Zähler, und läßt man ihren gemeinen Nenner fahren.

Oder

Oder es kann dieſer Satz auch daher erwieſen werden. Denn wenn man den Nenner eines Bruchs wegſtreichet oder fahren läßt, und den Zähler als eine ganze Zahl annimmt, ſo wird ſolcher Bruch dadurch mit dem Nenner multipliciret oder gegrößert (§. 445). Wenn nun die in einander zu dividiren gegebenen Brüche gleiche Nenner haben, und man beyderſeits ſolche Nenner fahren läßt, ſo werden beyde Brüche dadurch mit gleichen Zahlen gegrößert, folgends wenn man ferner die verlangte Diviſion an ſolchen gegrößerten Zahlen verrichtet, das iſt nämlich, wenn man die Zähler, als ganze Zahlen annimmt, und ſelbige, wie ſonſt ganze Zahlen, in einander dividiret, ſo muß nothwendig der verlangte Quotient kommen (§. 293).

Im andern Falle:

I. Kehret den Diviſorem um, nämlich ſetzet die Zahl des Zählers unter, und die Zahl des Nenners über die Linie, alsdenn

II. multipliciret dieſen kommenden Bruch mit dem gegebenen Dividendo, wie in der Multiplication §. 438 gelehret worden; ſo iſt das kommende Product der verlangte Quotient.

Z. E. N°. 4. $\frac{2}{3}$ in $\frac{4}{5}$ zu dividiren; ſo verkehret die $\frac{4}{5}$ ſolchergeſtalt $\frac{5}{4}$, und multipliciret demnach dieſe $\frac{2}{3}$ mit $\frac{5}{4}$ (ibid.), kommen $\frac{10}{12}$, der geſuchte Quotient.

N°. 5. $\frac{1}{4}$ in $\frac{2}{3}$ zu dividiren; ſo verkehret die $\frac{2}{3}$, und multipliciret demnach $\frac{1}{4}$ mit $\frac{3}{2}$, kommen $\frac{3}{8}$, oder $1\frac{7}{8}$, der geſuchte Quotient.

Beweis.

Wenn ihr nur dasjenige bedenket, was oben §. 449 und ſonderlich N°. 3. erkläret worden, ſo könnet ihr die

Richtigkeit dieſer Regel eben auf die Weiſe finden, wie die Regel des erſtern Falles, durch den vorigen andern Beweis. Jedoch will ich allhier noch einen beſondern Beweis geben, als folget:

Wenn man die zwey Brüche unter einerley Nenner bringet, und ihre gleichnamige neue Zähler gefunden, ſo hat man ferner (laut des 1ſten Falles) auf den gemeinen Nenner nicht zu ſehen, ſondern nur den neuen Zähler des Dividendi durch den neuen Zähler des Diviſoris zu dividiren. Indeſſen wenn die gegebenen zwey Brüche unter gleiche Nenner gebracht werden (§. 408), erwächſet des Dividendi neuer Zähler, wenn man ſeinen gegebenen Zähler mit des Diviſoris gegebenen Nenner multipliciret; und des Diviſoris neuer Zähler, wenn man ſeinen gegebenen Zähler mit des Dividendi gegebenem Nenner multipliciret: Folgends bekommet man nach der gezeigten Regel, wenn man nämlich den Diviſorem umkehret, und ſolchen umgekehrten Bruch mit dem andern Bruch multipliciret, die begehrten gleichnamigen neuen Zähler und zwar gehörigermaßen (§. 231 und 232) des Dividendi über, und des Diviſoris unter der Linie; welche ferner wo der geſuchte Quotient mehr als ein Ganzes iſt (wie im vorigen andern Exempel die $\frac{1}{8}$) nach Erforderung wirklich dividiret werden kann.

§. 478. Man ſiehet hieraus, daß das gedachte Umkehren keine Nothwendigkeit ſey, wenn man nur die gehörigen Zahlen mit einander, nämlich des Dividendi Zähler mit des Diviſoris Nenner, hingegen dieſes Zähler mit jenes Nenner multipliciret (wie §. 409. ſchon angewieſen worden), und das erſte Product in das andere Product dividiret. Allein es wird das Umkehren deswegen beliebet, weil man ſolchergeſtalt allhier eben ſo wohl als in der Multiplication (§. 438). nur bey der einzigen Regel in §. 399 ſequ. verbleiben kann, und alſo keine beſondere Regel mehr beobach-

ten

ten darf. Das fürnehmſte aber, was bey ſolchem Umkehren zu merken, iſt dieſes, (wovon oben §. 204 bereits erinnert worden) daß man den Diviſorem fleißig wahrnehmen müſſe, damit man nicht an ſtatt dieſes den Dividendum umkehre, und alſo eine falſche Antwort heraus bringe.

§. 479. Noch etliche Exempel zur Uebung; als welche (nach Anzeigung §. 374) auch zu Proben der Multiplicationsexempel §. 439 dienen können.

N°. 1. $\frac{77}{300}$ in $\frac{7}{30}$ zu dividiren. Alſo:

$\frac{77 \cdot 11}{300 \cdot 30}$ $\frac{300}{7}$ Antw. $\frac{11}{30}$

N°. 2. $\frac{9}{14}$ in $\frac{3}{4}$ zu dividiren. Alſo:

$\frac{9 \cdot 3}{14 \cdot 7}$ $\frac{4 \cdot 2}{8}$ Antw. $\frac{6}{7}$

N°. 3. $\frac{1}{4}$ in $\frac{2}{3}$ zu dividiren. Alſo:

$\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ Antw. $\frac{3}{8}$

N°. 4. $\frac{5}{12}$ in $\frac{1}{8}$ zu dividiren. Alſo:

$\frac{8}{12 \cdot 3}$ $\frac{8 \cdot 2}{8}$ Antw. $\frac{2}{3}$

Die 51. Aufgabe.

§. 480. **Einen Bruch durch eine ganze Zahl zu dividiren.**

In dieſem Hauptfalle ereignen ſich abermals zwey beſondere Fälle, nämlich 1) wenn der Zähler des Bruchs in den gegebenen Diviſorem untheilbar (§. 223), 2tens wenn er theilbar.

Im erſten Falle:

Schreibet den gegebenen Zähler über, und das Product, welches entſteht aus dem Nenner und Diviſore, mit einander multipliciret, unter eine Linie bruchsweiſe, ſo iſt ſolcher kommende Bruch der begehrte Quotient.

Z. E. N°. 1. $\frac{19}{30}$ in 6 zu dividiren; so multipliciret (weil der Zähler 19 in 6 nicht aufgeht) den Nenner 30 mit 6, kommen 180. Setzet demnach die 19 über, und 180 unter eine Linie, also: $\frac{19}{180}$. Dieser Bruch ist der verlangte Quotient.

N°. 2. $\frac{3}{8}$ in 5 zu dividiren, ist der Quotient $\frac{3}{40}$.

N°. 3. $\frac{1}{4}$ in 3 zu dividiren, ist der Quotient $\frac{1}{12}$.

Beweis.

Wenn man die gegebene Ganze (wie z. E. N°. 1 die 6) mit des Bruchs Nenner (30) multipliciret, so bedeutet das Product (180) eben solche Theile, als der Zähler des gegebenen Bruchs (§. 157. N°. 1 und 2). Derowegen darf man ferner (nach Anzeigung §. 477. im 1ten Falle) nur solche gleichnamige Zahlen in einander, nämlich des Dividendi Zähler (19) durch den Zähler des Divisoris (180) dividiren, welches denn (§. 231) durch bloßes unter einander setzen geschiehet; so bekommet man allerdings den begehrten Quotienten.

Oder es kann dieser Beweis gleich dem andern Beweise des 1ten Falles §. 477 gegeben werden. Denn wenn man einerseits die gegebene ganze Zahl mit des Bruchs Nenner multipliciret, und anderseits den Nenner fahren läßt (§. 445) so werden dadurch der Divisor und Dividendus mit gleichen Zahlen gegrößert. Folgends wenn man ferner solche gegrößerte Zahlen gehörigermaßen, wie sonst ganze Zahlen, in einander dividiret, muß der verlangte Quotient kommen (§. 293).

Im andern Falle:

Dividiret des Bruchs Zähler in den gegebenen Divisorem, und schreibet unter den kommenden Quotienten, des Bruchs

Bruchs gegebenen Nenner, ſo iſt ſolcher kommende Bruch der geſuchte Quotient.

Z. E. N°. 4. $\frac{6}{7}$ in 3 zu dividiren; ſo dividiret (weil der Zähler 6 in 3 aufgeht) die 6 in 3, kommen 2. Hierunter ſchreibet den Nenner 7, ſo habt ihr $\frac{2}{7}$ den verlangten Quotienten.

N°. 5. $\frac{28}{30}$ in 4 zu dividiren, iſt der Quotient (weil 4 in 28 iſt 7 mal) $\frac{7}{30}$.

Beweis.

Wenn man eine Größe in eine Anzahl gleiche Theile theilet, iſt der Quotient eben von derſelben Art, was der Dividendus iſt (§. 211). Derowegen folget, wenn man z. E. 6, welche 7tel heißen, in 3 gleiche Theile theilet, daß der Quotient 2 ebenfalls 7tel heißen, und alſo $\frac{2}{7}$ ſeyn müſſe.

Oder es kann dieſer Beweis aus der Regel des 1ten Falles hergeleitet werden. Denn nach ſelbiger müßte man den Diviſorem (wie Z. E. N°. 4 die 3) mit des Bruchs Nenner (7) multipliciren, und des Bruchs Zähler (6) darüber ſetzen (alſo $\frac{6}{21}$). Folglich würde der kommende neue Nenner (21) in die gegebene ganze Zahl (3) als in ſeinen Factorem ohnſtreitig theilbar (§. 271), und alſo die gegebene ganze Zahl (3) das Maaß zu dem neuen Nenner (21) ſeyn müſſen (§. 272.) Wenn nun der Zähler (6) vermöge dieſes andern Falles, ebenfalls in die gegebene ganze Zahl (3) theilbar iſt, ſo würde ſolche ganze Zahl (3) das gemeine Maaß ſeyn (§. 252) zu dem auf vorige Weiſe kommenden Zähler und Nenner (als zu 6 und 21). Demnach würde ſolcher entſtehende Bruch ($\frac{6}{21}$) in die gegebene ganze Zahl (3) gekleinert werden können (§. 384 und 320), und nach ſolcher Verkleinerung, in dem Nenner wiederum den gege-

§. 467. N°. 2 erkläret). $23\frac{1}{30}$ mal 7 ℔ seyn, das ist (§. 448. N°. 2) $163\frac{7}{30}$ ℔, oder 5 fl, $13\frac{7}{30}$ ℔, wie im nächst vorigen Exempel. So aber die 7 (z. E.) ℳ wären, müßte die Antwort auch $23\frac{1}{30}$ mal 7 ℳ, nämlich $163\frac{7}{30}$ ℳ seyn.

N°. 3. Wenn 1 ℳ kostet 37 fl. 19 ℔ 16 ₰; was kosten 24 Loth. Allhier ist nothwendig die Antwort $\frac{3}{4}$, oder (so einerley §. 384).

$\frac{3}{4}$ mal 37 fl. 19 ℔ 16 ₰ (3

Also: 4) 112 " 29 " 12

Antw. 28 " 7 " $7\frac{1}{2}$

Demnach verfahret wie vorhin N°. 1.

Die 49. Aufgabe.

§. 474. **Eine mehrerley namige Zahl mit einer mehrerley namigen Zahl zu multipliciren.**

Z. E. Wenn 1 fl. gewinnet 23 fl. 11 ℔; wie viel gewinnen 7 fl. 7 ℔? Allhier muß die Antwort allerdings $7\frac{7}{30}$ mal 23 fl. 11 ℔ seyn. Demnach stehet die Berechnung, als folget:

23 fl. 11 ℔. $7\frac{7}{30}$ mal

163 " 17 das 7 fache (§. 467. N°. 1)

5 " $13\frac{7}{30}$ das $\frac{7}{30}$ fache (§. 473. N°. 1)

Antw. 169 " $\frac{7}{30}$

§. 475. Alles, was oben §. 436 und 455 erinnert worden, ist nicht minder auch von den erwehnten 5 Fällen in kleinern Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte zu verstehen. Insonderheit auch, daß man solche 5 Fälle durch die allgemeine Regel (§. 456) solviren könne; dieses will ich nur an dem nächst vorigen Exempel §. 474 darthun. Nämlich, weil man allda die 23 fl. 11 ℔, $7\frac{7}{30}$ mal zusammen nehmen soll, so könnet ihr beyde Factores

ctores einrichten (§. 407). kommen 701 ℔ oder $\frac{701}{720}$ fl. mit $\frac{17}{30}$ zu multipliciren, und folglich zur Antwort $\frac{12117}{900}$, oder $169\frac{17}{300}$ fl. das iſt (§. 415. N°. 4) 169 fl. — $\frac{17}{20}$ ℔, wie vorhin (§. 474). Allein eben dieſer Proceß iſt der uralten gemeinen Manier gleich, von der oben §. 469 erwehnet worden; welche deſto mehr verworfen wird, je mehrerley verſchiedene kleine Sorten (die nach ſolcher Manier ohne Noth immerfort unter den Namen der kleinſten Sorten gebracht werden müſſen) in den Factoribus enthalten ſind.

Von der Diviſion der Theile eines Ganzen, als auch der vermiſchten und mehrerley namigen Zahlen.

§. 476.

Bey der Diviſion in Brüchen hat man gleichfalls, wie in der Multiplication (§. 436), 5 unterſchiedene Hauptfälle, nämlich

1. zu dividiren Brüche durch Brüche.
2. Brüche durch Ganze.
3. vermiſchte Zahlen durch Ganze.
4. ganze oder auch vermiſchte Zahlen durch Brüche.
5. Ganze oder Brüche allein, oder auch vermiſchte Zahlen durch vermiſchte Zahlen,

welche Fälle ebenfalls unter eine allgemeine Regel, wie hernach gezeiget werden ſoll, gebracht werden können; allein der (§. 437) gegebenen Urſache wegen, habe dienlich erachtet, jeden dieſer 5 Fälle in einer beſondern Aufgabe, als folget, zu erklären.

Die 50. Aufgabe.

§. 477. Einen Bruch durch einen Bruch zu dividiren.

In diesem Hauptfall ereignen sich wiederum zwey besondere Fälle. Nämlich 1) wenn ihre Nenner gleich, 2), wenn dieselben ungleich.

Im ersten Falle:

Lasset die Nenner fahren, und dividiret des Dividendi Zähler, durch des Divisoris Zähler.

Z. E. N°. 1. $\frac{27}{32}$ in $\frac{3}{32}$ zu dividiren; so dividiret die 27 in 3, kommet der verlangte Quotient 9.

N°. 2. $\frac{19}{80}$ in $\frac{7}{80}$ zu dividiren; so dividiret die 19 in 7, kommet der begehrte Quotient $2\frac{5}{7}$.

N°. 3. $\frac{3}{8}$ in $\frac{1}{8}$ zu dividiren; so dividiret die 3 in 5 (§. 251), kommt der gesuchte Quotient $\frac{3}{5}$.

Beweis.

Dieser kann so wohl aus der Beschaffenheit der Division selbst, als aus der Lehre der geometrischen Verhältnisse hergeleitet werden. Denn einen Bruch durch einen Bruch zu dividiren, ist so viel gesaget, als zu suchen, wie oft dieser in jenem enthalten sey (§. 199); oder, so einerley (§. 297), die geometrische Verhältniß dieses Bruchs zu jenem zu finden. Wenn nun ihre Nenner gleich sind, so hat man auf selbige, als auf den gemeinen Namen der gegebenen Zähler, oder (§. 77) eigentlichen Zahlen, nicht zu sehen (§. 202 und 306), und verhalten sich solche Brüche gegen einander, wie ihre Zähler (§. 389). Derowegen geschieht die verlangte Division nur in die Zähler, und läßt man ihren gemeinen Nenner fahren.

Oder

Oder es kann dieſer Satz auch daher erwieſen werden. Denn wenn man den Nenner eines Bruchs wegſtreichet oder fahren läßt, und den Zähler als eine ganze Zahl annimmt, ſo wird ſolcher Bruch dadurch mit dem Nenner multipliciret oder gegrößert (§. 445). Wenn nun die in einander zu dividiren gegebenen Brüche gleiche Nenner haben, und man beyderſeits ſolche Nenner fahren läßt, ſo werden beyde Brüche dadurch mit gleichen Zahlen gegrößert, folgends wenn man ferner die verlangte Diviſion an ſolchen gegrößerten Zahlen verrichtet, das iſt nämlich, wenn man die Zähler, als ganze Zahlen annimmt, und ſelbige, wie ſonſt ganze Zahlen, in einander dividiret, ſo muß nothwendig der verlangte Quotient kommen (§. 293).

Im andern Falle:

I. Kehret den Diviſorem um, nämlich ſetzet die Zahl des Zählers unter, und die Zahl des Nenners über die Linie, alsdenn

II. multipliciret dieſen kommenden Bruch mit dem gegebenen Dividendo, wie in der Multiplication §. 438 gelehret worden; ſo iſt das kommende Product der verlangte Quotient.

Z. E. N°. 4. $\frac{2}{3}$ in $\frac{1}{4}$ zu dividiren; ſo verkehret die $\frac{1}{4}$ ſolchergeſtalt $\frac{4}{1}$, und multipliciret demnach dieſe $\frac{2}{3}$ mit $\frac{4}{1}$ (ibid.), kommen $\frac{8}{3}$, der geſuchte Quotient.

N°. 5. $\frac{1}{4}$ in $\frac{2}{3}$ zu dividiren; ſo verkehret die $\frac{2}{3}$, und multipliciret demnach $\frac{1}{4}$ mit $\frac{3}{2}$, kommen $\frac{3}{8}$, oder $1\frac{1}{8}$, der geſuchte Quotient.

Beweis.

Wenn ihr nur dasjenige bedenket, was oben §. 449 und ſonderlich N°. 3. erkläret worden, ſo könnet ihr die

Z. E. N°. 1. $\frac{19}{30}$ in 6 zu dividiren; so multipliciret (weil der Zähler 19 in 6 nicht aufgeht) den Nenner 30 mit 6, kommen 180. Setzet demnach die 19 über, und 180 unter eine Linie, also: $\frac{19}{180}$. Dieser Bruch ist der verlangte Quotient.

N°. 2. $\frac{3}{5}$ in 5 zu dividiren, ist der Quotient $\frac{3}{25}$.

N°. 3. $\frac{1}{4}$ in 3 zu dividiren, ist der Quotient $\frac{1}{12}$.

Beweis.

Wenn man die gegebene Ganze (wie z. E. N°. 1 die 6) mit des Bruchs Nenner (30) multipliciret, so bedeutet das Product (180) eben solche Theile, als der Zähler des gegebenen Bruchs (§. 157. N°. 1 und 2). Derowegen darf man ferner (nach Anzeigung §. 477 im 1ten Falle) nur solche gleichnamige Zahlen in einander, nämlich des Dividendi Zähler (19) durch den Zähler des Divisoris (180) dividiren, welches denn (§. 231) durch bloßes unter einander setzen geschiehet; so bekommet man allerdings den begehrten Quotienten.

Oder es kann dieser Beweis gleich dem andern Beweise des 1ten Falles §. 477 gegeben werden. Denn wenn man einerseits die gegebene ganze Zahl mit des Bruchs Nenner multipliciret, und anderseits den Nenner fahren läßt (§. 445) so werden dadurch der Divisor und Dividendus mit gleichen Zahlen gegrößert. Folgends wenn man ferner solche gegrößerte Zahlen gehörigermaßen, wie sonst ganze Zahlen, in einander dividiret, muß der verlangte Quotient kommen (§. 293).

Im andern Falle:

Dividiret des Bruchs Zähler in den gegebenen Divisorem, und schreibet unter den kommenden Quotienten, des

Bruchs

Bruchs gegebenen Nenner, so ist solcher kommende Bruch der gesuchte Quotient.

Z. E. N°. 4. $\frac{6}{7}$ in 3 zu dividiren; so dividiret (weil der Zähler 6 in 3 aufgeht) die 6 in 3, kommen 2. Hierunter schreibet den Nenner 7, so habt ihr $\frac{2}{7}$ den verlangten Quotienten.

N°. 5. $\frac{28}{30}$ in 4 zu dividiren, ist der Quotient (weil 4 in 28 ist 7 mal) $\frac{7}{30}$.

Beweis.

Wenn man eine Größe in eine Anzahl gleiche Theile theilet, ist der Quotient eben von derselben Art, was der Dividendus ist (§. 211). Derowegen folget, wenn man z. E. 6, welche 7tel heißen, in 3 gleiche Theile theilet, daß der Quotient 2 ebenfalls 7tel heißen, und also $\frac{2}{7}$ seyn müsse.

Oder es kann dieser Beweis aus der Regel des 1 ten Falles hergeleitet werden. Denn nach selbiger müßte man den Divisorem (wie Z. E. N°. 4 die 3) mit des Bruchs Nenner (7) multipliciren, und des Bruchs Zähler (6) darüber setzen (also $\frac{6}{21}$). Folglich würde der kommende neue Nenner (21) in die gegebene ganze Zahl (3) als in seinen Factorem ohnstreitig theilbar (§. 271), und also die gegebene ganze Zahl (3) das Maaß zu dem neuen Nenner (21) seyn müssen (§. 272.) Wenn nun der Zähler (6) vermöge dieses andern Falles, ebenfalls in die gegebene ganze Zahl (3) theilbar ist, so würde solche ganze Zahl (3) das gemeine Maaß seyn (§. 252) zu dem auf vorige Weise kommenden Zähler und Nenner (als zu 6 und 21). Demnach würde solcher entstehende Bruch ($\frac{6}{21}$) in die gegebene ganze Zahl (3) gekleinert werden können (§. 384 und 320), und nach solcher Verkleinerung, in dem Nenner wiederum den gege-

benen Nenner (7), als den andern Factorem (§. 267); in dem Zähler aber denjenigen Quotienten (2), welcher entstehet, so der gegebene Zähler (6) in die ganze Zahl (3) dividiret wird bringen müssen. Da man nun dieses alles allhier zum voraus vergewissert ist, so gehet man in diesem Falle viel lieber den kürzesten Weg, und setzet dasjenige so fort zur Antwort, welches nach der Regel des 1sten Falles durch eine Multiplication und nachmalige Verkleinerung allererst gesuchet werden müßte. Und dieses geschiehet, wenn man den gegebenen Zähler (6) so fort in die ganze Zahl (3) dividiret oder gleichsam kleinert, und unter das kommende (als unter die 2) den gegebenen Nenner (7) hinschreibet.

§. 481. Ich habe diesen nächsten Beweis insonderheit wohl zu merken recommandiren wollen, weil man aus dessen Grunde in vielen Rechnungen öfters einen Vortheil erlangen kann, indem diejenigen, welche dieses nicht wissen, sich gar oft mit unnöthigen Multiplicationen und Divisionen bemühen, und dasjenige in der Ferne suchen müssen, was sie in der Nähe finden können.

§. 482. Also könnet ihr auch hieraus wahrnehmen, daß die Regel des 1sten Falles auch zum andern Falle gemein sey, und dienet die in diesem Falle gegebene besondere Regel nur zur Kürze. Sonsten aber kann man in selbigem auch nach jener Regel den wahren Quotienten finden. Derowegen darf man insonderheit bey solchen Zahlen, von welchen man nicht so geschwinde wissen kann, ob der Zähler in den Divisorem theil- oder untheilbar sey, allezeit nur nach der ersten Regel procediren.

Die 52. Aufgabe.

§. 483. Eine vermischte Zahl durch eine ganze Zahl zu dividiren.

I. Fanget die Division zur Linken des Dividendi bey der größten Art Einheiten (§. 258) an, das ist bey den Gan-

Ganzen, und dividiret dieſelben (wenn ſie nämlich mehr als der Diviſor), wie ſonſt bey ganzen Zahlen gewöhnlich. Alsdenn

II. dividiret auch den Bruch in den gegebenen Diviſorem nach Anzeigung §. 480. So aber bey der vorigen Diviſion etliche Ganze übrig geblieben, oder auch, wenn die Ganzen in der vermiſchten Zahl weniger als der Diviſor, ſo bringet ſelbige Ganze mit dem gegebenen Bruche erſtlich unter gleiche Benennung (§. 407.), und dividiret ſolche gleichnamige Theile auf einmal durch den Diviſorem, ſo kommet der begehrte Quotient.

Es iſt demnach die Ordnung dieſes Proceſſes gleich der Ordnung in ganzen Zahlen. Nur allein, weil hier eine ganze Einheit öfters mehr oder minder als 10 kleinere Einheiten der Theile in ſich enthält, ſo hat man dasjenige nur noch inſonderheit zu beobachten, davon oben §. 259 bereits Erinnerung geſchehen.

Z. E. N°. 1. $564\frac{1}{10}$ in 6, zu dividiren. Dieſes ſtehet alſo: Qu. $94\frac{1}{10}$.

Nämlich dividiret die 564 in 6, kommen 94. Ferner die $\frac{1}{10}$ in 6, kommen (§. 480. N°. 1) $\frac{1}{10}$. Demnach iſt der verlangte Quotient: $94\frac{1}{10}$.

N°. 2. $741\frac{6}{7}$ in 3 zu dividiren. Alſo:

Quot. $247\frac{6}{7}$.

Nämlich dividiret die 741 in 3, kommen 247. Ferner auch die $\frac{6}{7}$ in 3, kommen (ibid. N°. 4) $\frac{2}{7}$.

N°. 3. $2\frac{17}{30}$ in 7 zu dividiren. Alſo:

Quot. $\frac{17}{30}$.

Nämlich, weil hier 2 in 7 nicht können dividiret werden, ſo machet ſolche 2 Ganze zu 30tel, und leget ſie zu

den $\frac{17}{30}$, nämlich saget: 2 mal 30 ist 60, zu 17, ist $\frac{77}{30}$. Diese dividiret alsdenn in den Divisorem 7 (nach dem andern Falle, ibid. weil 77 in 7 aufgehen) kommet der begehrte Quotient $\frac{11}{30}$.

N°. 4. $4\frac{3}{8}$ in 7 zu dividiren; so saget (nach nächst voriger Erklärung) 4 mal 8 ist 32, zu 3, ist $\frac{35}{8}$, welche in 7 dividiret, wie vorhin, bringen den verlangten Quotienten $\frac{5}{8}$.

N°. 5. $8\frac{17}{30}$ in 9 zu dividiren. Multipliciret die 8 mit 30, und nehmet die 17 darzu, so habt ihr $\frac{257}{30}$. Diese dividiret alsdenn in 9 (nach dem 1ten Falle, ibid. weil 257 in 9 nicht aufgehen) kommt der gesuchte Quotient $\frac{28}{30}$.

N°. 6. $1\frac{1}{2}$ in 2 zu dividiren, oder, so einerley (§. 222 N°. 2. in Nota), wie viel ist die Hälfte aus $1\frac{1}{2}$? Saget: 1 mal 4 ist 4, zu 1, ist $\frac{5}{4}$. Diese in 2 dividiret (nach nächst voriger Erklärung) geben den verlangten Quotienten $\frac{3}{4}$.

N°. 7. $7\frac{2}{3}$ in 9 zu dividiren. Saget: 3 mal 7, ist 21, zu 2, ist $\frac{23}{3}$. Solche in 9 dividiret, wie vorhin, bringen den Quotienten $\frac{23}{27}$.

N°. 8. $37\frac{5}{6}$ in 136 zu dividiren. Multipliciret die 37 mit 6, und nehmet die 5 darzu, kommen $\frac{227}{6}$. Solche in 136 dividiret, geben $\frac{227}{816}$.

N°. 9. $95\frac{4}{7}$ in 7 zu dividiren. Also:

Quot. $13\frac{4}{7}$.

Nämlich dividiret die 95 in 7, kommen 13, und bleiben noch 4 übrig. Diesen Rest nehmet zu dem Bruch $\frac{4}{7}$, und dividiret folglich $4\frac{4}{7}$ in 7 (wie vorhin N°. 4) kommen $\frac{4}{7}$. Demnach ist der begehrte Quotient: $13\frac{4}{7}$.

N°. 10.

N°. 10. 539. $\frac{17}{18}$ in 9 zu dividiren. Also:

Quot. $59\frac{8}{9}\frac{7}{18}$.

Nämlich der Quotient aus 539 ist 59, und bleiben 8 übrig. Demnach dividiret ferner $8\frac{17}{18}$ in 9 (wie vorhin N°. 5), kommen $\frac{8}{9}\frac{7}{18}$.

N°. 11. $27\frac{1}{2}$ in 2 zu dividiren. Also:

Quot. $13\frac{1}{2}$.

Denn der Rest aus 27 ist 1. Dieses $1+\frac{1}{2}$, nämlich $1\frac{1}{2}$, in 2 dividiret, geben (wie vorhin N°. 6) $\frac{1}{2}$.

N°. 12. $27\frac{1}{4}$ in 3 zu dividiren. Also:

Quot. $9\frac{1}{12}$.

Denn der Quotient aus 27 ist 9, und aus $\frac{1}{4}$ (§. 480. N°. 3) $\frac{1}{12}$.

N°. 13. $173\frac{5}{6}$ in 136 zu dividiren. Also:

136	$173\frac{5}{6}$
Quot. $1\frac{2}{8}\frac{2}{1}\frac{7}{6}$	37

Nämlich weil der Divisor eine große Zahl, so setzet denselben zur Linken des Dividendi, und procediret nach Lehre §. 243, kommt im Quotient 1, und bleiben 37 übrig. Diese $37+\frac{5}{6}$ in 136 dividiret, geben (wie vorhin N°. 8) $\frac{2}{8}\frac{2}{1}\frac{7}{6}$.

N°. 14. $655\frac{2}{3}$ in 9 zu dividiren. Also:

Quot. $72\frac{2}{2}\frac{3}{7}$.

Denn der Rest aus 655 ist 7. Diese $7+\frac{2}{3}$, nämlich $7\frac{2}{3}$, in 9 dividiret, bringen (wie vorhin N°. 7) $\frac{2}{2}\frac{3}{7}$.

N°. 15. $2620\frac{4}{4}\frac{8}{7}$ in 8 zu dividiren. Also:

Quot. $327\frac{8}{4}\frac{8}{7}$.

Rest 4 (45

8) 224

28

Nämlich

Nämlich der Reſt aus 2620, iſt 4. Dieſe multiplicirt (beyſeite, wenn auch die Zahlen zu groß ſeyn, es im Kopfe zu berechnen) mit 45, und nehmet die 44 darzu, kommen $\frac{224}{45}$. Ihr könnet aber durch einen kleinern Ueberſchlag gar bald ſehen, daß die 224 in 8 theilbar ſind. Demnach verfahret nach dem andern Falle §. 480, kommt $\frac{28}{45}$.

Oder wenn ihr nicht erſt unterſuchen wollet, ob die 224 in 8 aufgehen, ſo dürfet ihr (§. 482) ſo fort nur nach dem 1ſten Falle §. 480 procediren, ſo kommen $\frac{224}{360}$. Es iſt aber dieſer Bruch $\frac{224}{360}$ eben ſo viel, als $\frac{28}{45}$.

Denn $\frac{224}{360}$ | iſt $\frac{28}{45}$ (§. 384).

N°. 16. 163 $\frac{14}{30}$ in 30 zu dividiren. Alſo:

Quot. $5\frac{407}{900}$. | Reſt 13 / 407 (30

Denn der Reſt aus 163 iſt 13. Dieſe mit dem Nenner 30 multipliciret, und die 17 darzu genommen (wie allhier beyſeite zu erſehen), geben $\frac{407}{30}$, und da 407 in den Diviſorem 30 nicht aufgehen, ſo verfahret nach dem erſten Falle §. 480, kommt $\frac{407}{900}$.

N°. 17. 43800 $\frac{700}{1733}$ in 100 zu dividiren. Dieſes ſtehet (nach Lehre §. 235) alſo: $438\frac{00}{100}\frac{700}{1733}$; und iſt demnach der Quotient $438\frac{700}{1733}$.

N°. 18. 43817 $\frac{700}{1733}$ in 100 zu dividiren. Alſo:

Quot. $438\frac{36591}{173300}$. | 1523 mit 17 / 10661 / 26591 (+700

N°. 19.

N°. 19. 43817 $\frac{292}{1715}$ in 100 zu dividiren. Alſo;

Quot. 438 $\frac{256}{1715}$. | 1523 mit 17
10661
(+709
26600 dieſe gehen in 100 auf.

N°. 20. Wie viel iſt $\frac{5}{428}$ aus 138795 $\frac{53}{137}$? Dieſes heißt, wenn ihr 138795 $\frac{53}{137}$ in 426 gleiche Theile theilet; wie groß wird jeder Theil derſelben komen? Alſo:

426 | 138795 $\frac{53}{137}$ | 426 × 137
1278
2982
58362

Quot. 325 $\frac{47318}{58362}$. | 109...
oder 325 $\frac{23659}{29181}$. | 247.
(137
345
1035
2415
47318

Nämlich der Quotient aus 138795 iſt 325, und bleiben 345 übrig. Dieſe machet zu 137tel, und nehmet die 53 darzu, kommen 47318, nämlich 137tel, in 426 zu dividiren. Demnach multipliciret (nach Anzeigung §. 480 im erſten Falle) die 426 mit 137, ſo habt ihr den Bruch in dem Quoto $\frac{47318}{58362}$, oder (gekleinert in 2) $\frac{23659}{29181}$. Ihr habet demnach hieraus zu erſehen, daß bey dergleichen großen Exempeln, wegen Größe der Zahlen nur mehrere Bemühung iſt; im übrigen aber nicht anders, als bey den vorigen Exempeln zu procediren ſey.

Die 53. Aufgabe.

§. 484. Eine ganze oder auch vermiſchte Zahl durch einen Bruch zu dividiren.

I. Mul-

Richtigkeit dieſer Regel eben auf die Weiſe finden, wie die Regel des erſtern Falles, durch den vorigen andern Beweis. Jedoch will ich allhier noch einen beſondern Beweis geben, als folget:

Wenn man die zwey Brüche unter einerley Nenner bringet, und ihre gleichnamige neue Zähler gefunden, ſo hat man ferner (laut des 1ſten Falles) auf den gemeinen Nenner nicht zu ſehen, ſondern nur den neuen Zähler des Dividendi durch den neuen Zähler des Diviſoris zu dividiren. Indeſſen wenn die gegebenen zwey Brüche unter gleiche Nenner gebracht werden (§. 408), erwächſet des Dividendi neuer Zähler, wenn man ſeinen gegebenen Zähler mit des Diviſoris gegebenen Nenner multipliciret; und des Diviſoris neuer Zähler, wenn man ſeinen gegebenen Zähler mit des Dividendi gegebenem Nenner multipliciret: Folgends bekommet man nach der gezeigten Regel, wenn man nämlich den Diviſorem umkehret, und ſolchen umgekehrten Bruch mit dem andern Bruch multipliciret, die begehrten gleichnamigen neuen Zähler und zwar gehörigermaßen (§. 231 und 232) des Dividendi über, und des Diviſoris unter der Linie; welche ferner wo der geſuchte Quotient mehr als ein Ganzes iſt (wie im vorigen andern Exempel die $\frac{1}{3}$) nach Erforderung wirklich dividiret werden kann.

§. 478. Man ſiehet hieraus, daß das gedachte Umkehren keine Nothwendigkeit ſey, wenn man nur die gehörigen Zahlen mit einander, nämlich des Dividendi Zähler mit des Diviſoris Nenner, hingegen dieſes Zähler mit jenes Nenner multipliciret (wie §. 409. ſchon angewieſen worden), und das erſte Product in das andere Product dividiret. Allein es wird das Umkehren deswegen beliebet, weil man ſolchergeſtalt allhier eben ſo wohl als in der Multiplication (§. 438). nur bey der einzigen Regel in §. 399 ſequ. verbleiben kann, und alſo keine beſondere Regel mehr beobachten

ten darf. Das fürnehmſte aber, was bey ſolchem Umkehren zu merken, iſt dieſes, (wovon oben §. 204 bereits erinnert worden) daß man den Diviſorem fleißig wahrnehmen müſſe, damit man nicht an ſtatt dieſes den Dividendum umkehre, und alſo eine falſche Antwort heraus bringe.

§. 479. Noch etliche Exempel zur Uebung; als welche (nach Anzeigung §. 374) auch zu Proben der Multiplicationsexempel §. 439 dienen können.

N°. 1. $\frac{77}{300}$ in $\frac{7}{30}$ zu dividiren. Alſo:

$\frac{77 \cdot 11}{2300 \cdot 30}$ $\frac{30}{7}$ Antw. $\frac{11}{30}$

N°. 2. $\frac{9}{14}$ in $\frac{3}{4}$ zu dividiren. Alſo:

$\frac{9 \cdot 3}{14 \cdot 7}$ $\frac{4 \cdot 2}{6}$ Antw. $\frac{6}{7}$

N°. 3. $\frac{1}{4}$ in $\frac{2}{3}$ zu dividiren. Alſo:

$\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ Antw. $\frac{3}{8}$

N°. 4. $\frac{3}{12}$ in $\frac{1}{8}$ zu dividiren. Alſo:

$\frac{3}{12 \cdot 3}$ $\frac{8 \cdot 2}{3}$ Antw. $\frac{2}{3}$

Die 51. Aufgabe.

§. 480. **Einen Bruch durch eine ganze Zahl zu dividiren.**

In dieſem Hauptfalle ereignen ſich abermals zwey beſondere Fälle, nämlich 1) wenn der Zähler des Bruchs in den gegebenen Diviſorem untheilbar (§. 223), 2tens wenn er theilbar.

Im erſten Falle:

Schreibet den gegebenen Zähler über, und das Product, welches entſteht aus dem Nenner und Diviſore, mit einander multipliciret, unter eine Linie bruchsweiſe, ſo iſt ſolcher kommende Bruch der begehrte Quotient.

Z. E. N°. 1. $\frac{19}{30}$ in 6 zu dividiren; so multipliciret (weil der Zähler 19 in 6 nicht aufgeht) den Nenner 30 mit 6, kommen 180. Setzet demnach die 19 über, und 180 unter eine Linie, also: $\frac{19}{180}$. Dieser Bruch ist der verlangte Quotient.

N°. 2. $\frac{3}{8}$ in 5 zu dividiren, ist der Quotient $\frac{3}{40}$.

N°. 3. $\frac{1}{4}$ in 3 zu dividiren, ist der Quotient $\frac{1}{12}$.

Beweis.

Wenn man die gegebene Ganze (wie z. E. N°. 1 die 6) mit des Bruchs Nenner (30) multipliciret, so bedeutet das Product (180) eben solche Theile, als der Zähler des gegebenen Bruchs (§. 157. N°. 1 und 2). Derowegen darf man ferner (nach Anzeigung §. 477 im 1ten Falle) nur solche gleichnamige Zahlen in einander, nämlich des Dividendi Zähler (19) durch den Zähler des Divisoris (180) dividiren, welches denn (§. 231) durch bloßes unter einander setzen geschiehet; so bekommet man allerdings den begehrten Quotienten.

Oder es kann dieser Beweis gleich dem andern Beweise des 1ten Falles §. 477 gegeben werden. Denn wenn man einerseits die gegebene ganze Zahl mit des Bruchs Nenner multipliciret, und anderseits den Nenner fahren läßt (§. 445) so werden dadurch der Divisor und Dividendus mit gleichen Zahlen gegrößert. Folgends wenn man ferner solche gegrößerte Zahlen gehörigermaßen, wie sonst ganze Zahlen, in einander dividiret, muß der verlangte Quotient kommen (§. 293).

Im andern Falle:

Dividiret des Bruchs Zähler in den gegebenen Divisorem, und schreibet unter den kommenden Quotienten, des

Bruchs

Bruchs gegebenen Nenner, ſo iſt ſolcher kommende Bruch der geſuchte Quotient.

Z. E. N°. 4. $\frac{6}{7}$ in 3 zu dividiren; ſo dividiret (weil der Zähler 6 in 3 aufgeht) die 6 in 3, kommen 2. Hierunter ſchreibet den Nenner 7, ſo habt ihr $\frac{2}{7}$ den verlangten Quotienten.

N°. 5. $\frac{28}{30}$ in 4 zu dividiren, iſt der Quotient (weil 4 in 28 iſt 7 mal) $\frac{7}{30}$.

Beweis.

Wenn man eine Größe in eine Anzahl gleiche Theile theilet, iſt der Quotient eben von derſelben Art, was der Dividendus iſt (§. 211). Derowegen folget, wenn man z. E. 6, welche 7tel heißen, in 3 gleiche Theile theilet, daß der Quotient 2 ebenfalls 7tel heißen, und alſo $\frac{2}{7}$ ſeyn müſſe.

Oder es kann dieſer Beweis aus der Regel des 1ten Falles hergeleitet werden. Denn nach ſelbiger müßte man den Diviſorem (wie Z. E. N°. 4 die 3) mit des Bruchs Nenner (7) multipliciren, und des Bruchs Zähler (6) darüber ſetzen (alſo $\frac{6}{21}$). Folglich würde der kommende neue Nenner (21) in die gegebene ganze Zahl (3) als in ſeinen Factorem ohnſtreitig theilbar (§. 271), und alſo die gegebene ganze Zahl (3) das Maaß zu dem neuen Nenner (21) ſeyn müſſen (§. 272.) Wenn nun der Zähler (6) vermöge dieſes andern Falles, ebenfalls in die gegebene ganze Zahl (3) theilbar iſt, ſo würde ſolche ganze Zahl (3) das gemeine Maaß ſeyn (§. 252) zu dem auf vorige Weiſe kommenden Zähler und Nenner (als zu 6 und 21). Demnach würde ſolcher entſtehende Bruch ($\frac{6}{21}$) in die gegebene ganze Zahl (3) gekleinert werden können (§. 384 und 320), und nach ſolcher Verkleinerung, in dem Nenner wiederum den gege-

benen Nenner (7), als den andern Factorem (§. 267); in dem Zähler aber denjenigen Quotienten (2), welcher entſtehet, ſo der gegebene Zähler (6) in die ganze Zahl (3) dividiret wird bringen müſſen. Da man nun dieſes alles allhier zum voraus vergewiſſert iſt, ſo gehet man in dieſem Falle viel lieber den kürzeſten Weg, und ſetzet dasjenige ſo fort zur Antwort, welches nach der Regel des 1ſten Falles durch eine Multiplication und nachmalige Verkleinerung allererſt geſuchet werden müßte. Und dieſes geſchiehet, wenn man den gegebenen Zähler (6) ſo fort in die ganze Zahl (3) dividiret oder gleichſam kleinert, und unter das kommende (als unter die 2) den gegebenen Nenner (7) hinſchreibet.

§. 481. Ich habe dieſen nächſten Beweis inſonderheit wohl zu merken recommandiren wollen, weil man aus deſſen Grunde in vielen Rechnungen öfters einen Vortheil erlangen kann, indem diejenigen, welche dieſes nicht wiſſen, ſich gar oft mit unnöthigen Multiplicationen und Diviſionen bemühen, und dasjenige in der Ferne ſuchen müſſen, was ſie in der Nähe finden können.

§. 482. Alſo könnet ihr auch hieraus wahrnehmen, daß die Regel des 1ſten Falles auch zum andern Falle gemein ſey, und dienet die in dieſem Falle gegebene beſondere Regel nur zur Kürze. Sonſten aber kann man in ſelbigem auch nach jener Regel den wahren Quotienten finden. Derowegen darf man inſonderheit bey ſolchen Zahlen, von welchen man nicht ſo geſchwinde wiſſen kann, ob der Zähler in den Diviſorem theil- oder untheilbar ſey, allezeit nur nach der erſten Regel procediren.

Die 52. Aufgabe.

§. 483. Eine vermiſchte Zahl durch eine ganze Zahl zu dividiren.

I. Fanget die Diviſion zur Linken des Dividendi bey der gröſſeſten Art Einheiten (§. 258) an, das iſt bey den Gan-

Ganzen, und dividiret dieſelben (wenn ſie nämlich mehr als der Diviſor), wie ſonſt bey ganzen Zahlen gewöhnlich. Alsdenn

II. dividiret auch den Bruch in den gegebenen Diviſorem nach Anzeigung §. 480. So aber bey der vorigen Diviſion etliche Ganze übrig geblieben, oder auch, wenn die Ganzen in der vermiſchten Zahl weniger als der Diviſor, ſo bringet ſelbige Ganze mit dem gegebenen Bruche erſtlich unter gleiche Benennung (§. 407), und dividiret ſolche gleichnamige Theile auf einmal durch den Diviſorem, ſo kommet der begehrte Quotient.

Es iſt demnach die Ordnung dieſes Proceſſes gleich der Ordnung in ganzen Zahlen. Nur allein, weil hier eine ganze Einheit öfters mehr oder minder als 10 kleinere Einheiten der Theile in ſich enthält, ſo hat man dasjenige nur noch inſonderheit zu beobachten, davon oben §. 259 bereits Erinnerung geſchehen.

Z. E. N°. 1. $564\frac{1}{10}$ in 6, zu dividiren. Dieſes ſtehet alſo: Qu. $94\frac{1}{10}$.

Nämlich dividiret die 564 in 6, kommen 94. Ferner die $\frac{1}{10}$ in 6, kommen (§. 480. N°. 1) $\frac{1}{10}$. Demnach iſt der verlangte Quotient: $94\frac{1}{10}$.

N°. 2. $741\frac{4}{7}$ in 3 zu dividiren. Alſo:

Quot. $247\frac{4}{7}$.

Nämlich dividiret die 741 in 3, kommen 247. Ferner auch die $\frac{4}{7}$ in 3, kommen (ibid. N°. 4) $\frac{4}{7}$.

N°. 3. $2\frac{17}{30}$ in 7 zu dividiren. Alſo:

Quot. $\frac{17}{30}$.

Nämlich, weil hier 2 in 7 nicht können dividiret werden, ſo machet ſolche 2 Ganze zu 30tel, und leget ſie zu

den $\frac{17}{30}$, nämlich ſaget: 2 mal 30 iſt 60, zu 17, iſt $\frac{77}{30}$. Dieſe dividiret alsdenn in den Diviſorem 7 (nach dem andern Falle, ibid. weil 77 in 7 aufgehen) kommet der begehrte Quotient $\frac{11}{30}$.

N°. 4. $4\frac{1}{8}$ in 7 zu dividiren; ſo ſaget (nach nächſt voriger Erklärung) 4 mal 8 iſt 32, zu 3, iſt $\frac{35}{8}$, welche in 7 dividiret, wie vorhin, bringen den verlangten Quotienten $\frac{5}{8}$.

N°. 5. $8\frac{17}{30}$ in 9 zu dividiren. Multipliciret die 8 mit 30, und nehmet die 17 darzu, ſo habt ihr $\frac{257}{30}$. Dieſe dividiret alsdenn in 9 (nach dem 1ten Falle, ibid. weil 257 in 9 nicht aufgehen) kommt der geſuchte Quotient $\frac{28}{30}\frac{17}{30}$.

N°. 6. $1\frac{1}{4}$ in 2 zu dividiren, oder, ſo einerley (§. 222 N°. 2. in Nota), wie viel iſt die Hälfte aus $1\frac{1}{4}$? Saget: 1 mal 4 iſt 4, zu 1, iſt $\frac{5}{4}$. Dieſe in 2 dividiret (nach nächſt voriger Erklärung) geben den verlangten Quotienten $\frac{5}{8}$.

N°. 7. $7\frac{2}{3}$ in 9 zu dividiren. Saget: 3 mal 7, iſt 21, zu 2, iſt $\frac{23}{3}$. Solche in 9 dividiret, wie vorhin, bringen den Quotienten $\frac{23}{27}$.

N°. 8. $37\frac{5}{6}$ in 136 zu dividiren. Multipliciret die 37 mit 6, und nehmet die 5 darzu, kommen $\frac{227}{6}$. Solche in 136 dividiret, geben $\frac{227}{816}$.

N°. 9. $95\frac{3}{8}$ in 7 zu dividiren. Alſo:

Quot. $13\frac{5}{8}$.

Nämlich dividiret die 95 in 7, kommen 13, und bleiben noch 4 übrig. Dieſen Reſt nehmet zu dem Bruch $\frac{3}{8}$, und dividiret folglich $4\frac{3}{8}$ in 7 (wie vorhin N°. 4) kommen $\frac{5}{8}$. Demnach iſt der begehrte Quotient: $13\frac{5}{8}$.

N°. 10.

N°. 10. 539. $\frac{7}{10}$ in 9 zu dividiren. Alſo:

Quot. $59\frac{8}{9}\frac{7}{10}$.

Nämlich der Quotient aus 539 iſt 59, und bleiben 8 übrig. Demnach dividiret ferner $8\frac{7}{10}$ in 9 (wie vorhin N°. 5), kommen $\frac{8}{9}\frac{7}{10}$.

N°. 11. $27\frac{1}{2}$ in 2 zu dividiren. Alſo:

Quot. $13\frac{1}{2}$.

Denn der Reſt aus 27 iſt 1. Dieſes $1 + \frac{1}{2}$, nämlich $1\frac{1}{2}$, in 2 dividiret, geben (wie vorhin N°. 6) $\frac{1}{2}$.

N°. 12. $27\frac{1}{2}$ in 3 zu dividiren. Alſo:

Quot. $9\frac{1}{2}$.

Denn der Quotient aus 27 iſt 9, und aus $\frac{1}{2}$ (§. 480. N°. 3) $\frac{1}{1\,2}$.

N°. 13. $173\frac{5}{6}$ in 136 zu dividiren. Alſo:

136	$173\frac{5}{6}$
Quot. $1\frac{2}{8}\frac{2}{1}\frac{7}{6}$	37

Nämlich weil der Diviſor eine große Zahl, ſo ſetzet denſelben zur Linken des Dividendi, und procediret nach Lehre §. 243, kommt im Quotient 1, und bleiben 37 übrig. Dieſe $37 + \frac{5}{6}$ in 136 dividiret, geben (wie vorhin N°. 8) $\frac{2}{8}\frac{2}{1}\frac{7}{6}$.

N°. 14. $655\frac{2}{3}$ in 9 zu dividiren. Alſo:

Quot. $72\frac{2}{2}\frac{3}{7}$.

Denn der Reſt aus 655 iſt 7. Dieſe $7 + \frac{2}{3}$, nämlich $7\frac{2}{3}$, in 9 dividiret, bringen (wie vorhin N°. 7) $\frac{2}{2}\frac{3}{7}$.

N°. 15. $2620\frac{4}{45}$ in 8 zu dividiren. Alſo:

Quot. $327\frac{8}{4}\frac{4}{5}$.

Reſt 4 (45

8) 224

28

Nämlich

Nämlich der Reſt aus 2620, iſt 4. Dieſe multipliciret (beyſeite, wenn auch die Zahlen zu groß ſeyn, es im Kopfe zu berechnen) mit 45, und nehmet die 44 darzu, kommen $2\frac{224}{45}$. Ihr könnet aber durch einen kleinern Ueberſchlag gar bald ſehen, daß die 224 in 8 theilbar ſind. Demnach verfahret nach dem andern Falle §. 480, kommt $\frac{28}{45}$.

Oder wenn ihr nicht erſt unterſuchen wollet, ob die 224 in 8 aufgehen, ſo dürfet ihr (§. 482) ſo fort nur nach dem 1ſten Falle §. 480 procediren, ſo kommen $\frac{224}{360}$. Es iſt aber dieſer Bruch $\frac{224}{360}$ eben ſo viel, als $\frac{28}{45}$.

Denn $\frac{224}{360}$ $\overset{8}{\cup}$ iſt $\frac{28}{45}$ (§. 384).

N°. 16. 163 $\frac{17}{30}$ in 30 zu dividiren. Alſo:

Quot. $5\frac{407}{900}$. | Reſt $\frac{13}{407}$ (30

Denn der Reſt aus 163 iſt 13. Dieſe mit dem Nenner 30 multipliciret, und die 17 darzu genommen (wie allhier beyſeite zu erſehen), geben $\frac{407}{30}$, und da 407 in den Diviſorem 30 nicht aufgehen, ſo verfahret nach dem erſten Falle §. 480, kommt $\frac{407}{900}$.

N°. 17. $43800\frac{700}{1733}$ in 100 zu dividiren. Dieſes ſtehet (nach Lehre §. 235) alſo: $438\left|\frac{00}{100}\right.\frac{700}{1733}$; und iſt demnach der Quotient $438\frac{700}{1733}$.

N°. 18. $43817\frac{700}{1733}$ in 100 zu dividiren. Alſo:

Quot. $438\frac{365917}{433300}$. | 1523 mit 17
10661
26591 (+700

N°. 19.

N°. 19. 43817$\frac{783}{1515}$ in 100 zu dividiren. Alſo;

Quot. 438$\frac{266}{515}$. | 1523 mit 17
10661
(+709
26600 dieſe gehen in 100 auf.

N°. 20. Wie viel iſt $\frac{5}{428}$ aus 138795 $\frac{53}{137}$? Dieſes heißt, wenn ihr 138795 $\frac{53}{137}$ in 426 gleiche Theile theilet; wie groß wird jeder Theil derſelben kommen? Alſo:

426 | 138795$\frac{53}{137}$ | 426 × 137
1278
2982
58362

Quot. 325$\frac{473118}{515852}$. 109...
oder 325$\frac{236559}{257926}$. 247.
(137
345
1035
2415
47318

Nämlich der Quotient aus 138795 iſt 325, und bleiben 345 übrig. Dieſe machet zu 137tel, und nehmet die 53 darzu, kommen 47318, nämlich 137tel, in 426 zu dividiren. Demnach multipliciret (nach Anzeigung §. 480 im erſten Falle) die 426 mit 137, ſo habt ihr den Bruch in dem Quoto $\frac{473118}{515852}$, oder (gekleinert in 2) $\frac{236559}{257926}$. Ihr habet demnach hieraus zu erſehen, daß bey dergleichen großen Exempeln, wegen Größe der Zahlen nur mehrere Bemühung iſt; im übrigen aber nicht anders, als bey den vorigen Exempeln zu procediren ſey.

Die 53. Aufgabe.

§. 484. Eine ganze oder auch vermiſchte Zahl durch einen Bruch zu dividiren.

I. Mul-

I. Multipliciret den Dividendum mit des Divisoris Nenner, und

II. dividiret das Product in desselben Zähler, so kommt der gesuchte Quotient.

Z. E. N°. 1. 19 in $\frac{7}{30}$ zu dividiren; so multipliciret die 19 mit 30 kommen 570. Diese dividiret in 7, kommen $81\frac{3}{7}$ der verlangte Quotient.

N°. 2. $9\frac{1}{12}$ in $\frac{3}{4}$ zu dividiren; so multipliciret die $9\frac{1}{12}$ mit 3, kommen (§. 428. N°. 3) $27\frac{1}{4}$. Dieses Product dividiret in 2, so kommen (§. 483. N°. 21.) $13\frac{1}{8}$, der begehrte Quotient.

Beweis.

Es ist zwar unnöthig allhier einen besondern Beweis zu geben, zumal da dieser Satz so wohl aus dem ersten als auch andern Beweise des ersten Falles §. 480, wie es jeder von sich selbst nachdenken kann, klar genug ist. Jedoch habe den Anfängern nachfolgenden Beweis zu betrachten recommandiren wollen.

Die Multiplication ist der Rückweg von der Division, und die Division der Rückweg von der Multiplication (§. 270). Folgends wenn man eine Zahl mit einer andern multipliciret, auch in eine andere ferner dividiret, und man das endlich entstehende wiederum zurück mit derjenigen Zahl multipliciret, durch welche zuvor dividiret worden, und hingegen in diejenige dividiret, mit welcher zuvor multipliciret worden; so muß die allererste Zahl wiederum heraus kommen. Nun wird eine Zahl mit einem Bruche multipliciret, wenn man sie mit des Bruchs Zähler multipliciret, und das kommende in desselben Nenner dividiret (Beweis §. 450). Derowegen folget, wenn man das auf solche Weise entstehende

Factum,

Factum; das ist einen Dividendum, der nichts anders als das Factum Divisoris und Quoti ist (§. 208), wiederum zurück mit des Divisoris Nenner multipliciret, und das kommende in den Zähler dividiret, daß der andere Factor, nämlich der begehrte Quotient, heraus kommen muß. Eben auf solche Art kann man auch §. 477. den andern Fall erweisen.

Die 54. Aufgabe.

§. 485. Eine ganze Zahl, oder einen Bruch oder auch eine vermischte Zahl, durch eine vermischte Zahl zu dividiren.

I. Richtet den Divisorem ein (§. 407), so wird er ein Bruch. Alsdenn

II. dividiret den gegebenen Dividendum, in solchen gekommenen Bruch, nach vorigen Lehren, so kommt der verlangte Quotient.

Z. E. N°. 1. 25 in $2\frac{1}{3}$ zu dividiren; so richtet die $2\frac{1}{3}$ ein, so habt ihr 25 in $\frac{7}{3}$ zu dividiren. Demnach procediret nach Anzeigung §. 484, also:

$$\frac{25}{\frac{7}{3}} = \frac{75}{7} = 10\frac{5}{7}.$$

Antw. $10\frac{5}{7}$.

N°. 2. $\frac{2}{10}$ in $2\frac{7}{10}$ zu dividiren, das ist, wenn ihr den Divisorem einrichtet $\frac{2}{10}$ in $\frac{27}{10}$ zu dividiren. Demnach ist der verlangte Quotient (nach dem ersten Falle §. 477. und nach §. 231) $\frac{20}{27}$.

N°. 3. $\frac{4}{7}$ in $1\frac{3}{8}$ zu dividiren, das ist $\frac{4}{7}$ in $\frac{11}{8}$. Demnach verfahret nach Anzeigung §. 477 im andern Falle, näm-

nämlich multipliciret die 4 mit 8, und die 5 mit 11, kommt der begehrte Quotient $\frac{32}{51}$.

N°. 4. $95\frac{3}{8}$ in $13\frac{1}{8}$, ſo dividiret die $95\frac{3}{8}$ in $\frac{102}{8}$ nach Lehre §. 484. Alſo:

$13\frac{1}{8}$	$95\frac{3}{8}$
109	763
Antw. 7	0

N°. 5. $327\frac{1}{8}$ in $4\frac{1}{2}$. Alſo:

$327\frac{1}{8}$ (2	in $4\frac{1}{2}$ (2
9) $655\frac{2}{8}$	9 halbe
Antw. $72\frac{23}{72}$.	

Nämlich 2 mal $327\frac{1}{8}$ iſt $655\frac{2}{8}$, das iſt (gekleinert in 2) $655\frac{2}{8}$. Dieſe dividiret in 9, kommt (§. 483. N° 14) $72\frac{23}{72}$.

§. 486. Ohngeachtet, daß ich alle vorkommende Fälle der Diviſion ins beſondere erkläret habe, ſo dürfet ihr doch fürnemlich nur diejenigen Gründe, welche euch die andern Beweiſe der erſten Fälle §. 477 und §. 480 an die Hand geben, merken, ſo werdet ihr aus dieſen und ſonderlich durch Hülfe desjenigen, das §. 449 gelehret worden, gar bald wahrnehmen, wie ihr in allen Fällen, den Diviſorem und Dividendum größern könnet, damit die Brüche abfallen mögen. Jedoch, wenn der Diviſor eine ganze Zahl iſt, oder durch die gedachte Vergrößerung eine ganze Zahl worden, und aber der Dividendus eine ſolche vermiſchte Zahl, deren Ganze mehr als der Diviſor ſind, ſo bleibet man Kürze halber lieber bey der Regel §. 483, nach welcher die Ganzen zuerſt beſonders dividiret werden. Und demnach hat man hauptſächlich nur zwey verſchiedene Fälle zu beobachten, nämlich den nächſt gedachten Fall, und denn alle übrige Vorfälle insgeſammt für einen. Die folgende allgemeine Regel aber iſt, wie ſchon gedacht (§. 457), und ihr ſelbſt bald ſehen werdet, nicht allezeit ſo bequem zu gebrauchen.

Die

Die 55. Aufgabe.

§. 487. Eine allgemeine Regel zu allen Vorfällen der Division in Brüchen.

I. Wenn der Divisor und Dividendus nicht vorhin nur Brüche sind, richtet sie ein (§. 407) so bekommet ihr in allewege einen Bruch durch einen Bruch zu dividiren. Demnach procediret

II. allezeit nur nach der einzigen Regel, welche §. 477 im andern Falle gegeben, und sonderlich wie dieselbe §. 479 mit Exempeln erkläret worden.

Zu desto mehrerer Erläuterung, auch zur Uebung, folgen allhier Exempel, welche auf alle vorkommende Fälle gerichtet, auch im vorhergehenden schon solviret sind.

N°. 1. $\frac{2}{7}$ in $\frac{1}{4}$ zu dividiren. Also:

$\frac{2}{7}$ $\frac{4}{1}$ Antw. $1\frac{1}{7}$ (§. 477. N°. 4).

N°. 2 $\frac{3}{8}$ in 5 zu dividiren. Also:

$\frac{3}{8}$ $\frac{1}{5}$. Antw. $\frac{3}{40}$ (§. 480. N°. 2).

N°. 3. $4\frac{1}{8}$ in 7 zu dividiren. Also:

$\frac{33}{8}$ $\frac{1}{7}$ Antw. $\frac{1}{8}$ (§. 483. N°. 4).

N°. 4. 19 in $\frac{7}{10}$ zu dividiren. Also:

$\frac{19}{1}$ $\frac{10}{7}$ Antw. $\frac{190}{7}$, d. i. $81\frac{1}{7}$ (§. 484. N°. 1).

N°. 5. $9\frac{1}{12}$ in $\frac{2}{3}$ zu dividiren. Also:

$\frac{109}{12}$ $\frac{2}{3}$ Antw. $\frac{109}{8}$, d. i. $13\frac{5}{8}$ (ib. N°. 2).

N°. 6. 25 in $2\frac{1}{7}$ zu dividiren. Also:

$\frac{25}{1}$ $\frac{15}{7}$ Antw. $\frac{35}{3}$, d. i. $10\frac{5}{7}$ (§. 485. N°. 1).

N°. 7. $\frac{4}{7}$ in $1\frac{8}{11}$ zu dividiren. Also:

$\frac{4}{7} \cdot \frac{19}{11}$ Antw. $\frac{7}{19}$ (ibid. N°. 3).

N°. 8. $95\frac{1}{8}$ in $13\frac{1}{8}$ zu dividiren. Also:

$\frac{763}{8} \cdot \frac{8}{109}$ Antw. $\frac{763}{109}$ d. i. 7 (ibid. N°. 4).

§. 488. Dasjenige, welches oben (§. 459) gemeldet worden, findet auch allhier statt, also, daß man die erwehnte allgemeine Regel, insonderheit bey Brüchen aus Brüchen (§. 395) mit Vortheil anbringen kann, ohne daß man diese allererst zu einfachen Brüchen machen dürfte. Denn an statt, daß man des Divisoris Brüche aus Brüchen (wenn derselbe nicht ein einfacher Bruch ist) erstlich zu einem einfachen Bruche machen, welches gleichergestalt durch die Multiplication der obern, und besonders der untern Zahlen mit einander, geschehen müßte (§. 399), und alsdenn solchen einfachen Bruch zu dem fernern Proceß umkehren sollte; so darf man nur alle gegebene Brüche des Divisoris so fort umkehren, und ferner eben also, wie §. 459, oder 399 sequ. procediren.

Z. E. N°. 1. $\frac{1}{4}$ in $\frac{3}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ zu dividiren, so kehret die $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{2}$ um, und verfahret ferner, wie oben (ibid.) gezeiget worden. Also: $\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{1}$ Antw. $\frac{2}{3}$ (§. 459. N°. 1.)

N°. 2. $3\frac{1}{8}$ in $\frac{1}{2}$ aus $2\frac{1}{8}$ zu dividiren. Dieses stehet eingerichtet und umgekehrt also:

$\frac{119}{38.8.2} \cdot \frac{8}{1} \cdot \frac{8}{17}$ Antw. $\frac{119}{43}$ d. i. $3\frac{17}{43}$ oder $3\frac{8}{8}$ (ibid. N°. 2).

N°. 3. $\frac{4}{5}$ aus $\frac{4}{7}$ in $\frac{4}{8}$ aus $\frac{7}{8}$ zu dividiren. Also:

$\frac{4}{8} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{4}{8} \cdot \frac{7}{4}$ Antw. $\frac{112}{45}$ das ist $2\frac{22}{45}$.

N°. 4.

N°. 4. $\frac{1}{4}$ aus $4\frac{3}{4}$ in $\frac{2}{3}$ aus 12 zu dividiren. Also:

$$\frac{3}{4} : \frac{38 \cdot 4}{8} : \frac{16 \cdot 2}{11} : \frac{1}{12} \text{ Antw. } \frac{1}{8}$$

§. 489. Nicht minder ist auch dasjenige hieher zu ziehen, welches oben §. 466 erinnert worden. Demnach, wenn z. E. $4 + (\frac{3}{8}$ aus $\frac{1}{4})$ in $6 + (\frac{2}{7}$ aus $\frac{2}{3})$ zu dividiren vorkommen, so müssen die Brüche aus Brüchen erstlich zu einfachen Brüchen gemacht werden, und alsdenn kann man ferner, wie vorhin procediren, als folget: $4 + (\frac{3}{8}$ aus $\frac{1}{4})$ in $6 + (\frac{2}{7}$ aus $\frac{2}{3})$, das ist in einfachen Brüchen $4\frac{3}{32}$ in $6\frac{4}{21}$. Hiemit procedirt nach der gemeinen Regel also:

$$\frac{137}{32 \cdot 4} : \frac{8}{21} \text{ Antw. } \frac{137}{304} \cdot 21$$

§. 490. Wenn man die kleinern Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte lieber als Theile oder Brüche aus ihren größern Sorten ansehen wollte, so könnte man (wie jeder von sich selbst leichtlich erachten kann), allhier in der Division so wohl, als oben in der Multiplication geschehen, alle gedachte Fälle, auf die kleinern Sorten appliciren. Allein es werden die in der Division vorkommenden kleinen Sorten lieber nach ihren eigenen Einheiten betrachtet, und folgends mit denselben, wie in der Division bey ganzen Zahlen gelehret, procediret; wie solches mit mehrern hernach in der Regel Detri, als in welcher sich alle vorkommende Fälle besser fürstellen lassen (§. 461 und 463), gründlich angezeiget werden soll. Jedoch habe ich allhier nicht undienlich erachtet, insonderheit den 3ten Hauptfall (§. 476), das ist die gegebene Regel in §. 483, auf die kleinen Sorten, und zwar durch bloße Exempel, in folgender Aufgabe zu appliciren. Ich werde aber allhier nur von solchen Exem-

ſelbe reden, in welchen der Quotient unter des Dividendi Namen geſucht wird.

Die 56. Aufgabe.

§. 491. Eine mehrerley namige Zahl in eine Anzahl gleiche Theile zu theilen, das iſt, in eine ganze Zahl zu dividiren.

Z. E. N°. 1. 2 fl. 17 ʒ in 7 gleiche Theile zu theilen. Weil nun die 2 ganzen fl. nicht in 7 zu dividiren ſind, ſo machet ſie zu ʒ, nehmet die 17 ʒ darzu, und dividiret demnach die kommenden 77 ʒ in 7, kommen 11 ʒ. Und iſt dieſe Berechnung ganz gleich der Berechnung N°. 3. §. 483.

N°. 2. 3 ℔ 10 Schott in 8 gleiche Theile zu theilen. Dieſes ſtehet nach nächſt voriger Unterweiſung alſo:

3 ℔ 10 Schott in 8 (24

82 Schott

8)

Antw. $10\frac{2}{8}$ oder $10\frac{1}{4}$ Schott.

Oder ihr könnet die reſtirenden 2 Schott zu Grän machen, kommen 24 Grän. Solche in 8 dividiret, geben 3 Gr. Demnach iſt die Antwort: 10 Schott 3 Gr. (wie hiervon §. 226 bereits gelehret worden).

N°. 3. Wieviel iſt der 9te Theil aus 8 fl. 17 ʒ? Alſo:

(30

257 ʒ

9)

Antw. $28\frac{1}{9}$ ʒ, oder 28 ʒ 10 ₰.

N°. 4. 95 ℔ 12 Loth in 7 gleiche Theile zu theilen. Alſo:

Antw. 13 ℔ 20 | 32 (4

140 Loth

Nam-

Nämlich, weil hier die 95 ganzen ℔ in 7 dividiret werden können, ſo dividiret erſtlich dieſelben, kommen im Quotienten 13 ℔. Die übrigen 4 ℔ aber machet zu Loth, nehmet, wie bey den vorigen Exempeln, die 10 Loth darzu, kommen 140 Loth: Dieſe dividiret wiederum in 7, kommen 20 Loth. Es iſt demnach gegenwärtige Rechnung, gleich der Berechnung N°. 9. §. 483.

N°. 5. 84 fl. 19 ß in 6 gleiche Theile. Alſo:

Antw. 14 · 3 1/6, oder 14 fl. 3 ß 3 ₰.

N°. 6. 15 ℔ 27 Loth in 3 gleiche Theile. Alſo:

Antw. 5 · 9

N°. 7. 163 fl. 17 ß in 4 gleiche Theile alſo:

Antw. 40 · 26 1/2, oder 40 fl. 26 ß 13 1/2 ₰ | 30 (3 / 107 ß

N°. 8. 1638 fl. 3 ß 6 ₰ in 5 gleiche Theile. Alſo:

Antw. 327 · 18 · 12 | 30 (3 / 93 ß — 18 (3 / 60 ₰

Nämlich der Quotient aus 1638 fl. iſt 327 fl. und bleiben 3 fl. übrig. Dieſe 3 fl. machet zu ß, und nehmet die 3 ß darzu (wie beyſeite zu erſehen), kommen 93 ß, welche abermal in 5 dividiret, geben 18 ß, und bleiben 3 ß übrig. Solche machet ferner zu ₰, und nehmet die 6 ₰ darzu, kommen 60 ₰ welche endlich in 5 dividiret, geben 12 ₰.

N°. 9. 3356 ℔ 23 Sch. · 1/2 Gr. in 7 gleiche Theile. Alſo:

Antw. 479 · 13 · 6 1/2 | 24 (3 / 95 Schott. — 12 (4 / 48 Gr.

Nämlich der Quotient aus 3356 ℔ iſt 479 ℔ und reſti-

restiren 3 ℔. Ferner sind 3 ℔ + 23 Schott = 95 Schott; welche geben in dem Quotienten 13 Schott, und restiren 4 Schott. Weiter sind 4 Schott = 48 Gr.; diese geben in dem Quotienten 6 Gr. und bleiben 6 Gr. übrig. Endlich sind $6\frac{1}{8}$ Gr. = $\frac{49}{8}$ Gr. diese geben in dem Quotienten (nach Anzeigung §. 480 im andern Falle) $\frac{7}{8}$ Gr.

N° 10. 23978 fl. 23 ℔ $16\frac{3}{4}$ ₰ in 100 gleiche Theile

Also: Antw. 239 · 23 · $11\frac{203}{400}$

	78 (30
23	63 (18
	504
	11 | 50 ₰ (4
	$\frac{203}{400}$

Dieser Proceß ist gleich dem vorigen, nur weil die endlich kommenden $\frac{203}{4}$ nicht in 100 aufgehen, so verfähret man nach dem 1ten Falle §. 480, kommen im Quotienten $\frac{203}{400}$.

Oder man kann allhier, da der Divisor eine angewachsene Einheit ist, und folgends die Division nur durch einen Abschnitt geschiehet (§. 235), die ganze Berechnung unter den Dividendum setzen, ohne daß man beyseite erst besonders was notiren, oder rechnen dürfe, als folget:

Antw. fl. 239 | 78 fl. 23 ℔ $16\frac{3}{4}$ ₰

(30

℔ · 23 | 63 (18
504

₰ · 11 | 50 (4

$\frac{203}{400}$

Hier habt ihr die 239 fl. 23 ℔ 11 ₰ zur Linken des Abschnittes, und endlich aufs letzte noch die $\frac{203}{400}$ ₰; wie vorhin.

N°. 11.

N°. 11. 379586 fl. 13 ß 12 ₰ in 600 gleiche Theile. Dieſes ſetzet nach Anzeigung §. 240 alſo:

in 600 — 6

3795.86 fl. 13 ß 12 ₰

Antw. 632 fl. 19 ß 5 $\frac{486}{600}$ | $\frac{81}{100}$ ₰

386 (30

115.93

193 (18

1544

34.86

N°. 12. Wieviel iſt $\frac{1}{32}$ aus 176378 ℔. 25 ℓ. 2 Qu.?

Alſo — 123..

Antw. 537 ℔ 23 loth 2 Qu. 3 ₰ 253..

Reſt 242 ℔ (32

484

726

7769 loth

120

Reſt 225 loth (4

902 Qu.

Reſt 246 Qu. (4

984 ₰

00

Dieſer Proceß iſt nichts anders, als der vorige, außer allein, daß man allhier, weil der Diviſor aus etlichen bedeutlichen Ziffern beſtehet, den Quotienten allezeit unter

den Diviſorem, und die übrige Ausrechnung ordentlich unter den Dividendum ſetzet (§. 243.

N°. 13. Wieviel iſt $\frac{1}{17}$ aus 18346 fl. 25 ʒ 6 ₰? Alſo:

Antw. 58 fl. 7 ʒ $5\frac{1}{17}$ ₰. 239.

Reſt 70 fl.

(30

2305 ʒ

Reſt 100 ʒ

(18

1806 ₰

Reſt 231 ₰

Nämlich der Quotient iſt 58 fl. 7 ʒ 5 $\frac{2}{17}$ ₰. Allein wenn ihr dieſen Bruch kleinert in 3 und 7, kommen $\frac{1}{17}$ ₰.

N°. 14. Wieviel iſt $\frac{1}{273}$ aus 3179846 fl. 17 ʒ 15 ₰? Alſo: 1173..

Antw. 726 fl. 24 ʒ $11\frac{48}{273}$ ₰ 2984.

Reſt 3596 fl.

(30

107897 ʒ

2039.

Reſt 2897 ʒ

(18

23176

52161 ₰

841.

4036

N°. 15.

N°. 15. Wieviel iſt $\frac{1}{787}$ aus 2719 13 Thl. 15 Gge $10\frac{1}{8}$ ₰ Leipz.? Alſo: 4511..

Antw. 479 Thl. 13 gge $6\frac{7}{8}$ ₰ 542.

Reſt 320 Thl. (24

128.

64

7695 gge

202.

Reſt 324 gge (12

648

3898 ₰

Reſt 496 ₰ (8

3969 (8tel ₰

00

N°. 16. Wieviel iſt $\frac{1}{1920}$ aus 1638 fl. 3 gge 6 ₰? Alſo:

Antw. 25 gge $10\frac{3}{12}$ ₰ 49143 gge (30

107.

Reſt 1143 gge (18

9144

20580 ₰

Reſt 1380 ₰

Dieſer Proceß iſt gleich dem vorigen. Nur allein, weil die 1638 fl. im Dividendo kleiner, als der Diviſor 1920, ſo machet man ſolche 1638 fl. zu gge, nimmt die 3 gge dazu, und dividiret alsdenn die kommenden 49143 gge in 1920, kommen 25 gge, und reſtiren 1143 gge + 6 ₰. Dieſe zu ₰ gemacht, und ferner, wie vorhin dividiret, geben $10\frac{180}{1920}$ ₰, welcher Bruch in 10 und 6 gekleinert, giebt $\frac{3}{12}$ ₰.

Von der Regel Detri in Theilen eines Ganzen, als auch in vermischten, und mehrerley namigen Zahlen.

§. 492. Nachdem die Multiplication und Division in Brüchen vorhin zur Genüge erkläret worden, so hätte man zwar bey der Regel Detri in Brüchen nicht nöthig, eine besondere Lehre zu geben, immaßen man allerdings bey der gegebenen Regel §. 331 verbleiben, und die erforderliche Multiplication und Division nur nach den vorigen Lehren in Brüchen verrichten dürfte. Allein, weil insgemein die Rechnungen in Brüchen gerne vermieden werden, so ist man gewohnt, bey der Regel Detri in Brüchen eine solche Anweisung zu geben, vermittelst welcher die Brüche abfallen, und die Ausrechnung alsdenn in ganzen Zahlen verrichtet werden kann, als folget.

Die 57. Aufgabe.

§. 493. **Aus einer gegebenen Aufgabe der Regel Detri alle Brüche hinweg zu schaffen, und die Auflösung in ganzen Zahlen anzustellen.**

I. Größert A und B, das ist das 1te und 2te Glied, oder auch A und C, das ist das 1te und 3te Glied, nach Anweisung §. 449, so lange bis alle gegebene Brüche hinwegfallen.

II. Verfahret ferner nach der Regel Detri in ganzen Zahlen, nach Anzeigung §. 331, so erlanget ihr die gesuchte Antwort.

Beweis.

Die Regel Detri gründet sich eigentlich auf die Verhältniß, welche A zu C, oder auch, wiewol öfters nur

den

den Zahlen nach (§. 303), A zu B hat. Indessen können solche Zahlen, ihrer Verhältniß ungeändert, mit gleichen Zahlen gegrößert werden (§. 320): Derowegen ist es gleichviel, ob ihr die Regel (§. 331) bey den gegebenen Zahlen selbst, oder bey den vergrößerten anbringet. Folgends könnet ihr auf solche Weise die Brüche hinwegschaffen (§. 449), und also die Regel an den gegrößerten Zahlen verrichten.

§. 494. Zu desto mehrerer Erläuterung folgen verschiedene Exempel:

N°. 1. ℔ 17 kosten $24\frac{1}{8}$ fl. was ℔ $\frac{7}{8}$?

	102	149
	816	1043
Fac.	$1\frac{2}{3}\frac{7}{1}\frac{3}{6}$ fl.	227

Oder 17 — $24\frac{1}{8}$ fl. — $\frac{7}{8}$

	136	149
	816	1043
Fac.	$1\frac{2}{3}\frac{7}{1}\frac{3}{6}$ fl.	227

Nämlich größert die 17 gegen $24\frac{1}{8}$ mit 6, so kommet die Verhältniß von A zu B in ganzen Zahlen, nämlich 102 und 149. Desgleichen größert ferner diese 102 gegen die $\frac{7}{8}$, das ist, multipliciret die 102 mit 8 und streichet bey den $\frac{7}{8}$ den Nenner 8 hinweg (§. 445), so kommt die Verhältniß von A zu C ebenfalls in ganzen Zahlen, nämlich 816 und 7.

Oder ihr könnet erstlich die 17 gegen $\frac{7}{8}$ (wie gemeldet) mit 8 größern, kommen 136 und 7; und hernach solche 136 gegen $24\frac{1}{8}$ mit 6, so kommen 816 und 149. Mithin hat man in beyden Wegen die Aufgabe in lauter ganzen Zahlen, nämlich:

816:

816: 149 = 7

mit welcher nach der Regel Detri (§. 331) procedirt, kommet das Facit $1\frac{2}{8}\frac{7}{6}$ fl.

N°. 2. ℔ $5\frac{3}{4}$ kosten 16 fl. was ℔ 12?

23	64
Fac. $33\frac{9}{23}$ fl.	128
	768
	7.
	9

Oder

$5\frac{3}{4}$	16 fl.	12
23		48
Fac. $33\frac{9}{23}$ fl.		288
		768
		7.
		9

Nämlich größert A gegen B mit 4, so habt ihr den Aufsatz in ganzen Zahlen also:

23 — 64 fl. — 12?

oder größert A gegen C mit 4, so kommet der Aufsatz also:

23 — 16 fl. — 48?

Ferner procediret nach der Regel Detri in ganzen Zahlen, kommt in beyden Wegen die begehrte Antwort $33\frac{9}{23}$ fl.

N°. 3. ℔ $5\frac{3}{4}$ kosten $24\frac{3}{4}$ fl. was ℔ 7?

23	74
69	296
Fac. $30\frac{2}{23}$ fl.	2072
	2

Oder

Oder 5 ¼ — 24⅔ fl. — 7

23 74 28

69 592

Facit. 30 ⅔ fl. 148

2072

2

Nämlich größert erstlich die 5¼ mit 4, und die 24⅔ mit 3. Und, weil auf solche Weise B 3 mal so groß worden, so größert die 23 in A ebenfalls mit 3. Auch, weil A anfangs 4 mal so groß worden, so größert entweder die 74 in B, oder die 7 in C ebenfalls mit 4; kommen sodann folgende ganze Zahlen: 69 — 296 fl. — 7? oder 69 — 74 fl. — 28? mit welchen nach der Regel Detri procediret, kommt das begehrte Facit 30 ⅔ fl.

N°. 4. ℔ 5 ¼ kosten 7 fl. was ℔ 24⅔?

23 28 74

69 592

Fac. 30 ⅔ fl. 148

2072

Oder 5 ¼ — 7 fl. — 24⅔

23 74

69 296

Fac. 30 ⅔ 2072

Dieser Proceß ist gleich dem nächst vorigen, nämlich größert erstlich A mit 4, und C mit 3, und weil C auf solche Weise 3 mal so groß worden, so größert die 23 in A ebenfalls mit 3. Auch weil A anfangs 4 mal so groß worden, so größert entweder B oder die 74 in C ebenfalls

falls mit 4; so hat man folgende ganze Zahlen: 69 — 28 fl. — 74? oder 69 — 7 fl. — 296? mit welchen ferner nach der Regel-Detri procediret, kommt das Facit $30\frac{2}{3}$ fl.

N°. 5. $5\frac{3}{4}$ ℔ kosten $24\frac{1}{3}$ fl. was ℔ $\frac{5}{7}$?

23		74
69		269
483		1480
Fac. $3\frac{31}{483}$ fl.		31

Oder $5\frac{3}{4}$ — $24\frac{1}{3}$ fl. — $\frac{5}{7}$

23	74	20
69	1480	
483	31	

Fac. $3\frac{31}{483}$ fl.

Nämlich größert die $5\frac{3}{4}$ mit 4, die $24\frac{1}{3}$ mit 3, und die $\frac{5}{7}$ mit 7 (das ist, streichet den Nenner 7 hinweg). Da nun auf solche Weise B 3 mal so groß worden, so größert die 23 in A ebenfalls mit 3. Auch weil C 7 mal so groß worden, so größert ferner die 69 in A gleichergestalt mit 7. Endlich, weil A anfangs 4 mal so groß worden, so größert entweder die 74 in B, oder die 5 in C, ebenfalls mit 4; so hat man den Aufsatz in lauter ganzen Zahlen als folget: 483 — 296 fl. — 5? oder 483 — 74 fl. — 20? mit welchen ferner nach der Regel Detri procediret, kommt das Facit $3\frac{31}{483}$ fl.

N°. 6. ℔ $\frac{5}{7}$ kosten $3\frac{31}{483}$ fl. was ℔ $5\frac{1}{4}$?

2415	1480	23
9660	10360	

Mit

Mit dieſem Aufſatze, nämlich:

9660 — 10360 fl. — 23?

procediret ferner nach der Regel Detri, ſo kommt das Fac. $24\frac{440}{1000}$ fl. welcher Bruch nach der Verkleinerung (§. 384) in 3220, bringet $\frac{1}{4}$.

Oder

$$\frac{5}{\frac{1}{4}} \quad — \quad \frac{3\frac{1}{2}\frac{1}{3}}{1480} \text{ fl.} \quad — \quad \frac{5\frac{1}{4}}{23}$$

$$\frac{2415}{9660} \qquad\qquad 161$$

Ferner verfahret mit dieſem Aufſatze, nämlich:

9660 — 1480 fl. — 161?

wie vorhin nach der Regel Detri, ſo kommt ebenfalls das Fac. $24\frac{1}{4}$ fl. Welches Facit zugleich zur Probe auf das vorhergehende (N°. 5) dienen kann.

§. 495. Wenn ihr nun die Solution und den Grund der nächſt vorhergehenden Aufgabe, nebſt den darauf geſtelleten Exempeln verſtanden, ſo könnet ihr von ſelbſt leicht erachten, daß dieſe beſchriebene Regel zu allen Fällen gemein ſey. Dannenhero kann ſolches nicht anders, als für eine unnöthige Weitläuftigkeit gehalten werden, wenn verſchiedene Autores die Regel Detri in Brüchen ohne Noth noch Nutzen, in ſo vielen unterſchiedenen Lehren und beſondern Regeln vortragen, als viele Fälle in derſelben vorkommen können; als nämlich, wenn das eine oder andere Glied allein, oder beyde, oder auch alle 3 Glieder, Brüche allein, oder Ganze allein, oder Ganze nebſt Brüchen haben. Vielmehr will ich allhier noch anzeigen, wie man die obige allgemeine Regel von der Multiplication (§. 456) und Diviſion (§. 487) nicht minder auch hier, bey der Regel Detri in allen vorkommenden Fällen anbringen kann.

Die 58. Aufgabe.

§. 496. **Eine allgemeine Regel zu allen Fällen der Regel Detri in Brüchen.**

I. Richtet alle 3 Glieder ein (§. 407).

II. Verkehret das 1ste Glied oder A, nämlich ſetzet die Zahl des Zählers unter, und die Zahl des Nenners über die Linie. Alsdenn procediret

III. ferner nach Lehre §. 399, 400 ſequ. Wie aus folgenden Exempeln, welche auf alle Vorfälle geſtellet ſind, mit mehrern zu erſehen iſt. Z. E.

N°. 1. Vor $\frac{7}{10}$ fl. bekommt man 5 ℔, wieviel vor 3 fl? Dieſes ſetzet alſo: $\frac{10}{7}$ $\frac{5}{1}$ $\frac{3}{1}$

Fac. $\frac{150}{7}$, das iſt $21\frac{3}{7}$ ℔.

Nämlich wenn ihr alle Glieder eingerichtet, und A verkehrt habt, ſo multipliciret (weil hier keine obere Zahl gegen eine untere zu kleinern) ſo fort die oberen Zahlen 10, 5 und 3, desgleichen beſonders die untern Zahlen in einander, ſo giebt jenes Product den Zähler, und dieſes den Nenner in dem verlangten Facit, nämlich $\frac{150}{7}$ ℔.

N°. 2. $2\frac{7}{10}$ fl. geben 5 ℔, was 3 fl.? Alſo:

$\frac{10}{27.9}$ $\frac{5}{1}$ $\frac{3}{1}$

Fac. $\frac{50}{9}$, das iſt $5\frac{5}{9}$ ℔.

Nämlich kleinert (Kürze halber) die obere 3 gegen die untern 27 in 3 (§. 400), und procediret ferner, wie vorhin, ſo kommt im Facit der Zähler 50 (als 5 mal 10) und im Nenner 9.

N°. 3. 3 ℔ koſten $\frac{7}{10}$ fl. was 5 ℔? Alſo:

$\frac{1}{3}$ $\frac{7}{10.2}$ $\frac{5}{1}$

Fac. $\frac{7}{6}$, das iſt $1\frac{1}{6}$ fl.

N°. 4.

N°. 4. 3 ℔ koſten $2\frac{7}{10}$ fl. was 5 ℔? Alſo:

1	27	5
3	28	1

Facit. $\frac{9}{2}$, das iſt $4\frac{1}{2}$ fl.

N°. 5. 3 fl. geben 5 ℔, was $\frac{7}{10}$ fl? Alſo:

1	5	7
3	1	28

Fac. $\frac{7}{6}$, das iſt $1\frac{1}{6}$ ℔.

N°. 6. 3 fl. geben 5 ℔, was $2\frac{7}{10}$ fl? Alſo:

1	5	27
3	1	28

Fac. $\frac{9}{2}$, das iſt $4\frac{1}{2}$ ℔.

N°. 7. $\frac{7}{10}$ fl. geben $\frac{1}{4}$ ℔, was 3 fl? Alſo:

28	3	3
7	4	1

Fac. $\frac{45}{14}$, das iſt $3\frac{3}{14}$ ℔.

N°. 8. $2\frac{7}{10}$ fl. geben $\frac{3}{4}$ ℔, was 3 fl? Alſo:

28	3	3
27	4	1

Fac. $\frac{1}{8}$ ℔.

N°. 9. $\frac{7}{10}$ fl. geben $6\frac{3}{4}$ ℔, was 3 fl? Alſo:

28	27	3
7	4	1

Fac. $\frac{405}{14}$, das iſt $28\frac{13}{14}$ ℔.

den Divisorem, und die übrige Ausrechnung ordentlich unter den Dividendum setzet (§. 243.

N°. 13. Wieviel ist $\frac{1}{17}$ aus 18346 fl. 25 ß 6 ₰? Also:

Antw. 58 fl. 7 ß $5\frac{11}{17}$ ₰ 2349.

Rest 70 fl.

(30

2305 ß

Rest 100 ß

(18

1806 ₰

Rest 231 ₰

Nämlich der Quotient ist 58 fl. 7 ß 5 $\frac{2}{17}$ ₰. Allein wenn ihr diesen Bruch kleinert in 3 und 7, kommen $\frac{11}{17}$ ₰.

N°. 14. Wieviel ist $\frac{1}{2737}$ aus 3179846 fl. 17 ß 15 ₰? Also: 1173..

Antw. 726 fl. 24 ß $11\frac{403}{2737}$ ₰ 2984.

Rest 3596 fl.

(30

107897 ß

2039.

Rest 2897 ß

(18

23176

52161 ₰

841.

4036

N°. 15.

N°. 15. Wieviel iſt $\frac{1}{3\,8\,7}$ aus 271913 Thl. 15 Gℳ $10\frac{1}{8}$ ₰ Leipz.? Alſo: ——— 451..

Antw. 479 Thl. 13 ℳ $6\frac{7}{8}$ ₰ 542.

Reſt 320 Thl. (24

128.

64

7695 ℳ

202.

Reſt 324 ℳ (12

648

3898 ₰

Reſt 496 ₰ (8

3969 (8tel ₰

00

N°. 16. Wieviel iſt $\frac{1}{7\,5\,2\,0}$ aus 1638 fl. 3 ℳ 6 ₰? Alſo:

Antw. 25 ℳ $10\frac{3}{7\,5}$ ₰ 49143 ℳ (30

107.

Reſt 1143 ℳ (18

9144

20580 ₰

Reſt 1380 ₰

Dieſer Proceß iſt gleich dem vorigen. Nur allein, weil die 1638 fl. im Dividendo kleiner, als der Diviſor 1920, ſo machet man ſolche 1638 fl. zu ℳ, nimmt die 3 ℳ dazu, und dividiret alsdenn die kommenden 49143 ℳ in 1920, kommen 25 ℳ, und reſtiren 1143 ℳ + 6 ₰. Dieſe zu ₰ gemacht, und ferner, wie vorhin dividiret, geben $10\frac{1}{3}\frac{8}{2}\frac{0}{0}$ ₰, welcher Bruch in 10 und 6 gekleinert, giebt $\frac{2}{3\,2}$ ₰.

Von der Regel Detri in Theilen eines Ganzen, als auch in vermischten, und mehrerley namigen Zahlen.

§. 492. Nachdem die Multiplication und Division in Brüchen vorhin zur Genüge erkläret worden, so hätte man zwar bey der Regel Detri in Brüchen nicht nöthig, eine besondere Lehre zu geben, immaßen man allerdings bey der gegebenen Regel §. 331 verbleiben, und die erforderliche Multiplication und Division nur nach den vorigen Lehren in Brüchen verrichten dürfte. Allein, weil insgemein die Rechnungen in Brüchen gerne vermieden werden, so ist man gewohnt, bey der Regel Detri in Brüchen eine solche Anweisung zu geben, vermittelst welcher die Brüche abfallen, und die Ausrechnung alsdenn in ganzen Zahlen verrichtet werden kann, als folget.

Die 57. Aufgabe.

§. 493. **Aus einer gegebenen Aufgabe der Regel Detri alle Brüche hinweg zu schaffen, und die Auflösung in ganzen Zahlen anzustellen.**

I. Größert A und B, das ist das 1te und 2te Glied, oder auch A und C, das ist das 1te und 3te Glied, nach Anweisung §. 449, so lange bis alle gegebene Brüche hinwegfallen.

II. Verfahret ferner nach der Regel Detri in ganzen Zahlen, nach Anzeigung §. 331, so erlanget ihr die gesuchte Antwort.

Beweis.

Die Regel Detri gründet sich eigentlich auf die Verhältniß, welche A zu C, oder auch, wiewol öfters nur

den

den Zahlen nach (§. 303), A zu B hat. Indessen können solche Zahlen, ihrer Verhältniß ungeändert, mit gleichen Zahlen gegrößert werden (§. 320): Derowegen ist es gleichviel, ob ihr die Regel (§. 331) bey den gegebenen Zahlen selbst, oder bey den vergrößerten anbringet. Folgends könnet ihr auf solche Weise die Brüche hinwegschaffen (§. 449), und also die Regel an den gegrößerten Zahlen verrichten.

§. 494. Zu desto mehrerer Erläuterung folgen verschiedene Exempel:

N°. 1. ℔ 17 kosten $24\frac{1}{8}$ fl. was ℔ $\frac{7}{8}$?

102	149
816	1043
Fac. $1\frac{227}{816}$ fl.	227

Oder 17 — $24\frac{1}{8}$ fl. — $\frac{7}{8}$

136	149
816	1043
Fac. $1\frac{227}{816}$ fl.	227

Nämlich größert die 17 gegen $24\frac{1}{8}$ mit 6, so kommet die Verhältniß von A zu B in ganzen Zahlen, nämlich 102 und 149. Desgleichen größert ferner diese 102 gegen die $\frac{7}{8}$, das ist, multipliciret die 102 mit 8 und streichet bey den $\frac{7}{8}$ den Nenner 8 hinweg (§. 445), so kommt die Verhältniß von A zu C ebenfalls in ganzen Zahlen, nämlich 816 und 7.

Oder ihr könnet erstlich die 17 gegen $\frac{7}{8}$ (wie gemeldet) mit 8 größern, kommen 136 und 7; und hernach solche 136 gegen $24\frac{1}{8}$ mit 6, so kommen 816 und 149. Mithin hat man in beyden Wegen die Aufgabe in lauter ganzen Zahlen, nämlich: 816:

816: 149 = 7

mit welcher nach der Regel Detri (§. 331) procedirt, kommet das Facit $1\frac{2}{8}\frac{7}{16}$ fl.

N°. 2. ℔ $5\frac{3}{4}$ kosten 16 fl. was ℔ 12?

23	64
Fac. $33\frac{9}{23}$ fl.	128
	768
	7.
	9

Oder

$5\frac{3}{4}$	16 fl.	12
23		48
Fac. $33\frac{9}{23}$ fl.		288
		768
		7.
		9

Nämlich größert A gegen B mit 4, so habt ihr den Aufsatz in ganzen Zahlen also:

23 — 64 fl. — 12?

oder größert A gegen C mit 4, so kommet der Aufsatz also:

23 — 16 fl. — 48?

Ferner procediret nach der Regel Detri in ganzen Zahlen, kommt in beyden Wegen die begehrte Antwort $33\frac{9}{23}$ fl.

N°. 3. ℔ $5\frac{3}{4}$ kosten $24\frac{3}{4}$ fl. was ℔ 7?

23	74
69	296
Fac. $30\frac{2}{23}$ fl.	2072
	2

Oder

Oder 5 ¼ — 24 ⅔ fl. — 7
23 74 28
69 592
Facit. 30 ⅔ fl. 148
2072
2

Nämlich größert erstlich die 5¼ mit 4, und die 24⅔ mit 3. Und, weil auf solche Weise B 3 mal so groß worden, so größert die 23 in A ebenfalls mit 3. Auch, weil A anfangs 4 mal so groß worden, so größert entweder die 74 in B, oder die 7 in C ebenfalls mit 4; kommen sodann folgende ganze Zahlen: 69 — 296 fl. — 7? oder 69 — 74 fl. — 28? mit welchen nach der Regel Detri procediret, kommt das begehrte Facit 30 ⅔ fl.

N°. 4. ℔ 5 ¼ kosten 7 fl. was ℔ 24⅔?
23 28 74
69 592
Fac. 30 ⅔ fl. 148
2072

Oder 5 ¼ — 7 fl. — 24⅔
23 74
69 296
Fac: 30 ⅔ 2072

Dieser Proceß ist gleich dem nächst vorigen, nämlich größert erstlich A mit 4, und C mit 3, und weil C auf solche Weise 3 mal so groß worden, so größert die 23 in A ebenfalls mit 3. Auch weil A anfangs 4 mal so groß worden, so größert entweder B oder die 74 in C ebenfalls

falls mit 4; so hat man folgende ganze Zahlen: 69 — 28 fl. — 74? oder 69 — 7 fl. — 296? mit welchen ferner nach der Regel-Detri procediret, kommt das Facit $30\frac{2}{5}$ fl.

N°. 5. $5\frac{3}{4}$ ℔ kosten $24\frac{1}{3}$ fl. was ℔ $\frac{5}{7}$?

23	74	
69	269	
483	1480	
Fac. $3\frac{31}{483}$ fl.	31	

Oder $5\frac{3}{4}$ — $24\frac{1}{3}$ fl. — $\frac{5}{7}$

23	74	5
69	1480	20
483	31	

Fac. $3\frac{31}{483}$ fl.

Nämlich größert die $5\frac{3}{4}$ mit 4, die $24\frac{1}{3}$ mit 3, und die $\frac{5}{7}$ mit 7 (das ist, streichet den Nenner 7 hinweg). Da nun auf solche Weise B 3 mal so groß worden, so größert die 23 in A ebenfalls mit 3. Auch weil C 7 mal so groß worden, so größert ferner die 69 in A gleichergestalt mit 7. Endlich, weil A anfangs 4 mal so groß worden, so größert entweder die 74 in B, oder die 5 in C, ebenfalls mit 4; so hat man den Aufsatz in lauter ganzen Zahlen als folget: 483 — 296 fl. — 5? oder 483 — 74 fl. — 20? mit welchen ferner nach der Regel Detri procediret, kommt das Facit $3\frac{31}{483}$ fl.

N°. 6. ℔ $\frac{5}{7}$ kosten $3\frac{31}{483}$ fl. was ℔ $5\frac{3}{4}$?

2415	1480	23
9660	10360	

Mit

Mit diesem Aufsatze, nämlich:

9660 — 10360 fl. — 23?

procediret ferner nach der Regel Detri, so kommt das Fac. $24\frac{440}{800}$ fl. welcher Bruch nach der Verkleinerung (§. 384) in 3220, bringet $\frac{1}{4}$.

Oder

$$\frac{5}{\frac{1}{4}} \quad — \quad \frac{3\frac{11}{80}\text{ fl.}}{1480} \quad — \quad \frac{5\frac{3}{4}}{23}$$

$$\frac{2415}{9660} \qquad\qquad 161$$

Ferner verfahret mit diesem Aufsatze, nämlich:

9660 — 1480 fl. — 161?

wie vorhin nach der Regel Detri, so kommt ebenfalls das Fac. $24\frac{1}{4}$ fl. Welches Facit zugleich zur Probe auf das vorhergehende (N° 5) dienen kann.

§. 495. Wenn ihr nun die Solution und den Grund der nächst vorhergehenden Aufgabe, nebst den darauf gestelleten Exempeln verstanden, so könnet ihr von selbst leicht erachten, daß diese beschriebene Regel zu allen Fällen gemein sey. Dannenhero kann solches nicht anders, als für eine unnöthige Weitläuftigkeit gehalten werden, wenn verschiedene Autores die Regel Detri in Brüchen ohne Noth noch Nutzen, in so vielen unterschiedenen Lehren und besondern Regeln vortragen, als viele Fälle in derselben vorkommen können; als nämlich, wenn das eine oder andere Glied allein, oder beyde, oder auch alle 3 Glieder, Brüche allein, oder Ganze allein, oder Ganze nebst Brüchen haben. Vielmehr will ich allhier noch anzeigen, wie man die obige allgemeine Regel von der Multiplication (§. 456) und Division (§. 487) nicht minder auch hier, bey der Regel Detri in allen vorkommenden Fällen anbringen kann.

Die 58. Aufgabe.

§. 496. Eine allgemeine Regel zu allen Fällen der Regel Detri in Brüchen.

I. Richtet alle 3 Glieder ein (§. 407).

II. Verkehret das 1ste Glied oder A, nämlich ſetzet die Zahl des Zählers unter, und die Zahl des Nenners über die Linie. Alsdenn procediret

III. ferner nach Lehre §. 399, 400 ſeqq. Wie aus folgenden Exempeln, welche auf alle Vorfälle geſtellet ſind, mit mehrern zu erſehen iſt. Z. E.

N°. 1. Vor $\frac{7}{10}$ fl. bekommt man 5 ℔, wieviel vor 3 fl? Dieſes ſetzet alſo: $\frac{10}{7}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{3}{1}$

Fac. $\frac{30}{7}$, das iſt $21\frac{3}{7}$ ℔.

Nämlich wenn ihr alle Glieder eingerichtet, und A verkehrt habt, ſo multipliciret (weil hier keine obere Zahl gegen eine untere zu kleinern) ſo fort die oberen Zahlen 10, 5 und 3, desgleichen beſonders die untern Zahlen in einander, ſo giebt jenes Product den Zähler, und dieſes den Nenner in dem verlangten Facit, nämlich $\frac{30}{7}$ ℔.

N°. 2. $2\frac{7}{10}$ fl. geben 5 ℔, was 3 fl.? Alſo:

10 | 5 | 3
27. | 1 | 1

Fac. $\frac{50}{9}$, das iſt $5\frac{5}{9}$ ℔.

Nämlich kleinert (Kürze halber) die obere 3 gegen die untern 27 in 3 (§. 400), und procediret ferner, wie vorhin, ſo kommt im Facit der Zähler 50 (als 5 mal 10) und im Nenner 9.

N°. 3. 3 ℔ koſten $\frac{7}{10}$ fl. was 5 ℔? Alſo:

1 | 7. | 5
3 | 10. | 1

Fac. $\frac{7}{2}$, das iſt $1\frac{1}{2}$ fl.

N°. 4.

N°. 4. 3 ℔ koſten $2\frac{7}{10}$ fl. was 5 ℔? Alſo:

1	27.9	5
3	10.2	1

Facit. $\frac{2}{3}$, das iſt $4\frac{1}{2}$ fl.

N°. 5. 3 fl. geben 5 ℔, was $\frac{7}{10}$ fl? Alſo:

1	5	7
3	1	10.2

Fac. $\frac{7}{6}$, das iſt $1\frac{1}{6}$ ℔.

N°. 6. 3 fl. geben 5 ℔, was $2\frac{7}{10}$ fl? Alſo:

1	5	27.9
3	1	10.2

Fac. $\frac{9}{2}$, das iſt $4\frac{1}{2}$ ℔.

N°. 7. $\frac{7}{10}$ fl. geben $\frac{1}{4}$ ℔, was 3 fl? Alſo:

10.5	3	3
7	4.2	1

Fac. $\frac{45}{14}$, das iſt $3\frac{3}{14}$ ℔.

N°. 8. $2\frac{7}{10}$ fl. geben $\frac{3}{4}$ ℔, was 3 fl? Alſo:

10.5	3	3
27.9.3	4.2	1

Fac. $\frac{1}{8}$ ℔.

N°. 9. $\frac{7}{10}$ fl. geben $6\frac{3}{4}$ ℔, was 3 fl? Alſo:

10.5	27	3
7	4.2	1

Fac. $\frac{405}{14}$, das iſt $28\frac{13}{14}$ ℔.

N°. 10. $2\frac{7}{10}$ fl. geben $6\frac{3}{4}$ ℔, was 3 fl? Alſo?

10.5	27	3
27	6.2	1

Fac. $\frac{15}{2}$, das iſt $7\frac{1}{2}$ ℔.

N°. 11. 3 fl. geben $\frac{3}{4}$ ℔, was $\frac{7}{10}$ fl? Alſo:

1	3	7
3	4	10

Fac. $\frac{7}{40}$ ℔.

N°. 12. 3 fl. geben $6\frac{3}{4}$ ℔, was $\frac{7}{10}$ fl? Alſo:

1	27.3	7
3	4	10

Fac. $6\frac{3}{40}$, das iſt $1\frac{23}{40}$ ℔.

N°. 13. 3 fl. geben $\frac{3}{4}$ ℔, was $2\frac{7}{10}$ fl? Alſo:

1	3	27
3	4	10

Fac. $\frac{27}{40}$ ℔.

N°. 14. 3 fl. geben $6\frac{3}{4}$ ℔, was $2\frac{7}{10}$ fl. Alſo:

1	27.3	27
3	4	10

Fac. $\frac{243}{40}$, das iſt $6\frac{3}{40}$ ℔.

N°. 15. $\frac{4}{3}$ fl. geben 5 ℔, was $\frac{7}{10}$ fl? Alſo:

4.2	5	7
3	1	10.2

Fac. $\frac{14}{3}$, das iſt $4\frac{2}{3}$ ℔.

N°. 16.

N°. 16. $6\frac{3}{4}$ fl. geben 5 ℔, was $\frac{7}{10}$ fl? Also:

$\frac{4 \cdot 2}{27}$ $\frac{8}{1}$ $\frac{7}{x\phi.2}$

Fac. $\frac{14}{27}$ ℔.

N°. 17. $\frac{3}{4}$ fl. geben 5 ℔, was $2\frac{7}{10}$ fl? Also:

$\frac{4 \cdot 2}{3}$ $\frac{8}{1.}$ $\frac{27 \cdot 9}{x\phi.2}$

Fac. $\frac{18}{1}$, das ist 18 ℔.

N°. 18. $6\frac{3}{4}$ fl. geben 5 ℔, was $2\frac{7}{10}$ fl? Also:

$\frac{4 \cdot 2}{27}$ $\frac{8}{1}$ $\frac{27}{x\phi.2}$

Fac. $\frac{2}{1}$, das ist 2 ℔.

N°. 19. $\frac{3}{4}$ ℔ kosten $\frac{7}{10}$ fl, was $\frac{5}{8}$ ℔? Also:

$\frac{4}{3}$ $\frac{7}{x\phi.2}$ $\frac{8}{8.2}$

Fac. $1\frac{7}{12}$ fl.

N°. 20. $6\frac{3}{4}$ ℔ kosten $\frac{7}{10}$ fl. was $\frac{5}{8}$ ℔? Also:

$\frac{4}{27}$ $\frac{7}{x\phi.2}$ $\frac{8}{8.2}$

Fac. $\frac{7}{108}$ fl.

N°. 21. $\frac{3}{4}$ ℔ kosten $2\frac{7}{10}$ fl. was $\frac{5}{8}$ ℔? Also:

$\frac{4}{3}$ $\frac{27.9}{x\phi.2}$ $\frac{8}{8.2}$

Fac. $\frac{9}{4}$, das ist $2\frac{1}{4}$ fl.

N°. 22. $\frac{3}{4}$ ℔ kosten $\frac{7}{10}$ fl. was $5\frac{1}{8}$ ℔? Also:

4	7	48.8.3
8	28.2	8.2

Fac. $\frac{21}{4}$, das ist $5\frac{1}{4}$ fl.

N°. 23. $6\frac{1}{4}$ ℔ kosten $2\frac{7}{10}$ fl. was $\frac{1}{8}$ ℔? Also:

4	27	8
25	28.2	8.2

Fac. $\frac{1}{4}$ fl.

N°. 24. $\frac{3}{4}$ ℔ kosten $2\frac{7}{10}$ fl. was $5\frac{1}{8}$ ℔? Also:

4	27.9	48.9
8	28.2	8.2

Fac. $\frac{81}{4}$, das ist $20\frac{1}{4}$ fl.

N°. 25. $6\frac{3}{4}$ ℔ kosten $\frac{7}{10}$ fl. was $5\frac{1}{8}$ ℔? Also:

4	7	48.8
27.2	28.2	8.2

Fac. $\frac{7}{2}$ fl.

N°. 26. $6\frac{3}{4}$ ℔ kosten $2\frac{7}{10}$ fl. was $5\frac{1}{8}$ ℔? Also:

4	27	48.9
27	28.2	8.2

Fac. $\frac{9}{4}$, das ist $2\frac{1}{4}$ fl.

Durch

Durch dieſe Exempel habe ich klar für Augen legen wollen, daß die angewieſene allgemeine Regel in allen vorkommenden Fällen der Regel Detri in Brüchen ohne Unterſcheid zu appliciren ſey.

Beweis.

Nach der Regel Detri müßte man B mit C multipliciren, und das kommende Product in A dividiren (§. 331). Demnach heißt es z. E. in nächſt gedachter Aufgabe N°. 26, nachdem alle 3 Glieder eingerichtet worden, nicht anders, als $\frac{7}{10}$ mal $\frac{4}{5}$ zu dividiren in $\frac{3}{4}$. Nun iſt in Brüchen das Wörtlein mal oder aus einerley (§. 396): Derowegen heißt es auch nicht anders, als $\frac{7}{10}$ aus $\frac{4}{5}$ in $\frac{3}{4}$ zu dividiren. Folgends erfordert die Ausrechnung eben daſſelbe, welches oben §. 488 bereits erkläret und angewieſen worden, das iſt, daß man den Diviſorem, nämlich A verkehre und ferner nach Anzeigung §. 399 ſequ. procedire.

§. 497. Auf gleiche Weiſe kann man dieſe allgemeine Regel anbringen, wenn in der Aufgabe auch Brüche aus Brüchen, oder (ſo einerley, §. 396) Brüche mal Brüche vorkommen, wie hiervon mit mehrern in der Multiplication (§. 459), und in der Diviſion (§. 488) zu erſehen iſt. Z. E.

$\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{7}$ mal $6\frac{1}{8}$ ℔ koſten $\frac{3}{4}$ aus 50 fl. was $\frac{5}{6}$ aus $3\frac{1}{5}$ ℔?

8	8	8.4	8	50	4	10
4	3	53	4	1	8	3

Fac. $\frac{1000}{53}$, das iſt $37\frac{39}{53}$ fl.

Item

$\frac{4}{5}$ aus $3\frac{1}{3}$ ℔ kosten $37\frac{1}{2}$ fl. was $\frac{3}{4}$ aus $\frac{3}{7}$ mal $6\frac{1}{2}$ ℔?

8	15	200	4	15	52
4	20	52	15	8	8

Fac. $\frac{75}{2}$ fl. das ist $37\frac{1}{2}$ fl. oder $\frac{3}{4}$ aus 50 fl. wie vorhin.

§. 498. Insgemein wird die vorige Regel (§. 493) dieser Regel (im §. 496) deswegen vorgezogen weil in jener die Brüche, deren Rechnungen dem falschen Wahn nach für schwer gehalten werden (§. 379), allezeit gänzlich hinweg fallen, und solchergestalt immer die Regel Detri in lauter ganzen Zahlen angebracht werden kann. Allein wenn ihr diese beyde Arten gegen einander haltet, so werdet ihr wahrnehmen, daß jede derselben zwar ihren besondern Grund habe, gleichwol deren Unterscheid bloß und allein nur in dem Aufsetzen und Hinschreiben der Zahlen bestehe; da hingegen beyder wirkliche Berechnung einander ganz gleich sey. Indessen führen beyde öfters, und zwar insonderheit, wenn B eine vermischte Zahl, A und C aber ganze Zahlen sind, einige unnöthige Weitläuftigkeit mit sich; derowegen bedienen sich diejenigen, welche im Rechnen mehr habil zu werden gedenken, lieber nachfolgender Art.

Die 59. Aufgabe.

§. 499. Aus einer gegebenen Aufgabe der Regel Detri nur diejenigen Brüche, welche in A oder C befindlich, hinweg zu schaffen, die aber in B vorhanden, beyzubehalten; und wie die Auflösung alsdenn anzustellen. $\frac{C}{1}$

I. Größert A und C (wenn in denselben Brüche vorhanden) nach Anzeigung §. 449, oder, welches einerley, brin-

bringet dieſelben unter gleiche Namen der Einheiten, und laſſet alsdenn ihre Namen oder Nenner fahren (§. 306 und 365).

II. Verfahret nach der Regel §. 331, und daferne B einen Bruch hat, ſo verrichtet die Multiplication mit C, und die Diviſion in A, auf die Weiſe, wie oben bey dieſen Rechnungsarten in Brüchen gelehret worden.

Z. E. N°. 1. 4 ℔ koſten $23\frac{1}{10}$ fl. was 7 ℔? Alſo:

$$\frac{163\frac{7}{10}}{\text{Fac. } 40\frac{10}{12}\frac{7}{0}}$$

Nämlich weil A und C vorhin ſchon ganze Zahlen ſind, ſo multipliciret die $23\frac{1}{10}$ mit 7, kommen (§. 448. N°. 2) $163\frac{7}{10}$. Dieſe dividiret in 4, nach Lehre §. 483, kommt das begehrte Facit $40\frac{10}{12}\frac{7}{0}$ fl.

N°. 2. (Das Exempel §. 493. N°. 1). Alſo:

17 ℔ koſten	$24\frac{1}{8}$ fl.	was $\frac{7}{8}$ ℔?
136	$173\frac{1}{8}$	
Fac. $1\frac{2}{8}\frac{7}{0}$ fl.	87	

Nämlich größert die 17 gegen $\frac{7}{8}$ mit 8, kommen 136 und 7; oder, ſo einerley, bringet A und C unter gleiche Namen, das iſt (§. 304), machet die 17 ebenfalls zu 8tel, kommen $\frac{136}{8}$ und $\frac{7}{8}$, und da ſolche nun gleiche Art Einheiten ſind, könnet ihr den Namen 8tel fahren laſſen (§. 306 und 365), ſo habt ihr 136 und 7. Demnach multipliciret ferner die $24\frac{1}{8}$ mit 7 (nach Anzeigung §. 448), und dividiret die kommenden $173\frac{7}{8}$ in 136, kommt (§. 483. N°. 13) das verlangte Fac. $1\frac{2}{8}\frac{7}{0}$ fl.

N°. 3. (Das Exempel §. 493. N°. 5). Also:

$5\frac{3}{4}$ ℔ kosten	$24\frac{2}{3}$ fl. was $\frac{5}{7}$ ℔?	
23	$493\frac{1}{3}$	20
161	10	

Fac. $3\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{3}$ fl.

Nämlich größert A und C mit 4 und 7 (wie oben, ibid. zu ersehen); oder, so einerley, machet sie beyde zu 4tel und ferner zu 7tel, so sind sie beyde (wie oben §. 398 erkläret) 28tel, und lasset den Namen 28tel fahren, so kommen 161 und 20. Demnach multipliciret die $24\frac{2}{3}$ mit 20, und dividiret das Product $493\frac{1}{3}$ in 161 nach Lehre §. 448 und 483, kommt das Fac. $3\frac{3}{4}\frac{1}{8}\frac{1}{3}$ fl. Auf gleiche Weise verfahret auch mit andern dergleichen Exempeln.

§. 500. Wenn man die in der Regel Detri vorkommenden kleineren Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte, immerfort in Brüche reduciren wollte (§. 420), so könnte man bey denselben alle vorhin gedachte Arten anbringen: Allein weil die Reduction, insonderheit, wenn mehr als nur einerley Art kleinere Sorten in einem Gliede vorkommen, öfters langsam zu verrichten ist, so bedienet man sich bey denselben (wiewohl nur nach gemeiner Art zu reden, denn ihr werdet unten in der Practica verschiedene andere Wege finden) viel lieber folgender Methode, welche ganz gleich ist der nächst beschriebenen Art §. 499.

Die 60. Aufgabe.

§. 501. Eine Aufgabe der Regel Detri, in welcher sich kleine Sorten der Münzen, Maaße, oder Gewichte befinden, aufzulösen. I. Brin-

I. Bringet A und C (wenn ſie ungleiche Namen haben) unter gleiche Namen (wie bereits §. 304 erinnert worden) in ihre kleinſten Einheiten. Alsdenn

II. procediret nach der Regel §. 331, und ſo B eine mehrerley namige Zahl, ſo verrichtet die Multiplication mit C nach Anzeigung §. 467. ſequ. und die Diviſion in A nach Anweiſung §. 491; wie mit mehrern aus folgenden Exempeln zu erſehen.

Z. E. N°. 1. 4 ℔ 17 Loth koſten 21 fl. was 12 ℔? Alſo:

	(32		(32
145 Loth		984 Loth	
Fac. $55\frac{89}{145}$ fl. oder (ſo ihr die reſtirende 89 fl. zu ge machet, und ſolche ferner in die 145 dividiret, wie §. 226 gelehret) 55 fl. $18\frac{1}{2}\frac{1}{5}$ ß.		768 8064 Reſt 89	81.

Nämlich machet ſo wohl die 4 ℔ 17 Loth, als auch die 12 ℔ zu lauter Loth, ſo ſtehet die Aufgabe in ganzen Zahlen alſo:

145 Loth koſten 21 fl. was 384 Loth?

Hiermit procediret nach der Regel §. 331, das iſt, multipliciret die 384 und 21 mit einander, und dividiret das Product 8064 in 145, kommt das verlangte Facit.

N°. 2. 3 fl. 27 ß 6 ₰ geben		897 ₰,	was 1 fl?
117	(30	35888	540 ₰.
936	(18	44860.	
2112 ₰		4844880	
Fac. $2293\frac{20}{21}\frac{4}{12}$ ₰		620...	
(oder gekleinert, kommt $\frac{43}{44}$)		1984..	
		840.	
		2064	

Nämlich machet A und C zu lauter ℔, so habet ihr folgenden Aufsatz:

2112 ℔ geben 8972 ℔, was 540 ℔?

Mit diesem verfahret nach der gegebenen Regel (§. 331) kommt das gesuchte Facit $229\frac{4}{44}$ ℔. Wegen der Verkleinerung des Bruchs aber wird sich weiter hinten ein mehreres zeigen.

N°. 3. 7 Loth kosten 23 ß, was 5 ℔ 13 Loth 3 Qu? Also:

——(4	——(32
28 Qu.	173 Loth
	——(4
Fac. $570\frac{2}{28}$ ß	695 Qu.
30)	
oder 19 fl. $\frac{2}{28}$ ß	2085
	1390
	15985
	19..
	Rest 25

Nämlich machet A und C zu lauter Qu., so habt ihr die Aufgabe also:

28 Qu. kosten 23 ß, was 695 Qu.?

Ferner procediret nach der Regel §. 331, kommt das Facit $570\frac{2}{28}$ ß (§. 349, indem auch die Zahl in B ß heißt). Diese machet zu fl. kommen 19 fl. $\frac{2}{28}$ ß.

N°. 4. 1 ℔ Vls. thut 6 fl. Holl. was 347 ℔ 13 ß 7 ₰ Vls? Also:

——(20	——(20
20	6953
——(12	13906(12
240 ₰	
Fac. 2086 fl. $1\frac{1}{2}$ Stüb.	83443 ₰

Näm-

Nämlich, wenn ihr A und C zu lauter ℔ machet, so habet ihr diesen Aufsatz:

240 ℔ Vls thun 6 fl. Holl., was 83443 ℔ Vls?

Mit diesem procediret nach der Regel (§. 331), komt das Facit 2086 fl. 1½ Stüb.

N°. 5. 6 fl. thun 1 ℓ. Vls, was 2086 fl. 1½ Stüb.?

——(20 ——(20

120 41721

——(2 ——(2

240 halbe Stüb. 83443 halbe Stüb.

Fac. 347 ℓ. 13 ß 7 ₰ Vls.

Nämlich, wenn ihr A und C zu lauter halben Stüb. machet, so erlanget ihr diesen Aufsatz:

240 halbe St. thun 1 ℓ. Vls, was 83443 halbe St.?

Mit diesem verfahret nach der Regel, kommt das Facit 347 ℓ. 13 ß 7 ₰ Vls.

N°. 6. (Das Exempel §. 499 N°. 1). Also:

4 ℔ kosten 23 fl. 11 ʒ, was 7 ℔?

163 . 17

Fac. 40 . 26¾

Allhier sind die 23 fl. 11 ʒ mit 7 multiplicirt nach Art §. 467. N°. 1, und das Product 163 fl. 17 ʒ in 4 dividirt nach Art §. 491. N°. 7.

N°. 7. 60 ℔ kosten 327 fl. 18 ʒ 12 ₰, was 5 Loth? Also:

——(32

1920 Loth.

Nämlich machet A gleich C zu Loth. Ferner multiplicirt die 327 fl. 18 ʒ 12 ₰ mit 5, nach Lehre §. 467. N°. 3, und dividiret das Product 1638 fl. 3 ʒ 6 ₰

6 ₰ in 1920, nach Lehre §. 491. N° 16, kommt das Facit 25 ß 10 $\frac{3}{5}$ ₰

N° 8.

13 ℔ 3 Schott kosten 327 fl. 18 ß 12 ₰, was 2 ℔ 8 Sch?

(24 (24

52 56 Schott.

26

315 Schott.

Hierauf multipliciret die 327 fl. 18 ß 12 ₰ mit 56, nach Art §. 467. N° 15, oder §. 479, kommt 18346 fl. 25 ß 6 ₰. Diese dividiret in 315, nach Art §. 491. N° 13. kommt das Facit 58 fl. 7 ß $5\frac{1}{15}$ ₰.

Mehrere Exempel erachtet nicht nöthig allhier zu geben, weil dieselben zur Gnüge hernach in der Practica weit besser angezeiget werden sollen.

§. 502. Damit ihr auch die Ursache von dieser Auflösung (§. 497) gründlich einsehen möget, so habe dienlich erachtet, folgende Sätze zur Betrachtung zu geben.

§. 503. Alle Exempel der Regel Detri, bey denen in C keine kleineren Einheiten sind, als diejenigen, welche in A sich befinden, können in das Product von B mit C multipliciret, niemals kleinere Theile oder Brüche bringen, als diejenigen kleinen Sorten oder Theile sind, welche in B gegeben worden.

Beweis.

Durch die Multiplication wird B so vielmal zusammen genommen, als C Einheiten in sich enthält, und zwar solcher Einheiten, die gleich groß sind mit den Einheiten in A (§. 365). Wenn demnach C keine kleineren Einheiten in sich enthält, ist sie eine ganze Zahl, und

kann

kann in dem Product unmöglich kleinere Einheiten oder Theile bringen, als B vorhin hat (§. 261).

§. 504. Dannenhero entstehen bey dergleichen Exempeln allwo in B keine Brüche gegeben, die im Facit kommenden Brüche oder kleineren Theile (daferne ja welche in selbigem kommen) allererst aus der Division in A (§. 223 und 231).

§. 505. Wenn aber in C kleinere Einheiten stehen, als in A, so ist es möglich, und geschiehet auch gar oft, daß in dem Product von B mit C Brüche oder kleinere Theile kommen, als diejenigen Einheiten sind, die in B gegeben worden.

Beweis.

Denn weil die kleineren Einheiten in C als Brüche angesehen werden müssen (§. 365), so bringen sie in der Multiplication die Zahl B weniger als 1 fach (§. 277), und folgends gar oft auch Brüche oder kleinere Theile, als vorhin in B befindlich.

§. 506. Hieraus ist die Ursache der vorigen Regel (§. 501) klar zu ersehen. Denn, daß man die Zahl A in ihre kleinsten Einheiten bringet, geschiehet deswegen, weil selbige der Divisor ist, welcher nach der gemeinen Division unzertrennet unter einem einzigen Namen stehen muß. Daß man aber auch C in die kleinsten Einheiten und zwar beyde, A und C unter einen gleichen Namen bringet, ist die Ursache, damit, wenn in C noch kleinere Einheiten als in A wären, man in der Multiplication nicht mit Brüchen beschweret würde (§. 505). Hingegen hat man bey der Zahl B die Sorge wegen der Brüche nicht nöthig (§. 366), und kann dieselbe, wenn in ihr schon verschiedene Sorten stehen (wie aus vorigen

Exem-

Exempeln zu ersehen) dennoch ohne sonderliche Schwierigkeit mit C multipliciret werden; weswegen es auch unnöthig erachtet wird, die Zahl B unter ihre kleinsten Einheiten allererst zu bringen.

§. 507. Nur ist zu merken, weil die Brüche allgemeine Zahlen sind, die auf alle Art Größen zu applici-ren (§. 51), so findet bey ihnen auch dasjenige statt, so bey den ganzen Zahlen oben (§. 348) angemerket worden, also, daß es gleich viel ist, ob man (z. E. oben §. 493. N°. 5) setzet: $5\frac{1}{4}$ ℔ kosten $24\frac{2}{3}$ fl. was $\frac{1}{7}$ ℔? Oder aber $5\frac{1}{4}$ ℔ kosten $\frac{1}{7}$ fl. was $24\frac{2}{3}$ ℔? Und behält A dennoch jederzeit den Namen ℔. Hingegen bey mehrerley namigen Zahlen, da jede kleine Sorte nur was gewisses andeutet (§. 51), lässet sich B mit C, wo die Eintheilung ihrer kleinen Sorten nicht ganz gleich ist, gar nicht auf solche Weise schlechterdings verwechseln. Als (z. E.) vorhin §. 501. N°. 8. kann man nicht setzen 13 ℔ 3 Schott kosten 2 fl. 8 ß, was 327 ℔ 18 Schott 12 Gr.? indem die Eintheilung einer ℔ nicht gleich ist der Eintheilung eines Guldens. Denn 2 ℔ 8 Schott sind gleich $2\frac{1}{3}$ ℔, hingegen sind 2 fl. 8 ß nicht darum auch gleich $2\frac{1}{3}$ fl. Dannenhero müßte man in solchem Falle die kleinen Sorten in Brüche reduciren (§. 420), oder doch unter den Namen von Brüchen betrachten (§. 305) $\frac{s}{}$ und also nicht anders als Brüche ansehen, wenn man B mit C verwechseln wollte. Demnach könnte man dieses gedachte Exempel, weil 13 ℔ 3 Schott $= 13\frac{1}{6}$, 2 ℔ 8 Schott $= 2\frac{1}{3}$; und 327 fl. 18 ß 12 ₰ $= 327\frac{3}{4}\frac{8}{5}$ (§. 421. N°. 2), sich also vorstellen: $13\frac{1}{6}$ ℔ kosten $2\frac{1}{3}$ fl. was $327\frac{3}{4}\frac{8}{5}$ ℔? Und alsdenn würde das vorige Facit 58 fl. 7 ß $5\frac{1}{1}\frac{1}{5}$ ₰ wiederum heraus kommen können.

§. 508.

§. 508. Zum Beschluß der Lehren in gebrochenen Zahlen, habe ich noch dieses anmerken wollen, nämlich wer nicht so sehr auf die Kürze, als auf eine allgemeine Regel sehen will, derselbe darf nur die einzige Regel aus §. 399 und 400 sequ. wohl beobachten, so ist diese einzige Regel schon zureichlich, nicht allein die gebrochenen Brüche zu einfachen zu machen; sondern auch alle vorkommende Fälle in der Multiplication (§. 456), desgleichen in der Division (§. 487), wie nicht minder in der Regel Detri (§. 496), als auch in der Resolution (§. 414) aufzulösen. Zumal was diese letztere betrifft, so ist z. E. $\frac{3}{4}$ fl. zu resolviren nichts anders, als $\frac{3}{4}$ aus oder mal (§. 396) 30 ℋ zu nehmen, das ist (§. 407) $\frac{3}{4}$ mit $\frac{30}{1}$ ℋ zu multipliciren (wie hiervon oben §. 442 im ersten Beweise bereits erwehnet worden); folglich ist die gedachte einzige Regel auch zu der Resolution allgemein.

§. 509. Ja ihr könnet auch die Exempel der Regel Detri in ganzen Zahlen, (wenn ihr schon nicht wisset, oder auch gar vergessen hättet, wie bey ihnen nach dieser Regel zu verfahren sey), durch die gedachte allgemeine Regel solviren. Z. E. 6 Ellen kosten 8 fl. was 15 Ellen? So bringet solche Zahlen in Form der Brüche (§. 407), so heißet es $\frac{6}{1}$ Ellen kosten $\frac{8}{1}$ fl. was $\frac{15}{1}$ Ellen? Demnach stehet die Berechnung nach der allgemeinen Regel also:

$$\frac{1}{6} \text{ ℋ} \quad — \quad \frac{15 \cdot 8}{1} \quad — \quad \frac{8 \cdot 4}{1} \text{ Fac. } \frac{20}{1} \text{ fl. das ist 20 fl.}$$

Von

Von der gemeinen Probe der vorhergehenden 4 Specierum und Regel Detri in gebrochenen, vermiſchten, und mehrerley namigen Zahlen.

Die 61. Aufgabe.

§. 510. Die gefundenen Antworten bey den 4 Speciebus und der Regel Detri in gebrochenen, vermiſchten oder mehrerley namigen Zahlen, als auch der Reſolution (§. 414), und Reduction (§. 420), nach gemeiner Art zu probiren.

Alles dasjenige, was oben §. 368 bis §. 379 von den Proben in ganzen Zahlen, gelehret und beſchrieben worden, iſt nicht minder auch bey den gebrochenen, vermiſchten, und mehrerley namigen Zahlen anzubringen; wie ſolches denn auch aus verſchiedenen, in vorhergehenden Lehren der Theile eines Ganzen, angeführten Exempeln, die ich mit Fleiß dergeſtalt eingerichtet, daß gar oft das eine zugleich die Probe von einem andern Exempel abgeben kann, zu erſehen iſt. Derowegen habe ich unnöthig erachtet, allhier hiervon beſondere Worte mehr zu machen. Und kommt demnach allhier nur noch dieſes hinzu, daß die Reſolution durch die Reduction; hingegen die Reduction durch die Reſolution zu probiren ſey. Wovon jedoch ſchon (§. 423) erwehnet worden.

Ende des Erſten Theils.

Der

Demonstrativen Rechenkunst,

oder

Wissenschaft

gründlich und kurz zu rechnen,

Anderer Theil.

Einleitung in die Practicam, oder Rechnungs-Vortheile.

§. 511.

Durch die Practicam verstehet man allhier eine Anweisung, wie man mit Vortheil rechnen, und die verlangten Zahlen (§. 1) durch einen kürzern oder leichtern Weg, als die gemeine Berechnung erfordert, finden soll.

§. 512. Einen kürzern Weg benenne ich diejenige Auflösung, in welcher man weniger Ziffern zu schreiben hat. Jedoch verstehe ich dadurch keinesweges eine solche Kürze, dabey man (wie in etlichen Rechenbüchern zu lesen) etwa das Einmal Eins (§. 151) weiter als bis auf 9 mal 9 auswendig wissen; oder sonst dasjenige, was man bey den 4 Rechnungsarten nach der vorhin gezeigten gemeinen Methode hinzuschreiben hat, im Kopfe behalten müsse: Sondern einen solchen kurzen Weg, bey welchem man nur das gewöhnliche Einmal Eins zu wissen nöthig, auch sonst nichts mehr, als in meiner vor-

hin beſchriebenen gemeinen Art angewieſen worden, im Kopfe zu behalten habe, und gleichwohl über dieſes, durch gewiſſe Vortheile weniger Ziffern, als nach dem gemeinen Weg erfordert werden, hinſchreiben darf.

§. 513. Zwar will ich die Hurtigkeit derjenigen, die vermögend ſind, viel aus dem Kopfe zu rechnen, mit nichten verwerfen, und können ſolche freylich geſchwinder fortkommen, immaßen die Gedanken ohnſtreitig weit ſchneller ſind, als die Hand; alſo getraue ich mir nicht minder, auch ganze Rechnungen im Kopfe zu berechnen. Allein es läßt ſich ſolche Kopfarbeit nicht durch Regeln, ſondern und fürnemlich nur aus der vielfältigen Uebung erlernen.

§. 514. Einen leichtern Weg aber könnte man dieſen benennen,

I. wenn man an ſtatt der Multiplication oder Diviſion, die Addition oder Subtraction;

II. an ſtatt der Diviſion, die Multiplication anbringet; desgleichen

III. wenn man die verlangte Rechnung mit kleinern Zahlen verrichtet; endlich

IV. die Berechnung mit Brüchen, ſo viel als möglich, vermeidet;

und zwar aus der Urſache, weil insgemein das Addiren und Subtrahiren leichter, als das Multipliciren, und dieſes leichter als das Dividiren (§. 43), desgleichen die Rechnungen mit kleinern Zahlen leichter als mit gröſſern, und mit ganzen leichter als mit gebrochenen (§. 324), geachtet werden. Allein, ſo gut wie dieſe Regeln dem erſten Anſehen nach ſcheinen, ſo ſind dieſelben dennoch keinesweges allgemein, und hat man bey denſelben gleichwol noch verſchiedene Exceptiones zu merken. Denn was die gedachte erſtere Regel betrifft, ſo iſt zu beobach-

obachten, daß die angeſtellten Additiones oder Subtractiones nicht allzuweitläuftig kommen müſſen. Denn ſonſt könnte man alle Multiplicationes durch die Addition (§. 139), und alle Diviſiones durch die Subtraction (§. 206) verrichten. Bey der IIten Regel iſt zu merken, daß öfters auch die Diviſion leichter als die Multiplication zu gebrauchen ſey; wie z. E. wenn man an ſtatt der Multiplication mit großen Zahlen, die Diviſion in eine einzelne Ziffer, oder ſonſt in einen bequemen Diviſorem anbringen kann. Alſo iſt auch bey der IIIten Regel zu erwegen, daß der Vortheil des Verkleinerns öfters ſo viel als nichts zu ſagen habe, auch bisweilen gar unnütze Weitläuftigkeit verurſache; als z. E. wenn man in einer Rechnung die Zahlen 6 gegen 8 deswegen in 2 kleinern wollte, damit man die Rechnung ferner durch die verkleinerten Zahlen 2 und 3 verrichten könnte: Dieſes kann auch nur bey einem wenig geübten vor keinen Vortheil paßiren, weil die größern Zahlen ſelbſt vorhin ſchon nur einzelne Ziffern ſind, mit welchen gar leichtlich zu rechnen iſt. Alſo iſt es auch bisweilen leichter mit größern, als mit kleinern Zahlen zu rechnen; wie z. E. mit 10, 100 oder 1000 ꝛc. ohnſtreitig leichter zu multipliciren und dividiren iſt, als mit andern kleinern Zahlen (§. 159 und 235). Gleichergeſtalt könnte ich allhier noch mehr große Zahlen (wie z. E. 20, 300, 4000 ꝛc. oder 12½, 25, 125 ꝛc. und dergleichen, wovon hernach gelehret werden ſoll) fürſtellen, mit denen leichter zu multipliciren und zu dividiren iſt, als ſonſt mit andern kleinern Zahlen. Bey der IVten Regel iſt nicht minder zu merken, daß es zwar nicht undienlich ſey, wenn man ohne Weitläuftigkeit die Rechnung mit Brüchen vermeiden kann. Allein es ereignen ſich bisweilen auch

ſolche Fälle, in welchen man durch die Berechnung in Brüchen gar leicht und viel geſchwinder zum Zweck kommet.

§. 515. Derowegen benenne ich viel lieber überhaupt diejenige Methode einen leichtern Weg, wobey man weniger Nachdenken und Mühe im Kopfe brauchet. Weil aber manchem auch leichte Sachen ſchwer fallen, ſo muß ein jeder aus ſeinen eigenen Kräften prüfen, was nach ſeinem Begriffe bey ihm ſchwerer oder leichter heiße.

§. 516. Wenn demnach Rechnungen vorkommen, welche nach verſchiedenen vortheilhaftigen Wegen zu ſolviren, da es ſich bisweilen zuträgt, daß ein Weg zwar kürzer, darzu aber deſto mehreres Nachdenken erfordert wird; und ein anderer hingegen leichter, dabey aber deſto mehrere Ziffern hingeſchrieben werden müſſen: So wird in dergleichen Fällen ein jeder von ſich ſelbſt denjenigen Weg zu erwählen wiſſen, welcher ihm nach ſeinem Genie am bequemſten iſt. Jedoch muß ein geſchickter Rechner, meines Bedünkens, jederzeit den allerkürzeſten Weg gehen.

§. 517. Bisweilen kann man bey einer Rechnung die verlangte Antwort durch einen leichtern, auch wohl kürzern Weg, aber nicht punctuel, ſondern nur ſehr nahe finden; da man nach ſolchem Wege hingegen allzu weitläuftig verfahren müßte, wenn man die Antwort ganz genau und ſcharf haben wollte. Dergleichen Wege werden zwar in der Theorie, da die punctuelle Antwort geſuchet wird, nicht geachtet: Gleichwohl bedienet man ſich derſelben nicht mit geringem Nutzen in Praxi, da auf die allzugenaue Schärfe (z. E. auf 1 ₰, geſchweige auf einige Theile eines Pfennigs) nicht geſehen wird (§. 229).

§. 518. Alle Rechnungen beſtehen fürnemlich in den gegebenen Zahlen, und der geſuchten Antwort; worzu

denn

denn kommt, daß bey theils Rechnungen die begehrte Antwort unmittelbar, das iſt ohne etwas darzwiſchen aufzuſchreiben, heraus gebracht wird, wie z. E. in der Addition (§. 105), in der Subtraction (§. 126), in der Multiplication mit einer einzelnen bedeutlichen Ziffer (§. 155. 159. 166), wie auch in der Diviſion, wenn der Diviſor eine einzelne bedeutliche Ziffer iſt (§. 215. 235. 238), hingegen wird bey theils Rechnungen die Antwort mittelbarer Weiſe erſt geſucht, da man nämlich inzwiſchen was zu ſchreiben hat, bevor die verlangte Antwort heraus gebracht wird, wie z. E. in der Multiplication mit mehr als einer einzelnen bedeutlichen Ziffer (§. 170), desgleichen in der Diviſion, wenn der Diviſor etliche bedeutliche Ziffern hat (§. 243), wie auch ſonſt in andern fernerweitigen Rechnungen. Nun kann aber kein kürzerer Weg gefunden werden, als derjenige, bey dem die Antwort ſo fort unmittelbar hingeſchrieben wird: Derowegen kann man auch bey jenen Rechnungsarten, das iſt in der Addition, Subtraction ꝛc. bisweilen wohl etwa einen leichtern, aber niemals einen kürzern Weg, als ihre gemeinen Regeln ſind, finden (es ſey denn, daß die Kürze in den gegebenen Zahlen ſelbſt beſtehen müßte, wie hernach bey den Progreſſionen gelehret werden ſoll, da man durch beſondere Vortheile die gegebenen ſummirenden Zahlen nicht, wie in der ordinairen Addition, alle aufſchreiben darf): Demnach handelt die Practica fürnemlich von der Multiplication, Diviſion, Regel Detri, und andern höhern Rechnungen.

§. 519. Insgemein nennet man gewiſſe Vortheile die **Welſche Practicam**, und dieſes vermuthlich daher, weil ſelbige vielleicht am erſten von einem Italiäner bekannt gemacht worden. Allein da gegenwärtige Ab-

ſicht iſt, alle Rechnungsvortheile, welche abſonderlich in Praxi mit Nutzen zu gebrauchen ſind, (ſie mögen im übrigen alte oder neue heiſſen), und zwar fürnemlich nebſt derer ſelben Gründen, aus welchen ſie entſtehen, anzuzeigen; ſo habe mich auch um ſolchen Namen wenig bekümmern, und nur überhaupt ſagen wollen: Wer dieſe meine nachfolgende Beſchreibung der Vortheile nach ihren wahren Gründen verſtehet, der wird fähig genug ſeyn, die Vortheile, welche bey jedem vorkommenden Exempel ins beſondere anzubringen, von ſich ſelbſt zu finden.

§. 520. Die allermeiſten Vortheile aber werden aus den Eigenſchaften der Zahlen hergenommen, und hierinnen eben iſt die Practica von der vorhergehenden allgemeinen Lehre der Rechenkunſt unterſchieden, daß dieſer ihre Regeln allgemein zu allen Zahlen ſind, da man hingegen in der Practica auf die Zahlen ſelbſt ſehen muß, folgends ihre Regeln keinesweges allezeit ſo allgemein ſeyn können. Eben dahero kommt es, daß man bey gleichen Aufgaben, aber ungleichen Zahlen, öfters nicht gleiche Vortheile haben, oder ob ſchon gleiche Vortheile, jedoch nicht auf einerley Art und Weiſe derſelben ſich bedienen kann.

§. 521. Daß aber einige, die nicht anders als nach der alten Leyer tanzen können, (ich meyne die, welche nur nach den alten Schlendrian zu rechnen gewohnt ſind) alle Rechnungsvortheile, ſo nicht allgemein ſind, deswegen verachten wollen, weil dieſelben nicht in allen Fällen anzubringen ſind, dieſes iſt ſehr ungereimt. Denn ſo gerne als ich zulaſſe, daß diejenigen Vortheile, welche öfterer in Praxi als andere Vortheile anzubringen, wegen ihres mehrern Nutzens, den andern vorzuziehen ſind; ſo kann doch kein Vernünftiger auch den am ſeltſamſten anzubringenden Vortheil mit Raiſon deswegen ver-

verachten, weil er nicht auch in andern Fällen angebracht werden kann. Allermaßen ja niemand so thöricht seyn würde zu schließen: weil man von Danzig nach Leipzig nicht in eben solchem kurzen Wege und kurzer Zeit gelangen kann, als von Danzig nach Königsberg; Ergo so sey der Weg nach Königsberg zu verachten, und sey es besser den Weg dahin dergestalt zu nehmen, damit er eben so lang sey, als der Weg nach Leipzig.

§. 522. Indessen wird zur Erlernung der Practica fürnemlich erfordert, daß man vorher die hierzu dienlichen Eigenschaften der Zahlen untersuche, und selbige durch die Uebung sich wohl bekannt mache, damit man bey vorfallender Rechnung desto hurtiger wissen, und die gegebenen Zahlen so fort erkennen möge, ob, oder welche Vortheile dabey anzubringen sind. Demnach folget hiernächst die Beschreibung der nützlichsten Eigenschaften der Zahlen.

Von den Eigenschaften der Zahlen.

§. 523.

Wenn man eine Zahl betrachtet, wie sie auf verschiedene Arten entstehet, oder was durch gewisse Rechnung aus ihr zu bringen sey, und findet dabey etwas sonderbares, welches entweder gar keiner andern Zahl, oder doch nicht allen andern Zahlen gemein ist, so wird solches sonderbare eine Eigenschaft derselben Zahl genannt. Z. E. Die Zahl 6 hat die Eigenschaft, daß sie entsteht

durch die Addition, aus $5+1$, $4+2$, $3+3$, $3+2+1$; oder auch in Brüchen $2\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{5}+3\frac{3}{5}$ ꝛc.;

Z. E. Die Zahl 6 kann nur auf eine einzige Art componiret seyn, nämlich aus 2 mal 3; die Zahl 12 aber hat zweyerley Art, nämlich aus 3 mal 4, oder 2 mal 6; die Zahl 24 hat dreyerley Art, nämlich aus 2 mal 12, 3 mal 8, oder 4 mal 6 u. s. w. Hingegen können die Zahlen 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17 ꝛc. auf keinerley Weise ein Factum aus ganzen Zahlen seyn; und dannenhero werden dieselben Primzahlen genannt (§. 165).

§. 526. Wenn ein Factor von einer componirten Zahl ferner aus kleinern Factoribus componiret ist, so kann man selbige Zahl als eine solche componirte Zahl ansehen, welche aus mehr denn aus 2 Factoribus componiret ist.

Z. E. 8 ist componiret aus 2 mal 4; 4 ist aber componiret aus 2 mal 2: Derowegen kann man die 8, als eine Composition aus 2 mal 2 mal 2 betrachten. Item 24 ist componiret aus 2 mal 12; 12 ist aber ferner aus 2 mal 6, und 6 aus 2 mal 3 componiret; Derowegen ist 24 eine Composition nicht nur aus 2 mal 12, sondern auch aus 2 × 2 × 6, oder, welches einerley, aus 4 mal 6; oder auch aus 2 × 2 × 2 × 3, oder welches einerley, aus 8 mal 3.

§. 527. Man nennet insonderheit diejenigen Factores welche Primzahlen sind, die ursprünglichen Factores oder die Elementa von der componirten Zahl. Also sind die ursprünglichen Factores, oder die Elementa von 8, die Primzahlen 2, 2 und 2; von 24 die Primzahlen 2, 2, 2, und 3, u. s. w.

§. 528. Solchergestalt sind die Factores von einer componirten Zahl entweder lauter Primzahlen, und also die Elementa selbst (§. 527), oder auch andere kleinere componirte Zahlen, welche jedoch gleichfalls aus jenen Elementis selbst entstehen.

Z. E. Die Factores aus 24 sind keine andere als entweder die Elementa selbst 2, 2, 2, und 3; oder 8 und 3, oder 4 und 6, oder 2 und

8 und 12. Nun sind die Elementa von 8: 2, 2, und 2; von 6: 2 und 3; von 4: 2 und 2; von 12: 2, 2, und 3: Folgends bestehen die Factores 3 mal 8, oder 4 mal 6, oder 8 mal 12, ebenfalls aus den Elementis 2, 2, 2, und 3.

§. 529. Weil nun die Factores von einer componirten Zahl zugleich dieser ihre Partes aliquotâ oder gerade aufmessende Theile sind (§. 272), so folget, daß alle Zahlen, welche einzig und allein die Unität für ihren Partem aliquotam haben, Prim- und nicht componirte Zahlen seyn müssen. Denn wären sie componirt, müßten sie auch andere Partes aliquotas haben, nämlich ihre Factores.

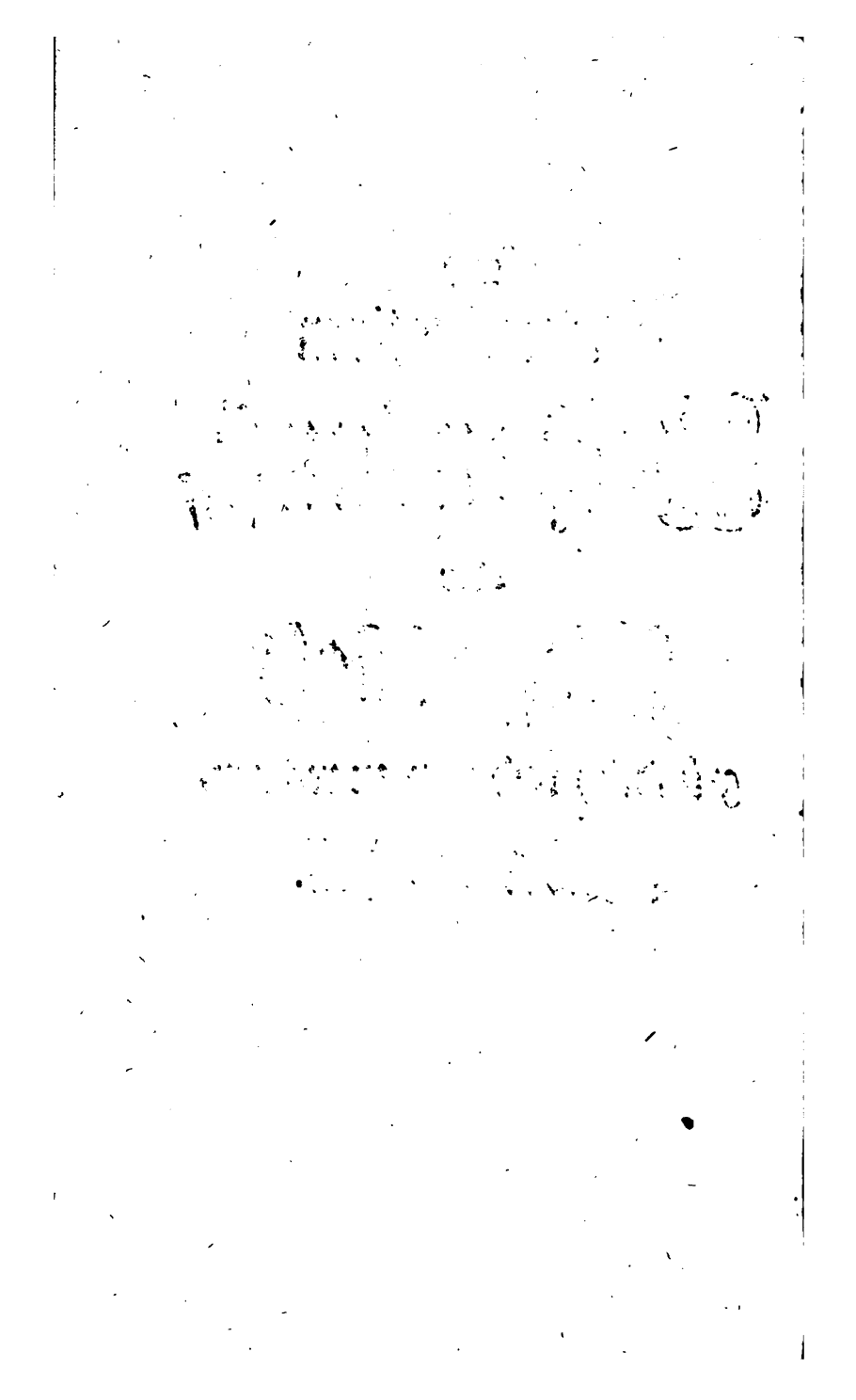
§. 530. Alle Zahlen aber, welche außer der Unität noch einen andern gerade aufmessenden Theil haben, sind componirte Zahlen, von welchen jener gerade aufmessende Theil ein Factor seyn muß.

Z. E. Die Zahl 6 hat außer 1 noch einen gerade aufmessenden Theil, (e.g.) 2; so schließt man, daß 6 eine componirte Zahl seyn müsse, deren Factor 2.

Beweis.

Wenn man eine Zahl in ihren gerade aufmessenden Theil dividiret, muß der Quotient, so wol als der aufmessende Theil selbst eine ganze Zahl seyn (§. 249). Indessen ist der Dividendus das Factum Divisoris und Quoti (§. 208): Folgends ist er allhier, da der Divisor und Quotient ganze Zahlen sind, allerdings eine componirte Zahl (§. 164) aus dem gerade aufmessenden Theile und dem gedachten Quoto.

§. 531. Weil nun solchergestalt die Partes aliquotâ (ausgenommen 1) von einer Zahl nichts anders sind, als solcher



Einleitung
in die
Practicam,
oder
Rechnungs-Vortheile.

§. 511.

Durch die Practicam verſtehet man allhier eine Anweiſung, wie man mit Vortheil rechnen, und die verlangten Zahlen (§. 1) durch einen kürzern oder leichtern Weg, als die gemeine Berechnung erfordert, finden ſoll.

§. 512. Einen kürzern Weg benenne ich diejenige Auflöſung, in welcher man weniger Ziffern zu ſchreiben hat. Jedoch verſtehe ich dadurch keinesweges eine ſolche Kürze, dabey man (wie in etlichen Rechenbüchern zu leſen) etwa das Einmal Eins (§. 151) weiter als bis auf 9 mal 9 auswendig wiſſen; oder ſonſt dasjenige, was man bey den 4 Rechnungsarten nach der vorhin gezeigten gemeinen Methode hinzuſchreiben hat, im Kopfe behalten müſſe: Sondern einen ſolchen kurzen Weg, bey welchem man nur das gewöhnliche Einmal Eins zu wiſſen nöthig, auch ſonſt nichts mehr, als in meiner vor-

hin beſchriebenen gemeinen Art angewieſen worden, im Kopfe zu behalten habe, und gleichwohl über dieſes, durch gewiſſe Vortheile weniger Ziffern, als nach dem gemeinen Weg erfordert werden, hinſchreiben darf.

§. 513. Zwar will ich die Hurtigkeit derjenigen, die vermögend ſind, viel aus dem Kopfe zu rechnen, mit nichten verwerfen, und können ſolche freylich geſchwinder fortkommen, immaßen die Gedanken ohnſtreitig weit ſchneller ſind, als die Hand; alſo getraue ich mir nicht minder, auch ganze Rechnungen im Kopfe zu berechnen; Allein es läßt ſich ſolche Kopfarbeit nicht durch Regeln, ſondern und fürnemlich nur aus der vielfältigen Uebung erlernen.

§. 514. Einen leichtern Weg aber könnte man dieſen benennen,

I. wenn man an ſtatt der Multiplication oder Diviſion, die Addition oder Subtraction;

II. an ſtatt der Diviſion, die Multiplication anbringet; desgleichen

III. wenn man die verlangte Rechnung mit kleinern Zahlen verrichtet; endlich

IV. die Berechnung mit Brüchen, ſo viel als möglich, vermeidet;

und zwar aus der Urſache, weil insgemein das Addiren und Subtrahiren leichter, als das Multipliciren, und dieſes leichter als das Dividiren (§. 43), desgleichen die Rechnungen mit kleinern Zahlen leichter als mit gröſſern, und mit ganzen leichter als mit gebrochenen (§. 324), geachtet werden. Allein, ſo gut wie dieſe Regeln dem erſten Anſehen nach ſcheinen, ſo ſind dieſelben dennoch keinesweges allgemein, und hat man bey denſelben gleichwol noch verſchiedene Exceptiones zu merken. Denn was die gedachte erſtere Regel betrifft, ſo iſt zu beobach-

obachten, daß die angestellten Additiones oder Subtractiones nicht allzuweitläuftig kommen müssen. Denn sonst könnte man alle Multiplicationes durch die Addition (§. 139), und alle Divisiones durch die Subtraction (§. 206) verrichten. Bey der IIten Regel ist zu merken, daß öfters auch die Division leichter als die Multiplication zu gebrauchen sey; wie z. E. wenn man an statt der Multiplication mit großen Zahlen, die Division in eine einzelne Ziffer, oder sonst in einen bequemen Divisorem anbringen kann. Also ist auch bey der IIIten Regel zu erwegen, daß der Vortheil des Verkleinerns öfters so viel als nichts zu sagen habe, auch bisweilen gar unnütze Weitläuftigkeit verursache; als z. E. wenn man in einer Rechnung die Zahlen 6 gegen 8 deswegen in 2 kleinern wollte, damit man die Rechnung ferner durch die verkleinerten Zahlen 2 und 3 verrichten könnte: Dieses kann auch nur bey einem wenig geübten vor keinen Vortheil paßiren, weil die größern Zahlen selbst vorhin schon nur einzelne Ziffern sind, mit welchen gar leichtlich zu rechnen ist. Also ist es auch bisweilen leichter mit größern, als mit kleinern Zahlen zu rechnen; wie z. E. mit 10, 100 oder 1000 ꝛc. ohnstreitig leichter zu multipliciren und dividiren ist, als mit andern kleinern Zahlen (§. 159 und 235). Gleichergestalt könnte ich allhier noch mehr große Zahlen (wie z. E. 20, 300, 4000 ꝛc. oder 12½, 25, 125 ꝛc. und dergleichen, wovon hernach gelehret werden soll) fürstellen, mit denen leichter zu multipliciren und zu dividiren ist, als sonst mit andern kleinern Zahlen. Bey der IVten Regel ist nicht minder zu merken, daß es zwar nicht undienlich sey, wenn man ohne Weitläuftigkeit die Rechnung mit Brüchen vermeiden kann. Allein es ereignen sich bisweilen auch

ſolche Fälle, in welchen man durch die Berechnung in Brüchen gar leicht und viel geſchwinder zum Zweck kommet.

§. 515. Derowegen benenne ich viel lieber überhaupt diejenige Methode einen leichtern Weg, wobey man weniger Nachdenken und Mühe im Kopfe brauchet. Weil aber manchem auch leichte Sachen ſchwer fallen, ſo muß ein jeder aus ſeinen eigenen Kräften prüfen, was nach ſeinem Begriffe bey ihm ſchwerer oder leichter heiße.

§. 516. Wenn demnach Rechnungen vorkommen, welche nach verſchiedenen vortheilhaftigen Wegen zu ſolviren, da es ſich bisweilen zuträgt, daß ein Weg zwar kürzer, darzu aber deſto mehreres Nachdenken erfordert wird; und ein anderer hingegen leichter, dabey aber deſto mehrere Ziffern hingeſchrieben werden müſſen: So wird in dergleichen Fällen ein jeder von ſich ſelbſt denjenigen Weg zu erwählen wiſſen, welcher ihm nach ſeinem Genie am bequemſten iſt. Jedoch muß ein geſchickter Rechner, meines Bedünkens, jederzeit den allerkürzeſten Weg gehen.

§. 517. Bisweilen kann man bey einer Rechnung die verlangte Antwort durch einen leichtern, auch wohl kürzern Weg, aber nicht punctuel, ſondern nur ſehr nahe finden; da man nach ſolchem Wege hingegen allzu weitläuftig verfahren müßte, wenn man die Antwort ganz genau und ſcharf haben wollte. Dergleichen Wege werden zwar in der Theorie, da die punctuelle Antwort geſuchet wird, nicht geachtet: Gleichwohl bedienet man ſich derſelben nicht mit geringem Nutzen in Praxi, da auf die allzugenaue Schärfe (z. E. auf 1 ₰, geſchweige auf einige Theile eines Pfennigs) nicht geſehen wird (§. 229).

§. 518. Alle Rechnungen beſtehen fürnemlich in den gegebenen Zahlen, und der geſuchten Antwort; worzu

denn

denn kommt, daß bey theils Rechnungen die begehrte Antwort unmittelbar, das iſt ohne etwas darzwiſchen aufzuſchreiben, heraus gebracht wird, wie z. E. in der Addition (§. 105), in der Subtraction (§. 126), in der Multiplication mit einer einzelnen bedeutlichen Ziffer (§. 155. 159. 166), wie auch in der Diviſion, wenn der Diviſor eine einzelne bedeutliche Ziffer iſt (§. 215. 235. 238), hingegen wird bey theils Rechnungen die Antwort mittelbarer Weiſe erſt geſucht, da man nämlich inzwiſchen was zu ſchreiben hat, bevor die verlangte Antwort heraus gebracht wird, wie z. E. in der Multiplication mit mehr als einer einzelnen bedeutlichen Ziffer (§. 170), desgleichen in der Diviſion, wenn der Diviſor etliche bedeutliche Ziffern hat (§. 243), wie auch ſonſt in andern fernerweitigen Rechnungen. Nun kann aber kein kürzerer Weg gefunden werden, als derjenige, bey dem die Antwort ſo fort unmittelbar hingeſchrieben wird: Derowegen kann man auch bey jenen Rechnungsarten, das iſt in der Addition, Subtraction ꝛc. bisweilen wohl etwa einen leichtern, aber niemals einen kürzern Weg, als ihre gemeinen Regeln ſind, finden (es ſey denn, daß die Kürze in den gegebenen Zahlen ſelbſt beſtehen müßte, wie hernach bey den Progreßionen gelehret werden ſoll, da man durch beſondere Vortheile die gegebenen ſummirenden Zahlen nicht, wie in der ordinairen Addition, alle aufſchreiben darf): Demnach handelt die Practica fürnemlich von der Multiplication, Diviſion, Regel Detri, und andern höhern Rechnungen.

§. 519. Insgemein nennet man gewiſſe Vortheile die Welſche Practicam, und dieſes vermuthlich daher, weil ſelbige vielleicht am erſten von einem Italiäner bekannt gemacht worden. Allein da gegenwärtige Ab-

sicht ist, alle Rechnungsvortheile, welche absonderlich in Praxi mit Nutzen zu gebrauchen sind, (sie mögen im übrigen alte oder neue heißen), und zwar fürnemlich nebst derer selben Gründen, aus welchen sie entstehen, anzuzeigen; so habe mich auch um solchen Namen wenig bekümmern, und nur überhaupt sagen wollen: Wer diese meine nachfolgende Beschreibung der Vortheile nach ihren wahren Gründen verstehet, der wird fähig genug seyn, die Vortheile, welche bey jedem vorkommenden Exempel ins besondere anzubringen, von sich selbst zu finden.

§. 520. Die allermeisten Vortheile aber werden aus den Eigenschaften der Zahlen hergenommen, und hierinnen eben ist die Practica von der vorhergehenden allgemeinen Lehre der Rechenkunst unterschieden, daß diese ihre Regeln allgemein zu allen Zahlen sind, da man hingegen in der Practica auf die Zahlen selbst sehen muß, folgends ihre Regeln keinesweges allezeit so allgemein seyn können. Eben dahero kommt es, daß man bey gleichen Aufgaben, aber ungleichen Zahlen, öfters nicht gleiche Vortheile haben, oder ob schon gleiche Vortheile, jedoch nicht auf einerley Art und Weise derselben sich bedienen kann.

§. 521. Daß aber einige, die nicht anders als nach der alten Leyer tanzen können, (ich meyne die, welche nur nach den alten Schlendrian zu rechnen gewohnt sind) alle Rechnungsvortheile, so nicht allgemein sind, deswegen verachten wollen, weil dieselben nicht in allen Fällen anzubringen sind, dieses ist sehr ungereimt. Denn so gerne als ich zulasse, daß diejenigen Vortheile, welche öfterer in Praxi als andere Vortheile anzubringen, wegen ihres mehrerern Nutzens, den andern vorzuziehen sind; so kann doch kein Vernünftiger auch den am seltsamsten anzubringenden Vortheil mit Raison deswegen ver-

verachten, weil er nicht auch in andern Fällen angebracht werden kann. Allermaßen ja niemand so thöricht seyn würde zu schließen: weil man von Danzig nach Leipzig nicht in eben solchem kurzen Wege und kurzer Zeit gelangen kann, als von Danzig nach Königsberg: Ergo so sey der Weg nach Königsberg zu verachten, und sey es besser den Weg dahin dergestalt zu nehmen, damit er eben so lang sey, als der Weg nach Leipzig.

§. 522. Indessen wird zur Erlernung der Practica fürnemlich erfordert, daß man vorher die hierzu dienlichen Eigenschaften der Zahlen untersuche, und selbige durch die Uebung sich wohl bekannt mache, damit man bey vorfallender Rechnung desto hurtiger wissen, und die gegebenen Zahlen so fort erkennen möge, ob, oder welche Vortheile dabey anzubringen sind. Demnach folget hiernächst die Beschreibung der nützlichsten Eigenschaften der Zahlen.

Von den Eigenschaften der Zahlen.

§. 523.

Wenn man eine Zahl betrachtet, wie sie auf verschiedene Arten entstehet, oder was durch gewisse Rechnung aus ihr zu bringen sey, und findet dabey etwas sonderbares, welches entweder gar keiner andern Zahl, oder doch nicht allen andern Zahlen gemein ist, so wird solches sonderbare eine Eigenschaft derselben Zahl genannt. Z. E. Die Zahl 6 hat die Eigenschaft, daß sie entstehet

durch die Addition, aus $5+1$, $4+2$, $3+3$, $3+2+1$; oder auch in Brüchen $2\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{5}+3\frac{2}{5}$ ꝛc.;

durch die Subtraction, aus $7 \div 1$, $8 \div 2$, $9 \div 3$, $7\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2}$ ꝛc.;

durch die Multiplication, aus 2 mal 3, $1\frac{1}{2}$ mal 4, $1\frac{1}{7}$ mal 5, $\frac{1}{2}$ mal 12, $\frac{2}{7}$ mal 9 ꝛc.;

durch die Division, aus 12 in 2, 18 in 3, 24 in 4, 30 in 5, 4 in $\frac{1}{2}$, 3 in $\frac{1}{2}$, 9 in $1\frac{1}{2}$, 16 in $2\frac{2}{7}$ ꝛc. dividiret.

Wenn man nun auf die Zahlen selbst siehet, so sind diese Dinge lauter ganz besondere Eigenschaften von der Zahl 6, indem selbige keiner andern Zahl, als einig und allein der 6 zugeeignet werden können, denn z. E. aus $4+2$, oder $9 \div 3$, oder 2 mal 3, oder 30 in 5 dividiret ꝛc. kann ohnmöglich eine andere Zahl, als 6 kommen.

Wenn man aber nicht auf alle gedachte Zahlen selbst siehet, sondern nur betrachtet, daß 6, z. E. entstehet

durch die Addition, aus ein paar gleichen Zahlen (3 und 3); oder aus 2 Zahlen (2 und 4), von welchen eine (4) 2 mal so groß als die andere (2), oder, so einerley, von welchen eine (2) just die Hälfte aus der andern (4);

durch die Subtraction, aus einer Zahl (8), von welcher ihr vierter Theil (2); oder aus einer Zahl (9), von welcher ihr dritter Theil (3) abgezogen wird;

durch die Multiplication, aus 2 Factoribus in ganzen Zahlen (als 2 mal 3);

durch die Division, so man eine gewisse Zahl (z. E. 60) in gleiche (10) Theile theilet;

oder auch, wenn man andere Umstände betrachtet, daß nämlich 6, in 3 gleiche Theile ohne Rest getheilet werden können, oder, daß 6 in 4 dividiret 2 übrig lassen, u. s. w. so können zwar alle diese Dinge auch vielen andern Zahlen zugeeignet werden, wie z. E. 12 entstehet aus ein paar gleichen Zahlen (6 und 6), wie auch aus 8

und halb 8 oder 4; oder aus 16 ÷ den vierten Theil; oder aus 18 ÷ den dritten Theil; oder aus 2 ganzen Factoribus 3 mal 4, 2 mal 6; oder wenn man die gewisse Zahl 60 in gleiche Theile (5) theilet; also können auch die Zahlen 9, 12, 15, ꝛc. in 3 gleiche Theile ohne Rest getheilet werden; und gleichergestalt sind die Reste der Zahlen 10, 14, 18 ꝛc. wenn man sie in 4 dividiret, ebenfalls 2: Jedoch in Ansehung, daß diese Dinge nicht durchgehends allen Zahlen gemein sind, so werden sie gleichwohl Eigenschaften genannt, und zwar so wohl von der Zahl 6, als von allen denjenigen Zahlen, bey denen solche Dinge anzutreffen sind.

§. 524. Je mehr nun die Zahlen auf verschiedene Weise zergliedert, und nach allerhand Arten der Veränderungen untersuchet werden, desto mehr Eigenschaften findet man zu merken. Und auf solche Weise hat man sich bemühet, viele verborgene Eigenschaften der Zahlen nach und nach zu entdecken. Der Nutzen aber, welchen man durch solche untersuchte Eigenschaften hat, ist entweder, daß man aus ihnen ganz ungemeine Lehrsätze herleitet, oder sie zeigen einige Vortheile an, wie die gemeinen Rechnungs-Regeln zu verbessern sind, das ist, wie man die verlangten Zahlen, nach Beschaffenheit der gegebenen Zahlen, mit Vortheil durch einen kürzern oder leichtern Weg (§. 511) finden möge. Ich werde demnach vorjetzo nur von den zu der Practica absonderlich in der Handlung und täglichen Gewerbe nützlichen Eigenschaften, als worauf gegenwärtig unsere Absicht zielet (§. 522) melden, und bey fernerer Gelegenheit ein mehrers darthun.

§. 525. Wenn man die Zahlen betrachtet, wie sie durch die Multiplication entstehen können, so wird man wahrnehmen, daß einige entweder nur auf eine einzige Art, oder auch auf mehrerley Arten, und einige gar auf keine Weise aus 2 Factoribus in ganzen Zahlen componiret (§. 164) sind.

Z. E.

Z. E. Die Zahl 6 kann nur auf eine einzige Art componiret seyn, nämlich aus 2 mal 3; die Zahl 12 aber hat zweyerley Art, nämlich aus 3 mal 4, oder 2 mal 6; die Zahl 24 hat dreyerley Art, nämlich aus 2 mal 12, 3 mal 8, oder 4 mal 6 u. s. w. Hingegen können die Zahlen 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17 ꝛc. auf keinerley Weise ein Factum aus ganzen Zahlen seyn; und dannenhero werden dieselben Primzahlen genannt (§. 165).

§. 526. Wenn ein Factor von einer componirten Zahl ferner aus kleinern Factoribus componiret ist, so kann man selbige Zahl als eine solche componirte Zahl ansehen, welche aus mehr denn aus 2 Factoribus componiret ist.

Z. E. 8 ist componiret aus 2 mal 4; 4 ist aber componiret aus 2 mal 2: Derowegen kann man die 8, als eine Composition aus 2 mal 2 mal 2 betrachten. Item 24 ist componiret aus 2 mal 12; 12 ist aber ferner aus 2 mal 6, und 6 aus 2 mal 3 componiret; Derowegen ist 24 eine Composition nicht nur aus 2 mal 12, sondern auch aus 2 ⋈ 2 ⋈ 6, oder, welches einerley, aus 4 mal 6; oder auch aus 2 ⋈ 2 ⋈ 2 ⋈ 3, oder welches einerley, aus 8 mal 3.

§. 527. Man nennet insonderheit diejenigen Factores welche Primzahlen sind, die ursprünglichen Factores oder die Elementa von der componirten Zahl. Also sind die ursprünglichen Factores, oder die Elementa von 8, die Primzahlen 2, 2 und 2; von 24 die Primzahlen 2, 2, 2, und 3, u. s. w.

§. 528. Solchergestalt sind die Factores von einer componirten Zahl entweder lauter Primzahlen, und also die Elementa selbst (§. 527), oder auch andere kleinere componirte Zahlen, welche jedoch gleichfalls aus jenen Elementis selbst entstehen.

Z. E. Die Factores aus 24 sind keine andere als entweder die Elementa selbst 2, 2, 2, und 3; oder 8 und 3, oder 4 und 6, oder

2 und

2 und 12. Nun sind die Elementa von 8: 2, 2, und 2; von 6: 2 und 3; von 4: 2 und 2; von 12: 2, 2, und 3: Folgends bestehen die Factores 3 mal 8, oder 4 mal 6, oder 6 mal 12, ebenfalls aus den Elementis 2, 2, 2, und 3.

§. 529. Weil nun die Factores von einer componirten Zahl zugleich dieser ihre Partes aliquotâ oder gerade aufmessende Theile sind (§. 272), so folget, daß alle Zahlen, welche einzig und allein die Unität für ihren Partem aliquotam haben, Prim- und nicht componirte Zahlen seyn müssen. Denn wären sie componirt, müßten sie auch andere Partes aliquotas haben, nämlich ihre Factores.

§. 530. Alle Zahlen aber, welche außer der Unität noch einen andern gerade aufmessenden Theil haben, sind componirte Zahlen, von welchen jener gerade aufmessende Theil ein Factor seyn muß.

Z. E. Die Zahl 6 hat außer 1 noch einen gerade aufmessenden Theil, (e.g.) 2; so schließt man, daß 6 eine componirte Zahl seyn müsse, deren Factor 2.

Beweis.

Wenn man eine Zahl in ihren gerade aufmessenden Theil dividiret, muß der Quotient, so wol als der aufmessende Theil selbst eine ganze Zahl seyn (§. 249). Indessen ist der Dividendus das Factum Divisoris und Quoti (§. 208): Folgends ist er allhier, da der Divisor und Quotient ganze Zahlen sind, allerdings eine componirte Zahl (§. 164) aus dem gerade aufmessenden Theile und dem gedachten Quoto.

§. 531. Weil nun solchergestalt die Partes aliquotâ (ausgenommen 1) von einer Zahl nichts anders sind, als solcher

solcher Zahl ihre Factores, so kann eine componirte Zahl keine andere Partes aliquotas, folgends, außer solcher Zahl selbst und 1 (§. 250), keine andere Maaße haben, als nur solche Zahlen, welche von derselben componirten Zahl die Factores seyn können. Und derowegen müssen alle Primzahlen (§. 525) keine andere Partes aliquotas als allein die Unität, folgends keine andere Maaße, als sie selbst sind, haben. Denn hätten sie andere, würden sie componiret seyn müssen (§. 530).

§. 532. Wenn demnach etliche verschiedene Zahlen ein gemeines Maaß haben (§. 252), so müssen sie entweder alle componiret seyn, und einen gleichen Factorem haben; oder, wenn eine von solchen verschiedenen Zahlen selbst das gemeine Maaß abgiebt, so müssen doch die übrigen Zahlen componiret seyn, und jene Zahl zu ihren Factorem haben, indem bey einer Zahl keine andern Maaße gefunden werden können, als entweder sie, nämlich die Zahlen selbst, oder ihre Factores (§. 531). Wiederum auch, wenn 2 Zahlen einen gleichen Factorem haben, so haben sie ein gemeines Maaß, nämlich solchen Factorem.

§. 533. Folgends können zwey Primzahlen, oder eine Prim mit einer componirten Zahl, von welcher jene nicht ein Factor ist; oder auch 2 componirte Zahlen, die nicht einen gleichen Factorem haben, unmöglich ein gemeines Maaß haben. Und müssen solche dannenhero in Vergleichung primi inter se seyn (§. 253), also, daß deren Verhältnisse in keinen kleinern Zahlen angegeben werden können (§. 322).

§. 534. Wiederum auch wenn 2 Zahlen primi inter se sind, so müssen ihre Elementa, daferne sie componirte

Zahlen

Zahlen ſind, ganz ungleich einander ſeyn. Denn wenn auch nur ein Elementum mit einem andern gleich wäre, ſo würde ſolches ihr gemeines Maaß abgeben können (§. 532).

§. 535. Dannenhero, wenn eine Zahl mit andern 2 Zahlen kein gemeines Maaß hat, ſo kann dieſelbe auch mit dem Product aus den andern zweyen Zahlen kein gemeines Maaß haben. Denn weil ſie mit den Factoribus, aus welchen ſolches Product erwächſet, primi inter ſe ſind, müſſen ihre Elementa, wenn ſie ſchon jede für ſich componiret wären, ganz ungleich einander ſeyn (§. 534). Indeſſen hat beſagtes Product keine andere Elementa, als nur dieſelben 2 Zahlen ſelbſt, daferne nämlich dieſe Primzahlen ſind, oder, wo dieſe ja componiret, eben dieſelben Elementa, welche jene 2 Zahlen haben (§. 528): Derowegen muß ſolche 3te Zahl oder ihre Elementa auch mit den Elementis von dem gedachten Product ganz ungleich ſeyn, und folglich kann ſie mit ſolchem Product kein gemeines Maaß haben (§. 533).

Z. E. Die Zahl 9 hat kein gemeines Maaß mit den Zahlen 4 und 7, ſo kann ſie auch mit dem Product aus 4 mal 7, nämlich mit 28, kein gemeines Maaß haben. Und gleiche Beſchaffenheit hat es mit mehrern als nur zweyen Zahlen.

§. 536. Gleichergeſtalt erhellet aus dem vorigen Beweiſe (§. 530) wenn eine Zahl ein Maaß hat (§. 249), daß der Quotient welcher herauskommet, ſo man ſelbige Zahl in daſſelbe Maaß dividiret, als der andere Factor des Dividendi, ebenfalls ein Maaß zu ſolcher Zahl ſeyn müſſe.

Z. E. Wenn ich gefunden habe, daß 2 ein Maaß iſt von 6, und ich dividire die 6 in 2, ſo kommet 3: So iſt es gewiß, daß auch 3 ein Maaß von 6 ſey. Wiederum auch, wenn man gefunden, daß

3 ein

ist ein Maaß von 6, und man dividiret die 6 in 3, kommet 2: So ist man versichert, daß auch 2 ein Maaß von 6 sey. Wie hiervon oben §. 283 und 284 bereits erwehnet worden.

§. 537. Folglich wenn man eine Zahl in alle ihre Maaße ins besondere dividiret, so müssen in denen Quotienten alle solche Maaße wiederum herauskommen.

Z. E. 6 hat die Maaße, 1, 2, 3, 6. Dividiret man nun 6 so, nemlich in solche Maaße, so kommen wiederum 6, 3, 2, 1.

§. 538. Da nun ein Maaß eigentlich der Divisor ist, welcher die Anzahl der gleichen Theile andeutet (§. 199), und der kommende Quotient einer derselben Theile (§. 48) und zugleich eine ganze Zahl ist (§. 249); so hat man durch alle Maaße (außer 1, welches nicht dividiren kann) die Bequemlichkeit, daß man ihre ganze Größe oder Zahl, zu welcher sie die Maaße sind, in so viel gleiche Theile, als ein Maaß Unitäten hat, theilen, und die Theile in ganzen Zahlen haben kann. Z. E. Die Maaße von 6 sind, 1, 2, 3, 6; so kann auch die Zahl 6 auf zerley Art getheilet werden, nämlich in 2, 3, und 6 gleiche Theile, und immer lauter Ganze geben. Denn $\frac{1}{2}$ ist 3, $\frac{1}{3}$ ist 2, und $\frac{1}{6}$ ist 1. Hingegen wenn man eine Zahl in eine andere Anzahl gleiche Theile eintheilet, das ist, in eine andere ganze Zahl, als ihr Maaß ist, dividiret, kommt in dem Quotienten keine ganze Zahl. Eben deswegen wird ein Pars aliquota ein geschickter Theil genennet, weil er just ein gewisser Theil aus der ganzen Größe, und zugleich just ein oder etliche Ganze ist.

§. 539. Also hat eine Primzahl nur einen geschickten Theil, nämlich 1. Z. E. aus 5 kann man im Ganzen nur $\frac{1}{5}$; aus 7 nur $\frac{1}{7}$ nehmen ꝛc. Hingegen hat eine componirte Zahl mehr als einen geschickten Theil; wie z. E.

aus

aus 6 in Ganzen nicht nur $\frac{1}{6}$, sondern auch $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ genommen werden kann. Eben darum auch hält man eine componirte Zahl, für eine geschicktere Zahl, als eine Primzahl, weil diese nur einen Partem aliquotam, da hingegen jene noch mehr andere Partes aliquotas hat, und folglich auch geschickter und bequemer ist, um mehrere Theile in Ganzen aus ihr zu nehmen. Auf solche Weise nun hält man die Zahlen für desto geschickter, je mehr Partes aliquotä oder geschickte Theile aus ihnen genommen werden können.

Z. E. Die Zahl 12 ist in diesem Stücke eine geschicktere Zahl, als die Zahl 6, indem sie mehr Partes aliquotas, als die Zahl 6 hat, nämlich 1, 2, 3, 4, 6; und kann daher aus 12 in Ganzen nicht nur $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$, wie aus der Zahl 6, sondern auch $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{12}$ nehmen.

§. 540. In solcher Absicht hat man zu der Eintheilung der grössern Einheiten gerne geschickte Zahlen erwählet; wie z. E. ein Tag in 12 Stunden; ein Tag und Nacht in 24 Stunden; eine Stunde in 60 Minuten; 1 Minute ferner in 60 Secunden ꝛc. eingetheilet ist. Und weil man in der Mathesi dienlich erachtet, daß man aus einem Zirkel noch mehr geschicktere Theile solle nehmen können; so hat man zu desselben Eintheilung auch eine grössere geschickte Zahl erwählet, und also den ganzen Zirkel in 360 Grade vertheilet, woraus man in Ganzen, 23 geschickte Theile nehmen kann, als nämlich $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{9}$. $\frac{1}{10}$. $\frac{1}{12}$. $\frac{1}{15}$. $\frac{1}{18}$. $\frac{1}{20}$. $\frac{1}{24}$. $\frac{1}{30}$. $\frac{1}{36}$. $\frac{1}{40}$. $\frac{1}{45}$. $\frac{1}{60}$. $\frac{1}{72}$. $\frac{1}{90}$. $\frac{1}{120}$. $\frac{1}{180}$. und $\frac{1}{360}$.

§. 541. Wenn man verschiedene Größen, welche ein gemeines Maaß haben (§. 252), zusammen addiret, oder von einander subtrahiret, so muß in diesem Falle der Rest, und in jenem das Collect in solches gemeine Maaß ohnstreitig theilbar seyn.

Z. E. Man addiret zusammen die Länge von 12, 24, 36, 48 und 60 Zoll, welche Zahlen ins besondere durch eine Länge von 2, oder 3, oder 4, oder 6, oder 12 Zoll sich gerade ausmessen lassen;

so muß nicht minder deren Summe 180 durch solche Maaße 2, 3, 4, 6 oder 12 gerade aufgemessen werden können. Item man subtrahire 24 Zoll von 60 Zoll; so muß der Rest ebenfalls in 2, 3, 4, 6 oder 12, als in die gemeinen Maaße von 24 und 60, theilbar seyn.

§. 542. Derowegen, wenn man eine in ein gewisses Maaß theilbare Zahl zu sich selbst, so oft als man will, addiret, das ist, mit einer beliebigen ganzen Zahl multipliciret (§. 139); so muß auch das Product in solches Maaß theilbar seyn.

Z. E. Die Zahl 6 ist theilbar in 2, 3 und 6. Wenn man nun die 6 mit so viel Ganzen als man will, wie z. E. mit 2, 3, 4, 5 ꝛc. multipliciret; so müssen die Producte 12, 18, 24, 30 ꝛc. ebenfalls in 2, 3, und 6 theilbar seyn.

§. 543. Wenn demnach eine Größe eine andere gerade aufmißt, so misset sie auch alle diejenigen Größen aus, welche von jener können aufgemessen werden.

Z. E. Die Größen 2, 3, und 6, messen 6 gerade auf, so müssen alle Größen, welche von 6 ausgemessen werden, das ist, alle componirte Zahlen, welche aus dem Factore 6 entstehen, und folgends in 6 theilbar sind (§. 271), als z. E. 12, 18, 24, 30 ꝛc. nicht nur in 6, sondern auch in 2 und 3 gerade aufgemessen werden können.

§. 544. Dieses ist auch so viel gesaget, wenn ein Pars aliquota (§. 251) von einer Zahl, oder, welches einerley, ein Factor von einer componirten Zahl (§. 272), ferner aus kleinern Factoribus componirt ist (§. 526), folgends andere kleinere Partes aliquotas hat; so muß die ganze Zahl auch in die kleineren Factores theilbar seyn.

Z. E. 30 ist componirt aus 3 mal 10, oder die Partes aliquotæ von 30 sind 3 und 10; der Factor oder Pars 10 aber ist ferner componiret aus 2 mal 5: Derowegen muß 30 auch in 2 und 5 theilbar seyn.

§. 545.

§. 545. Hieraus erhellet, daß keine componirte Zahl, zu einer andern Zahl das Maaß ſeyn kann, es ſey denn, daß ſolche andere Zahl auch in jeden der kleinern Factorum von jener componirten Zahl theilbar iſt. Und wenn eine Zahl in ein gewiſſes Maaß untheilbar, ſo kann ſie auch in ein 2, 3, oder 4 mal ſo großes Maaß ꝛc. das iſt, in eine ſolche componirte Zahl, von welcher jenes Maaß ein Factor iſt, nicht aufgehen.

Z. E. Alle Zahlen, welche nicht in 2 aufgehen, können auch weder in 4 noch 6, 8, 10 ꝛc. aufgehen. Item, alle Zahlen, die nicht in 3 aufgehen, können auch nicht in 6, 9, 12 ꝛc. aufgehen.

§. 546. Wenn man eine Zahl mit 2, 3, 4 oder ſonſt einer ganzen Zahl multipliciret, ſo muß das kommende Product nicht nur die vorigen Maaße, welche die multiplicirte Zahl hat, behalten (§. 542), ſondern darüber noch andere Maaße haben, welche ebenfalls 2, 3 oder 4 mal ꝛc. ſo groß, als jene Maaße ſind.

Z. E. Die Maaße von 10 ſind 1. 2. 5. 10. Wenn man nun die 10 mit 3 multipliciret, ſo hat das kommende Product 30, nebſt dieſen gedachten Maaßen, noch andere Maaße, welche gleichergeſtalt 3 mal ſo groß, als jene Maaße ſind, nämlich 3 mal 1, 3 mal 2, 3 mal 5, und 3 mal 10, das iſt 3. 6. 15 und 30.

Beweis.

Wenn die multiplicirte Zahl, als auch beſonders das erwachſene Factum, durch die vorigen Maaße dividiret wird, ſo müſſen die Quotienten aus ſolchem Facto um ſo viel mal größer ſeyn, weder die Quotienten aus der multiplicirten Zahl, als oftmal ſolches Factum größer, weder die multiplicirte Zahl iſt (§. 286). Indeſſen ſind

die vorigen Maaße auch die Maaße von solchem Facto (§. 542): Derowegen müssen auch ihre gröſsere Quotienten die Maaße zu demselben Facto seyn (§. 536).

§. 547. Wenn demnach ein Pars aliquota, oder der durch die Division der ganzen Gröſse, in ihren Partem aliquotam dividiret, kommende Quotient, ferner aus kleinern Factoribus componiret ist; so muß solche ganze Gröſse auch in dem Product, welches erwächset, so man einen der kleinern Factorum im ersten Falle mit besagtem Quotienten, oder im andern Falle mit dem gedachten Parte aliquota multipliciret, theilbar seyn: Indem diese Producte vermöge §. 546 die Maaße von der ganzen Gröſse sind, folgends muß diese in jene gerade aufgehen (§. 249).

Z. E. 8 ist ein Pars aliquota aus 72, welcher Pars in dem Quotienten 9 bringet. Weil nun 8 componiret aus 2 mal 4, und folglich in 2 und 4 theilbar ist (§. 271), so schlieſset man, daß 72, als 9 mal die Zahl 8, auch in 9 mal 2, und 9 mal 4, das ist in 18 und 36 theilbar seyn müsse. Also auch, weil der Quotient 9 componiret ist aus 3 mal 3, so müssen die 72, als 8 mal die Zahl 9, auch in 8 mal 3, das ist in 24, gerade aufgemessen werden können.

§. 548. Derowegen, wenn eine Gröſse in ihren Partem aliquotam dividiret, eine aus kleinern Factoribus componirte Zahl bringet, so muß solche Gröſse noch einen gröſsern Partem aliquotam haben, als jener ist, nämlich das Product aus jenem mit einem der kleinern Factorum multipliciret (§. 547).

Z. E. 7 ist ein Pars aliquota aus 42. Es ist aber der Quotient, so man die 42 in 7 dividiret, eine aus 2 mal 3 componirte Zahl, nämlich 6: Derowegen müssen 42 noch einen gröſsern Partem aliquotam, als die 7 haben, nämlich 14 und 21, das ist 2 mal 7, und 3 mal 7.

§. 549.

§. 549. Solchemnach iſt der gröſßte Pars aliquota aus einer Zahl diejenige Gröſße, welche in dem Quotienten, ſo man ſelbige Zahl durch ſolchen Partem dividiret, die kleineſte Primzahl, die auf ſolche Weiſe möglich zu finden, herausbringet.

Z. E. Von der Zahl 45, iſt der gröſßte Pars aliquota 15, welcher in dem Quotienten die Primzahl 3 beinget. Da hingegen die andern Partes aliquotæ von 45, nämlich 3 und 5, in ihrem Quotienten, ſo man die 45 in 3 oder 5 dividiret, 15 und 9 als componirte Zahlen bringen: Und der Pars aliquota 9 bringet in dem Quotienten zwar eine Primzahl 5, aber doch eine gröſßere als 3; derowegen iſt der gröſßte Pars aliquota von 45 die Gröſße 15.

§. 550. Und wenn man nicht eben von den gerade aufmeſſenden Theilen, ſondern en general von dem Maaße einer Zahl redet, ſo iſt allezeit jede Zahl ſelbſt ihr gröſßtes Maaß, welches denn in dem Quotienten 1 (§. 250), als die allerkleinſte Gröſße in Ganzen bringt.

§. 551. So aber geſaget wird von dem gröſßten gemeinen Maaß, da inſonderheit auf ein ſolches Maaß geſehen wird, das nicht nur eine einzige, ſondern mehr Zahlen gerade aufmeſſen ſolle (§. 252), ſo verſtehet man eine ſolche Gröſße, welche jede der andern Zahlen gerade aufmiſſet, und in denen Quotienten ſolche Zahlen bringet, welche ferner kein gemeines Maaß haben, und alſo die kleinſten in ihrer Verhältniß ſind (§. 322). Und lieget nichts daran, wenn gleich jeder Quotient vor ſich allein noch ein Maaß hätte.

Z. E. Das gröſßte gemeine Maaß zu 40 und 90 iſt 10, und obgleich die Quotienten 4 und 9, keine Primzahlen ſind, und jeder Quotus ſeine beſonderen Maaße hat, ſo ſind ſie doch primi inter ſe (§. 253) und haben kein gemeines Maaß.

§. 552. Wenn man eine Länge z. E. 12¾ Ellen mit

einer Elle durchmisset, so saget man: Die ganze Länge enthält in sich 12 ganze Ellen, und darüber noch $\frac{3}{4}$ Ellen; oder 13 ganze Ellen weniger $\frac{1}{4}$ Elle. Eben also kann man auch beym Dividiren der untheilbaren Zahlen, entweder den wirklichen Quotienten in Ganzen setzen, und sagen: Es bleibet ein Rest (§. 223); oder man kann den Quotienten um eine Unität mehr setzen, und sagen: Es manquiret noch so viel, als die Differenz ist zwischen dem Rest und dem Divisore. Indessen, wenn man einer untheilbaren Zahl so viel, als in der Division übrig bleibet, abnimmt; oder ihr so viel, als die Differenz zwischen solchem Rest und dem Divisore ist, zuleget, so muß die Theilung alsdenn gerade aufgehen. Und in solchem Verstande heiße ich die besagte Differenz: **Das Complement oder die Ausfüllung und Ergänzung.**

Z. E. Wenn man 51 in 4 dividiret, sage ich: Der Quotient ist 12, und der Rest 3; oder der Quotient ist 13, und das Complement 1.

§. 553. Demnach enthält der Rest sammt dem Complement allezeit just 1 mal den Divisorem in sich, folgends ist die Summe des Rests und Complements in den Divisorem theilbar (§. 250).

§. 554. Gleichwie das Complement die Differenz ist, zwischen dem Rest und dem Divisore (§. 552); also ist auch der Rest die Differenz zwischen dem Complement und dem Divisore. Derowegen, wenn bey einer Division der Divisor und Rest, oder der Divisor und Complement bekannt gegeben; so kann man gar bald durch die Subtraction (§. 117), im ersten Falle das Complement, und im andern den Rest finden.

§. 555. Folgends, wenn verschiedene Zahlen jede ins

beson-

besondere durch ein gleiches dividiret werden, und gleiche Reste haben, so müssen auch ihre Complemente einander gleich seyn.

§. 556. Weil nun gleiche Zahlen durch ein gleiches dividiret (daferne die Theilung nicht gerade aufgehet) gleiche Reste haben (§. 45), so müssen in solchem Falle auch ihre Complemente einander gleich seyn (§. 555).

§. 557. Wenn 2 verschiedene Zahlen jede besonders durch ein gleiches dividiret werden, und der Rest des einen gleich ist dem Complement der andern, so muß die Summe solcher zweyen Zahlen in denselben Divisorem theilbar seyn.

Z. E. 26 und 54 ist jede besonders in 8 untheilbar. Es ist aber so wohl der Rest der ersten Zahl, wie auch das Complement der andern Zahl 2, so muß die Summe von 26 und 54, nämlich 80, in 8 theilbar seyn.

Beweis.

Denn solchergestalt, wenn die 2 Zahlen zusammen addiret werden, so wird gleichsam der Rest einerseits abgenommen, und das Complement anderseits just ergänzet (§. 552): Folglich ist es eben so viel, als hätte man 2 theilbare Zahlen addiret, deren Summe ebenfalls theilbar seyn müsse (§. 541).

§. 558. Hieraus ist klar, wenn im nächst gedachten Falle der Rest von einer Zahl nicht just gleich ist dem Complement von der andern, daß die Summe solcher zweyen Zahlen in denselben Divisorem untheilbar seyn müsse. Und zwar so viel, als der eine Rest mehr ist weder das Complement von der andern Zahl, eben so viel muß auch der Rest von der Summe beyder Zahlen seyn. Also auch, wenn das eine Complement größer ist, als der

Rest von der andern Zahl, so muß besagte Summe eben so viel zum Complement haben, als das Complement der einen Zahl mehr weder der andern Zahl ihr Rest ist.

§. 559. Wenn etliche oder viele Zahlen, jede besonders in eine gewisse Größe untheilbar, die Summe ihrer Reste aber in solche Größe theilbar ist, so muß die Summe aller solchen Zahlen zusammen in dieselbe Größe theilbar seyn.

Z. E. Die Zahlen 10, 20, 30, und 100 sind jede vor sich in 8 untheilbar. Es sind aber ihre Reste 2, 4, 6, und 4, deren Summe 16 gehet in 8 auf; so muß auch die Summe von 10+20+30+100, nämlich 160, in 8 theilbar seyn.

Beweis.

Wenn man jeder Zahl ihren Rest abnimmt, so ist das übrige alsdenn theilbar (§. 552). Demnach kann man eine untheilbare Zahl, als ein Collect zweyer zusammen gesetzten Größen ansehen, deren eine theil- und die andere untheilbar. Wenn nun ferner viele untheilbare Zahlen zusammen geleget werden, so bestehet deren Summe aus 2 zusammen genommenen andern Summen, nämlich aus der Summe der theilbaren Größen zusammt der Summe der Reste oder untheilbaren Größen. Indessen ist die erste Summe allezeit theilbar (§. 541): Derowegen, wenn die andere Summe (vermöge des Satzes) gleichfalls theilbar ist, so bestehet die ganze Summe aus 2 theilbaren andern Summen, folglich muß sie nothwendig theilbar seyn (ibid).

§. 560. Wenn demnach eine Zahl, die in ein gewisses Maaß theilbar, zu einer andern, welche in solches

Maaß

Maaß untheilbar, addiret wird, ſo muß die Summe untheilbar ſeyn, und eben ſo viel zum Reſt und Complement haben, wie jene ſummirende untheilbare Zahl. Denn, weil eine untheilbare Zahl nichts anders iſt, als ein Collect zweyer Größen, deren eine theil- und die andere, nämlich das übrig bleibende Stück oder der Reſt, untheilbar; ſo beſtehet die vorhin gedachte Summe aus 2 theilbaren Größen, welche zuſammen genommen, theilbar bleiben (§. 541), und aus eben dem vorigen Reſte der ſummirenden untheilbaren Zahlen. Folgends muß ſolche Summe auch eben das Complement haben, welches jene untheilbare Zahl hat (§. 555).

§. 561. Alſo erhellet hieraus auch ferner, wenn etliche oder viele Zahlen jede beſonders in eine gewiſſe Größe untheilbar, oder auch einige derſelben theil- und einige untheilbar, und die Summe aller ihrer Reſte in ſolche gewiſſe Größe untheilbar, daß auch die Summe aller dieſer Zahlen in ſolche Größe untheilbar ſeyn müſſe. Und zwar muß ſolche Summe eben ſo viel zum Reſt und Complement haben, wie jene Summe derer Reſte. Denn ſolchergeſtalt beſteht die Summe aller Zahlen, aus ſolchen 2 Summen, deren eine theil- und die andere, nämlich dieſe Summe der Reſte, untheilbar. Derowegen muß dieſe Summe derer Reſte mit jener Summe aller Zahlen gleiche Reſte; folgends auch gleiche Complemente haben (§. 560).

Z. E. Die Zahlen 10, 16, 20, 25, 40, 54 laſſen in 8 dividiret folgende Reſte übrig: 2, 0, 4, 1, 0, 6, deren Summe iſt 13. Da nun 13 in 8 untheilbar, und den Reſt 5, oder das Complement 3 hat; ſo ſchließet man, daß die Summe von 10 + 16 + 20 + 25 + 40 + 54, das iſt 165, ebenfalls in 8 untheilbar ſeyn, und 5 zum Reſt, folgends 3 zum Complement haben müſſe.

§. 562. Noch folget hieraus, wenn die Summe zweyer zusammen genommenen Größen in ein gewisses Maaß theilbar, daß entweder beyde Größen jede vor sich auch theilbar (§. 541), oder beyde dergestalt untheilbar seyn müssen, daß der Rest der einen, gleich sey dem Complement der andern (§. 557). Denn sollte eine von solchen zweyen Größen, theil- und die andere untheilbar seyn, so könnte deren Summe unmöglich theilbar seyn (§. 560).

§. 563. Wenn etliche oder viele Zahlen jede vor sich in eine gewisse Größe untheilbar, die Summe ihrer Reste aber theilbar, so muß auch die Summe ihrer Complemente in solche Größe theilbar seyn. Also auch wenn die Summe ihrer Complemente theilbar, so muß nicht minder die Summe ihrer Reste theilbar seyn. Wiederum, wenn eine dieser beyden Summen untheilbar, so muß auch die andere untheilbar seyn, und zwar so viel, als bey einer von solchen beyden Summen der Rest ist, muß bey der andern Summe das Complement seyn.

Beweis.

Wenn man die Summe der Reste zu der Summe ihrer Complemente addiret, so hat man eine Summe aus zwey zusammen gelegten andern Summen oder Grössen, welche Summe folglich in ein angenommenes Maaß unmöglich anders theilbar seyn könnte, es sey denn, daß beyde summirende Summen entweder theil- oder beyde dergestalt untheilbar seyn, daß der Rest der einen Summe gleich sey dem Complement der andern Summe, (§. 562). Es ist aber, solche 2 Summen zu addiren, nichts anders, als jeden Rest ins besondere zu seinem Complement legen, und solche Collecten zusammen addiren.

diren. Da nun jedes dieser einzeln Collecten in das angenommene Maaß theilbar (§. 553), so muß auch die Summe aller dieser Collecten in selbiges Maaß theilbar seyn (§. 541). Derowegen müssen auch beyde Summen, nämlich die Summe derer Reste, und die Summe derer Complemente jede besonders theilbar seyn; oder daferne eine derselben untheilbar, so muß auch die andere untheilbar, und zwar der Rest der einen gleich seyn dem Complement der andern.

§. 564. Wenn ihr nun dieses alles betrachtet, so könnet ihr gar leicht wahrnehmen, und bey der Subtraction richtig schließen:

I. Wenn 2 Zahlen von einander subtrahiret werden, welche jede ins besondere in eine gewisse Größe untheilbar, und aber ihre Reste, welche bey jeder besonders durch die Division kommen, einander gleich, daß das bleibende nach geschehener Subtraction in solche Größe theilbar seyn müsse. Denn solchergestalt ziehet ein Rest den andern ab, folgends ist das bleibende theilbar (§. 552). Z. E. 26 und 42 sind jede in 8 untheilbar, ihre Reste aber sind einander gleich 2; so folget, daß 26 von 42 subtrahiret, eine in 8 theilbare Zahl übrig lassen müssen.

II. So aber ihre Reste ungleich, so muß das bleibende untheilbar seyn, und in seinem Reste so viel bringen, als der Rest des Subtrahendi größer ist, denn der Rest des Subtractoris; oder, wo dieser Rest größer, als jener, so viel, als der Rest des erstern zusammt derselben gewissen Größe, größer ist, als der Rest des andern. Z. E. man subtrahire die in 8 untheilbare Zahl 26, von der ebenfalls in 8 untheilbaren Zahl 45, so muß das bleibende auch in 8 untheilbar seyn, und zu seinem Reste 3 haben,

haben, weil der Rest von 26 ist 2, von 45, 5; folgends dieser um 3 gröſſer als jener ist. Item: Man subtrahire 30 von 45, welche Zahlen in 8 dividiret, die erste 6, und die andere 5 zum Rest lassen; so ist das bleibende nach geschehener Subtraction untheilbar, und muß den Rest 7 haben, weil 5 sammt der angenommenen gewissen Gröſſe 8, das ist 13, und 7 mehr ist, als der Rest 6.

III. Wenn eine in ein gewisses Maaß theilbare Zahl von einer untheilbaren subtrahiret wird, so muß auch das bleibende in dasselbe Maaß untheilbar seyn, und eben denselben Rest haben, welchen der Subtrahendus hat. Denn der Subtrahendus ist die Summe des Subtractoris und der bleibenden Zahl (§. 120), und da der Subtractor theilbar ist, so muß das bleibende und der Subtrahendus gleiche Reste haben (§. 560). Z. E. Man subtrahire 24 so in 8 theilbar von 45, so ist das bleibende untheilbar, und hat eben den Rest 5, als die 45 hat.

IV. Also auch, wenn eine untheilbare von einer theilbaren subtrahiret wird, so muß das bleibende untheilbar seyn, und zwar einen solchen Rest haben, der just so groß ist, als das Complement des Subtractoris. Denn sonst könnte der Subtrahendus, als die Summe des Subtractoris und der bleibenden Zahl unmöglich theilbar seyn (§. 558). Z. E. Man subtrahire die in 8 untheilbare Zahl 26 von der theilbaren 72, so ist das bleibende untheilbar, und hat den Rest 6, weil auch das Complement von 26, 6 ist.

§. 565. Im Multipliciren hat man oben schon (§. 542) zu ersehen, daß eine in ein gewisses Maaß theilbare mit einer andern ganzen Zahl, die theil- oder untheilbar seyn möge; oder, so einerley, eine untheilbare jedoch ganze Zahl mit einer theilbaren, multi-

plici-

pliciret, in allewege ein theilbares Product geben müsse. Worzu hier noch dieses folgende kommt.

§. 566. Wenn man eine in ein gewisses Maaß untheilbare mit einer in eben solches Maaß untheilbaren Zahl multipliciret, so verhält sich (nämlich was das Maaß betrifft) das Product, wie das Product der Reste beyder Factorum, nämlich, wenn dieses theilbar, so ist auch das ganze Product theilbar; und wenn solches Product der Reste nicht theilbar, sondern einen Rest und Complement hat, so ist auch das ganze Product untheilbar, und muß eben denselben Rest und Complement haben.

Z. E. Das Product von 28 mal 54, welche 2 Zahlen (z. E.) in das Maaß 8 untheilbar, und die Reste 4 und 6 haben, muß in 8 theilbar seyn, weil das Product aus 4 mal 6 ist 24, so in 8 theilbar ist. Item: Das Product von 27 mal 45, welche 2 Zahlen in 8 dividiret die Reste 3 und 5 haben, muß in 8 untheilbar seyn, und zum Rest 7, wie auch zum Complement 1 haben, weil das Product von 3 mal 5 ist 15, welches in 8 untheilbar, und den Rest 7, auch das Complement 1 hat.

Beweis.

Weil beyde Factores untheilbar, so kann jeder derselben als zwey zusammen gesetzte Größen angesehen werden, deren eine theil und die andere untheilbar ist. Indessen, wenn man etliche Größen oder Zahlen mit etlichen Größen oder Zahlen multipliciret, so erwächset das Factum, wenn man jede Größe des Multiplicandi mit jeder Größe des Multiplicatoris ins besondere multipliciret, und solche Facta partialia zusammen addiret (§. 155. 170): Derowegen, wenn ich allhier (zu desto bequemerer

ver Erläuterung) die erwehnte theilbaren Größen beyder Factorum mit a und b, die untheilbaren aber mit c und d benenne; und also a+c mit b+d multiplicire, so erwächset das Product, wenn ich a+c mit b, wie auch besonders mit d multiplicire, und die kommenden Facta partialia addire. Nun sind aber alle Facta, die einen theilbaren Factorem haben, theilbar (§. 565): Dahero muß das erste Factum partiale, welches entstehet, so a+c mit b multipliciret wird; wie auch der Theil des andern Facti partialis, welcher entstehet, da die Größe a mit d multipliciret wird, nothwendig theilbar seyn. Folgends bleibet nur noch dasjenige Factum übrig, welches entstehet, da die beyde Größen c und d mit einander multipliciret werden. Wenn nun dieses Factum gleichfalls theilbar ist, so muß auch das ganze Hauptfactum, als das Collect aller gedachten Factorum partialium theilbar seyn (§. 541): Hingegen, wenn solches Factum aus c × d nicht theilbar ist, sondern einen Rest und Complement hat, so muß auch das ganze Hauptfactum untheilbar seyn, und eben denselben Rest, folgends auch eben dasselbe Complement (§. 560) haben.

§. 567. Da nun in einer geometrischen Progreßion (§. 314) die Glieder, von dem kleinsten an, immerfort mit einem gemeinen Multiplicatore multipliciret werden, so muß der Rest von jedem höhern Gliede, wenn sie so wohl, als auch der Exponent, oder gemeine Multiplicator, in ein gewisses Maaß untheilbar, allezeit so groß seyn, als der Rest des Products ist, welches aus der Multiplication des Rests des nächst vorhergehenden niedrigern Gliedes mit dem Reste des gemeinen Multiplicatoris entstehet (§. 566). Dannenhero, wenn man nur den Rest von dem kleinsten Gliede und von dem Exponenten

nenten weiß, kann man den Rest von jedem Gliede, ohne daſſelbe allererſt auszurechnen, und in das gewiſſe Maaß wirklich zu dividiren, ſo fort herſagen.

Z. E. Wenn man in der mit 10 aufſteigenden Progreßion 1. 10. 100. 1000. 10000. 100000 ꝛc. 7 vor das Maaß annimmt, ſo iſt der Rest des 1ten Gliedes 1 (§. 231), und des Exponentens 3. Demnach muß der Rest von dem 2ten Gliede 3 mal der Rest des 1ten Gliedes ſeyn, nämlich 3; der Rest des 3ten Gliedes oder von 100, iſt 3 mal die vorige 3, oder 9, wovon 7 abgeworfen, bleiben 2; der Rest des 4ten Gliedes, oder von 1000, iſt 3 mal die vorige 2, oder 6; der Rest des 5ten Gliedes oder von 10000, iſt 3 mal die vorige 6, oder 18, wovon 2 mal 7 abgeworfen, bleiben 4; der Rest des 6ten Gliedes iſt 3 mal die vorige 4, oder 12, das iſt nämlich 5, u. ſ. w. Daß alſo ein jeder Rest eines niedrigen Gliedes, immerfort nur mit dem Rest des gemeinen Multiplicatoris multipliciret werden darf.

§. 568. Derowegen, wenn der Rest des gemeinen Multiplicatoris 1 iſt, ſo müſſen alle Glieder eben denſelben Rest haben, welchen das 1te kleineſte Glied hat, indem 1 nicht multipliciren kann (§. 264).

Z. E. Wenn man in der Progreßion 10. 1000. 100000. 10000000 ꝛc. das Maaß 11 nimmt, ſo iſt der Rest des 1ten Gliedes 10 (§. 231), und des Multiplicatoris, der allhier 100 iſt, 1 (denn 100 in 11 dividiret läſſet 1 übrig). Derowegen müſſen die Reſte von jedem Gliede immerfort gleich dem erſten Rest 10 ſeyn.

§. 569. Folgends, wenn der Rest von dem kleineſten Gliede ebenfalls 1 iſt, ſo müſſen alle Reſte immerfort 1 bleiben.

Z. E.

Z. E. N°. 1. Wenn man in der Progreßion 1. 10. 100. 1000. 10000 ꝛc. das Maaß 9 oder 3 nimmt, so ist der Rest des 1sten Gliedes 1 (§. 231), und des gemeinen Multiplicatoris auch 1 (denn 10 in 9 oder 3 dividiret lässet 1 übrig). Dahero muß der Rest von jedem Gliede, das ist von 100, 1000, 10000, ꝛc. wenn sie in 9 oder 3 dividiret werden, allezeit 1 seyn.

N°. 2. Wenn man in der Progreßion 1. 100. 10000. 1000000 ꝛc. 11. vor das Maaß nimmt, so ist der Rest von dem 1sten Gliede so wohl, als auch der Rest des Multiplicatoris 1 (denn 100 in 11 dividiret lässet 1 übrig). Derowegen müssen alle Glieder in dieser Progreßion, wenn sie jedes in 11 dividiret werden, 1 übrig lassen.

§. 570. Auf solche Weise kann man aus einer gegebenen Zahl so fort wissen, ob ihr Werth an kleinern Sorten oder Theilen, in ein gewisses Maaß theilbar, oder was ihr Rest sey, ohne daß man selbige gegebene Zahl allererst zu kleineren Sorten wirklich machen darf. Denn, wenn man sie wirklich zu kleineren Sorten oder Theilen machen will, so wird sie mit dem Werth einer ganzen Einheit multipliciret (§. 157. N°. 1 und 2): Derowegen darf man nur die Reste, welche entstehen, so man so wohl die gegebene Zahl, als besonders den Werth einer ganzen Einheit, in das gewisse Maaß dividiret, mit einander multipliciren, so zeiget solches Product an, ob der Werth der ganzen gegebenen Zahl theilbar, oder auch wieviel der Rest sey (§. 566).

Z. E. Wenn man wissen will, ob 19 fl. oder Ganze, wenn sie zu ℔ oder 30tel gemacht werden, in das Maaß (z. E.) 8 aufgehen, so darf man nur 3 (als den Rest

von

von 19) mit 6 (als den Rest von 30) multipliciren, kommen 18, welche 2 übrig lassen. Hieraus ist man vergewissert, daß der Werth von 19 fl. in ℔ oder von 19 Ganzen in 30tel, ebenfalls den Rest 2 haben müsse; das auch in der That also ist, indem 19 mal 30 geben 570, welche in 8 dividiret, 2 übrig lassen.

§. 571. Alle Zahlen die in 2 theilbar sind (§. 223), wie z. E. 2, 4, 6, 8, 10, 12, ꝛc. nennet man gerade; die aber in 2 untheilbar sind, als 1, 3, 5, 7, 9, 11, ꝛc. ungerade Zahlen. Obgleich aber die Unität oder 1 sonst nicht eine Zahl heißt (§. 34): So wird doch dieselbe allhier unter den ungeraden Zahlen mit verstanden.

§. 572. Diesemnach müssen alle Primzahlen (§. 165), welche größer als 2 sind, ungerade Zahlen seyn. Denn sonst müßten sie in 2 theilbar seyn (§. 571): und weil sie größer als 2 sind, müßte 2 ihr gerade aufmessender Theil seyn (§. 251); folgends könnten sie keine Prim- sondern componirte Zahlen seyn (§. 520).

§. 573. Auf gleiche Weise benenne ich die 1ste Stelle zur Rechten von einer Zahl, als auch die 3te, die 5te, die 7te ꝛc. ungerade Stellen; die 2te, 4te, 6te ꝛc. aber gerade Stellen. Ebenermaßen verstehe ich durch die ungeraden Classen von einer Zahl (deren jede von rechter Hand anfangend, 3 Stellen in sich enthält, §. 72.) die 1ste, 3te, 5te ꝛc. Classe; hingegen durch die geraden Classen, die 2te, 4te, 6te Classe ꝛc.

§. 574. Wenn man dasjenige, was vorhin von allen Maaßen überhaupt gesaget worden, auf das Maaß 2, das ist auf gerade und ungerade Zahlen appliciret, so hat man wahrzunehmen

I. (§. 541): Wenn man etliche gerade Zahlen zusammen addiret, oder von einander subtrahiret, so muß

in jenem Falle das Collect, und in diesem der Rest allezeit eine gerade Zahl seyn.

II. (§. 542): Wenn eine gerade Zahl, es sey mit einer geraden oder ungeraden Zahl, multipliciret wird, muß das Product eine gerade Zahl seyn.

III. (§. 557): Wenn man 2 ungerade Zahlen zusammen leget, so ist ihre Summe eine gerade Zahl. Denn wenn das Maaß oder der Divisor 2 ist, so muß der Rest weniger als 2 (§. 209), folgends nur 1 seyn, und eben so viel ist auch das Complement (§. 552): Demnach wird in einer Summe von zweyen ungeraden Zahlen das eine Complement von dem andern Rest ersetzet, folglich wird sie eine gerade Zahl.

IV. (§. 559): Wenn man eine gerade Anzahl ungerader Zahlen zusammen addiret, so ist die Summe eine gerade Zahl. Denn die Reste der ungeraden Zahlen sind immerfort 1 (wie vorher Artik. III. gemeldet); folgends bestehet die Summe solcher Reste in so viel Unitäten, als die Anzahl der zusammen addirten Zahlen ist. Wenn nun selbige Anzahl gerade, so ist auch die Summe der Reste, und folgends auch die Summe aller summirten Zahlen, eine gerade Zahl.

V. (§. 560): Wenn man eine gerade und eine ungerade Zahl zusammen nimmt, so ist die Summe ungerade.

VI. (§. 561): Wenn eine ungerade Anzahl ungerader Zahlen zusammen genommen wird, so muß die Summe eine ungerade Zahl seyn, (wie solches im nächst vorigen Artik. IV. bereits erkläret worden).

VII. (§. 564. Artik. I.): Wenn man eine ungerade Zahl von einer ungeraden subtrahiret, so muß eine gerade

Zahl

Zahl übrig bleiben. Denn die Reste der gegebenen Zahlen, sind allezeit einander gleich, nämlich 1.

VIII. Demnach ist die Differenz zweyer Primzahlen, die über 2 sind, allezeit eine gerade Zahl. Denn jede Primzahl ist ungerade (§. 572): Folglich muß ihre Differenz eine gerade Zahl übrig lassen (vorhin Artik. VII.)

IX. (§. 564. Artik. III.): Wenn eine gerade Zahl von einer ungeraden subtrahiret wird, ist das bleibende eine ungerade Zahl.

X. (ibid. Artik. IV.): Also auch, wenn eine ungerade von einer geraden subtrahiret wird, ist das bleibende eine ungerade Zahl.

XI. (§. 565): Wenn man eine ungerade Zahl mit einer ungeraden multipliciret, so muß das Product eine ungerade Zahl seyn. Denn weil der Rest jedes Factoris 1 ist (vorhin Artik. III.), so enthält das Product solcher Reste 1 mal 1 in sich, und ist folglich allezeit ungerade.

§. 575. Aus diesem nächst vorhergehenden §. 574, absonderlich aus Artik. VI. könnet ihr insonderheit wahrnehmen, wie vergeblich mancher seinen Kopf zerbricht, mit derjenigen Aufgabe, welche insgemein pfleget aufgegeben zu werden, da man 20 in 5 ungerade Zahlen zu vertheilen verlanget. Denn eine ungerade Anzahl (als 5) ungerader Zahlen, können unmöglich zusammen eine gerade Zahl (als 20) ausmachen.

§. 576. Wenn ein Rest aus einer Division ein Maaß ist zu dem Divisore, so muß solcher Rest auch zu dem Dividendo das Maaß seyn.

Z. E. Man dividire 148 in 8, ist der Rest 4. Weil

nun der Divisor 8 in den Rest 4 theilbar, so muß auch der Dividendus 148 in 4 theilbar seyn.

Beweis.

Wenn man dem Dividendo den Rest abnimmt, kann das bleibende durch den Divisorem gerade aufgemessen werden (§. 552). Demnach kann man den Dividendum als ein Collect aus zweyen zusammen gesetzten Größen ansehen, von welchen eine derselben, nämlich der Rest in sich selbst theilbar ist (§. 250); und da die andere Größe durch den Divisorem, und dieser, vermöge des Satzes, ferner durch den Rest gerade aufmeßlich, so muß auch solche Größe durch den Rest gerade aufmeßlich seyn (§. 543): Folgends ist jede Größe ins besondere durch den Rest theilbar, derowegen muß auch der ganze Dividendus, als das Collect beyder Größen, durch denselben Rest theilbar seyn (§. 541).

§. 577. Hieraus folget ferner, wenn ein Rest in einer Division mit dem Divisore ein gemeines Maaß hat, nämlich einen gemeinen gerade aufmessenden Theil, daß dasselbige Maaß auch zu dem Dividendo gemein seyn müsse. Denn da beyde Größen, aus welchen der Dividendus zusammen gesetzt ist, als nämlich der Rest und das andere Stück, in welchen der Divisor aufgehet, in solches Maaß theilbar sind (§. 543); so muß nothwendig auch der ganze Dividendus in dasselbe Maaß theilbar seyn (§. 541).

§. 578. Also folget auch, wenn zwey verschiedene Zahlen, welche in einander dividiret, einen Rest übrig lassen, ein gemeines Maaß haben, so muß solches Maaß auch zu besagtem Reste gemein seyn. Denn da der Dividendus, als das Collect der beyden Größen, nämlich

des

des Rests, und der übrigen dividirten Gröſse, in welcher der Divisor theilbar ist, so wol, als auch eine von diesen Gröſsen, nämlich die übrige dividirte Gröſse, darinnen der Divisor aufgehet (§. 543), in ein gemeines Maaſs theilbar, so muſs auch die andere Gröſse, nämlich der Rest, in solches Maaſs theilbar seyn (§. 562).

§. 579. Derowegen erhellet, wenn 2 Zahlen in einander dividiret, einen Rest übrig lassen,

I. daſs ihr gröſstes gemeines Maaſs, daferne sie eines haben, nicht mehr als der Rest seyn kann. Denn alle Maaſse, welche den Divisorem und Dividendum gerade aufmessen, müssen auch den Rest aufmessen können (§. 578). Indessen ist das gröſste Maaſs zum Reste, der Rest selbst (§. 550): Derowegen kann der Divisor und Dividendus kein gröſser Maaſs haben, als der Rest ist.

II. Wenn nicht der Rest selbst, sondern nur ein Theil desselben das gröſste gemeine Maaſs zu dem Rest und Divisore ist, daſs auch der Divisor und Dividendus, kein gröſseres gemeines Maaſs, als eben derselbe Theil ist, haben können. Denn sonst müſste solches gröſsere Maaſs auch dem Rest und Divisori gemein seyn (§. 578), welches aber wider den Satz ist.

§. 580. Wenn ein Rest in einer Division mit dem Divisore ein gemeines Maaſs hat, so muſs dasselbe Maaſs auch zu dem Complement gemein seyn. Wiederum auch wenn das Complement mit dem Divisore ein gemeines Maaſs hat, so muſs solches Maaſs auch zu dem Rest gemein seyn.

Beweis.

Der Divisor ist die Summe des Rests und Complements (§. 553). Wenn demnach der Divisor ein ge-

wisses Maaß hat, so müssen die 2 summirenden Größen jede vor sich, nämlich der Rest und Complement, entweder beyde theil- oder beyde untheilbar in solches Maaß seyn (§. 562). Da nun, vermöge des Satzes, eine von beyden summirenden Zahlen so wohl, als deren Summe oder der Divisor, in ein gewisses Maaß theilbar, so muß nothwendig auch die andere summirende Zahl in dasselbe Maaß theilbar seyn.

§. 581. Dannenhero, wenn ein Complement mit einem Divisore ein gemeines Maaß hat, so muß dasselbe Maaß auch zu dem Dividendo gemein seyn. Denn wenn ein Complement mit dem Divisore ein gemeines Maaß hat, muß selbiges Maaß auch zu dem Rest gemein seyn (§. 580); folgends auch zu dem Dividendo (§. 576 und 577).

§. 582. Desgleichen, wenn ein Divisor und Dividendus, welche in einander dividiret, einen Rest übrig lassen, in ein gewisses Maaß theilbar, so muß solches Maaß auch zu dem Complement gemein seyn. Denn alle Maaße, welche den Divisorem und Dividendum aufmessen, müssen auch den Rest (§. 578); folgends auch das Complement (§. 580) aufmessen können.

§. 583. Weil nun das größte Maaß des Complements das Complement selbst ist (§. 550), so folget (auf die Weise wie §. 579 von dem Reste dargethan worden), daß zu einem Divisore und Dividendo, welche in einander dividiret, einen Rest, folgends auch ein Complement haben, ihr größtes gemeines Maaß (wenn sie eines haben) nicht mehr als das Complement seyn könne: Und eben dasjenige größte gemeine Maaß von dem Complemente und Divisore, muß auch das größte gemeine Maaß zum Dividendo und Divisore seyn.

§. 584.

§. 584. Solchemnach, da das gemeine Maaß zu einem Divisore und Dividendo, welche in der Division einen Rest übrig lassen, nicht größer als solcher Rest (§. 579), auch nicht größer als das Complement (§. 583) seyn kann, so ist man gewiß versichert, wenn das Complement mehr als die Hälfte des Divisoris, folgends größer als der Rest ist, daß das Complement nicht das gemeine Maaß zu selbigem Divisore und Dividendo seyn könne. Gleichergestalt, wenn der Rest größer als das Complement ist, so darf man sich nicht vergeblich bemühen, zu suchen, ob solcher Rest das gemeine Maaß von demselben Divisore und Dividendo sey, weil ihr gemeines Maaß unmöglich größer als das Complement seyn kann.

§. 585. Eine angenommene Größe, kann von einer andern Größe nicht anders das Maaß seyn, es sey denn, daß die andere Größe just 1. 2. 3 oder 4 mal ꝛc. so viel, als die angenommene ist, oder welches einerley, daß die andere Größe just 1. 2. 3 oder 4 mal ꝛc. die angenommene in sich enthält. Denn sonst gehet die Theilung oder das Ausmessen nicht gerade auf, folgends kann sie auch nicht das Maaß von der andern Größe heißen (§. 249). Z. E. Die Größe 12 kann zu keinen andern Zahlen ein Maaß seyn, als allein zu 12, 24, 36, 48 ꝛc. das ist zu 1. 2. 3 oder 4 mal 12 ꝛc. Derowegen ist die allerkleinste Zahl, zu welcher eine angenommene Größe ein Maaß seyn kann, so groß als selbige angenommene Größe selbst.

§. 586. Zwey gegebene verschiedene Größen, die kein gemeines Maaß haben, können (nämlich beyde zugleich) I. zu keiner kleinern Größe, als das Product der zweyen gegebenen Größen ist; auch II. zu keinen andern größern Zahlen, als nur zu solchen Zahlen, welche be-

sagtes Product just 2, 3 oder 4 mal ꝛc. in sich enthalten, die Maaße seyn.

Z. E. Die Größen 4 und 9 haben kein gemeines Maaß, so können sie auch I. zu keiner kleinern Zahl als 4 mal 9, nämlich 36, wie auch II. zu keiner andern größern Zahl, als allein zu 72, 108, 144 ꝛc. (das ist zu 2, 3 oder 4 mal 36 ꝛc.) die Maaße seyn.

Beweis.

Daß das Product der zweyen gegebenen Größen in beyde Größen theilbar sey, ist vorhin schon klar (§. 271), und derowegen müssen auch alle diejenigen Producte, welche aus jenem Product, und einer ganzen Zahl componiret, in solche gegebene 2 Größen theilbar seyn (§. 542). Demnach stehet nur noch zu erweisen, daß keine andere Zahl, als die gedachten Producte, in selbige gegebene 2 Größen theilbar seyn könne. Ich erweise es also:

Vom ersten Satze.

Wenn das Product der 2 gegebenen Größen (z. E. von 4 und 9) in jede solcher Größen ins besondere dividiret wird, kommen in dem Quotient die gegebenen Größen (4 und 9) selbst (§. 267). Folgends müssen bey einem kleinern Dividendo die Quotienten solcher Divisorum (4 und 9) zwey kleinere Zahlen seyn, als sie, die Divisores oder die gegebenen Größen (4 und 9) sind (§. 285). Indessen müssen sich die Quotienten von ungleichen Divisoribus zu einander verhalten (wiewohl wiederkehrlich) gleichwie sich die Divisores selbst zu einander verhalten (§. 288): Derowegen müssen die in dem Quotienten kommende zwey kleineren Zahlen eben die Verhält-

hältniß haben, welche die 2 gegebenen Größen haben. Da aber die Verhältniß der Zahlen, welche kein gemeines Maaß haben, in keinen kleinern ganzen Zahlen gefunden werden kann (§. 322), und die gegebenen 2 Größen, vermöge des Satzes, kein gemeines Maaß haben; so können die Quotienten aus der verlangten Zahl, welche in die gegebenen Größen theilbar seyn soll, unmöglich kleinere ganze Zahlen seyn, als die gegebenen Größen selbst sind. Folgends ist die kleineste unter solchen verlangten Zahlen, das erwehnte Product, welches eben dieselben Größen in den Quotienten herausbringet.

Vom 2ten Satze.

Wenn man das Product nicht mit einer ganzen Zahl multipliciret, sondern nur ein oder mehrmal nebst ein- oder etliche Theile daraus nimmt, so bestehet die kommende Zahl aus dem vielfachen theilbaren Product, das auch theilbar ist (§. 542) und darüber noch aus einem Theile oder Stücke des Products, welches nothwendig (weil keine kleinere Zahl als das Product theilbar seyn kann, wie im 1sten Satze erwiesen) untheilbar seyn muß. Indessen ist die Summe zweyer Zahlen, deren eine theil- und die andere untheilbar, allezeit untheilbar (§. 560): Derowegen kann auch keine andere Zahl in die gegebenen 2 Größen theilbar seyn, als allein, wenn man das gedachte Product solcher zweyen Größen just 1, 2, 3 oder 4 mal ꝛc. nimmt.

§. 587. Gleiche Bewandniß hat es mit mehr als 2 Größen.

Z. E. Die Größen 4, 7 und 9 haben kein gemeines Maaß, so können sie auch von keiner kleinern Zahl die Maaße seyn, als allein zu dem Product aus 4 mal 7 mal

9, nämlich zu 252; wie auch zu keinen andern größern Zahlen, als nur zu solchen, welche just 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so groß sind, als das Product 252.

Beweis.

Vermöge der vorhergehenden Proposition können z. E. die Zahlen 4 und 7 zu keinen andern Zahlen, als allein zu solchen die Maaße seyn, welche just 1, 2, 3 oder 4 mal ꝛc. das Product 28 enthalten, das ist zu solchen Zahlen, welche in das Product 28 theilbar sind. Indessen hat die 3te Zahl 9, vermöge gegenwärtigen Satzes, mit den andern Zahlen 4 und 7 kein gemeines Maaß: Derowegen muß sie auch mit dem Product 28 kein gemeines Maaß haben (§. 535); folgends können die 28, als solches Product, und die 3te Zahl 9, zu keiner kleinern Zahl, als das Product ist, welches aus 9 mal 28 erwächset, die Maaße seyn; auch können keine andere größeren Zahlen gefunden werden, als nur solche, die das nächst gedachte Product 252 just etlichemal in sich enthalten (wie solches vorher §. 586 erwiesen worden). Und gleiche Beschaffenheit hat es mit andern, wie auch mit mehrern als nur 3 Zahlen, welche primi inter se sind (§. 253).

§. 588. Wenn demnach eine Zahl in andere gegebene etliche Zahlen, die kein gemeines Maaß haben, aufgehet, so muß sie auch in dem Product solcher andern Zahlen aufgehen, indem keine andere Zahlen zu finden sind, darinnen die gegebenen theilbar seyn könnten, als allein just 1 oder mehr ganze mal solches Product (§. 586 und 587).

Z. E. Alle Zahlen, die in 4 und 9 aufgehen, müssen (weil 4 und 9 kein gemeines Maaß haben) auch in 4 mal 9, das ist in 36 aufgehen.

gehen. Item alle Zahlen, welche in 2 und 3 aufgehen, müssen auch in 6 aufgehen. Item alle Zahlen, welche in 4, 7 und 9 aufgehen, müssen auch in 4 mal 7 mal 9, das ist in 252 aufgehen.

§. 589. Folgends können die Zahlen, welche in eine aus primis inter se (§. 253) componirte Zahl untheilbar, unmöglich in alle Factores von selbiger componirten Zahl theilbar seyn. Denn wenn sie in alle Factores, welche primi inter se sind, divisibel wäre, so müßte sie auch in ihr Product divisibel seyn (§. 588). Dannenhero muß eine solche Zahl aufs mindeste in einen von solchen Factoribus untheilbar seyn.

Z. E. Alle Zahlen, welche in 6 (so aus 2 mal 3 componiret ist) untheilbar, können unmöglich in beyden Factoribus von 6, nämlich in 2 und auch in 3 aufgehen, sondern sie müssen entweder in keinen von beyden Factoribus, oder doch aufs mindeste, in einen derselben, nämlich in 2 oder in 3, untheilbar seyn, weil die Factores 2 und 3 primi inter se sind. Item alle Zahlen, welche nicht in 20 aufgehen, können auch nicht in 4 und zugleich auch in 5 aufgehen, denn die Factores 4 und 5 sind primi inter se.

§. 590. Wenn aber zwey gegebene Größen ein gemeines Maaß haben, so können sie auch zu einer kleinern Zahl, als das Product der zwo gegebenen Größen ist, die Maaße seyn; und zwar, wenn man eine von solchen Größen in ihr gemeines Maaß dividiret, und den kommenden Quotienten mit der andern Größe multipliciret, so muß das kommende Product in beyde gegebene Größen theilbar seyn.

Z. E. Die Größen 6 und 10 haben ein gemeines Maaß 2. Wenn nun 6 in 2 dividiret, und der Quotient 3 mit der andern Größe 10 multipliciret; oder 10 in 2 dividiret, und der Quotient 5 mit der ersten Größe 6, multipliciret wird, so muß das Product 30 so wohl in 6, als in 10 theilbar seyn.

Beweis.

Wenn man von denen zwo gegebenen Größen eine von beyden, welche man will, in das gemeine Maaß dividiret, oder kleinert, und den kommenden Quotienten mit der andern ungekleinerten Größe multipliciret, so muß beyderseits ein gleich großes Product kommen (§. 278). Indessen muß solches Product in die ungekleinerte Größe ohnstreitig theilbar seyn (§. 271): Derowegen muß es allerdings in beyde gegebene Größen theilbar seyn, indem solches Product, wie gedacht, auf beyderley Art gleich groß entstehet.

§. 591. Die allerkleinste Zahl, welche in 2 gegebenen Größen, die ein gemeines Maaß haben, divisibel seyn kann, ist dasjenige Product, welches erwächset, so man eine der gegebenen Größen, welche man will, in ihr größtes gemeines Maaß (§. 551) dividiret oder kleinert, und den kommenden Quotienten mit der andern ungekleinerten Größe multipliciret. Und können auch keine andere Zahlen gefunden werden, als allein diejenigen, welche entstehen, so man das gedachte Product just 2, 3 oder 4 mal ꝛc. (das ist eine Anzahl mal in Ganzen) nimmt.

Z. E. Die Größen 12 und 16 haben das größte gemeine Maaß 4, so können solche 2 Größen zu keiner kleinern Zahl die Maaße seyn, als zu dem Product, welches dergestalt entstehet, so man entweder die 12 in 4 kleinert, und den Quotienten 3 mit 16 multipliciret; oder die 16 in 4 kleinert, und den Quotienten 4 mit 12 multipliciret, das ist beyderseits nämlich, zu der Zahl 48. Und können auch keine andere Zahlen in 12 und 16 gerade aufgehen, als allein 96, 144, 192 ꝛc. das ist 2, 3 oder 4 mal ꝛc. das gedachte Product 48.

Beweis.

Beweis.

Wenn man beyde gegebene Größen in ihr größtes gemeines Maaß kleinert, so hat man die Verhältniß solcher zweyen Größen in den möglichst kleinsten ganzen Zahlen (§. 551). Nun muß eine jede Zahl, wenn sie in die 2 gegebene Größen dividiret wird, solche 2 Quotienten bringen, die eben die Verhältniß haben (wiewohl wiederkehrlich) wie solche 2 Größen selbst (§. 288), und aber besagtes Product, welches durch die Multiplication der einen gekleinerten mit der andern ungekleinerten Größe immer gleich erwächset (§. 278 auch §. 590 im Beweise) in seinen Quotienten, wenn es in die 2 gegebene Größen dividiret wird, die 2 gekleinerten Größen herausbringet (§. 267); so müßte eine kleinere Zahl als solches Product ist, wenn selbige in die 2 gegebene Größen divisibel seyn sollte, noch kleinere 2 Quotienten, als die 2 gekleinerten Größen sind, in Ganzen herausbringen können (§. 285), welche nicht minder die Verhältniß haben müßten, wie die gegebene 2 Größen. Da aber solche Verhältniß ohnmöglich in kleinern ganzen Zahlen als die 2 gekleinerten Größen sind, zu finden ist: Derowegen muß auch keine kleinere Zahl, als gedachtes Product zu finden seyn, in welcher die 2 gegebene Größen divisibel seyn könnten. Es ist also dieser Beweis fast gleich dem Beweise des 1sten Satzes im §. 586. Und eben auf die Art wie ibid. der 2te Satz erwiesen worden, wird auch hier der 2te Satz (daß nämlich keine andere Zahlen in solche gegebene Zahlen divisibel seyn können, als allein solche, welche just etliche mal das besagte Product enthalten) erwiesen.

§. 592. Wenn demnach auch mehr als 2 Größen gegeben

geben werden, und sie alle ein gleiches größtes gemeines Maaß haben, daß ist ein solches Maaß, welches durch seine Verkleinerung lauter primos inter se, und also die kleinsten in derselben Verhältniß bringet, so kann von ihnen eben dasselbe gesaget werden, welches im vorigen Beweise dargethan worden. Derowegen hat es mit solchen Größen eben die Bewandniß, wie vorhin mit den zweyen Größen. Z. E. Die Zahlen 12, 16 und 20 haben ein gleiches größtes gemeines Maaß 4, welches durch seine Verkleinerung die Zahlen 3, 4 und 5 bringet, die lauter primi inter se sind. Diesemnach können solche 3 Größen zu keiner kleinern Zahl die Maasse seyn, als das Product ist, welches entstehet, so man solche gegebene Zahlen, außer eine derselben, in das größte gemeine Maaß 4 kleinert, und die Quotienten, wie auch die eine ungekleinerte Zahl, in einander multipliciret, das ist, das Product aus 3 ⋉ 4 ⋉ 20, oder 3 ⋉ 5 ⋉ 16, oder 4 ⋉ 5 ⋉ 12, welches denn in allewege 240 bringet; und können auch keine andere größere Zahlen gefunden werden, zu welchen die Zahlen 12, 16, und 20 die Maaße seyn mögen, als nur allein solche, die just 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so groß sind, als besagtes Product 240 ist.

§. 593. Allein, wenn die gegebenen Größen nicht ein gleiches größtes gemeines Maaß haben, das lauter primos inter se, oder die kleinsten in derselben Verhältniß bringet, so kann bey ihnen dasjenige, was im vorigen Beweise dargethan worden, nicht statt finden. Z. E. Die Zahlen 16, 20 und 24 haben ein gleiches gemeines Maaß 4, aber nicht ein gleiches größtes. Denn wenn man diese Zahlen in 4 kleinert, kommen 4, 5 und 6, welche 4 und 6 nicht primi inter se, sondern noch ein gemei-

gemeines Maaß haben. Derowegen muß man in solchem Falle diejenigen Zahlen, welche durch die erstere Verkleinerung noch nicht zu primis inter se gebracht worden, abermals nach voriger Weise weiter kleinern, daferne man die allerkleinste ausmeßliche Zahl haben will. Und solchergestalt (wenn man nämlich, wie vorhin gelehret worden, immerfort eine Größe ungekleinert behält, und solche mit den gekleinerten multipliciret) ist bey gegenwärtigem Exempel die ausmeßliche kleinste Zahl: 2 ⋉ 6 ⋉ 20, oder 4 ⋉ 3 ⋉ 20, oder 2 ⋉ 5 ⋉ 24, oder 3 ⋉ 5 ⋉ 16, das ist in allewege 240.

§. 594. Weil es aber gleich viel ist, ob man, wie vorhin, eine ungekleinert behält, oder ob man sie alle zugleich, wie sonst beym kleinern gewöhnlich, so lange kleinert, bis primi inter se kommen, und solche kommenden primos inter se so wohl als auch das Maaß, oder, wo etliche mal gekleinert worden, die Maaße, alle ineinander multipliciret (§. 269); so kann man insonderheit, wenn die gegebenen Größen mehr als nur 2 sind, und solche nicht ein gleiches größtes gemeines Maaß haben, dieselben ordentlich in ihr gleiches gemeines Maaß, und die kommenden Zahlen, so oft als ein gemeines Maaß bey einigen derselben zu finden, nach und nach kleinern, alsdenn die entstehenden primos inter se so wohl, als auch die vorhin gebrauchten Maaße, wiederum in einander multipliciren. Wie solches mit mehrern unten an seinem Orte gezeiget werden soll.

§. 595. Wenn eine Zahl, in eine componirte Zahl dividiret, einen Rest übrig lässet, und man dividiret solchen Rest, oder auch die ganze Zahl in jeden der Factorum, aus welchen der Divisor componiret ist, so müssen die hieraus kommenden Reste, daferne bey einem

Facto-

Factore was übrig bleibet, in allewege einander gleich seyn.

Z. E. Alle Zahlen, welche in die aus 2 mal 3 componirte Zahl 6 dividiret, 5 übrig lassen, müssen in 2 dividiret 1, und in 3 dividiret 2 übrig lassen, weil der gedachte Rest 5, ebenfalls in 2, 1, und in 3, 2 übrig lässet.

Item alle Zahlen, welche in 6 dividiret 4 übrig lassen, müssen, gleichwie der Rest 4, in 2 aufgehen, und in 3, 1 übrig lassen.

Item alle Zahlen, welche in 6 dividiret 3 übrig lassen, müssen, gleichwie der Rest 3, in 2, 1 übrig lassen, und in 3 aufgehen.

Item alle Zahlen, welche in 6 dividiret 2 übrig lassen, müssen, gleichwie der Rest 2, in 2 aufgehen, und in 3, 2 übrig lassen (§. 231).

Endlich alle Zahlen, welche in 6 dividiret 1 übrig lassen, müssen, gleichwie der Rest 1, sowohl in 2, als auch in 3, 1 übrig lassen.

Beweis.

Wenn man einer solchen Zahl, die in eine componirte Zahl dividiret einen Rest übrig lässet, so viel als solcher Rest ist, abnimmt, so ist das bleibende in selbige componirte Zahl (§. 552,) folgends auch in ihre Factores (§. 543) theilbar. Demnach ist eine solche Zahl nichts anders, als ein Collect zweyer Größen oder Stücke, nämlich des gedachten Rests, und des übrigen andern Stückes. Da nun solches andere Stück, wie erwehnet, in die Factores gewiß theilbar ist, so folget, wenn die ganze Zahl in einen von solchen Factoribus theilbar, daß auch jenes Stück, nämlich der mehrgedachte Rest, in denselben Factorem theilbar seyn müsse (§. 562): Wiederum auch, wenn die

die ganze Zahl in einen der Factorum dividiret, einen Reſt übrig laſſe, daß ſolcher Reſt gleich ſeyn müſſe dem Reſte, welchen jenes Stück oder jener Reſt, in denſelben Factorem dividiret, übrig läßt (§. 560).

§. 596. Wenn man demnach eine Primzahl (§. 165) durch eine componirte Zahl dividiret, und zwar eine ſolche Primzahl, welche größer iſt, als die Elementa (§. 527) von der componirten Zahl; ſo muß ein ſolcher Reſt übrig bleiben, der in jeden der Factorum, aus welchem der Diviſor componirt iſt, untheilbar. Denn wenn ſolcher Reſt in einen von ſolchen Factoribus theilbar wäre, müßte auch der ganze Dividendus in ſolchen Factorem theilbar ſeyn (§. 595), welches aber nicht ſeyn kann, indem eine Primzahl keine andern gerade aufmeſſenden Theile hat, als nur allein die Unität (§. 531), folglich kann ſie in keine kleinere Zahl, als ſie ſelbſt iſt, theilbar ſeyn.

Z. E. Alle Primzahlen, ſo größer ſind als 2, müſſen in die aus 2 mal 2 componirte Zahl 4 dividiret, oder 3 übrig laſſen, und wenigſtens 2, weil 2 in den Factorem 2 theilbar iſt.

Item alle Primzahlen, ſo größer ſind als 3, müſſen in die aus 2 mal 3 componirte Zahl 6 dividiret, entweder 1 oder 5 übrig laſſen, nicht aber 2, 3 oder 4, indem 2 und 4 in den Factorem 2; und 3 in den Factorem 3 diviſibel iſt.

Dividiret man aber eine ſolche Primzahl, ſo größer als 3 iſt, in 12, ſo muß der Reſt entweder 1, oder 5, oder 7, oder 11 ſeyn. Denn 12 iſt componirt aus 2 mal 6, oder 3 mal 4; derowegen kann der erwähnte Reſt unmöglich 2, 3, 4, 6, 8, 9 oder 10 ſeyn, indem jede dieſer Zahlen in einen von den benannten Factoribus theilbar iſt.

§. 597. Hieraus hat man wahrzunehmen, daß alle Quadratzahlen (§. 181), deren Radix eine größere

Primzahl als 3 ist, in 6 dividiret, immerfort 1 übrig lassen müssen. Denn alle solche Primzahlen lassen in 6 dividiret 1 oder 5 übrig (§. 596). Nun ist 1 mal 1, 1; und 5 mal 5, 25, das ist 4 mal 6 + 1: Derowegen muß ihr Quadrat, welches durch die Multiplication mit sich selbst erwächset, in allewege 1 übrig lassen (§. 566).

§. 598. Alle Zahlen, welche zur Rechten eine 0 haben, sind in 10 theilbar. Denn wenn eine solche Zahl in 10 dividiret wird (§. 235), bleibet nichts übrig. Also auch sind alle Zahlen in 100 theilbar, welche 2 Nullen zur Rechten haben; in 1000 aber, welche 3 Nullen haben, u. s. w.

§. 599. Alle Zahlen, welche zur Rechten eine Nulle, oder eine bedeutliche gerade Ziffer stehen haben, sind gerade Zahlen, und lassen sich dannenhero in 2 aufheben.

Beweis des ersten Falles.

Wenn eine Zahl zur Rechten eine 0 hat, ist sie in 10 theilbar (§. 598). Es ist aber 10 ferner in 2 theilbar: Derowegen müssen alle Zahlen, welche eine 0 zur Rechten haben, auch in 2 theilbar (§. 543), und folgends gerade Zahlen seyn (§. 571).

Beweis des andern Falles.

Wenn zu einer Zahl, welche eine 0 zur Rechten hat, eine gerade Ziffer addiret wird, das ist, wenn man an statt der 0 eine gerade bedeutliche Ziffer setzet, so ist die ganze Zahl eine Summe zweyer Größen, die jede insbesondere in 2 theilbar. Derowegen muß auch solche Zahl allerdings in 2 aufgehen (§. 574. I.) und also gerade seyn (§. 571).

§. 600. Hieraus folget, wenn eine Zahl zur Rechten eine ungerade Ziffer hat, daß sie eine ungerade Zahl, und

folgends

folgends in 2 untheilbar ſey. Denn ſo hergeſtalt iſt die ganze Zahl eine Summe ſolcher zweyen Zahlen, deren eine in 2 theilbar, und die andere untheilbar (§. 574 Alg. Und iſt ihr Reſt, wenn ſie in 2 dividiret wird, allezeit 1 (§. 223).

§. 601. Alle Zahlen, welche zur Rechten eine ungerade Ziffer haben, können in keine gerade Zahl theilbar ſeyn.

Beweis.

Alle gerade Zahlen ſind in 2 theilbar (§. 571), folgends müſſen alle Zahlen, welche in eine gerade Zahl diviſibel ſind, auch in 2 aufgehen (§. 543). Da aber die Zahlen, welche zur Rechten eine ungerade Ziffer haben, unmöglich in 2 aufgehen können (§. 606); So können ſie auch in keine gerade Zahl aufgehen (§. 545).

§. 602. Auf gleiche Art erweiſet man

I. daß alle Zahlen, welche zur Rechten eine 0 oder 5 haben, in 5 aufgehen müſſen (und iſt der Beweis hiervon gleich dem Beweiſe §. 599). Denn, wenn einer Zahl zur Rechten eine 0 ſtehet, iſt ſie in 10 (§. 598); 10 iſt aber ferner in 5 theilbar: Derowegen muß auch ſolche Zahl ſelbſt in 5 theilbar ſeyn (§. 543). Alſo auch wenn man an ſtatt der 0 eine 5 ſetzet, die vor ſich ſelbſt ebenfalls in 5 aufgeht, ſo muß die ganze Zahl, als die Summe zweyer Zahlen, welche jede ins beſondere in 5 theilbar, allerdings in 5 aufgehen (§. 541).

II. Wenn eine Zahl nicht 5, ſondern eine andere bedeutliche Ziffer zur Rechten hat, daß ſie in 5 nicht aufgehen kann (und iſt der Beweis hiervon gleich dem Beweiſe §. 600). Denn alle andere bedeutliche Ziffern ſind in 5 untheilbar, folgends iſt die ganze Zahl eine Summe ſolcher zweyen Zahlen, deren eine in 5 theil- und die andere

untheilbar: Derowegen muß nothwendig auch die ganze Zahl in 5 untheilbar ſeyn, und zwar muß ihr Reſt, wenn ſie nämlich in 5 dividiret wird, allezeit gleich dem Reſte der bedeutlichen Ziffer zur Rechten ſeyn, den dieſe übrig läßt, wenn ſie vor ſich ſelbſt in 5 dividiret wird (§. 560), das iſt entweder die bedeutliche Ziffer ſelbſt (§. 231), oder wo ſie größer als 5, ſo viel als ſie über 5 iſt.

III. Wenn eine Zahl keine 5 noch 0 zur Rechten hat, und alſo in 5 untheilbar, daß ſie auch in keine ſolche Zahl aufgehen kann, die zur Rechten eine 5 oder 0 hat, das iſt, die in 5 theilbar, oder die aus einem Factore 5 componiret iſt (§. 545).

§. 603. Eine jede Zahl, die zur Rechten eine 5 hat, muß in dem Producte, wenn ſie mit einer geraden Zahl multipliciret wird, eine 0, wenn ſie aber mit einer ungeraden Zahl multipliciret wird, eine 5 zur Rechten bringen.

Beweis.

Wenn eine Zahl zur Rechten eine 5 hat, iſt ſie in 5 theilbar (§. 602. I.). Folgends muß das Product aus ſolcher Zahl mit einer ganzen Zahl multipliciret, gleichfalls in 5 theilbar ſeyn (§. 542), und demnach entweder 5 oder 0 zur Rechten haben (§. 602. II.). Indeſſen müſſen alle Producte, welche einen geraden Factorem haben, gerade Zahlen ſeyn (§. 574. II.), und alſo eine gerade Ziffer zur Rechten haben (§. 600); hingegen alle Producte, welche aus allen ungeraden Factoribus erwachſen, ungerade Zahlen ſeyn (§. 574. XI.), folgends eine ungerade Ziffer zur Rechten haben (§. 599): Derowegen müſſen alle Zahlen, welche eine 5, ſo eine ungerade Ziffer iſt, zur Rechten haben, das ſind ſolche ungerade Zahlen, welche in 5 theilbar, wenn ſie mit einer geraden

Zahl

Zahl multipliciret werden, nothwendig gerade und in 5 theilbare Producte bringen, das sind keine andere, als mit einer 0 zur Rechten; hingegen wenn sie mit einer ungeraden Zahl multipliciret werden, müssen sie nothwendig ungerade, und doch in 5 theilbare Zahlen bringen, welche keine andern seyn können, als die eine 5 zur Rechten haben.

§. 604. Merket zugleich hieraus (und zwar vermittelst §. 148), daß alle Zahlen, welche zur Rechten eine gerade Ziffer haben, in dem Product, wenn sie mit 5 multipliciret werden, eine 0 zur Rechten bringen müssen.

§. 605. Alle Zahlen, welche 2 Nullen, oder solche bedeutliche 2 Ziffern zur Rechten haben, die in 4 aufgehen, müssen in 4 theilbar seyn.

Beweis.

Dieser ist gleich dem Beweise §. 599. Denn wenn eine Zahl zur Rechten 2 Nullen hat, ist sie in 100 (§. 598), folgends, weil 100 in 4 aufgehet, auch in 4 theilbar (§. 543). Wenn nun an statt der 2 Nullen eine solche bedeutliche Zahl stehet, welche gleichfalls in 4 aufgehet, so muß die ganze Zahl, als die Summe zweyer in 4 theilbaren Zahlen allerdings in 4 aufgehen (§. 541).

§. 606. Hieraus folget, daß diejenigen Zahlen, deren 2 Ziffern zur Rechten in 4 untheilbar, keinesweges in 4 aufgehen können. Denn solchergestalt ist die ganze Zahl eine Summe zweyer Zahlen, deren eine in 4 theilbar, die andere untheilbar ist. Und muß der Rest, wenn man die ganze Zahl in 4 dividiret, allezeit gleich seyn dem Reste, als wenn man die 2 Ziffern zur Rechten in 4 dividiret (§. 560).

§. 607. Auf gleiche Art folget, weil alle Zahlen, welche zur Rechten 2 Nullen haben, in 100 (§. 538), und 100 ferner in 4 untheilbar (denn 4 mal 25 ist 100), daß alle Zahlen, welcher 2 Ziffern zur Rechten in 25 theilbar, das ist, welche 00, 25, 50, 75 oder 00 sind (denn sonst alle andere Zahlen von zweyen Ziffern sind in 25 untheilbar), ohnfehlbar in 25 aufgehen müssen. Wiederum auch, wenn andere zwey Ziffern als 25, 50, 75, oder 00 zur Rechten stehen, so können selbige Zahlen auch nicht in 25 aufgehen, und müssen eben denselben Rest haben, welcher von solchen zwey Ziffern übrig bleibet.

§. 608. Eben also ist klar, daß alle Zahlen, welche entweder 3 Nullen, oder solche bedeutliche 3 Ziffern zur Rechten haben, die in 8 theilbar, allerdings in 8 aufgehen müssen. Denn alle Zahlen, die zur Rechten 3 Nullen haben, gehen in 1000 auf (§. 598), folgends auch in 8 (§. 543), weil 1000 in 8 theilbar ist. Setzet man nun an statt 3 Nullen, solche bedeutliche 3 Ziffern, welche gleichfalls in 8 theilbar, so muß nothwendig die ganze Zahl, als die Summe zweyer in 8 theilbaren Zahlen, in 8 aufgehen (§. 541). Hingegen wenn die 3 Ziffern zur Rechten in 8 untheilbar, so muß die ganze Zahl in 8 untheilbar seyn, und eben denselben Rest übrig lassen, der bey solchen dreyen Ziffern übrig bleibet (§. 560).

§. 609. Derowegen wenn die letzten 3 Ziffern in 125 aufgehen, das ist, wenn sie 125, 250, 375, 500, 625, 750, 875 oder 000 sind, so ist die ganze Zahl in 125 theilbar, weil 1000 aus 8 mal 125 componiret, und also in 125 theilbar ist. Wiederum auch, wenn andere 3 Ziffern, als die gedachten, zur Rechten stehen, so kann selbige Zahl unmöglich in 125 theilbar seyn, und muß eben denselben Rest haben, welchen solche 3 Ziffern übrig lassen.

§. 610.

§. 610. Wenn man die Ziffern einer großen Zahl, ohne angesehen ihrer Stellen, schlechterdings zusammen zählet, und die Summe in 9 theilbar ist, so muß die ganze Zahl auch nach ihrem eigentlichen Werthe, nämlich nach der Bedeutung der Stellen, in 9 aufgehen.

E. Ex. Die Zahl 85173 muß in 9 aufgehen. Denn die Summe dieser Ziffern (nämlich 8 + 5 + 1 + 7 + 3) ist 27, welche in 9 theilbar sind.

Beweis.

Die Geltung der Stellen steiget immerfort in einer 10fachen Verhältniß (§. 163). Wenn demnach eine Zahl aus lauter neben einander geschriebenen Unitäten bestehet, wie z. E. 1111 ꝛc., so ist sie nichts anders, als eine geometrische Progression (§. 314), deren erstes Glied 1, und die nachfolgenden Glieder 10, 100, 1000, 10000 ꝛc. bedeuten. Indessen, wenn eines von diesen Gliedern in 9 dividiret wird, muß immerfort 1 übrig bleiben (§. 569. N°. 1). Derowegen muß jede Unität, es sey in der Stelle der Einer, Zehener, Hunderte, Tausende, oder in welcher Stelle es immer will, wenn sie von sich allein, in 9 dividiret wird, 1 übrig lassen. Folgends muß jeder 2, als 2, 20, oder 200 ꝛc., so 3, als 3, 30, 300, oder 3000 ꝛc. 3 übrig lassen, u. s. w. also, daß jede Ziffer, es stehen bey ihr so viel Nullen, als es immer will, wenn sie in 9 dividiret wird, eben so viel Unitäten übrig lassen müsse, als dieselbe Ziffer vor sich, ohne angesehen ihrer Stelle Unitäten bedeutet. Wenn nun in einer Zahl alle Ziffern, das ist, alle Reste, welche jede Stelle insbesondere übrig lässet, zusammen genommen werden, und solche Summe in 9 aufgehet, so muß nothwendig die ganze Zahl in 9 theilbar seyn (§. 559).

§. 611. Wenn demnach die Summe der zusammen gezählten Ziffern in 9 nicht aufgehet, sondern einen Rest übrig lässet, so muß die ganze Zahl in 9 untheilbar seyn, und eben denselben Rest übrig lassen (561).

Z. E. Die Zahl 629417 muß in 9 untheilbar seyn, und zum Rest 5 übrig lassen. Denn die Summe dieser Ziffern (nämlich 6 + 2 + 9 + 4 + 1 + 7) ist 23, so in 9 dividiret 5 übrig lässet.

§. 612. Auf gleiche Weise folget, wenn man die Ziffern von einer Zahl schlechterdings, wie vorhin gemeldet, zusammen zählet, und solche Summe in 3 theilbar, daß die ganze Zahl in 3 aufgehen müsse. Wiederum auch, wenn diese gedachte Summe, in 9 nicht aufgehet, sondern einen Rest übrig lässet, daß auch die ganze Zahl in 3 untheilbar seyn, und eben denselben Rest haben müsse. Denn da jede Einheit, durchgehends in allen Stellen, in 3 eben so wohl als in 9 dividiret, immerfort 1 übrig lässet (§. 569. N°. 1); so ist folgends der Beweis allhier bey 3, gleich dem vorigen Beweise von 9 (§. 610 und 611).

§. 613. Wenn man in einer Zahl, die Ziffern der ungeraden Stellen (§. 573.) zusammen zählet, und die Summe in 11 theilbar ist, so muß die ganze Zahl, daferne sie in den geraden Stellen keine bedeutlichen Ziffern, sondern nur Nullen stehen hat, in 11 aufgehen. Wiederum auch, wenn die gedachte Summe in 11 nicht theilbar, sondern einen Rest übrig lässet, so muß auch die gedachte ganze Zahl in 11 untheilbar seyn, und eben denselben Rest haben.

Z. E. Die Zahl 80609014 muß in 11 aufgehen. Denn die Summe dieser Ziffern (nämlich 4 + 1 + 3 + 6 + 8) ist 22, so in 11 theilbar ist. Hingegen muß die Zahl 5030709 in 11 untheilbar seyn, und zum Rest 2 haben.

haben. Denn die Summe dieſer Ziffern (als nämlich 9+7+3+5) iſt 24, ſo in 11 dividiret 2 übrig läſſet.

Beweis.

Die Geltung der Unitäten von zweyen Stellen ſteiget immerfort in einer 100 fachen Verhältniß (§. 64). Wenn demnach eine Zahl in ihren ungeraden Stellen lauter Unitäten und in ihren geraden Stellen lauter Nullen ſtehen hat, wie z. E. die Zahl 10 10 10 10 101 ꝛc., ſo iſt dieſelbe nichts anders als eine geometriſche Progreßion (§. 314), deren erſtes Glied 1, und die nachfolgenden 100, 10000, 1000000 ꝛc. bedeuten. Indeſſen, wenn eines von dieſen Gliedern in 11 dividiret wird, iſt der Reſt allezeit 1 (. 569. N°. 2). Derowegen muß jede Unität in einer ungeraden Stelle, wenn ſie vor ſich in 11 dividiret wird, immerfort 1 übrig laſſen. Folgends muß jede 2, als 2, 200, 20000, 2000000 ꝛc. 2; jede 3, als 3, 300, 30000, 3000000 ꝛc. 3 übrig laſſen, u. ſ. w. alſo, daß jede Ziffer der ungeraden Stellen, in 11 dividiret, eben ſo viel Unitäten übrig laſſen müſſe, als dieſelbe Ziffen vor ſich Unitäten bedeutet. Wenn demnach alle Ziffern der ungeraden Stellen einer ſolchen Zahl, welche in den geraden Stellen nichts bedeutliches ſtehen hat, zuſammen gezählet werden, ſo hat man die Summe aller Reſte. Folgends, wenn ſolche Summe in 11 theilbar, ſo muß auch die ganze Zahl in 11 theilbar ſeyn (§. 559). Wiederum wenn ſolche Summe untheilbar, und einen Reſt hat, ſo muß auch die ganze Zahl untheilbar ſeyn, und eben denſelben Reſt haben (§. 561).

§. 614. Wenn man in einer Zahl die Ziffern der geraden Stellen (§. 573). zuſammen zählet, und die Summe in 11 theilbar iſt, ſo muß die ganze Zahl, wenn ſie

sonst in den ungeraden Stellen keine beträchtliche Ziffer hat, in 11 aufgehen. Wiederum auch, wenn die gedachte Summe in 11 nicht theilbar, sondern einen Rest übrig lässet, so muß auch die ganze Zahl in 11 untheilbar seyn, und eben so viel zum Complement (§. 552) haben, als jener Rest ist.

Z. E. Die Zahl 30507080406 muß in 11 aufgehen. Denn die Summe dieser Ziffern (nämlich 6+4+8+7+5+3) ist 33, so in 11 theilbar. Hingegen muß die Zahl 20703050 in 11 untheilbar seyn, und zum Complement 6 haben. Denn die Summe dieser Ziffern (nämlich 5+3+7+2) ist 17, so in 11 untheilbar, und zum Rest 6 übrig lässet.

Beweis.

Die Geltung der Einheiten von zweyen Stellen steiget immerfort in einer 100fachen Verhältniß (§. 64). Wenn demnach eine Zahl in ihren geraden Stellen lauter Unitäten, und in den ungeraden lauter Nullen hat, wie z. E. die Zahl 10101010 ꝛc., so ist sie nichts anders, als eine geometrische Progression (§. 384), welche bestehet aus 10, 1000, 100000, 10000000 ꝛc. Indessen, wenn man eines dieser Glieder in 11 dividiret, ist der Rest allezeit 10 (§. 568). Dannenhero muß jede Unität in einer geraden Stelle, wenn sie vor sich in 11 dividiret wird, in allewege 10 übrig lassen; und folglich 1 zum Complement haben (§. 552). Derowegen muß jede 2, als 20, 2000, 200000 ꝛc. 2; jede 3, als 30, 3000, 300000 ꝛc. 3 zum Complement haben, u. s. w. also, daß jede Ziffer der geraden Stellen in 11 dividiret, immerfort so viel zum Complement haben müsse, als selbige Ziffer Unitäten bedeutet. Wenn demnach alle

Ziffern

Ziffern der geraden Stellen einer solchen Zahl, die in den ungeraden Stellen keine bedeutliche Ziffer hat, zusammen gezählet werden, hat man die Summe aller Complementen, und daferne solche Summe in 11 theilbar, so muß auch die Summe der Reste (§. 563), folgends auch die ganze Zahl (§. 559) in 11 theilbar seyn. Wiederum, wenn die Summe der Complementen untheilbar, und einen Rest hat, so muß auch die Summe ihrer Reste dergestalt untheilbar seyn, daß das Complement von dieser Summe der Reste gleich seyn müsse dem gedachten Rest aus jener Summe der Complementen (§. 563); folglich muß auch die ganze Zahl untheilbar seyn, und eben so viel zum Complement haben, als das Complement der Summe der Reste ist (§. 561), oder, welches einerley, als der Rest der Summe der Complementen ist.

§. 615. Wenn eine Zahl, so wohl in den geraden als ungeraden Stellen, bedeutliche Ziffern hat, so kann man sie, als ein Collect solcher zweyen Zahlen ansehen, deren eine in ihren geraden, und die andere in ihren ungeraden Stellen, lauter Nullen stehen hat.

Z. E. Die Zahl 235789734 ist nichts anders, als das Collect folgender zweyen Zahlen:

205080704
30709030 } welche zusammen

die ganze Zahl 235789734 ausmachen.

§. 616. Dieſemnach folget, wenn man in einer Zahl die Ziffern der ungeraden Stellen, und besonders die Ziffern der geraden Stellen zusammen zählet,

I. wenn jede Summe vor sich in 11 theilbar, daß auch die ganze Zahl in 11 theilbar. Denn weil die Summe der ungeraden theilbar, so ist diejenige Zahl, so

in

in den ungeraden Stellen ſtehet, theilbar (§. 613). Auch, weil die Summe der geraden Stellen theilbar, ſo iſt diejenige Zahl, welche in den geraden Stellen enthalten theilbar (§. 614). Folgends muß auch die ganze Zahl, als das Collect der gedachten zweyen Zahlen (§. 613), ebenfalls in 11 theilbar ſeyn (§. 541).

Z. E. Die Zahl 36987532417 muß in 11 theilbar ſeyn, denn die Summe der ungeraden Stellen (als, 7+4+3+7+9+3) iſt 33, ſo in 11 aufgehet; desgleichen iſt die Summe der geraden Stellen (als 1+2+5+8+6) 22. die ebenfalls in 11 aufgehet.

II. Wenn die Summe der ungeraden Stellen in 11 untheilbar, und einen Reſt übrig läſſet; die Summe der geraden aber theilbar: So muß die ganze Zahl untheilbar ſeyn, und eben denſelben Reſt übrig laſſen, welcher bey der Summe der ungeraden Stellen übrig bleibet. Denn ſo viel als der Reſt der Summe der ungeraden Stellen iſt, muß der Reſt derjenigen Zahl ſeyn, welche in ſolchen ungeraden Stellen enthalten iſt (§. 613), und weil die Summe der geraden Stellen theilbar, ſo muß die Zahl, welche in ſolchen geraden Stellen enthalten, theilbar ſeyn (§. 614); folgends muß die ganze Zahl, als das Collect zweyer Zahlen, deren eine theil- und die andere untheilbar, auch untheilbar ſeyn, und eben denſelben Reſt haben, welchen die untheilbare Zahl hat (§. 560), das iſt, wie vorhin erwehnet, eben derſelbe Reſt, welchen die Summe der ungeraden Stellen übrig läſſet.

Z. E. Die Zahl 84796519 muß in 11 untheilbar ſeyn, und zum Reſte 5 haben. Denn die Summe der ungeraden Stellen iſt 27, deren Reſt iſt 5; die Summe der geraden aber iſt 22, welche in 11 aufgehet.

III. Wenn

III. Wenn die Summe der ungeraden Stellen in 11 theilbar, und die Summe der geraden untheilbar, so muß die ganze Zahl in 11 untheilbar seyn, und eben so viel zum Complement haben, als der Rest der Summe der geraden Stellen ist. Denn weil die Summe der ungeraden Stellen theilbar, so ist diejenige Zahl, welche in den ungeraden Stellen enthalten, theilbar (§. 613), und weil die Summe der geraden Stellen untheilbar, und einen Rest hat, so muß diejenige Zahl, die in solchen geraden Stellen enthalten, untheilbar seyn, und zwar eben so viel zum Complement haben, als jener Rest ist (§. 614); folgends muß die ganze Zahl, als das Collect zweyer Zahlen, deren eine theil- und die andere untheilbar, auch untheilbar, und ihr Complement gleich seyn, dem Complement der untheilbaren Zahl (§. 560), das ist, wie nächst gedacht, so groß, als der Rest der Summe der geraden Stellen ist. Und auf solche Weise kann man bey einer solchen Zahl gar bald auch ihren Rest finden, den sie in 11 dividiret, übrig lassen müsse, indem man nur das gefundene Complement, von 11 abziehen darf, so muß der gesuchte Rest zum Vorschein kommen (§. 534).

Z. E. Die Zahl 38943673487 muß in 11 untheilbar, und ihr Complement 7 seyn. Denn die Summe der ungeraden Stellen ist 33, so in 11 theilbar ist; und die Summe der geraden ist 29, deren Rest ist 7: Folglich ist der Rest von dieser Zahl, wenn sie in 11 dividiret wird $11 \div 7$, nämlich 4.

IV. Wenn sowol die Summe der ungeraden, als die Summe der geraden Stellen in 11 untheilbar, und jede Summe einen gleich großen Rest übrig lässet, so muß die ganze Zahl in 11 theilbar seyn. Denn der Rest

der

der ungeraden Stellen zeiget den Rest derjenigen Zahl an, welche in den ungeraden Stellen enthalten (§. 613); und der Rest der geraden Stellen zeiget das Complement derjenigen Zahl an, welche in den geraden Stellen enthalten (§. 614). Wenn nun beyde Reste gleich groß, so ist die ganze Zahl ein Collect solcher zweyen untheilbaren Zahlen, von welchen der Rest der einen Zahl, gleich ist dem Complement der andern: Folgends muß sie in 11 theilbar seyn (§. 557).

Z. E. Die Zahl 37837493 muß in 11 theilbar seyn. Denn die Summe der ungeraden Stellen ist 30, deren Rest ist 8; die Summe der geraden aber ist 19, deren Rest gleichfalls 8 ist.

V. Auf gleiche Art folget, wenn in diesem nächst erwehnten Falle, die Reste beyder Summen ungleich sind, daß die ganze Zahl in 11 untheilbar seyn müsse, und zwar wenn der Rest aus der Summe der ungeraden Stellen größer ist, als der Rest aus der Summe der geraden, so muß die ganze Zahl eben so viel zum Reste haben, als der Rest aus der ersten Summe größer denn der Rest aus der andern ist: Hingegen wenn der Rest aus der andern Summe größer ist, als der Rest aus der ersten, so muß die ganze Zahl eben so viel zum Complement haben, als der Rest aus solcher andern Summe größer dann der Rest aus der ersten ist. Denn solchergestalt ist die ganze Zahl ein Collect solcher zweyen Zahlen, bey denen der Rest von einer Zahl nicht just gleich ist dem Complement der andern Zahl; folglich muß sie von solcher Beschaffenheit seyn, wie vorhin gedacht, und im §. 557 und 558 erwiesen worden.

Z. E. Die Zahl 578349270 muß in 11 untheilbar seyn, und 4 zum Rest haben. Denn die Summe

der

der ungeraden Stellen ist 19, deren Rest ist 8; die Summe der geraden aber 26, deren Rest ist 4: Solchemnach ist jener Rest, 4 größer als dieser.

Item die Zahl 4789652 muß in 11 untheilbar, und ihr Complement 8 seyn. Denn die Summe der ungeraden Stellen ist 24, deren Rest ist 2; die Summe der geraden aber ist 21, deren Rest ist 10: Demnach ist dieser Rest, 8 größer als jener Rest. Und hieraus kann man folglich (wie solches vorhin im III. Artik. bereits erkläret worden) auch wissen, daß der Rest bey dieser ganzen Zahl, wenn sie in 11 dividiret wird, 11 — 8, nämlich 3, seyn muß. Oder man kann in diesem Falle, da der Rest der geraden Stellen größer ist, als der Rest der ungeraden, diesem 11 zulegen, und von dem kommenden alsdenn jenen Rest abziehen, so kommt gleichfalls der Rest der ganzen Zahl. Als denn erwehnten Exempel kann man zu dem Reste 2 noch 11 legen, und also den andern Rest 10 von 13 abziehen, so bleibet der verlangte Rest, wie vorhin, 3.

§. 617. Wenn man sich eine geometrische Progression von 1 anfangend dergestalt machet, daß man jedes Glied continuirlich mit 3 multiplicirt, und so oft in einem Gliede ein oder mehr mal 7 kommet, selbige hinwegwirft, und nur den Ueberschuß setzet; so bekommt man diese Zahlen 1. 3. 2. 6. 4. 5. 1. 3. 2. 6. 4. 5. 1. 3. 2. 6. 4. 5. u. s. w. Denn saget: Das erste Glied ist 1, ferner 3 mal 1 ist 3, 3 mal 3 ist 9, 7 davon, bleiben 2; weiter: 3 mal 2 ist 6, 3 mal 6 ist 18, davon 2 mal 7 oder 14 abgeworfen, bleiben 4; weiter: 3 mal 4 ist 12, 7 davon bleibt 5; 3 mal 5 ist 15, 2 mal 7 oder 14 davon bleibet 1. Und da man wieder an 1 kommet, so heißet es alsdenn aufs neue eben wie vorhin 3 mal 1, u. s. w.

u. ſ. w. und kommen ſodann wieder die vorigen Zahlen 3. 2. 6. 4. 5. Alsdenn abermal 1, und auf ſolche Weiſe kommen immerfort die 6 Ziffern 1. 3. 2. 6. 4. 5.

§. 618. Wenn man in einer Zahl die Ziffern, von der Rechten anfangend, mit einer ſolchen Progreßion, wie nächſt vorher im §. 617 gemeldet, ordentlich multipliciret, als nämlich die Ziffer der erſten Stelle zur Rechten mit 1; der 2ten Stelle mit 3; der 3ten mit 2; der 4ten mit 6; der 5ten mit 4; der 6ten mit 5; alsdenn der 7ten wieder aufs neue mit 1, u. ſ. w., wirft aber Kürze halben von jeder Ziffer, welche 7 oder darüber iſt, ſo wohl, als auch nach geſchehener Multiplication von jedem Product, ſo oft als möglich, 7 hinweg, addiret alsdenn das bleibende aus den Producten zuſammen, ſo ſage ich I. wenn dieſelbe Summe in 7 theilbar, daß die ganze Zahl in 7 theilbar ſeyn müſſe; und II. wenn ſolche Summe in 7 nicht theilbar, ſondern einen Reſt übrig läſſet, daß auch die ganze Zahl in 7 untheilbar ſey, und eben denſelben Reſt haben müſſe.

Beweis.

Eine Zahl die aus lauter neben einander geſchriebenen Unitäten beſtehet, als 1 1 1 1 1 1 ꝛc. iſt nichts anders, als eine geometriſche Progreßion von 1. 10. 100. 1000 ꝛc. (wie zu erſehen im Beweiſe §. 610). Wenn nun dieſe Glieder jedes beſonders in 7 dividiret wird, ſo kommen die Reſte 1. 3. 2. 6. 4. 5. (§. 567), das iſt die gedachte Progreßion (§. 617). Solchemnach iſt der Reſt der 1ſten Stelle ſo oftmal 1, als ſie Unitäten bedeutet; der Reſt der 2ten Stelle ſo oftmal 3, als ſie Unitäten in ſich enthält; der Reſt der 3ten Stelle ſo oftmal 2, als ſie Unitäten hat; der Reſt der 4ten Stelle ſo oftmal 6, als ſie

Uni-

Unitäten hat, u. ſ. w. Derowegen, wenn man die Ziffern von einer Zahl ordentlich mit den 6 Ziffern 1. 3. 2. 6. 4. 5. multiplicivet, und die Producte zuſammen zählet, ſo hat man die Summe aller Reſte, welche aus jeder Stelle vor ſich allein übrig bleiben. Dannenhero, wenn ſolche Summe in 7 theilbar, ſo muß auch die ganze Zahl in 7 theilbar ſeyn (§. 559): Wiederum, wenn ſolche Summe in 7 untheilbar, und einen Reſt übrig läſſet, ſo muß auch die ganze Zahl in 7 untheilbar ſeyn, und eben denſelben Reſt haben (§. 561).

§. 619. Auf ſolche Weiſe ſind die beſchriebenen Multiplicatores zu allen ungeraden Claſſen (§. 573), zur Rechten anfangend: 1, 3, 2; und zu allen geraden 6, 4, 5. Z. E. zu der Zahl 34, 798, 675, 423, 850, 999, 783 ſind die Multiplicatores 31, 546, 231, 546, 231, 546, 231.

Und hat man daraus wahrzunehmen, weil 1 und 6, 3 und 4, 2 und 5, in allewege 7, als das angenommene Maaß ausmachen, folgends die 6, 4, 5 juſt die Complemente von den Reſten 1, 3, 2; und 1, 3, 2 juſt die Complemente von den Reſten 6, 4, 5 ſind (§. 554), daß, wenn man die Ziffern der ungeraden Claſſen, mit 6, 4, 5, und die Ziffern der geraden Claſſen, mit 1, 3, 2 beſchriebenermaßen (§. 618) multiplicivet, und ihre Producte addiret, alsdenn die Summe aller derer Complementen, welche die Stellen jede vor ſich haben, kommen müſſe. Folglich, wenn ſelbige Summe in 7 theilbar, ſo muß nicht minder die Summe der Reſte (§. 563), folgends auch die ganze Zahl (§. 559) in 7 aufgehen: Wiederum, wenn ſolche Summe der Complementen in 7 untheilbar, und einen Reſt hat, ſo muß die Summe der Reſte, folgends auch die ganze Zahl in 7 untheilbar ſeyn, und eben ſo viel zum Comple-

ment haben, als der Rest der Summe der Complementen ist (§. 563 und 561).

§. 620. Wenn man demnach die Multiplicatores 6. 4. 5. hinweg lässet, und sowol die ungeraden, als auch besonders die geraden Stellen, mit den kleinern Ziffern 1, 3, 2, nach der beschriebenen Ordnung multipliciret, und die Producte der ungeraden und geraden Classen ins besondere addiret, so wird die erste Summe, die Summe der Reste, welche aus den ungeraden Classen, nach ihren Stellen übrig bleiben; und die andere, die Summe der Complementen, welche die geraden Classen nach ihren Stellen haben, anzeigen müssen. Derowegen kann man auf solche Weise bey großen Zahlen alle Einzige, alle Zehener, und alle Hunderte der ungeraden, wie auch besonders der geraden Classen zusammen zählen, das Maaß 7 so oft, als möglich, abwerfen, und alsdenn die Summe der ungeraden, als auch besonders der geraden Classen, auf einmal mit den Ziffern 1. 3. 2 multipliciren, und wie vorhin procediren, so wird man aus den ungeraden Classen ihren Rest, und aus den geraden ihr Complement erlangen müssen.

§. 621. Demnach hat es allhier bey dem Maaße 7 mit den ungeraden und geraden Classen, eben dieselbe Bewandniß, wie bey dem Maaße 11 mit den ungeraden und geraden Stellen: Folgends sind die obigen 5 Artikel im §. 616 auf gleiche Art auch hier anzubringen. Insonderheit hat man durch den daselbst angegebenen 4ten Artik. allhier zu merken, wenn in einer Zahl die Einzige, Zehener und Hunderte, jede besonders, der geraden Classen, gleich sind den Einzigen, Zehenern und Hunderten der ungeraden, daß solche Zahl in 7 aufgehen müsse. Denn, weil alle Einzige, alle Zehener, und alle Hunderte

gleiche

gleiche Multiplicatores 1. 3. 2 haben (§. 620), so müssen, daferne auch die Multiplicandi gleich sind, nicht minder auch ihre Producte gleich seyn (§. 45); folgends sind einerseits die Reste eben so viel, als anderseits die Complemente: Derowegen muß solche Zahl in 7 aufgehen.

Z. E. Die Zahl 594, 524 muß in 7 theilbar seyn. Denn beyde Einzige sind gleich groß, nämlich 4; beyde Zehener sind 2 (denn 9 ist eben so viel, als 2, wenn 7 abgeworfen werden), und beyde Hunderte sind 5.

Item die Zahl 92, 359, 709, 281, 546 muß in 7 theilbar seyn. Denn alle Einzige der ungeraden Classen thun 3, die Zehener 6, und die Hunderte 5; und eben so viel machen alle Einzige, Zehener, Hunderte der geraden Classen.

§. 622. Solchemnach darf man bey allen Zahlen, wenn man die Einzige, Zehener und Hunderte der ungeraden, und besonders der geraden Classen zusammen zählet, und die Summen beschriebenermaßen ungleich sind, die geraden von den ungeraden ordentlich abziehen, und zwar, wo eine gerade größer, als eine ungerade, in dieser 7 zulegen, und alsdenn nur die Reste (denn alles übrige, so von einander abgezogen worden, ist ohnstreitig, wie aus vorigem §. 621 zu ersehen, in 7 theilbar) ein vor allemal mit 1. 3. 2 multipliciren, so wird die Summe solcher Producte allezeit anzeigen müssen, ob solche ganze Zahlen in 7 theilbar, auch im widrigen Falle, wieviel der Rest sey. Denn, wenn solche Summe in 7 aufgehet, muß auch die ganze Zahl in 7 aufgehen (§. 541); und so sie einen Rest übrig lässet, muß auch die ganze Zahl eben denselben Rest übrig lassen (§. 560).

Z. E. Die Zahl 5, 923, 597, 092 muß in 7 theilbar seyn. Denn die Summen
der ungeraden sind 2. 4. 5.
der geraden = 5. 2. 5. Diese subtrahiret,
bleiben 4. 2. 0. Solche
mit 2. 3. 1. multipliciret,
kommen 1. 6. 0. Deren Summe ist 7, so in 7 aufgehen.

Item die Zahl 2, 308, 543, 625, 789 muß in 7 untheilbar seyn, und zum Rest 2 haben. Denn die Summen der ungeraden Classen sind 5. 5. 0.
der geraden = = 2. 2. 6. Diese subtrahiret,
bleiben 3. 3. 1. Solche
mit 2. 3. 1. multipliciret,
kommen 6, 2. 1. Deren Summe ist 9, welche in 7 dividiret, 2 übrig lassen.

§. 623. Ich könnte von dieser Materie noch vieles melden: Allein vorjetzo habe mich an den von §. 523 bisher angeführten und gründlich erklärten Betrachtungen begnüget (§. 524), als welche zu dem nachfolgenden gleichsam den Weg bereiten, und diejenigen, so die nachher beschriebenen Vortheile nach ihren wahren Gründen einsehen wollen, gar nicht entrathen können. Um derer willen aber, welche nur die practischen Aufgaben und Vortheile, ohnangesehen dererselben Gründe, zu ihrem Hauptendzwecke setzen (§. 25), so habe solche Aufgaben mit Fleiß nicht so fort den angeführten Betrachtungen, aus welchen sie herfließen, beygefüget, und viel lieber, damit man nicht weit suchen, und alles bey einander finden möge, die 4 Species und Regel Detri, so wohl in ganzen als gebrochenen und mehrerley namigen Zahlen, wie auch alles übrige, wobey ein Vortheil anzubringen ist, aufs neue durchgehen, und insbesondere vortragen, jedoch deren obgelegte Gründe allemal nur kurz dabey allegiren wollen. Diesem allen

aber

aber gehen vorher die Kennzeichen der Zahlen, welche aufzuheben oder zu kleinern (§. 321), und die Ausfindung des kleinſten Generalnenners (wovon oben §. 430 erwehnet worden).

Von dem Kleinern und den Kennzeichen der Zahlen, ſo aufzuheben ſind.

§. 624.

Das Kleinern der Zahlen, wovon öfters gemeldet worden, iſt fürnemlich beym Anfange oder Mittel einer Rechnung anzubringen, damit man daraus den Vortheil haben möge, die verlangte Ausrechnung mit kleinern Zahlen auszuwirken; wiewol die Brüche, um ihren Werth deutlicher fürzuſtellen, auch nach Endigung einer Rechnung, gekleinert zu werden pflegen (§. 386). Es würde demnach der durch ſolche Verkleinerung entſtehende Vortheil, theuer zu ſtehen kommen, wenn man die gemeinen Maaße (§. 252) durch welche die Zahlen aufzuheben ſind, weitläuftig und langſam allererſt ſuchen müßte. Derowegen dienen inſonderheit die folgenden Kennzeichen, um durch dieſelben ſo fort zu erkennen, ob, und worinnen die Zahlen zu verkleinern ſind.

Das Kennzeichen von 2.

§. 625. Alle gerade Zahlen, welche nämlich zur Rechten 2, 4, 6, 8 oder 0 haben, laſſen ſich in 2 ausmeſſen (§. 599). Hingegen können alle ungerade Zahlen weder in 2, noch ſonſt in eine gerade Zahl aufgehen; und muß der Reſt bey 2 allezeit 1 ſeyn (§. 600 und 601).

Z. E. 3798 gehen in 2 auf, weil zur Rechten eine gera-
2)——— de Ziffer 8 stehet.
1899

Hingegen 4789 lassen in 2 dividiret 1 übrig, weil zur
2)——— Rechten eine ungerade Ziffer 9 stehet.
2394 Rest 1. Und kann dieselbe auch in keine andere gerade Zahl aufgehen.

Das Kennzeichen von 3.

§. 626. Alle Zahlen, deren Summe, so man die Ziffern unangesehen ihrer Stellen zusammen zählet, in 3 theilbar, müssen auch in 3 aufgehen. Wiederum, wenn solche Summe in 3 nicht theilbar, sondern 1 oder 2 zum Rest lässet, so muß die ganze Zahl in 3 dividiret eben so viel zum Rest haben (§. 612). Demnach darf man die gedachte Summe ebenfalls auf solche Weise, nämlich nur durch schlechtes zusammen zählen ihrer Ziffern, untersuchen, ob dieselben in 3 theilbar, und solchergestalt ferner continuiren, bis endlich die Summe nur eine einzelne Ziffer wird.

Z. E. 2370195 gehen in 3 auf. Denn die Summe der
3)——— Ziffern ist 27; und dieser Ziffern Sum-
790065 me ist ferner 9, so in 3 theilbar: Dero wegen muß jene Summe 27, und folglich auch die ganze Zahl in 3 aufgehen.

Item 9897896571 gehen in 3 auf. Denn die Summe
3)——— der Ziffern ist 69; ferner dieser Zif-
3299298857 fern Summe 15; und endlich die Summe von 15, 6, so in 3 theilbar: Demnach muß jene Summe 15, folgends auch die erste Summe 69, und endlich auch die ganze Zahl, in 3 aufgehen.

Item 24879567 gehen in 3 auf. Denn die Summe der
3)——— Ziffern ist 48; diese Ziffern thun ferner
8293189 12, und diese endlich 3, so in 3 theilbar:
Dahero

Dahero müssen die 12, folgends auch die 48, und endlich auch die ganze Zahl in 3 aufgehen.

Hingegen 1780597 — lassen in 3 dividiret 1 übrig.
3)——— Denn die Summe der Ziffern
593532 Rest 1. ist 37; diese Ziffern thun 10, und diese ferner 1, so in 3 dividiret, 1 übrig lässet (§. 231): Derowegen müssen die 10, folgends auch die 37, und endlich die ganze Zahl 1 übrig lassen.

Item 3728561 — lassen in 3 dividiret 2 übrig.
3)——— Denn die Summe der Ziffern
1242853 Rest 2. ist 32; diese machen ferner 5, so in 3 getheilet 2 übrig lassen: Demnach müssen die 32, und folglich auch die ganze Zahl 2 übrig lassen.

Das Kennzeichen von 4.

§. 627. Alle Zahlen, deren 2 Ziffern zur Rechten in 4 theilbar, müssen in 4 aufgehen (§. 605). So aber solche 2 Ziffern einen Rest lassen, so muß die ganze Zahl in 4 dividiret, untheilbar seyn, und eben denselben Rest haben (§. 606).

Z. E. 38976 — geben in 4 auf. Denn die zur Rechten ste-
4)——— henden 76 sind in 4 theilbar.
9744

Hingegen 784953 — lassen in 4 dividiret 1 übrig.
4)——— Denn die 53 lassen in 4 di-
196238 Rest 1. vidiret, gleichfalls 1.

Item 98734 — lassen 2 übrig. Denn 34 in 4
4)——— dividiret, bleiben 2.
24683 Rest 2.

Item 897347 — lassen 3 übrig. Denn 47 in 4
4)——— dividiret, bleiben 3.
224336 Rest 3.

Das Kennzeichen von 5.

§. 628. Alle Zahlen, welche zur Rechten eine 5 oder 0 haben, müssen in 5 aufgehen (§. 602. I.). So aber zur Rechten 1. 2. 3. 4, oder 6. 7. 8. 9 (das ist 5 + 1, 5 + 2, 5 + 3, 5 + 4) stehet, so muß die ganze Zahl in 5 dividiret, untheilbar seyn, und ebenfalls, 1. 2. 3 oder 4 übrig lassen (ibid. II).

Z. E. Die Zahl 23895, oder 67830, gehet in 5 auf.

Hingegen muß die Zahl 39741 oder 82396 — 1
die Zahl 73892 oder 46987 — 2
die Zahl 12983 oder 72368 — 3
und die Zahl 96724 oder 36579 — 4 übrig lassen.

Welche Exempel ihr durch die wirkliche Division (wie bey den vorigen Exempeln §. 624. 626. und 627 geschehen) untersuchen, und also, wie gemeldet, befinden könnet.

Das Kennzeichen von 6.

§. 629. Alle gerade Zahlen (das ist, wie §. 599 gelehret, die zur Rechten 2, 4, 6, 8, oder 0 stehen haben) deren einzelne Ziffer, welche durch das continuirliche Zusammenzählen der Ziffern (auf die Weise, wie im §. 626 angewiesen) entstehet, 3, 6 oder 9 ist, müssen in 6 aufgehen. Denn solchergestalt gehen sie so wohl in 2 (§. 625), als auch in 3 (§. 626) auf; folgends müssen sie auch in 6 aufgehen (§. 588). Hingegen müssen alle Zahlen, welche so wohl in 2, als in 3 dividiret 1 übrig lassen, in 6 ebenfalls 1;

welche aber in 2 aufgehen, und in 3, 2 übrig lassen, in 6, 2;
welche in 2, 1 übrig lassen, und in 3 aufgehen, in 6, 3;
welche in 2 aufgehen, und in 3, 1 übrig lassen, in 6, 4;
und endlich, welche in 2, 1, aber in 3, 2 übrig lassen, in 6, 5 zum Rest haben (§. 595).

Z. E.

Z. E. Die Zahlen 29784, 47832, oder 167958 gehen in 6 auf. Denn zur Rechten stehet eine gerade Ziffer, und ihre einzelne Ziffern, wenn sie, nämlich jede Zahl besonders, wie gemeldet, zusammen gezählet werden, sind 3, 6 oder 9.

Hingegen muß die Zahl 415837 — 1
die Zahl 213974 — 2
die Zahl 797865 — 3
die Zahl 543256 — 4
und die Zahl 142679 — 5 übrig lassen,

welche Exempel ihr ebenfalls, wie vorhin erwähnet, untersuchen könnet.

Das Kennzeichen von 7.

§. 630. Wenn ihr alle Einzige, Zehener und Hunderte der ungeraden, wie auch ins besondere der geraden Classen (§. 573), ohnangesehen ihrer Stellen zusammen zählet, die letzteren Summen ordentlich von den erstern abziehet, und nichts übrig bleibet; oder, wo noch etwas übrig bleibet, solche Reste mit 1, 3, 2, zur Rechten anfangend, ordentlich multipliciret, und die Summe solcher Producte in 7 theilbar, so muß selbige ganze Zahl in 7 aufgehen. So aber diese Summe der Producte einen Rest lässet, so muß auch die ganze Zahl in 7 dividiret, eben denselben Rest haben. Wie solches oben §. 622 mit Exempeln erkläret worden, woselbst ihr es nachsehen könnet.

§. 631. Ich gestehe zwar gerne, daß dieses Kennzeichen von 7 etwas zu langsam sey, und daß man wohl durch die ordinäre Division in 7 es eben so geschwinde oder wohl noch geschwinder, als durch das erwehnte Kennzeichen untersuchen könne; behaupte aber auch, daß dieses Kennzeichen jedennoch viel kürzer, als alle andere, so viel meines Wissens von andern Autoribus in ihren Schriften gegeben worden; wie solches ein jeder selbst untersuchen, und in der That also befinden kann.

Das Kennzeichen von 8.

§. 632. Alle Zahlen, deren 3 Ziffern zur Rechten in 8 theilbar, müssen in 8 aufgehen. Hingegen, wenn solche 3 Ziffern einen Rest lassen, so muß die ganze Zahl in 8 dividiret, eben denselben Rest haben (§. 608).

Z. E. Die Zahl 1597384 gehet in 8 auf, weil die drey Ziffern zur Rechten, nämlich 384, in 8 aufgehen.

Hingegen muß die Zahl 67359753—1
die Zahl 53874298—2
die Zahl 35798475—3
die Zahl 29786356—4
die Zahl 17984109—5
die Zahl 48736574—6
und die Zahl 75908623—7 übrig lassen,

das ist eben so viel, als jeder Zahl ihre drey Ziffern zur Rechten in 8 dividiret, übrig lassen.

Das Kennzeichen von 9.

§. 633. Alle Zahlen, deren Summe, so man die Ziffern unangesehen ihrer Stellen, zusammen zählet, in 9 theilbar, müssen auch in 9 aufgehen (§. 610). Wiederum, wenn solche Summe in 9 untheilbar, und einen Rest lässet, so muß die ganze Zahl in 9 dividiret eben so viel zum Reste haben (§. 611). Demnach darf man die gedachte Summe eben auf solche Weise, nämlich nur durch schlechtes zusammen zählen ihrer Ziffern, untersuchen, ob dieselbe in 9 theilbar, und solchergestalt ferner continuiren, bis endlich die Summe nur eine einzelne Ziffer wird. Ist nun diese einzelne Ziffer 9, so muß die ganze Zahl in 9 aufgehen: Ist sie aber 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, oder 8, so muß eben so viel auch der Rest von der ganzen Zahl seyn, wenn sie in 9 dividiret wird.

Z. E.

Z. E. Die Zahl 87356241 gehet in 9 auf. Denn die Summe der Ziffern ist 36, und ferner die Summe dieser Ziffern 9.

Hingegen muß die Zahl 6823576—1
die Zahl 5238794—2
die Zahl 1985475—3
die Zahl 8397868—4
die Zahl 2803703—5
die Zahl 4074351—6
die Zahl 3571846—7
und die Zahl 9230462—8 übrig lassen, das ist eben so viel, als bey jeder Zahl die durch das gemeldete zusammen zählen kommende einzelne Ziffer ist.

Das Kennzeichen von 10, 100 und 1000 ꝛc.

§. 634. Alle Zahlen, welche zur Rechten eine 0 haben, müssen in 10; welche 2 Nullen haben, in 100; und welche 3 Nullen haben, in 1000 aufgehen, u. s. w. (§. 598).

Z. E. Die Zahl 39780 gehet in 10 auf.
die Zahl 538700 — in 100 —
die Zahl 6953000 — in 1000 — u. s. w.

Das Kennzeichen von 11.

§. 635. Wenn ihr die Ziffern der ungeraden und besonders der geraden Stellen (§. 573) schlechterdings zusammen zählet, von jeder Summe, so oft als möglich 11 abwerfet, bis entweder eine 0 (das ist nichts), oder 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, oder höchstens 10 übrig bleibet, und subtrahiret das kommende aus den geraden Stellen, von dem kommenden aus den ungeraden Stellen, so könnet ihr wahrnehmen: Wenn bey solcher Subtraction nichts übrig bleibt, so muß die ganze Zahl in 11 aufgehen (§. 616. I und IV): Wenn aber etwas zum Rest bleibet, so muß die ganze Zahl in 11 dividiret ebenfalls solchen Rest haben (ibid. II und V): Endlich im Falle das kom-

kommende aus den geraden Stellen gröſſer iſt, als das kommende aus den ungeraden Stellen, oder daferne dieſes gar nur eine 0 iſt, alſo, daß die beſagte Subtraction nicht geſchehen kann, ſo leget den ungeraden allezeit 11 zu, und verrichtet alsdenn die gedachte Subtraction, ſo muß das reſtirende eben derjenige Reſt ſeyn, welchen die ganze Zahl in 11 dividiret übrig läſſet (ibid. III und V). Demnach darf man das bleibende aus den gedachten Summen, wenn ſelbige gröſſer als 10, nicht erſt durch oftmalige Hinwegwerfung der Zahl 11, wie vorhin gedacht, oder (§. 206 und 208) durch die Diviſion in 11, ſondern ebenfalls nur durch das Abziehen der geraden von den ungeraden Stellen, ſuchen.

Z. E. Die Zahl 3819064339 gehet in 11 auf. Denn die Summe der ungeraden Stellen iſt 35. Dieſe thun, wenn ihr, wie vorhin, die 3 aus der geraden Stelle von der 5 aus der ungeraden Stelle abziehet, 2. Desgleichen iſt die Summe der geraden 13, die nach ſolcher Weiſe, wenn ihr die 1 von 3 abziehet, ebenfalls 2 ausmachen. Weil nun 2 von 2 aufgehet, ſo muß die ganze Zahl in 11 aufgehen.

Item 24871965481 gehet in 11 auf. Denn die Summe der ungeraden Stellen iſt 22. Dieſe bringen, wenn ihr 2 von 2 wegnehmet 0. Desgleichen iſt die Summe der geraden Stellen 33, die nach ſolcher beſchriebenen Art, gleichfalls eine 0 ausmachen. Weil nun 0 von 0 aufgehet, ſo muß die ganze Zahl aufgehen.

Hingegen muß die Zahl 683075924 in 11 dividiret 3 übrig laſſen. Denn die Summe der ungeraden Stellen, iſt 29, das iſt nach oftgedachter Erklärung 7; die Summe der geraden Stellen aber iſt 15, das iſt 4. Weil nun 4 von 7, 3 übrig laſſen, ſo iſt auch der Reſt aus der ganzen Zahl, 3.

Item

Item die Zahl 2638075918 muß in 11 dividiret 5 übrig lassen. Denn die Summe der ungeraden Stellen ist 38, das ist 5; der geraden aber, 11, das ist 0. Weil nun 0 von 5, 5 übrig lässet, so ist auch der Rest aus der ganzen Zahl 5.

Item die Zahl 472678356 muß in 11 dividiret 7 übrig lassen. Denn die Summe der ungeraden Stellen ist 22, das ist 0; der geraden aber, 26, das ist 4. Nun kann 4 von 0 nicht subtrahiret werden, derowegen leget zu der 0 noch 11, und subtrahiret so dann die 4 von 11, bleiben 7 übrig. Woraus zu erkennen, daß der Rest aus der ganzen Zahl 7 seyn müsse.

Item die Zahl 547016392 muß in 11 dividiret, 10 übrig lassen. Denn die Summe der ungeraden Stellen ist 18, das ist 7; der geraden aber, 19, das ist 8. Nun kann 8 von 7 nicht subtrahiret werden, demnach leget zu der 7 noch 11, kommen 18, und subtrahiret so dann die 8 von 18, bleiben 10 übrig, welche andeuten, daß der Rest aus der ganzen Zahl 10 sey.

§. 596. Wenn man aus einer Zahl alle ihre Partes aliquotas (§. 251) suchet, ist man gemüßiget, auch diejenigen Maaße, welche größer, als eine einzelne Ziffer, zu suchen, und ob man es schon nicht so geschwinde erkennen kann, ob eine Zahl, absonderlich in die Primzahlen 13, 17, 19, 23 ꝛc. divisibel sey, so muß man sich gefallen lassen, es öfters weitläuftig zu suchen; wie hernach an seinem Orte gezeiget werden soll. Allein bey gegenwärtiger Absicht, da wir eigentlich auf das Kleinern der Zahlen zielen; dieses aber fürnemlich nur zum Vortheil dienet (§. 624), so können alle weitläuftigen Kennzeichen, oder die langsamen Divisiones selbst, wenn man die gegebenen Zahlen in mehr als eine einzelne Ziffer allererst weitläuftig dividiren sollte, schlechten Nutzen schaffen (ibid). Derowegen begnüget man sich, die Verkleinerung nur in die einzelne Ziffern oder höchstens in 11 (die, wie hernach gezeiget werden soll, eben so bequem, als eine einzelne Ziffer zu gebrau-

brauchen ist) anzustellen. Zumal da nicht nur deren Kennzeichen, wie vorhin gemeldet, sondern auch deren Verkleinerungen oder Divisiones selbst gar leicht und kurz sind. Zu diesem Ende hat man fürnemlich die vorhin beschriebenen Kennzeichen sich auswendig bekannt zu machen, um bey vorfallender Gelegenheit dieselben desto geschwinder merken zu können.

§. 637. Jedoch, weil es eben so leicht zu erkennen ist, ob eine Zahl in 25 oder 125 aufgehet; nicht minder die Division in diese Zahlen (wie hernach gezeiget werden soll) eben so kurz, als in eine einzelne Ziffer von statten gehet: So kann man sich auch der Verkleinerung in diese Zahlen öfters mit Nutzen bedienen. Derowegen habe nicht ermangeln wollen, auch dieser Zahlen ihre Kennzeichen zu beschreiben, als folget:

Das Kennzeichen von 25.

§. 638. Alle Zahlen, deren 2 Ziffern zur Rechten 2 Nullen, oder sonst bedeutliche Ziffern, welche jedoch in 25 theilbar sind, müssen in 25 aufgehen. Hingegen, wenn solche 2 Ziffern einen Rest lassen, so muß die ganze Zahl in 25 dividiret, eben denselben Rest haben (§. 607).

Z. E. Die Zahlen 2689700, 47938425, 630950, oder 7608975 gehen in 25 auf. Weil die 2 Ziffern zur Rechten, als 00, 25, 50, 75, in 25 aufgehen.

Hingegen muß die Zahl 7398617—17
die Zahl 8927340—15
die Zahl 6149856—6
und die Zahl 1794395—20 übrig lassen, das ist eben so viel, als jeder Zahl ihre 2 Ziffern zur Rechten in 25 dividiret, übrig lassen.

Das Kennzeichen von 125.

§. 639. Alle Zahlen, deren 3 Ziffern zur Rechten drey Nullen, oder sonst eine bedeutliche Zahl, welche jedoch in 125 theilbar, müssen in 125 aufgehen. Hingegen, wenn solche 3 Ziffern einen Rest lassen, so muß die ganze

ganze Zahl in 125 dividiret eben denselben Rest haben (§. 608).

Z. E. Die Zahlen 6897000, 2389125, 4719250, 6729375, 4586500, 9387625, 4916750, oder 84369875, gehen in 125 auf.

Hingegen muß die Zahl 9867103 — 103
die Zahl 4689225 — 100
die Zahl 7639256 — 6
die Zahl 8934390 — 15
die Zahl 7165612 — 112
die Zahl 1804675 — 50
die Zahl 8317867 — 117
und die Zahl 4938980 — 105 übrig lassen, das ist eben so viel, als jeder Zahl ihre 3 Ziffern zur Rechten in 125 dividiret, übrig lassen.

§. 640. Zwar hat man zum Kleinern, worauf die gegenwärtige Absicht eigentlich zielet (§. 636), fürnemlich nur zu merken, ob eine Zahl aufgehe, nicht aber im widrigen Falle, wieviel eben der Rest sey: Allein, weil es in anderweitigen Rechnungen nicht undienlich ist, auch die Größe des Rests selbst zu erkennen, so habe bey gegenwärtiger Gelegenheit zugleich auch hiervon die Merkmale angezeiget.

§. 641. Und habe ich dieses um so viel lieber gethan, nachdem ich in einem Rechenbuche, in welchem der Autor, seinem Vorgeben nach, sich beflissen, zur Arithmetik (wiewol er nur von den 4 Speciebus und der Regel Detri gehandelt) gründliche und vollständige Anweisung zu geben, unter andern, das er dennoch nicht demonstriret, auch die vorhin gemeldeten Kennzeichen von 2, 3, 4, 5, 6, 8 und 9, und zwar nur auf den Fall allein, ob sie eine Zahl gerade aufmessen, nicht nur ohne Beweise, sondern auch mit folgender Anmerkung, zu meiner höchsten Verwunderung gefunden.

Es ist nicht die Meynung, als könnten ganz und gar keine andere Zahlen, als die angeführten (welche nämlich die gehörigen Kennzeichen haben) durch eine der Stammzahlen (wodurch er die einzelnen bedeutlichen Ziffern verstehet) aufgehoben werden, oder, als könne eine solche Stammzahl keine andere

Z. E. Die Zahl 5, 923, 597, 092 muß in 7 theilbar seyn. Denn die Summen
der ungeraden sind 2. 4. 5.
der geraden = 5. 2. 5. Diese subtrahiret,
bleiben 4. 2. 0. Solche
mit 2. 3. 1. multipliciret,
kommen 1. 6. 0. Deren Summe ist 7, so in 7 aufgehen.

Item die Zahl 2, 308, 543, 625, 789 muß in 7 untheilbar seyn, und zum Rest 2 haben. Denn die Summen der ungeraden Classen sind 5. 5. 0.
der geraden = = 2. 2. 6. Diese subtrahiret,
bleiben 3. 3. 1. Solche
mit 2. 3. 1. multipliciret,
kommen 6, 2. 1. Deren Summe ist 9, welche in 7 dividiret, 2 übrig lassen.

§. 623. Ich könnte von dieser Materie noch vieles melden: Allein vorjetzo habe mich an den von §. 523 bisher angeführten und gründlich erklärten Betrachtungen begnüget (§. 524), als welche zu dem nachfolgenden gleichsam den Weg bereiten, und diejenigen, so die nachher beschriebenen Vortheile nach ihren wahren Gründen einsehen wollen, gar nicht entrathen können. Um derer willen aber, welche nur die practischen Aufgaben und Vortheile, ohnangesehen dererselben Gründe, zu ihrem Hauptendzwecke setzen (§. 25), so habe solche Aufgaben mit Fleiß nicht so fort den angeführten Betrachtungen, aus welchen sie herfließen, beygefüget, und viel lieber, damit man nicht weit suchen, und alles bey einander finden möge, die 4 Species und Regel Detri, so wohl in ganzen als gebrochenen und mehrerley namigen Zahlen, wie auch alles übrige, wobey ein Vortheil anzubringen ist, aufs neue durchgehen, und insbesondere vortragen, jedoch deren obgelegte Gründe allemal nur kurz dabey allegiren wollen. Diesem allen aber

aber gehen vorher die Kennzeichen der Zahlen, welche aufzuheben oder zu kleinern (§. 321), und die Ausfindung des kleinſten Generalnenners (wovon oben §. 430 erwehnet worden).

Von dem Kleinern und den Kennzeichen der Zahlen, ſo aufzuheben ſind.

§. 624.

Das Kleinern der Zahlen, wovon öfters gemeldet worden, iſt fürnemlich beym Anfange oder Mittel einer Rechnung anzubringen, damit man daraus den Vortheil haben möge, die verlangte Ausrechnung mit kleinern Zahlen auszuwirken; wiewol die Brüche, um ihren Werth deutlicher fürzuſtellen, auch nach Endigung einer Rechnung, gekleinert zu werden pflegen (§. 386). Es würde demnach der durch ſolche Verkleinerung entſtehende Vortheil, theuer zu ſtehen kommen, wenn man die gemeinen Maaße (§. 252) durch welche die Zahlen aufzuheben ſind, weitläuftig und langſam allererſt ſuchen müßte. Derowegen dienen inſonderheit die folgenden Kennzeichen, um durch dieſelben ſo fort zu erkennen, ob, und worinnen die Zahlen zu verkleinern ſind.

Das Kennzeichen von 2.

§. 625. Alle gerade Zahlen, welche nämlich zur Rechten 2, 4, 6, 8 oder 0 haben, laſſen ſich in 2 ausmeſſen (§. 599). Hingegen können alle ungerade Zahlen weder in 2, noch ſonſt in eine gerade Zahl aufgehen; und muß der Reſt bey 2 allezeit 1 ſeyn (§. 600 und 601).

Z. E. 3798 gehen in 2 auf, weil zur Rechten eine gera-
2)——— de Ziffer 8 stehet.
1899

Hingegen 4789 lassen in 2 dividiret 1 übrig, weil zur
2)——— Rechten eine ungerade Ziffer 9 stehet.
2394 Rest 1. Und kann dieselbe auch in keine an-
dere gerade Zahl aufgehen.

Das Kennzeichen von 3.

§. 626. Alle Zahlen, deren Summe, so man die Ziffern unangesehen ihrer Stellen zusammen zählet, in 3 theilbar, müssen auch in 3 aufgehen. Wiederum, wenn solche Summe in 3 nicht theilbar, sondern 1 oder 2 zum Rest lässet, so muß die ganze Zahl in 3 dividiret eben so viel zum Rest haben (§. 612). Demnach darf man die gedachte Summe ebenfalls auf solche Weise, nämlich nur durch schlechtes zusammen zählen ihrer Ziffern, untersuchen, ob dieselben in 3 theilbar, und solchergestalt ferner continuiren, bis endlich die Summe nur eine einzelne Ziffer wird.

Z. E. 2370195 gehen in 3 auf. Denn die Summe der
3)——— Ziffern ist 27; und dieser Ziffern Sum-
790065 me ist ferner 9, so in 3 theilbar: Dero wegen muß jene Summe 27, und folglich auch die ganze Zahl in 3 aufgehen.

Item 9897896571 gehen in 3 auf. Denn die Summe
3)——— der Ziffern ist 69; ferner dieser Zif-
3299298857 fern Summe 15; und endlich die Summe von 15, 6, so in 3 theilbar: Demnach muß jene Summe 15, folgends auch die erste Summe 69, und endlich auch die ganze Zahl, in 3 aufgehen.

Item 24879567 gehen in 3 auf. Denn die Summe der
3)——— Ziffern ist 48; diese Ziffern thun ferner
8293189 12, und diese endlich 3, so in 3 theilbar:
Dahero

Dahero müssen die 12, folgends auch die 48, und endlich auch die ganze Zahl in 3 aufgehen.

Hingegen 1780597 — lassen in 3 dividiret 1 übrig.
3)——— Denn die Summe der Ziffern
593532 Rest 1. ist 37; diese Ziffern thun 10, und diese ferner 1, so in 3 dividiret, 1 übrig lässet (§. 231): Derowegen müssen die 10, folgends auch die 37, und endlich die ganze Zahl 1 übrig lassen.

Item 3728561 — lassen in 3 dividiret 2 übrig.
3)——— Denn die Summe der Ziffern
1242853 Rest 2. ist 32; diese machen ferner 5, so in 3 getheilet 2 übrig lassen: Demnach müssen die 32, und folglich auch die ganze Zahl 2 übrig lassen.

Das Kennzeichen von 4.

§. 627. Alle Zahlen, deren 2 Ziffern zur Rechten in 4 theilbar, müssen in 4 aufgehen (§. 605). So aber solche 2 Ziffern einen Rest lassen, so muß die ganze Zahl in 4 dividiret, untheilbar seyn, und eben denselben Rest haben (§. 606).

Z. E. 38976 — gehen in 4 auf. Denn die zur Rechten ste-
4)——— henden 76 sind in 4 theilbar.
9744

Hingegen 784953 — lassen in 4 dividiret 1 übrig.
4)——— Denn die 53 lassen in 4 di-
196238 Rest 1. vidiret, gleichfalls 1.

Item 98734 — lassen 2 übrig. Denn 34 in 4
4)——— dividiret, bleiben 2.
24683 Rest 2.

Item 897347 — lassen 3 übrig. Denn 47 in 4
4)——— dividiret, bleiben 3.
224336 Rest 3.

Das Kennzeichen von 5.

§. 628. Alle Zahlen, welche zur Rechten eine 5 oder 0 haben, müssen in 5 aufgehen (§. 602. I.). So aber zur Rechten 1. 2. 3. 4, oder 6. 7. 8. 9 (das ist 5 + 1, 5 + 2, 5 + 3, 5 + 4) stehet, so muß die ganze Zahl in 5 dividiret, untheilbar seyn, und ebenfalls, 1. 2. 3 oder 4 übrig lassen (ibid. II).

Z. E. Die Zahl 23895, oder 67830, gehet in 5 auf.

Hingegen muß die Zahl 39741 oder 82396 — 1
die Zahl 73892 oder 46987 — 2
die Zahl 12983 oder 72368 — 3
und die Zahl 96724 oder 36579 — 4 übrig lassen.

Welche Exempel ihr durch die wirkliche Division (wie bey den vorigen Exempeln §. 625, 626, und 627 geschehen) untersuchen, und also, wie gemeldet, befinden könnet.

Das Kennzeichen von 6.

§. 629. Alle gerade Zahlen (das ist, wie §. 599 gelehret, die zur Rechten 2, 4, 6, 8, oder 0 stehen haben) deren einzelne Ziffer, welche durch das continuirliche Zusammenzählen der Ziffern (auf die Weise, wie im §. 626 angewiesen) entstehet, 3, 6 oder 9 ist, müssen in 6 aufgehen. Denn solchergestalt gehen sie so wohl in 2 (§. 625), als auch in 3 (§. 626) auf; folgends müssen sie auch in 6 aufgehen (§. 588). Hingegen müssen alle Zahlen, welche so wohl in 2, als in 3 dividiret 1 übrig lassen, in 6 ebenfalls 1;

welche aber in 2 aufgehen, und in 3, 2 übrig lassen, in 6, 2; welche in 2, 1 übrig lassen, und in 3 aufgehen, in 6, 3; welche in 2 aufgehen, und in 3, 1 übrig lassen, in 6, 4; und endlich, welche in 2, 1, aber in 3, 2 übrig lassen, in 6, 5 zum Rest haben (§. 595).

Z. E.

Z. E. Die Zahlen 29784, 47832, oder 167958 gehen in 6 auf. Denn zur Rechten stehet eine gerade Ziffer, und ihre einzelne Ziffern, wenn sie, nämlich jede Zahl besonders, wie gemeldet, zusammen gezählet werden, sind 3, 6 oder 9.

Hingegen muß die Zahl 415837—1
die Zahl 213974—2
die Zahl 797865—3
die Zahl 543256—4
und die Zahl 142679—5 übrig lassen,

welche Exempel ihr ebenfalls, wie vorhin erwähnet, untersuchen könnet.

Das Kennzeichen von 7.

§. 630. Wenn ihr alle Einzige, Zehener und Hunderte der ungeraden, wie auch ins besondere der geraden Classen (§. 573), ohnangesehen ihrer Stellen zusammen zählet, die letzteren Summen ordentlich von den erstern abziehet, und nichts übrig bleibet; oder, wo noch etwas übrig bleibet, solche Reste mit 1, 3, 2, zur Rechten anfangend, ordentlich multipliciret, und die Summe solcher Producte in 7 theilbar, so muß selbige ganze Zahl in 7 aufgehen. So aber diese Summe der Producte einen Rest lässet, so muß auch die ganze Zahl in 7 dividiret, eben denselben Rest haben. Wie solches oben §. 622 mit Exempeln erkläret worden, woselbst ihr es nachsehen könnet.

§. 631. Ich gestehe zwar gerne, daß dieses Kennzeichen von 7 etwas zu langsam sey, und daß man wohl durch die ordinäre Division in 7 es eben so geschwinde oder wohl noch geschwinder, als durch das erwehnte Kennzeichen untersuchen könne; behaupte aber auch, daß dieses Kennzeichen jedennoch viel kürzer, als alle andere, so viel meines Wissens von andern Autoribus in ihren Schriften gegeben worden; wie solches ein jeder selbst untersuchen, und in der That also befinden kann.

Das Kennzeichen von 8.

§. 632. Alle Zahlen, deren 3 Ziffern zur Rechten in 8 theilbar, müssen in 8 aufgehen. Hingegen, wenn solche 3 Ziffern einen Rest lassen, so muß die ganze Zahl in 8 dividiret, eben denselben Rest haben (§. 608).

Z. E. Die Zahl 1597384 gehet in 8 auf, weil die drey Ziffern zur Rechten, nämlich 384, in 8 aufgehen.

Hingegen muß die Zahl 67359753—1
die Zahl 53874298—2
die Zahl 35798475—3
die Zahl 29786356—4
die Zahl 17984109—5
die Zahl 48736574—6
und die Zahl 75908623—7 übrig lassen,

das ist eben so viel, als jeder Zahl ihre drey Ziffern zur Rechten in 8 dividiret, übrig lassen.

Das Kennzeichen von 9.

§. 633. Alle Zahlen, deren Summe, so man die Ziffern unangesehen ihrer Stellen, zusammen zählet, in 9 theilbar, müssen auch in 9 aufgehen (§. 610). Wiederum, wenn solche Summe in 9 untheilbar, und einen Rest lässet, so muß die ganze Zahl in 9 dividiret eben so viel zum Reste haben (§. 611). Demnach darf man die gedachte Summe eben auf solche Weise, nämlich nur durch schlechtes zusammen zählen ihrer Ziffern, untersuchen, ob dieselbe in 9 theilbar, und solchergestalt ferner continuiren, bis endlich die Summe nur eine einzelne Ziffer wird. Ist nun diese einzelne Ziffer 9, so muß die ganze Zahl in 9 aufgehen: Ist sie aber 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, oder 8, so muß eben so viel auch der Rest von der ganzen Zahl seyn, wenn sie in 9 dividiret wird.

Z. E.

Z. E. Die Zahl 87356241 gehet in 9 auf. Denn die Summe der Ziffern iſt 36, und ferner die Summe dieſer Ziffern 9.

Hingegen muß die Zahl 6823576—1
die Zahl 5238794—2
die Zahl 1985475—3
die Zahl 8397868—4
die Zahl 2803703—5
die Zahl 4074351—6
die Zahl 3571846—7
und die Zahl 9230462—8 übrig laſſen, das iſt eben ſo viel, als bey jeder Zahl die durch das gemeldete zuſammen zählen kommende einzelne Ziffer iſt.

Das Kennzeichen von 10, 100 und 1000 ꝛc.

§. 634. Alle Zahlen, welche zur Rechten eine 0 haben, müſſen in 10; welche 2 Nullen haben, in 100; und welche 3 Nullen haben, in 1000 aufgehen, u. ſ. w. (§. 598).

Z. E. Die Zahl 39780 gehet in 10 auf.
die Zahl 538700 — in 100 —
die Zahl 6953000 — in 1000 — u. ſ. w.

Das Kennzeichen von 11.

§. 635. Wenn ihr die Ziffern der ungeraden und beſonders der geraden Stellen (§. 573) ſchlechterdings zuſammen zählet, von jeder Summe, ſo oft als möglich 11 abwerfet, bis entweder eine 0 (das iſt nichts), oder 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, oder höchſtens 10 übrig bleibet, und ſubtrahiret das kommende aus den geraden Stellen, von dem kommenden aus den ungeraden Stellen, ſo könnet ihr wahrnehmen: Wenn bey ſolcher Subtraction nichts übrig bleibt, ſo muß die ganze Zahl in 11 aufgehen (§. 616. I und IV): Wenn aber etwas zum Reſt bleibet, ſo muß die ganze Zahl in 11 dividiret ebenfalls ſolchen Reſt haben (ibid. II und V): Endlich im Falle das kom-

kommende aus den geraden Stellen größer iſt, als das kommende aus den ungeraden Stellen, oder daferne dieſes gar nur eine 0 iſt, alſo, daß die beſagte Subtraction nicht geſchehen kann, ſo leget den ungeraden allezeit 11 zu, und verrichtet alsdenn die gedachte Subtraction, ſo muß das reſtirende eben derjenige Reſt ſeyn, welchen die ganze Zahl in 11 dividiret übrig läſſet (ibid. III und V). Demnach darf man das bleibende aus den gedachten Summen, wenn ſelbige größer als 10, nicht erſt durch oftmalige Hinwegwerfung der Zahl 11, wie vorhin gedacht, oder (§. 206 und 208) durch die Diviſion in 11, ſondern ebenfalls nur durch das Abziehen der geraden von den ungeraden Stellen, ſuchen.

Z. E. Die Zahl 3819064359 gehet in 11 auf. Denn die Summe der ungeraden Stellen iſt 35. Dieſe thun, wenn ihr, wie vorhin, die 9 aus der geraden Stelle von der 5 aus der ungeraden Stelle abziehet, 2. Desgleichen iſt die Summe der geraden 13, die nach ſolcher Weiſe, wenn ihr die 1 von 3 abziehet, ebenfalls 2 ausmachen. Weil nun 2 von 2 aufgehet, ſo muß die ganze Zahl in 11 aufgehen.

Item 24871965481 gehet in 11 auf. Denn die Summe der ungeraden Stellen iſt 22. Dieſe bringen, wenn ihr 2 von 2 wegnehmet 0. Desgleichen iſt die Summe der geraden Stellen 33, die nach ſolcher beſchriebenen Art, gleichfalls eine 0 ausmachen. Weil nun 0 von 0 aufgehet, ſo muß die ganze Zahl aufgehen.

Hingegen muß die Zahl 68307924 in 11 dividiret 3 übrig laſſen. Denn die Summe der ungeraden Stellen, iſt 29, das iſt nach oftgedachter Erklärung 7; die Summe der geraden Stellen aber iſt 15, das iſt 4. Weil nun 4 von 7, 3 übrig laſſen, ſo iſt auch der Reſt aus der ganzen Zahl, 3.

Item

Item die Zahl 263807591⁸ muß in 11 dividiret 5 übrig laſſen. Denn die Summe der ungeraden Stellen iſt 38, das iſt 5; der geraden aber, 11, das iſt 0. Weil nun 0 von 5, 5 übrig läſſet, ſo iſt auch der Reſt aus der ganzen Zahl 5.

Item die Zahl 472678356 muß in 11 dividiret 7 übrig laſſen. Denn die Summe der ungeraden Stellen iſt 22, das iſt 0; der geraden aber, 26, das iſt 4. Nun kann 4 von 0 nicht ſubtrahiret werden, derowegen leget zu der 0 noch 11, und ſubtrahiret ſo dann die 4 von 11, bleiben 7 übrig. Woraus zu erkennen, daß der Reſt aus der ganzen Zahl 7 ſeyn müſſe.

Item die Zahl 5470163⁹2 muß in 11 dividiret, 10 übrig laſſen. Denn die Summe der ungeraden Stellen iſt 18, das iſt 7; der geraden aber, 19, das iſt 8. Nun kann 8 von 7 nicht ſubtrahiret werden, demnach leget zu der 7 noch 11, kommen 18, und ſubtrahiret ſo dann die 8 von 18, bleiben 10 übrig, welche andeuten, daß der Reſt aus der ganzen Zahl 10 ſey.

§. 596. Wenn man aus einer Zahl alle ihre Partes aliquotas (§. 251) ſuchet, iſt man gemüßiget, auch diejenigen Maaße, welche größer, als eine einzelne Ziffer, zu ſuchen, und ob man es ſchon nicht ſo geſchwinde erkennen kann, ob eine Zahl, abſonderlich in die Primzahlen 13, 17, 19, 23 ꝛc. divisibel ſey, ſo muß man ſich gefallen laſſen, es öfters weitläuftig zu ſuchen; wie hernach an ſeinem Orte gezeiget werden ſoll. Allein bey gegenwärtiger Abſicht, da wir eigentlich auf das Kleinern der Zahlen zielen; dieſes aber fürnemlich nur zum Vortheil dienet (§. 624), ſo können alle weitläuftigen Kennzeichen, oder die langſamen Diviſiones ſelbſt, wenn man die gegebenen Zahlen in mehr als eine einzelne Ziffer allererſt weitläuftig dividiren ſollte, ſchlechten Nutzen ſchaffen (ibid). Derowegen begnüget man ſich, die Verkleinerung nur in die einzelne Ziffern oder höchſtens in 11 (die, wie hernach gezeiget werden ſoll, eben ſo bequem, als eine einzelne Ziffer zu gebrau-

brauchen iſt) anzuſtellen. Zumal da nicht nur deren Kennzeichen, wie vorhin gemeldet, ſondern auch deren Verkleinerungen oder Diviſiones ſelbſt gar leicht und kurz ſind. Zu dieſem Ende hat man fürnemlich die vorhin beſchriebenen Kennzeichen ſich auswendig bekannt zu machen, um bey vorfallender Gelegenheit dieſelben deſto geſchwinder merken zu können.

§. 637. Jedoch, weil es eben ſo leicht zu erkennen iſt, ob eine Zahl in 25 oder 125 aufgehet; nicht minder die Diviſion in dieſe Zahlen (wie hernach gezeiget werden ſoll) eben ſo kurz, als in eine einzelne Ziffer von ſtatten gehet: So kann man ſich auch der Verkleinerung in dieſe Zahlen öfters mit Nutzen bedienen. Derowegen habe nicht ermangeln wollen, auch dieſer Zahlen ihre Kennzeichen zu beſchreiben, als folget:

Das Kennzeichen von 25.

§. 638. **Alle Zahlen, deren 2 Ziffern zur Rechten 2 Nullen, oder ſonſt bedeutliche Ziffern, welche jedoch in 25 theilbar ſind, müſſen in 25 aufgehen. Hingegen, wenn ſolche 2 Ziffern einen Reſt laſſen, ſo muß die ganze Zahl in 25 dividiret, eben denſelben Reſt haben (§. 607).**

Z. E. Die Zahlen 2689700, 47938425, 630950, oder 7608975 gehen in 25 auf. Weil die 2 Ziffern zur Rechten, als 00, 25, 50, 75, in 25 aufgehen.

Hingegen muß die Zahl 7398617—17
die Zahl 8927340—15
die Zahl 6149856—6
und die Zahl 1794395—20 übrig laſſen, das iſt eben ſo viel, als jeder Zahl ihre 2 Ziffern zur Rechten in 25 dividiret, übrig laſſen.

Das Kennzeichen von 125.

§. 639. **Alle Zahlen, deren 3 Ziffern zur Rechten drey Nullen, oder ſonſt eine bedeutliche Zahl, welche jedoch in 125 theilbar, müſſen in 125 aufgehen. Hingegen, wenn ſolche 3 Ziffern einen Reſt laſſen, ſo muß die**

ganze

Zahl in 125 dividiret eben denselben Rest haben).

Die Zahlen 6897000, 2389125, 4719250, 6729375, o, 9387625, 4916750, oder 84369875, gehen in

gen muß die Zahl 9867103 — 103
die Zahl 4689225 — 100
die Zahl 7639256 — 6
die Zahl 8934390 — 15
die Zahl 7165612 — 112
die Zahl 1804675 — 50
die Zahl 8317867 — 117
und die Zahl 4938980 — 105 übrig lassen, das so viel, als jeder Zahl ihre 3 Ziffern zur Rechten in 125 , übrig lassen.

.o. Zwar hat man zum Kleinern, worauf die gegenwärsicht eigentlich zielet (§. 636), fürnemlich nur zu merken, Zahl aufgehe, nicht aber im widrigen Falle, wieviel eben sey: Allein, weil es in anderweitigen Rechnungen nicht ich ist, auch die Größe des Rests selbst zu erkennen, so y gegenwärtiger Gelegenheit zugleich auch hiervon die ale angezeiget.

.1. Und habe ich dieses um so viel lieber gethan, nachin einem Rechenbuche, in welchem der Autor, seinem en nach, sich beflissen, zur Arithmetik (wiewol er nur 1 4 Speciebus und der Regel Detri gehandelt) gründliche llständige Anweisung zu geben, unter andern, das er denlicht demonstriret, auch die vorhin gemeldeten Kennzein 2, 3, 4, 5, 6, 8 und 9, und zwar nur auf den Fall als sie eine Zahl gerade ausmessen, nicht nur ohne Beweise, auch mit folgender Anmerkung, zu meiner höchsten nderung gefunden.

ist nicht die Meynung, als könnten ganz und gar keine e Zahlen, als die angeführten (welche nämlich die gehö- Kennzeichen haben) durch eine der Stammzahlen (wo- r die einzelnen bedeutlichen Ziffern verstehet) aufgehoben n, oder, als könne eine solche Stammzahl keine andere

dere aufheben: Sondern, daß man es in andern Fällen nicht so gewiß vorher sehen könne, sondern erst tentiren müsse, mit welcher sichs thun lasse.

Nun kann man in gegenwärtiger meiner Beschreibung der Kennzeichen, wenn man sich nur die Mühe nehmen will, die von mir dabey allegirten Paragraphos nachzuschlagen, und mit Bedacht zu lesen, nicht allein die Gründe des Falles, wenn die Zahlen aufgehen, sondern auch des Gegentheils, wenn sie nicht aufgehen, und so gar auch der Größen der Reste offenbar sehen, und dahero wahrnehmen, daß unmöglich andere Zahlen, welche nicht die gehörigen Kennzeichen haben, durch eine einzelne Ziffer aufgehoben werden können, folglich auch, daß vermittelst der gegebenen Kennzeichen allemal ganz gewiß und ohne tentiren vorher zu sehen sey, mit welcher einzelnen Ziffer sichs thun, oder auch im Gegentheile nicht thun lasse. Also hat sich auch dieser sonst geschickte Autor darinnen übereilet, wenn er zu dem Kennzeichen von 6 absolut erfordert, daß die Zahl, wenn ihre Ziffern schlechterdings zusammen gezählet, und in 9 abgetheilet werden, 6 übrig lassen solle; da doch aus dem vorigen §. 629 zu ersehen, daß solcher Rest auch wohl 3 oder 0 seyn möge. Nicht minder dürfte auch dieses aus Uebereilung geschrieben seyn, wenn er bey der Zahl 7 meldet, daß bey ihr keine gewisse Regel gegeben werden könne, ohne was man aus dem Einmal Eins vorher wissen kann, und wo lauter 7 sind, z. E. 777; da doch die Zahl 7, wie vorhin (§. 630) zu ersehen, eben so wol ihr gewisses Kennzeichen hat, als die andern einzelnen Ziffern, und obgleich dasselbe etwas langsamer ist, als die Kennzeichen der andern (§. 631), so bleibet doch ihre Regel darum eben so gewiß, als die Regeln der andern.

Die 62. Aufgabe.

§. 642. Zwey oder auch mehrere Zahlen nach den angezeigten Kennzeichen zu kleinern oder aufzuheben.

I. Betrachtet mit Hülfe der vorhin angewiesenen Kennzeichen, in was vor eine Zahl die zu kleinern begehrte

iden Zahlen gerade aufgehen, und zwar merket erst- if die Kennzeichen der gröſten Divisorum (§. und alsdenn nach der Folge auch auf die Kennzei- er kleineren, jedoch weil die Kennzeichen von 11 bey groſſen Zahlen nicht so geschwinde, als die an- n die Augen fallen, so könnet ihr solche bis aufs assen.

Wenn ihr nun findet, daß beyde, oder, wo mehr daß alle zu kleinern begehrenden Zahlen, in eine aufgehen können, so ist solche gefundene Zahl das ne Maaß (§. 252). Demnach kleinert oder divi- sie in solches Maaß (§. 321), und continuiret solches ern an den kommenden Zahlen so lange, bis nichts zu kleinern ist.

E. N°. 1. Die Zahlen 608107500 und 150000 gegen einander zu kleinern, oder, welches ey den Bruch $\frac{608107500}{150000}$ aufzuheben (§. 384). ses stehet also: 608107500 177754598

25)		
	243243	711018
9)		
	27027	79002
9)		
	3003	8778
3)		
	1001	2926
11)		
	91	266
7)		
	13	38

er, wenn die gegebenen Zahlen einen Bruch bedeu- pflegt man es folgendergestalt zu setzen (§. 385).

1000	25	9	9	3	11	7
6081075000	243243	27027	3003	1001	91	13
1777545000	711018	79002	8778	2926	266	38

Nämlich, weil ihr bey diesen Zahlen gar bald (aus §. 634) sehen könnet, daß beyde in 1000 aufgehen, so kleinert sie beyde in 1000, das ist, streichet beyderseits 3 Nullen zur Rechten hinweg (§. 235).

Ferner zeigen die zur Rechten stehenden 75 und 50 (§. 638), daß beyde in 25 aufgehen. Derowegen kleinert sie in 25, nach der Art, wie unten gezeiget werden soll, nämlich multipliciret beyde Zahlen mit 4, und lasset die kommenden 00 zur Rechten hinweg.

Weil nun die kommende Zahl 243243 zur Rechten eine ungerade Ziffer hat, so darf man auf keinen geraden Divisorem, als auf 8, 6 oder 4 vergeblich mehr denken (§. 625). Dannenhero zählet die Ziffern von jeder Zahl besonders zusammen, und weil beyderseits in den endlichen Summen 9 kommen, so kleinert sie in 9 (§. 633).

Wenn nun die kommenden Zahlen abermals zusammen gezählet werden, so findet ihr, daß wiederum wie vorhin beyderseits 9 kommen. Demnach kleinert sie noch einmal in 9.

Hierauf zählet die kommenden Zahlen abermal zusammen, so kommen 6, und 3. Derowegen kleinert sie beyde in 3 (§. 626).

Die hieraus entstehenden Zahlen zählet wiederum zusammen. Und da ihr auch nur aus der ersten Zahl alleine bald sehet, daß 2 kommen, so könnet ihr auch vergewissert seyn, daß sie beyde nicht mehr in 3 gekleinert werden können. Demnach untersuchet das Kennzeichen

11. (§. 634), so findet ihr, daß beyde in 11 aufgehen
en, folgends kleinert sie in 11.
Weil ihr nun vermittelst dieses Kennzeichens bald
nehmet, daß die kommenden Zahlen nicht mehr in
ufgehen können, so untersuchet endlich das Kennzei-
von 7 (§. 639), und zwar, wenn jemanden dieses
nzeichen zu weitläuftig scheinet, der kann es gar bald,
derheit weil die Zahlen nicht so groß mehr sind, in
Gedanken durch eine wirkliche Division untersuchen,
ieselbe in 7 aufgehen; zumal da man in den Gedan-
nicht auf den eigentlichen Quotienten, sondern nur
das Aufgehen zu regardiren hat, (wiewol derjenige,
her im Rechnen sonst nicht wohl geübet und hurtig
es ebenfalls bey den Zahlen 91 und 266 kann bewen-
lassen), so werdet ihr wahrnehmen, daß beyde in 7
gehen. Solchemnach kleinert sie in 7, kommt end-
13 und 38, welche Zahlen in nichts mehr gegeneinan-
aufzuheben sind.

Ex. 2. Die 4 Zahlen 9600, 6000, 4800 und 3600
einander zu kleinern. Dieses kann man wie folget
n:

100	6	2
96ØØ	16	8
60ØØ	10	5
48ØØ	8	4
36ØØ	6	3

Nämlich streichet erstlich von jeder Zahl die 2 Nullen
Rechten hinweg, so werden sie alle in 100 gekleinert.
Ferner, weil man aus dem gegebenen Kennzeichen H.
) erkennet, daß die Zahlen 96, 60, 48 und 36 in 6
gehen, so kleinert sie in 6.
Endlich kleinert die kommenden Zahlen, weil sie ge-

rade sind in 2 (§. 625), so hat man diese 4 Zahlen 8, 5, 4 und 3, welche ferner kein gemeines Maaß haben, und also die kleinsten in ihrer Verhältniß heißen (§. 322).

§. 643. Wenn man bey dieser Manier zu kleinern (§. 642) wissen will, in wie viel die gegebenen Zahlen überhaupt gekleinert worden; so darf man nur alle gemeine Maaße, in welche man nach und nach gekleinert, in einander multiplicieren, so ist das Product, dasjenige gemeine Maaß, welches verlanget wird. Denn wenn man solche Zahlen auf einmal in das gedachte Product dividiret, müssen eben diejenigen Quotienten kommen, welche durch die wiederholte Divisiones endlich gekommen (§. 236 und 237). Als im vorigen Exempel (§. 642. N° 1) sind die Zahlen 608107500 0 und 17775450000 überhaupt in 467775000 gekleinert worden, indem die Divisores 1000, 25, 9, 9, 3, 11 und 7 in einander multipliciret, geben die erwehnte Zahl 467775000. Und weil endlich 13 und 38 gekommen, welche primi inter se sind, so ist auch solche Zahl 467775000 das größte gemeine Maaß von den Zahlen 608107500 0 und 17775450000 (§. 551). Auf gleiche Weise ist in dem angeführten Exempel (§. 642. N°. 2) das größte gemeine Maaß von den Zahlen 96000, 6000, 4800, und 3600, die Zahl 1200. Denn das Product von 10 mal 6 mal 2 beträgt 1200.

§. 644. Bis hierher habe ich nur von lauter solchen gemeinen Maaßen gehandelt, welche durch gewisse Regeln zu erkennen, und nicht minder zu der Verkleinerung oder Division selbst bequem sind (§. 636). Dahero habe auch (ibid.) die Maaße z. E. 13, 17, 19, 232. von dem Vortheil des Kleinerns ausgeschlossen, eines theils deswegen, weil dieselben nicht so geschwinde durch eine gewisse Regel erkannt werden können, und andern theils, wenn man gesetzet, schon weiß, daß sie die Maaße sind, so kann man

bey ihnen doch nicht die verlangten Quotienten unmittelbar und ohne weitläuftige Diviſion ſo fort hinſchreiben. Hierverſtehet ſich ferner von ſelbſten, wenn jemand aber durch natürliche Fähigkeit und Uebung ja vermögend iſt, dergleichen Maaße geſchwinde zu erkennen, auch hurtig und unmittelbar dem Kopfe in ſolche zu dividiren (welches inſonderheit bey kleinen Zahlen ein leichtes iſt) ſo kann er ſich auch ſolcher Verkleinerung allerdings mit Nutzen bedienen. Z. E. Bey den Zahlen 69, 23, oder 34 und 85 kann auch nur ein wenig geübter bald ſehen, daß jene 2 Zahlen in 23, und dieſe in 17 zu kleinern ſind, weil man aus der Uebung weiß, daß 69 = 3 × 23; wie auch 34 = 2 × 17; und 85 = 5 × 17. Und da er ſolchergeſtalt auch ihre Quotienten ohne Mühe ſo fort aus dem Kopfe hinſchreiben kann, ſo darf er ſich bey denſelben auch dieſer Verkleinerung bedienen, als folget:

69	23	Item	34	85
		17)		
3	1		2	5

645. Indeſſen weil man gleichwohl bey den Brüchen dieſes nicht allezeit eben eines Vortheils wegen, ſondern auch öfters zur Endigung einer Rechnung, bloß und allein um ihren Werth deutlicher fürzuſtellen, ſo viel als möglich gerne kleinere (§. 6); dieſe aber unterweilen ſolche gemeine Maaße haben, die weder durch Kennzeichen, noch durch die Uebung zu erkennen ſind: Als habe in folgenden noch anzeigen wollen, wie man generaliter zu zweyen Zahlen nicht nur das gemeine, ſondern und inſonderheit das größte gemeine Maaß (§. 551) auf einmal finden möge.

Die 63. Aufgabe.

646. Das größte gemeine Maaß zweyer gegebenen Zahlen nach gemeiner Art zu finden.

Dividiret die größere Zahl in die kleinere, und ſo oft reſtiret, iſt dieſe kleinere das größte gemeine Maaß.

II. Wenn aber ein Reſt bleibet, ſo dividiret den vorigen Diviſorem in den Reſt; und ſo wieder ein Reſt bleibet, dividiret den nächſt gehabten Diviſorem in dieſen nächſten Reſt; und daferne weiter ein Reſt bleibet, dividiret abermal den letztgehabten Diviſorem in dieſen Reſt. Solchergeſtalt continuiret das Dividiren (die Quotos ungeachtet) ſo lange bis die Diviſion exacte aufgehet: So iſt der letzte Diviſor, oder, welches einerley, der letzte Reſt, das gröſßte gemeine Maaß zu den gegebenen zweyen Zahlen. Derowegen

III. wenn der letzte Reſt 1 iſt, ſo iſt ſolches eine Anzeigung, daß das gröſßte gemeine Maaß von den gegebenen 2 Zahlen 1 ſeyn müſſe. Da aber 1 kein gemeines Maaß heißet (§. 254), ſo ſind ſolche Zahlen primi inter ſe (§. 253).

Z. E. N°. 1. Das gröſßte gemeine Maaß zu den Zahlen 89 und 979 zu finden: So dividiret die 979 in die 89 alſo:

89 —— 979

Quot. 11 — 8.

00

Weil nun kein Reſt geblieben, ſo iſt 89 das verlangte gröſßte gemeine Maaß. Wenn man demnach die Zahlen 89 und 979 in 89 kleinert oder dividiret, kommet 1 und 11, welche Gröſßen nicht mehr gekleinert werden können.

N°. 2. Zu 183 und 1037 das gröſßte gemeine Maaß zu finden: So dividiret

1.) in —— 183 die 1037

kommt Quot. 5 und Reſt 122

Ferner

Ferner dividiret

den Rest 122 die 183, als vorigen Divisorem,
nmt Quot. 1 und Rest 61.

Weiter dividiret

den Rest 61 die 122, das ist den nächst ge-
nmt Quot. 2 und Rest 0 habten Divisorem,

eil nun endlich die Division in 61 aufgegangen, so
se Zahl das größte gemeine Maaß zu den gegebe-
Zahlen 183 und 1037. Wenn demnach solche
n in 61 dividiret werden, kommen die 2 Zahlen
17, welche in nichts mehr zu kleinern sind.

3. Die Zahl zu finden, in welche der Bruch $\frac{28829}{104775}$ auf genaueste zu kleinern sey, das ist, das größte
ne Maaß von den Zahlen 28829 und 104775 zu
:

ividiret 1.) in 28829 die 104775
komt Quot. 3 Rest 18288

2.) in 18288 die 28829
Quot. 1 Rest 10541

3.) in 10541 die 18288
Quot. 1 Rest 7747

4.) in 7747 die 10541
Quot. 1 Rest 2794

5.) in 2794 die 7747
Quot. 2 Rest 2159

6.) in 2159 die 2794
Quot. 1 Rest 635

7.) in 635 die 2159
Quot. 3 Rest 254

8.) in 254 die 635
Quot. 2 Rest 127

9.) in 127 die 254
Quot. 2 Rest 00

Da nun endlich die Division in 127 aufgegangen, so ist auch 127 das größte gemeine Maaß zu den Zahlen 28829 und 104775. Folgends, wenn ihr den Zähler 28829, als auch besonders den Nenner 104775, in 127 dividiret, so kommt der kleinste Bruch $\frac{227}{825}$ (§. 387).

N. 4. Das größte gemeine Maaß zu 1038 und 2089 zu finden:

So dividiret 1.) in 1038 die 2089
kommt Quot. 2 Rest 13

2.) in 13 die 1038
Quot. 79 12.
Rest 11

3.) in 11 die 13
Quot. 1 Rest 2

4.) in 2 die 11
Quot. 5 Rest 1

Weil nun endlich 1 restiret, so könnet ihr daraus schliessen, daß die gegebenen Zahlen kein gemeines Maaß haben.

Beweis.

Beweis.

r 1te Fall, wenn nämlich die allererste Division so aufgehet, ist für sich selbst klar. Denn jede Zahl ich selbst theilbar (§. 250). Wenn nun auch die e Zahl von den gegebenen in die kleinere ohne Rest et, so ist allerdings die kleinere das begehrte ge- Maaß. Indessen kann die kleinere Zahl kein gröss Maaß haben (§. 550): Derowegen muß solche e Zahl nothwendig das begehrte größte gemeine i seyn (§. 551).

r 2te Fall aber gründet sich auf obige Lehre in §. is 580. Denn wenn 2 Zahlen in einander divi- einen Rest übrig lassen, so können dieselben kein gemeines Maaß (daferne eines zu finden) haben, weder solchen Rest selbst, oder doch ein solches ß, welches auch zu demselben Rest gemein ist (§.

Folgends, wenn bey den gegebenen zweyen n die erste Division nicht gerade aufgehet, so suchet)ob der Divisor in dem gebliebenen Reste aufgehe, lchem Falle solcher Rest selbst das größte gemeine ß ist zu den gegebenen Zahlen, als zu dem Divisore Dividendo, bey welchen derselbe Rest geblieben (§.

So aber solcher Divisor in seinen Rest nicht ge- aufgehet, und wiederum einen Rest übrig lässet, so t man auf vorige Weise ferner 3) ob dieser Rest Maaß von seinem Divisore sey, und wo solche dritte ision gerade aufgehet, so ist der letzte Divisor, näm- der Rest aus der andern Division, das gemeine te Maaß zu dem Divisore und Dividendo in derse- andern Division, oder, welches einerley, zu dem Di- e und Rest in der ersten Division, folgends auch zu Dividendo in der 2ten Division (§. 577), das ist zu

den gegebenen Zahlen. Daferne aber die 3te Diviſion wieder nicht aufgehet, ſo procediret man ſo lange weiter fort, wie vorhin, bis endlich die Diviſion aufgehet, ſo muß der letzte Diviſor nothwendig (wie aus dem vorigen erhellet) das gröſte gemeine Maaß ſeyn zu den gegebenen Zahlen. Und ſolchergeſtalt erhellet, wenn in der letztern Diviſion der Reſt 1 iſt, daß bey ihnen kein gröſſeres gemeines Maaß als 1 zu finden, das iſt (§. 254), daß ſie kein gemeines Maaß haben.

§. 647. Weil nun dieſer Beweis ſich auf dasjenige gründet, welches allererſt bey den Eigenſchaften der Zahlen dargethan worden; ſo habe auch die vorige Aufgabe nicht vorher in der Beſchreibung der gemeinen Art (dahin dieſelbe eigentlich gehöret) ſondern hier angebracht.

§. 648. Nun werden zwar in dieſem Proceſſe die Quotienten gar nicht angeſehen: Gleichwohl kann man ſie, wenn man will, dennoch brauchen, und aus ihnen diejenigen kleinſten Zahlen, welche in ſolcher Verhältniß ſtehen, wie die gegebenen (als z. E. vorhin §. 646. N°. 1, die 3 und 11; N°. 2, die 3 und 17; N°. 3, die 227 und 825) herleiten, und alſo gleich finden. Allein weil man dadurch bey gegenwärtigem Endzwecke, da die Abſicht bloß auf das Kleinern gezielet iſt, keinen Nutzen haben kann, ſo habe ſolches allhier übergangen, und bis hernach in den 4ten Theil geſparet.

§. 649. Indeſſen wer den Grund von dieſer beſchriebenen Manier (§. 646), wie ſolcher in dem Beweiſe erkläret worden, verſtehet, und anbey dasjenige in Betrachtung ziehet, welches oben (§. 584) bereits fürgetragen habe, der wird gar bald ſehen können, daß man nach ſolcher gemeinen Art öfters ſich mit vergeblichen Diviſionibus bemühet. Denn weil das gröſte gemeine Maaß unmöglich gröſſer als das Complement (§. 552) ſeyn kann, ſo iſt ja das Dividiren in einen ſolchen Reſt, welcher gröſſer, als ſein Complement iſt, wodurch eigentlich un-

ter-

t wird, ob ſolcher Reſt das gröſte gemeine Maaß
r eine vergebliche Arbeit. Derowegen habe all-
ch einen kürzern Weg anzeigen wollen.

Die 64. Aufgabe.

50. Das gröſte gemeine Maaß nach einer kürzern Art, als vorhin gezeiget, zu finden.

fahret in der Hauptſache eben alſo, wie vorhin 5) angewieſen worden. Merket aber anbey, wo ſt mehr als des Diviſoris Hälfte, und alſo auch als das Complement iſt, daß ihr in der nachfolgen- iviſion den vorigen Diviſorem nicht in ſeinen Reſt, n nur in deſſen Complement dividiret.

kommen demnach die vorigen Exempel (ibid. und inſonderheit nach der Ordnung, wie ich deren Aus- ngen Bequemlichkeit halber aufzuſetzen pflege) lget zu ſtehen:

is Exempel N°. 2, da zu 183 und 1037 das gröſte ne Maaß geſuchet wird, alſo:

Diviſion	183	1037	
	Quot. 5	Reſt 122	
Diviſion	Complem. 61		183
		3	Reſt 0

ämlich dividiret erſtlich 1037 in 183, kommt der 122. Weil nun dieſer Reſt mehr als die Hälfte 83, ſo ſubtrahiret ihn von ſolchen 183, kommt das plement 61. Folgends dividiret den vorigen Di- em 183 in das Complement 61, bleibet nichts 3. Demnach iſt 61 das begehrte gröſte gemeine aß.

Item

Item das Exempel N°. 3, da zu 28829 und 104775 das gröſte gemeine Maaß begehret wird. Alſo:

1.) 28829 | 104775

Quot. 3 Reſt 18288

2.) Complem. 10541 | 28829

2 Reſt 7747

3.) Complem. 2794 | 10541

3 Reſt 2159

4.) Complem. 635 | 2794

5.) 4 Reſt 254 | 635

2 Reſt 127

Complem. 127

gleich dem Reſt.

Nämlich dividiret erſtlich 104775 in 28829, kommt der Reſt 18288, deſſen Complement iſt 10541. Folgends dividiret 2tens die 28829 in das Complement 10541, kommt der Reſt 7747, deſſen Complement iſt 2794. Demnach dividiret weiter 3tens die 10541 in das Complement 2794, kommt der Reſt 2159, deſſen Complement iſt 635. Derowegen dividiret 4tens die 2794 in das Complement 635, kommt der Reſt 254. Weil nun dieſer Reſt weniger als die Hälfte von 635, ſo dividiret 5tens, wie in der vorhin beſchriebenen gemeinen Art, die 635 in den Reſt 254 ſelbſt, kommt der Reſt 127, deſſen Complement iſt gleichfalls 127, woraus klar iſt, daß die 127 juſt 2 mal in 254 enthalten. Solchemnach brauchet es ferner keine beſondere Diviſion, und iſt dahero 127 das verlangte gröſte gemeine Maaß.

Item

n das Exempel N°. 4, dazu 1038, und 2089 ßte gemeine Maaß gesuchet wird. Also:

038	2089		
2 Rest	13	1038	
	79	12.	
		Rest 11	
Complem.		2	13
		6 Rest 1	

mlich dividiret erstlich 2089 in 1038, kommt der 3. Dieser ist kleiner als die Hälfte von 1038. wegen dividiret 2tens solche 1038 in den Rest 13, der Rest 11, dessen Complement ist 2. Mithin et 3tens die 13 in das Complement 2, kommt der 1; woraus erhellet, daß die Zahlen 1038 und ein gemeines Maaß haben.

Beweis.

ese Regel gründet sich auf obige Lehren in §. 580 4. Denn wenn zwo Zahlen in einander dividiren Rest, folgends auch ein Complement übrig laß können dieselben kein größer gemeines Maaß (de meines zu finden) haben, als entweder solches Com nt selbst, oder doch ein solches Maaß, welches auch emselben Complement gemein ist (§. 583). Im ist der gegenwärtige Beweis gleich dem Beweise 6. Weil aber auch das gemeine Maaß unmöglich r, als der Rest, auch nicht größer, als das Comple seyn kann (§. 584): Derowegen nimmt man unter beyden allezeit diejenige Zahl vor den Divisorem welche die kleinste ist.

§. 651.

achtet, auch die größten Brüche, sehr kurz und geschwind in kleinere verwandeln.

Die 66. Aufgabe.

§. 654. Zu finden; in wie viel ein gegebener großer Bruch auf einmal zu kleinern sey, damit er einem andern gegebenen Bruche, so mit kleinern Zahlen geschrieben, aber dem Werthe nach jenem gleich ist, auch den Zahlen nach gleich werde.

Dividiret den größern Zähler durch den andern kleinern Zähler, oder den größern Nenner durch den andern kleinern Nenner, so muß in allewege die gesuchte Kleinerungszahl hervorkommen.

Z. E. Es sey gegeben der Bruch $\frac{1768}{1691}$ gleich dem Bruche $\frac{4}{89}$. Man soll finden, in welche Zahl jener Bruch zu kleinern sey, damit er diesem gleich werde. So dividiret die 76 in 4, oder die 1691 in 89, so kommen jedes mal 19. Folgends kann der Bruch $\frac{1768}{1691}$ in 19 gekleinert werden, und kommet sodenn der Bruch $\frac{4}{89}$.

Beweis.

Weil beyde gegebene Brüche gleich groß sind, müssen sich die Zähler zu einander verhalten, wie die Nenner (§. 383). Folgends muß der kleinere Zähler in dem größern Zähler eben so vielmal enthalten seyn, wie der kleinere Nenner in dem größern Nenner (§. 308), das ist, beyde auf gedachte Weise kommende Quotienten, müssen einander gleich seyn. Dannenhero wenn man solchen großen Bruch in diesen Quotienten kleinert, so muß allerdings der andere gegebene kleinere Zähler und Nenner herauskommen (§. 283).

Von

...n der kleinſten Zahl, ſo durch ...chiedene Zahlen ausmeßlich iſt, oder ...rch gemeiner Rede, von dem kleinſten Ge... neralnenner.

Die 67. Aufgabe.

655. Zu 2 gegebenen Zahlen die ausmeßliche kleinſte zu finden; das iſt, eine ſolche Zahl, in welche beyde gegebene Zahlen gerade aufgehen.

Bey dieſer Aufgabe habet ihr 3 Fälle zu merken:

1. Ob eine in die andere gerade aufgehe.
2. Ob ſie ſonſt ein gemeines Maaß habe.
3. Ob ſie prim inter ſe ſind.

Im erſten Falle iſt ohne Berechnung die gegebene größere, die verlangte ausmeßliche kleinſte Zahl. Denn gegenſtreichet nur die gegebene kleinere Zahl hinweg. Z. E. Zu 4 und 32, iſt die ausmeßliche kleinſte Zahl 32. Denn dieſe gehet in 4 auf. Item zu 3 und 12, die ausmeßliche kleinſte 12. Denn dieſe gehet in 3 auf.

Im 2ten Falle dividiret oder kleinert eine von beyden (welche ihr wollet) in ihr größtes gemeines Maaß, und multipliciret den Quotienten mit der andern ungekleinerten Zahl, ſo iſt das Product die verlangte ausmeßliche kleinſte Zahl.

Z. E. Die ausmeßlichſte kleinſte Zahl zu 8 und 12 zu finden. Weil nun dieſer Zahlen größtes gemeines Maaß

iſt, ſo kleinert entweder die 8 in 4, und multipliciret den Quotienten 2 mit der 12; oder kleinert die 12 in 4, und multipliciret den Quotienten 3 mit der 8, kommt in allewege 24, die ausmeßliche kleinſte Zahl, welche ſo wohl in 8 als in 12 diviſibel iſt.

Im 3ten Falle multipliciret beyde ſchlechterdings mit einander, ſo giebt das Produkt die begehrte ausmeßliche kleinſte Zahl.

Z. E. Zu 3 und 5, welche kein gemeines Maaß haben, iſt die ausmeßliche kleinſte 3 mal 5, nämlich 15.

Beweis.

Der erſte Fall iſt für ſich ſelbſt klar, denn das größte Maaß von einer Zahl iſt die Zahl ſelbſt (§. 550); folglich iſt die ausmeßliche kleinſte Zahl von einer gegebenen Zahl, die gegebene Zahl ſelbſt. Wenn nun in ſelbige die andere gegebene Zahl aufgehet, ſo iſt jene größere Zahl nothwendig die ausmeßliche kleinſte Zahl zu den zwey gegebenen Zahlen. Der Beweis des 2ten Falles aber liegt in der obigen Propoſition §. 591, und des 3ten Falles in der Propoſition §. 586.

Die 68. Aufgabe.

§. 656. Zu 3, oder mehr gegebenen Zahlen, die ausmeßliche kleinſte Zahl zu finden.

I. Streichet alle diejenigen Zahlen, durch welche eine der andern ſchon aufgehet, hinweg.

II. Suchet zu den übrigen Zahlen, welche ein gemeines Maaß haben, ihre ausmeßliche kleinſte Zahl, und zwar, wo mehr als 2 Zahlen übrig ſind, erſtlich zu zweyen derſelben, auf die Weiſe, wie in der nächſt vorigen Aufgabe

angenommen worden; alsdenn eben auf ſolche Art ferner zu der kommenden Zahl und einer dritten, u. bis ihr alle gegebenen Zahlen, die ein gemeines ß haben, durchgegangen. Endlich multiplicirt. l. die aufs letzte kommende Zahl mit den noch übri- gegebenen (daferne einige vorhanden ſind), welche gemeines Maaß haben, ſo kommet die verlangte eßliche kleinſte Zahl.

E. N°. 1. Die ausmeßliche kleinſte Zahl zu 4, 7, nd 30 zu finden: So ſtreichet erſtlich die 4 hinweg, 20 in 4 gerade aufgehet, ſo iſt 20 die kleinſte aus- liche Zahl zu 4 und 20 (§. 655 im erſten Falle). ier ſaget: Das gröſte gemeine Maaß von 20 und 30 6. Demnach kleinert eine von beyden in 10, und ipliciret das kommende mit der andern ungekleinter das iſt multiplicret 2 mit 30, oder 3 mit 20, kom- 60 die ausmeßliche kleinſte Zahl zu 20 und 30 (im ten Falle). Endlich multipliciret ſolche 60 mit 7, men 420 die ausmeßliche kleinſte Zahl zu 7 und 60 l. im 3ten Falle). Nun iſt aber, vermöge des vori- 60 in 20 und 30, und 20 ferner in 4 theilbar, dero- en kann die Zahl 420 auch von 20, 30 und 4 gerade gemeſſen werden (§. 543): Folgends iſt ſie die aus- liche kleinſte zu allen gegebenen Zahlen.

N°. 2. Die ausmeßliche kleinſte Zahl zu 2, 3, 4, 5, 6, 0, 15, 16 und 18 zu finden. So ſtreichet erſtlich die 3, 4, 5, 6 und 8 hinweg, weil durch dieſelben alle eine der übrigen andern Zahlen gerade aufgehet. ner ſaget nach voriger Erklärung: Die ausmeß- e kleinſte Zahl zu 10 und 15 (deren gröſtes gemeines aaß 5) iſt 30, als 2 mal 15 oder 3 mal 10; weiter: 30 und 18 (deren gröſtes gemeines Maaß 6) iſt 90,

als 5 mal 18 oder 3 mal 30; und endlich: Zu 90 und 16 (deren gröſtes gemeines Maaß 2) iſt 720, als 8 mal 90. Mithin iſt 720, die ausmeßliche kleinſte Zahl zu 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 16 und 18.

Beweis.

Es iſt dieſer Proceß nichts anders als der vorige (§. 655), indem man immerfort die ausmeßliche kleinſte Zahl zu zweyen Zahlen ſuchet, wie ſolches inſonderheit in der Auflöſung N°. 1. erkläret worden. Und iſt hierbey allein zu merken, daß man Kürze halber nur die Ordnung beobachte, erſtlich auf die Zahlen, durch welche eine andere gerade aufgehet; denn 2ten auf die Zahlen, welche ein gemeines Maaß haben; und alsdann endlich 3ten auf die Zahlen, welche primi inter ſe ſind, zu ſehen.

§. 657. Indeſſen ob es ſchon in dem 2ten Falle, der Regel nach, gleich viel bringet, welche von beyden Zahlen gekleinert wird: So hat man gleichwohl der bequemlichen Multiplication wegen zu merken, daß man allezeit diejenige Zahl kleinere, deren kommendes mit der ungekleinerten Zahl bequem zu multipliciren iſt. Als beym nächſt vorigen Exempel N°. 2, da die kleinſte ausmeßliche Zahl zu 90 und 16 geſuchet wird; kleinert man lieber die 16, als die 30, indem es bequemer iſt 90 mit 8, als 36 mit 45 zu multipliciren und ſonderlich das Product ſofort aus dem Kopfe hinzuſchreiben.

§. 658. Daß man aber eben nach dieſer Art auch zu dreyen oder mehrern Zahlen, welche ein gleiches gröſtes gemeines Maaß haben, die ausmeßliche kleinſte Zahl auf einmal finden könne, iſt oben §. 592 bereits dargethan worden. Demnach kann man in dem gedachten Exempel N°. 2 zu den Zahlen 10, 16 und 18, als welche ein gleiches gröſtes gemeines Maaß 2 haben, ſo fort ihre ausmeßliche kleinſte Zahl finden, wenn man nämlich zwey von

dieſen

1 Zahlen in 12 kleinert, und die kommenden Zahlen mit der un-
inerten dritten multiplicieret, ſo kommet 5 ⋈ 8 ⋈ 18, oder
16 ⋈ 9, oder 10 ⋈ 8 ⋈ 9, das iſt in allewege 720. Und
ie Zahl 720, ſo wohl in 3 (§. 626), als auch in 5 (§. 628)
ehet; ſo ſiehet man gar bald, daß ſelbige auch in die noch übri-
ahl 15 aufgehen müſſe (§. 588): Derowegen darf man ſolche
ir hinwegſtreichen (§. 635 im erſten Falle) und iſt alſo 720
erlangte ausmeßliche kleinſte Zahl, wie vorhin. Allein weil
gegebenen Zahlen mehrentheils von ſolcher Beſchaffenheit, daß
größtes gemeines Maaß nicht allezeit gleich (wovon oben §. 595
erwehnet worden), ſo will ich allhier noch eine andere Art
igen, welche inſonderheit bey vielen gegebenen Zahlen etwas
emer zu gebrauchen iſt, zumal da man nach ſolcher nicht eben
ie größte, ſondern nur auf diejenigen gemeinen Maaße zu ſe-
hat, welche einem am geſchwindeſten beyfallen.

Die 69. Aufgabe.

§. 659. Zu vielen gegebenen Zahlen die ausmeßliche kleinſte Zahl auf eine bequemere Art zu finden.

I. Streichet alle diejenigen Zahlen hinweg, durch welche eine der andern Zahlen gerade aufgehet.

II. Kleinert, wie ſonſt beym Kleinern gewöhnlich, alle jenigen Zahlen, welche ein gemeines Maaß haben, in gemeines Maaß, ſo lange und ſo oft, als es angehet; b zwar erſtlich in ſolche Maaße, die zu den meiſten von gegebenen gemein, alsdenn hernach auch in ſolche aaße, welche auch nur zu zweyen Zahlen gemein ſind, b notiret alle ſolche Maaße, in welche ihr kleinert, je-mal beyſeite: Oder ihr könnet auch anfangen, wo ihr llet, allein mit der Obſervation, daß ihr diejenigen hlen, welche ſchon nicht in ein angenommenes Maaß bſt, jedoch aber in einen Partem aliquotam aus demſel-

ben Maaße aufgehen, zugleich auch in ſolchen Partẽ mit kleinern müſſen. Diejenigen Zahlen aber, welche bey jeder Kleinerung nicht zugleich mit gekleinert werden, ſchreibet (bequemerer Ordnung halber) aufs neue, neben die gekleinerten: Und wo ſich abermals Zahlen finden, durch welche eine der nebenſtehenden aufgehet, ſo ſtreichet dieſelben eben wie vorhin, hinweg; bis endlich lauter primi inter ſe übrig bleiben. Hierauf

III. multipliciret alle gebliebenen primos inter ſe, und die beyſeite notirte Maaße in einander, ſo iſt das kommende Product die begehrte ausmeßliche kleinſte Zahl zu allen gegebenen Zahlen.

Dieſe Manier gründet ſich auf dasjenige, welches oben §. 594 gemeldet worden. Zu deſto mehrerer Erläuterung aber folgen nebſt andern Exempeln auch die vorigen 2 Exempel aus §. 656.

N° 1. Die ausmeßliche kleinſte Zahl zu den Zahlen 4, 7, 20 und 30 zu finden. Dieſes ſtehet alſo:

4 7 20 30

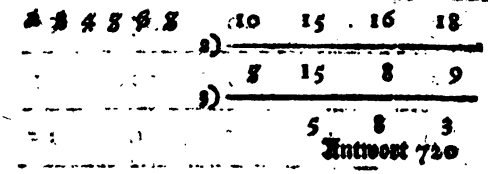
10)

7 2 3

Antw. 420

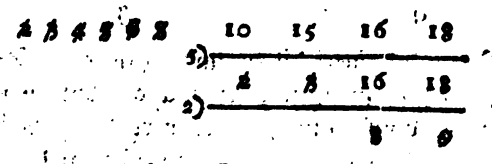
Nämlich ſtreichet die 4, durch welche 20 aufgehet, hinweg. Ferner kleinert 20, und 30 in das gemeine Maaß 10; die 7 aber, welche in ſolches Maaß nicht mit gekleinert werden kann, ſchreibet unter die Linie neben die gekleinerten Zahlen, ſo kommen die primi inter ſe 7, 2 und 3. Dieſe, wie auch das gebrauchte Maaß 10, multipliciret in einander, kommt 3 mal 2 mal 7 mal 10, nämlich 420, die begehrte ausmeßliche kleinſte Zahl.

N° 2. Die ausmeßliche kleinſte Zahl zu den Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 16 und 18 zu finden. Alſo:



ämlich kleinert nachdem ihr alle Zahlen, durch wel-
ine der andern gerade aufgehet, hinweggeſtrichen, die
6, und 18, in das gemeine Maaß 2, kommen 5, 8
9. Hierzu ſetzet auch die 15 herunter. Da aber
5 gerade aufgehet, ſo ſtreichet ſolche 5, wie vorhin,
eg. Ferner kleinert die 15 und 9 in das gemeine
aß 3, und ſetzet neben ſolche gekleinerte Zahlen, die
ze Zahl 8. Demnach multipliciret die gekommenen
os inter ſe 5, 8 und 3, als auch die gebrauchten Maaſ-
und 3, in einander, ſo kommet die begehrte Zahl 720.

der es kann dieſes Exempel auch wie folget berech-
verden:



llhier ſind erſtlich die Zahlen 10 und 15 in 5 gekle-
, und die kommende 2 und 3, weil ſolche 16 oder 18
, und 18 in 3 aufgehet, hinweggeſtrichen; ferner die
nd 18 in 2 gekleinert worden. Demnach iſt die be-
te Zahl 8 mal 9 mal 5 mal 2, das iſt 720, wie
jin.

§. 3. Die ausmeßliche kleinſte Zahl zu den Zahlen
6, 20, 24 und 30 zu finden. Dieſes ſtehet alſo:

	9	16	20	24	30
2)					
	9	8	10	12	15
2)					
	9	4	5	6	15
3)					
	3	4	—	2	5

Antwort 720.

Allhier hat man sich erstlich derjenigen Maaße bedienet, welche zu den meisten Zahlen gemein sind. Wenn ihr aber nur dasjenige betrachtet, so in der gegebenen Regel Artik. II. zu observiren gelehret worden, so könnet ihr die verlangte Zahl auch kürzer, als vorhin geschehen, finden, wie folget:

	9	16	20	24	30
10)					
	9	8	2	12	3
4)					
	9	2	—	3	

Nämlich kleinert die 20 und 30 in 10. Weil aber die 16 und 24 in einen Partem aliquotam aus 10, nämlich in 2, divisibel sind, so kleinert dieselben in solchen Partem 2. Der fernere Proceß ist gleich dem vorigen. Und ist demnach die gesuchte Zahl $9 \times 2 \times 10 \times 4$, das ist 720.

Oder ihr könntet nach solcher Art die Berechnung also folget anstellen:

	9	16	20	24	30
8)					
	9	2	5	3	15
3)					
	3	2	—	—	5

Allhier

hier ſind die 16 und 24 in ihr gemeines Maaß 8
nert, und weil 20 in den Partem aliquotam aus 8,
ich in 4; und 30 in den Partem aliquotam 2 d. iſt-
, ſo ſind ſie in ſolche Partes gekleinert. Uebrigens
:ner wie vorhin procediret worden; und iſt demnach
gehörte Antwort 3 ✕ 4 ✕ 5 ✕ 8 ✕ 3, nämlich 720.

der es kann nach ſolcher Manier der Proceß folgen-
aßen angeſtellet werden:

	9	16	20	24	30
3)					
	3	16	20	8	10
4)					
	3	4	5	—	8

nd iſt alſo die Antwort 3 ✕ 4 ✕ 5 ✕ 3 ✕ 4, näm-
720, wie vorhin.

660. Dieſe Lehre von der Ausfindung der kleinſten Zahl,
e durch verſchiedene Zahlen ausmeßlich iſt, hat inſonderheit
Nutzen bey den Brüchen, die ungleiche Nenner haben, wenn
nter gleiche Benennung gebracht werden ſollen, wie aus
folgender Aufgabe zu erſehen. Denn nach der gemeinen Re-
(§. 408) werden die neuen Nenner, folgends auch ihre Zäh-
ſters außer Noth zu groß.

Die 70. Aufgabe.

§. 661. **Verſchiedene Brüche, welche ungleiche Nenner haben, unter den möglichſt kleinſten Generalnenner zu bringen.**

I. Suchet zu den gegebenen Nennern die ausmeßlichſte kleinſte Zahl, nach Anzeigung der vorhergehenden

§. 651. Ihr könnet auf solche Weise auch bey dem obigen Exempel (§. 642. N°. 1). das gröſste gemeine Maaß auf einmal finden, wie folget:

1.) 6081075000 | 7775450000

2 Rest 1613300000

2.) Complem. 467775000 | 6081075000

13 | 149932

Rest 00000000

Solchemnach ist das gröſste gemeine Maaß 467775000 (wie zu ersehen §. 643). Allein man bedienet sich bey dergleichen Exempel lieber der Kennzeichen der einzelnen Ziffern und sonst geschickter Zahlen, nach der Manier, wie solches oben §. 642 geschehen (§. 636); dieser nächst vorher beschriebenen Methode aber nur in dem Falle, wenn ein Bruch, welchen man gerne kleinern will, in keine einzelnen Ziffern oder sonst geschickte Zahlen aufgehoben werden kann (§. 645). Indessen habt ihr aus gegenwärtiger Auflösung dasjenige wahrzunehmen, welches oben §. 240 bereits angemerket worden, nämlich, weil allhier eigentlich die Reste aus den Divisionibus gesuchet werden, daß man eines Dividendi Nullen gegen eines Divisoris Nullen zur Rechten nicht, wie sonst gewöhnlich, hinweg lassen könne.

§. 652. In der Praxi, sonderlich bey Handlungsrechnungen, da man auf die allzugenaue Schärfe eines Bruches nicht allezeit siehet (§. 129), achtet man es öfters nicht der Mühe werth, bey groſsen Brüchen das gröſste gemeine Maaß nach voriger Art allererst zu suchen, und dieselbe, wo ja ein Maaß bey ihnen gefunden wird, alsdenn in solches Maaß zu kleinern; gleichwol aber will man unterweilen den Werth solcher groſsen Brüche gerne durch kleinere fürstellen, welche, obschon nicht punktuel, dennoch

nahe den größern gleich sind: Zu diesem Ende habe allhier lgende Aufgabe beyfügen wollen.

Die 65. Aufgabe.

653. Einen großen Bruch ohne Berechnung, jedoch dergestalt zu kleinern, daß dieser jenem entweder ganz gleich, oder doch sehr nahe gleich sey.

ividiret den Zähler und Nenner in 10, 100, oder 1c. das ist (§. 235), schneidet beyderseits zur ten gleich viel Ziffern ab, so zeigen die zur linken blei- n Zahlen einen kleinern Bruch an, der dem gegebe- ntweder ganz gleich, wenn nämlich die abgeschnitte- Ziffern lauter Nullen sind (§. 634), oder doch, wo h bedeutliche Ziffern abgeschnitten werden, sehr na- ykommt. Je weniger Ziffern aber ihr in diesem n Falle abschneidet, desto näher und schärfer kommt ur linken des Abschnittes bleibende Bruch.

E. den Bruch (§. 642. N°. 1) $\frac{608107500}{1779141085}$ ietzt beschriebener Art zu kleinern: So schneidet hl dem Zähler als auch dem Nenner 9 Ziffern zur ten ab, so bleibet der kleine Bruch $\frac{6}{1}$, welcher je- roßen Bruche bey nahe gleich ist. Wollet ihr aber leinen Bruch genauer haben, so schneidet nur 8 Zif- ab, so bleibet der Bruch $\frac{60}{177}$; und so ihr ihn noch ier haben wollet, so schneidet nur 7 Ziffern ab, it der Bruch $\frac{608}{1779}$ u. s. w. Solltet ihr aber nur Ziffern, als welche lauter Nullen sind, abschneiden, rde der bleibende Bruch $\frac{6081}{17791}$ (wie bereits (ibid.) gemeldet ist) dem gegebenen ganz accurat sem. Auf solche Weise könnet ihr in Praxi, wenn ie genaue Accurateſſe solcher kleinen Theilgen nicht achtet,

achtet, auch die größten Brüche, sehr kurz und geschwind in kleinere verwandeln.

Die 66. Aufgabe.

§. 654. Zu finden; in wie viel ein gegebner großer Bruch auf einmal zu kleinern sey, damit er einem andern gegebenen Bruche, so mit kleinern Zahlen geschrieben, aber dem Werthe nach jenem gleich ist, auch den Zahlen nach gleich werde.

Dividiret den größern Zähler durch den andern kleinern Zähler, oder den größern Nenner durch den andern kleinern Nenner, so muß in allewege die gesuchte Kleinerungszahl hervorkommen.

Z. E. Es sey gegeben der Bruch $\frac{76}{91}$ gleich dem Bruche $\frac{4}{19}$. Man soll finden, in welche Zahl jener Bruch zu kleinern sey, damit er diesem gleich werde. So dividiret die 76 in 4, oder die 1691 in 89, so kommen jedes mal 19. Folgends kann der Bruch $\frac{76}{91}$ in 19 kleinert werden, und kommet sodenn der Bruch $\frac{4}{19}$.

Beweis.

Weil beyde gegebene Brüche gleich groß sind, müssen sich die Zähler zu einander verhalten, wie die Nenner (§. 383). Folgends muß der kleinere Zähler in dem größern Zähler eben so vielmal enthalten seyn, wie der kleinere Nenner in dem größern Nenner (§. 308), das ist, beyde auf gedachte Weise kommende Quotienten, müssen einander gleich seyn. Dannenhero wenn man solchen großen Bruch in diesen Quotienten kleinert, so muß allerdings der andere gegebene kleinere Zähler und Nenner herauskommen (§. 283).

Von

...n der kleinſten Zahl, ſo durch ...chiedene Zahlen ausmeßlich iſt, oder ...ch gemeiner Rede, von dem kleinſten Ge... neralnenner.

Die 67. Aufgabe.

657. Zu 2 gegebenen Zahlen die ausmeßliche kleinſte zu finden, das iſt, eine ſolche Zahl, in welche beyde gegebene Zahlen gerade aufgehen.

...ey dieſer Aufgabe habet ihr 3 Fälle zu merken:
1. Ob eine in die andere gerade aufgehe.
2. Ob ſie ſonſt ein gemeines Maaß habe.
3. Ob ſie prim inter ſe ſind.

...m erſten Falle iſt ohne Berechnung die gegebene ...ere, die verlangte ausmeßliche kleinſte Zahl. Da...gen ſtreichet nur die gegebene kleinere Zahl hinweg.

...E. Zu 4 und 32, iſt die ausmeßliche kleinſte Zahl ... Denn dieſe gehet in 4 auf. Item zu 3 und 12, ...ie ausmeßliche kleinſte 12. Denn dieſe gehet in ...

Im 2ten Falle dividiret oder kleinert eine von beyden (welche ihr wollet) in ihr größtes gemeines Maaß, und ...tipliciret den Quotienten mit der andern ungekleinerten Zahl, ſo iſt das Product die verlangte ausmeßliche ...ſte Zahl.

...E. Die ausmeßlichſte kleinſte Zahl zu 8 und 12 zu ...en. Weil nun dieſer Zahlen größtes gemeines Maaß

iſt, ſo kleinert entweder die 8 in 4, und multipliciret den Quotienten 2 mit der 12; oder kleinert die 12 in 4, und multipliciret den Quotienten 3 mit der 8, kommt in allewege 24, die ausmeßliche kleinſte Zahl, welche ſo wohl in 8 als in 12 diviſibel iſt.

Im 3ten Falle multipliciret beyde ſchlechterdings mit einander, ſo giebt das Produkt die begehrte ausmeßliche kleinſte Zahl.

Z. E. Zu 3 und 5, welche kein gemeines Maaß haben, iſt die ausmeßliche kleinſte 3 mal 5, nämlich 15.

Beweis.

Der erſte Fall iſt für ſich ſelbſt klar, denn das größte Maaß von einer Zahl iſt die Zahl ſelbſt (§. 550); folglich iſt die ausmeßliche kleinſte Zahl von einer gegebenen Zahl, die gegebene Zahl ſelbſt. Wenn nun in ſelbige die andere gegebene Zahl aufgehet, ſo iſt jene größere Zahl nothwendig die ausmeßliche kleinſte Zahl zu den zwey gegebenen Zahlen. Der Beweis des 2ten Falles aber liegt in der obigen Propoſition §. 591, und des 3ten Falles in der Propoſition §. 586.

Die 68. Aufgabe.

§. 656. Zu 3, oder mehr gegebenen Zahlen, die ausmeßliche kleinſte Zahl zu finden.

I. Streichet alle diejenigen Zahlen, durch welche eine der andern juſt aufgehet, hinweg.

II. Suchet zu den übrigen Zahlen, welche ein gemeines Maaß haben, ihre ausmeßliche kleinſte Zahl, und zwar, wo mehr als 2 Zahlen übrig ſind, erſtlich zu zweyen derſelben, auf die Weiſe, wie in der nächſt vorigen Aufgabe

ibe angemeſſen worden; alsdenn eben auf ſolche Art ich ferner zu der kommenden Zahl und einer dritten, u. w. bis ihr alle gegebenen Zahlen, die ein gemeines Maaß haben, durchgegangen. Endlich multipliciret

III. die aufs letzte kommende Zahl mit den noch übrigen gegebenen (daferne einige vorhanden ſind), welche kein gemeines Maaß haben, ſo kommet die verlangte ausmeßliche kleinſte Zahl.

Z. E. N° 1. Die ausmeßliche kleinſte Zahl zu 4, 7, 10 und 30 zu finden: So ſtreichet erſtlich die 4 hinweg, weil 20 in 4 gerade aufgehet, ſo iſt 20 die kleinſte ausmeßliche Zahl zu 4 und 20 (§. 655 im erſten Falle). Ferner ſaget: Das größte gemeine Maaß von 20 und 30 iſt 10. Demnach kleinert eine von beyden in 10, und multiplicirt das kommende mit der andern ungekleinerten, das iſt multiplicirt 2 mit 30, oder 3 mit 20, kommen 60 die ausmeßliche kleinſte Zahl zu 20 und 30 (ibid. im 2ten Falle). Endlich multipliciret ſolche 60 mit 7, kommen 420 die ausmeßliche kleinſte Zahl zu 7 und 60 (ibid. im 3ten Falle). Nun iſt aber, vermöge des vorigen, 60 in 20 und 30, und 20 ferner in 4 theilbar, derowegen kann die Zahl 420 auch von 20, 30 und 4 gerade aufgemeſſen werden (§. 543): Folgends iſt ſie die ausmeßliche kleinſte zu allen gegebenen Zahlen.

N° 2. Die ausmeßliche kleinſte Zahl zu 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 16 und 18 zu finden. So ſtreichet erſtlich die 2, 3, 4, 5, 6 und 8 hinweg, weil durch dieſelben allemal eine der übrigen andern Zahlen gerade aufgehet. Ferner ſaget nach voriger Erklärung: Die ausmeßliche kleinſte Zahl zu 10 und 15 (deren größtes gemeines Maaß 5) iſt 30, als 2 mal 15 oder 3 mal 10; weiter: Zu 30 und 18 (deren größtes gemeines Maaß 6) iſt 90,

als 5 mal 18 oder 3 mal 30; und endlich: Zu 90 und 16 (deren gröſtes gemeines Maaß 2) iſt 720, als 8 mal 90. Mithin iſt 720, die ausmeßliche kleinſte Zahl zu 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 16 und 18.

Beweis.

Es iſt dieſer Proceß nichts anders als der vorige (§. 655), indem man immerfort die ausmeßliche kleinſte Zahl zu zweyen Zahlen ſuchet, wie ſolches inſonderheit in der Auflöſung N°. 1. erkläret worden. Und iſt hierbey allein zu merken, daß man Kürze halber nur die Ordnung beobachte, erſtlich auf die Zahlen, durch welche eine andere gerade aufgehet; denn 2ten auf die Zahlen, welche ein gemeines Maaß haben; und alsdann endlich 3ten auf die Zahlen, welche primi inter ſe ſind, zu ſehen.

§. 657. Indeſſen ob es ſchon in dem 2ten Falle, der Regel nach, gleich viel bringet, welche von beyden Zahlen gekleinert wird: So hat man gleichwohl der bequemlichen Multiplication wegen zu merken, daß man allezeit diejenige Zahl kleinere, deren kommendes mit der ungekleinerten Zahl bequem zu multipliciren iſt. Als beym nächſt vorigen Exempel N°. 2, da die kleinſte ausmeßliche Zahl zu 90 und 16 geſuchet wird; kleinert man lieber die 16, als die 30, indem es bequemer iſt 90 mit 8, als 16 mit 45 zu multipliciren und ſonderlich das Product ſofort aus dem Kopfe hinzuſchreiben.

§. 658. Daß man aber eben nach dieſer Art auch zu dreyen oder mehrern Zahlen, welche ein gleiches gröſtes gemeines Maaß haben, die ausmeßliche kleinſte Zahl auf einmal finden könne, iſt oben §. 592 bereits dargethan worden. Demnach kann man in dem gedachten Exempel N°. 2 zu den Zahlen 10, 16 und 18, als welche ein gleiches gröſtes gemeines Maaß 2 haben, ſo fort ihre ausmeßliche kleinſte Zahl finden, wenn man nämlich zwey von dieſen

dieſen Zahlen in 12 kleinert, und die kommenden Zahlen mit der ungekleinerten dritten multiplicirt, ſo kommet 5 ✕ 8 ✕ 18, oder 5 ✕ 16 ✕ 9, oder 10 ✕ 8 ✕ 9, das iſt in allewege 720. Und da die Zahl 720, ſo wohl in 3 (§. 626), als auch in 5 (§. 628) aufgehet; ſo ſiehet man gar bald, daß ſelbige auch in die noch übrige Zahl 15 aufgehen müſſe (§. 588): Derowegen darf man ſolche 15 nur hinwegſtreichen (§. 655 im erſten Falle) und iſt alſo 720 die verlangte ausmeßliche kleinſte Zahl, wie vorhin. Allein weil die gegebenen Zahlen mehrentheils von ſolcher Beſchaffenheit, daß ihr größtes gemeines Maaß nicht allezeit gleich (wovon oben §. 593 ſchon erwehnet worden), ſo will ich allhier noch eine andere Art anzeigen, welche inſonderheit bey vielen gegebenen Zahlen etwas bequemer zu gebrauchen iſt, zumal da man nach ſolcher nicht eben auf die größte, ſondern nur auf diejenigen gemeinen Maaße zu ſehen hat, welche einem am geſchwindeſten beyfallen.

Die 69. Aufgabe.

§. 659. Zu vielen gegebenen Zahlen die ausmeßliche kleinſte Zahl auf eine bequemere Art zu finden.

I. Streichet alle diejenigen Zahlen hinweg, durch welche eine der andern Zahlen gerade aufgehet.

II. Kleinert, wie ſonſt beym Kleinern gewöhnlich, alle diejenigen Zahlen, welche ein gemeines Maaß haben, in ihr gemeines Maaß, ſo lange und ſo oft, als es angehet; und zwar erſtlich in ſolche Maaße, die zu den meiſten von den gegebenen gemein, alsdenn hernach auch in ſolche Maaße, welche auch nur zu zweyen Zahlen gemein ſind, und notiret alle ſolche Maaße, in welche ihr kleinert, jedesmal beyſeite: Aber ihr könnet auch anfangen, wo ihr wollet, allein mit der Obſervation, daß ihr diejenigen Zahlen, welche ſchon nicht in ein angenommenes Maaß gehn, jedoch aber in einen Partem aliquotam aus demſel-

ben Maaße aufgehen, zugleich auch in ſolchen Partem mit kleinern müſſet. Diejenigen Zahlen aber, welche bey jeder Kleinerung nicht zugleich mit gekleinert werden, ſchreibet (bequemerer Ordnung halber) aufs neue, neben die gekleinerten: Und wo ſich abermals Zahlen finden, durch welche eine der nebenſtehenden aufgehet, ſo ſtreichet dieſelben eben wie vorhin, hinweg; bis endlich lauter primi inter ſe übrig bleiben. Hierauf

III. multipliciret alle gebliebenen primos inter ſe, und die beyſeite notirte Maaße in einander, ſo iſt das kommende Product die begehrte ausmeßliche kleinſte Zahl zu allen gegebenen Zahlen.

Dieſe Manier gründet ſich auf dasjenige, welches oben §. 594 gemeldet worden. Zu deſto mehrerer Erläuterung aber folgen nebſt andern Exempeln auch die vorigen 2 Exempel aus §. 656.

N°. 1. Die ausmeßliche kleinſte Zahl zu den Zahlen 4, 7, 20 und 30 zu finden. Dieſes ſtehet alſo:

A 7 20 30

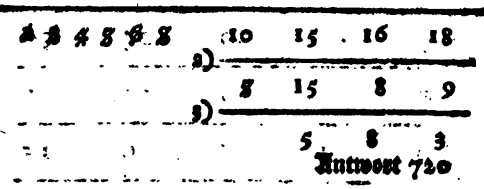
10)

7 2 3

Antw. 420

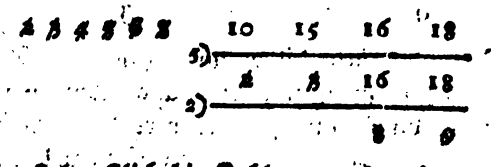
Nämlich ſtreichet die 4, durch welche 20 aufgehet, hinweg. Ferner kleinert 20, und 30 in das gemeine Maaß 10; die 7 aber, welche in ſolches Maaß nicht mit gekleinert werden kann, ſchreibet unter die Linie neben die gekleinerten Zahlen, ſo kommen die primi inter ſe 7, 2 und 3. Dieſe, wie auch das gebrauchte Maaß 10, multipliciret in einander, kommt 3mal 2 mal 7 mal 10, nämlich 420, die begehrte ausmeßliche kleinſte Zahl.

N°. 2. Die ausmeßliche kleinſte Zahl zu den Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 16 und 18 zu finden. Alſo:



Nämlich kleinert nachdem ihr alle Zahlen, durch welche eine der andern gerade aufgehet, hinweggeſtrichen, die 10, 16, und 18, in das gemeine Maaß 2, kommen 5, 8 und 9. Hierzu ſetzet auch die 15 herunter. Da aber 15 in 5 gerade aufgehet, ſo ſtreichet ſolche 5, wie vorhin, hinweg. Ferner kleinert die 15 und 9 in das gemeine Maaß 3, und ſetzet neben ſolche gekleinerte Zahlen, die übrige Zahl 8. Demnach multipliciret die gekommenen primos inter ſe 5, 8 und 3, als auch die gebrauchten Maaße 2 und 3, in einander, ſo kommet die begehrte Zahl 720.

Oder es kann dieſes Exempel auch wie folget berechnet werden:



Allhier ſind erſtlich die Zahlen 10 und 15 in 5 gekleinert, und die kommende 2 und 3, weil ſolche 16 oder 18 durch 2, und 18 in 3 aufgehet, hinweggeſtrichen; ferner die 16 und 18 in 2 gekleinert worden. Demnach iſt die begehrte Zahl 8 mal 9 mal 5 mal 2, das iſt 720, wie vorhin.

N° 3. Die ausmeßliche kleinſte Zahl zu den Zahlen 16, 20, 24 und 30 zu finden. Dieſes ſtehet alſo:

	9	16	20	24	30
2)					
	9	8	10	12	15
2)					
	9	4	5	6	15
3)					
	3	4	—	2	5

Antwort 720.

Allhier hat man sich erstlich derjenigen Maaße bedienet, welche zu den meisten Zahlen gemein sind. Wenn ihr aber nur dasjenige betrachtet, so in der gegebenen Regel Artik. II. zu observiren gelehret worden, so könnet ihr die verlangte Zahl auch kürzer, als vorhin geschehen, finden, wie folget:

	9	16	20	24	30
10)					
	9	8	2	12	3
4)					
	9	2	—	3	

Nämlich kleinert die 20 und 30 in 10. Weil aber die 16 und 24 in einen Partem aliquotam aus 10, nämlich in 2, divisibel sind, so kleinert dieselben in solchen Partem 2. Der fernere Proceß ist gleich dem vorigen. Und ist demnach die gesuchte Zahl $9 \times 2 \times 10 \times 4$, das ist 720.

Oder ihr könnet nach solcher Art die Berechnung als folget anstellen:

	9	16	20	24	30
8)					
	9	2	5	3	15
3)					
	3	2	—	—	5

Allhier

Allhier ſind die 16 und 24 in ihr gemeines Maaß 8 einert, und weil 20 in den Partem aliquotam aus 8, lich in 4; und 30 in den Partem aliquotam 2 viſt, ſo ſind ſie in ſolche Partes gekleinert. Uebrigens erner wie vorhin procedirt worden; und iſt demnach begehrte Antwort 3 × 2 × 5 × 8 × 3, nämlich 720.

Oder es kann nach ſolcher Manier der Proceß folgenmaßen angeſtellet werden:

	9	16	20	24	30
3)					
	3	16	20	8	10
4)					
	3	4	5	—	8

Und iſt alſo die Antwort 3 × 4 × 5 × 3 × 4, nämlich 720, wie vorhin.

§. 660. Dieſe Lehre von der Ausfindung der kleinſten Zahl, welche durch verſchiedene Zahlen ausmeßlich iſt, hat inſonderheit ihren Nutzen bey den Brüchen, die ungleiche Nenner haben, wenn ſie unter gleiche Benennung gebracht werden ſollen, wie aus der folgender Aufgabe zu erſehen. Denn nach der gemeinen Regel (§. 408) werden die neuen Nenner, folgends auch ihre Zähler öfters außer Noth zu groß.

Die 70. Aufgabe.

§. 661. **Verſchiedene Brüche, welche ungleiche Nenner haben, unter den möglichſt kleinſten Generalnenner zu bringen.**

I. Suchet zu den gegebenen Nennern die ausmeßliche kleinſte Zahl, nach Anzeigung der vorhergehenden

Lehren von §. 655 bis hierher. Dieſe iſt der möglichſt kleinſte Generalnenner, in welchen alle gegebene Nenner aufgehen.

II. Bringet die gegebenen Brüche alle unter ſolche gefundene Benennung, und zwar, weil ihr allhier zu voraus wiſſet, daß der gefundene Generalnenner in alle gegebene Nenner gerade aufgehen muß, ſo verfahret (wie §. 412 ſchon erinnert worden) nach der oben angewieſenen Manier §. 411, nämlich ſuchet durch die Diviſion, wie oft jeder Nenner der gegebenen Brüche in ſolchem Generalnenner enthalten iſt, und eben mit ſo viel, als jeder Quotient anzeiget, multipliciret oder größert die gegebenen Zähler. Auf ſolche Weiſe behalten die Brüche ihren Werth (§. 384), und kommen unter den möglichſt kleinſten Generalnenner, wie begehret.

Z. E. N°. 1. Die Brüche $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{20}$ und $\frac{7}{30}$, nach nächſt beſchriebener Art unter gleiche Namen zu bringen: So ſuchet die ausmeßliche kleinſte Zahl zu den gegebenen Nennern 4, 7, 20 und 30 kommen (§. 656 oder 659 N°. 1) 420. Dieſe Zahl iſt der möglichſt kleinſte Generalnenner. Folglich dividiret ſolche 420 in den gegebenen Nenner 4, und multipliciret den kommenden Quotienten 105 mit dem Zähler 3, kommen 315. Gleichergeſtalt dividiret die 420 in den gegebenen Nenner 7, und multipliciret den kommenden Quotienten 60 mit dem Zähler 5, kommen 300. Alſo auch dividiret die 420 in den gegebenen Nenner 20, und multipliciret den kommenden Quotienten 21 mit dem Zähler 9, kommen 189. Endlich dividiret die 420 in den gegebenen Nenner

ner 30, und multipliciret den kommenden Quotienten 14 mit dem Zähler 7, kommen 98. Demnach habt ihr

an statt des Bruchs $\frac{3}{4}$ den Bruch $\frac{315}{420}$

an statt des Bruchs $\frac{1}{7}$ den Bruch $\frac{300}{420}$

an statt des Bruchs $\frac{9}{20}$ den Bruch $\frac{189}{420}$

an statt des Bruchs $\frac{7}{30}$ den Bruch $\frac{98}{420}$.

Und sind solchergestalt die gegebenen Brüche aufs kürzeste unter gleiche Namen gebracht worden. Jedoch damit alles fein ordentlich zu stehen komme, pflege ich es folgendergestalt aufzuschreiben.

		420
$\frac{3}{4}$	105	315
$\frac{1}{7}$	60	300
$\frac{9}{20}$	21	189
$\frac{7}{30}$	14	98

Allhier stehen die Quotienten, welche anzeigen, wie oft jeder gegebene Nenner in dem Generalnenner enthalten sey, neben den gegebenen Brüchen zwischen zwey Perpendicularlinien, gleichsam als in Parenthesi; und hierbey zur Rechten ordentlich die verlangten neuen Zähler. Deren gemeiner Name aber wird ein vor allemal oben an notiret (§. 80).

N°. 2. Die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{5}{18}$, aufs kürzeste unter gleiche Namen zu bringen: So suchet zu diesen gegebenen Nennern ihre ausmeßliche kleinste Zahl, kommt (§. 656 oder 659 N°. 2) 720. Ferner procediret, wie vorhin gezeiget worden, so kommt die ganze Berechnung, als folget zu stehen:

720

$\frac{1}{2}$	360	360	Nota. Zwar können zuweilen ſolche
$\frac{2}{3}$	240	480	große Zahlen kommen, welche nicht
$\frac{3}{4}$	180	540	aus dem Kopfe dividiret oder multi-
$\frac{2}{5}$	144	288	pliciret, und dahero die Quotienten
$\frac{1}{6}$	120	600	oder Producte nach nebenſtehender
$\frac{1}{8}$	90	270	Ordnung nicht ſo fort hingeſchrieben
$\frac{7}{10}$	72	504	werden können: Allein, wenn man
$\frac{4}{15}$	48	192	ſolche Ordnung gerne beybehalten
$\frac{3}{16}$	45	585	will, ſo rechnet man alles dasjenige,
$\frac{5}{18}$	40	200	was nicht von der Hand hingeſchrie-

ben werden kann, lieber beyſeite. Merket aber, was die Diviſores 15, 16 und 18 betrifft, daß ihr deren Quotienten bey dergleichen Exempel, ohne Nebenrechnung ſo fort hinſchreiben könnet. Denn, wenn ihr den vorhin gefundenen Quotienten bey dem Diviſore 3, nämlich die 240, in 5 dividiret; oder, wenn ihr den Quotienten bey dem Diviſore 5, nämlich die 144, in 3 dividiret, ſo kommet der Quotient, welchen der Diviſor 15 bringet; weil 15 aus 3 mal 5 componiret iſt (§. 236). Alſo könnet ihr auch aus dem gefundenen Quotienten 360, durch die Diviſion in 8; oder aus dem Quotienten 180, durch die Diviſion in 4; oder aus dem Quotienten 90, durch die Diviſion in 2, den Quotienten von dem Diviſore 16 finden. Gleichergeſtalt findet ihr auch aus dem Quotienten 360, durch die Diviſion in 9; oder aus dem Quotienten 240, durch die Diviſion in 6; oder aus dem Quotienten 120, durch die Diviſion in 3, den Quotienten von dem Diviſore 18.

§. 662. Eben dieſer Methode, wie allhier die Brüche unter den kleinſten Generalnenner zu bringen, gebraucht

›orden, kann man ſich auch bey einer gegebenen Ver-
›iß bedienen, die in beyden Gliedern Brüche ent-
; und ſolchergeſtalt durch die Vergrößerung mit de-
Generalnenner, die Brüche auf einmal abwerfen,
on oben (§. 449) angewieſen worden.

Z. E. Die (ibid. N°. 3) gegebene Verhältniß von
u $\frac{1}{2}$ könnet ihr mit 20, als deren Generalnenner,
ßern, kommen 15 und 8.

Item die Verhältniß von $3\frac{1}{4}$ zu $4\frac{1}{8}$, könnet ihr mit
größern, kommen 39 und 58.

§. 663. Nun ſollte ich allhier auch zeigen, wie man zu etlichen
ebenen Zahlen die kleinſte Zahl finden ſoll, in welcher die gege-
en gewiſſe Reſte übrig laſſen, z. E. wie man die kleinſte Zahl
den ſoll, welche in 547 dividiret, 245; aber in 739 dividiret,
übrig läſſet; Allein von dieſer curieuſen Sache, ſoll hernach
y andern curieuſen Rechnungen, vorietzo aber von den 4 Spe-
ebus, Regel Detri, Reſolution (§. 413), und den Proben, wie
nlich bey dieſen Rechnungsarten mit Vortheile zu verfahren,
handelt werden. Jedoch habe ich allhier nunmehro nicht nö-
ig erachtet, die Species und Regel Detri in Theile eines Gan-
n, von den Speciebus und Regel Detri in ganzen Zahlen zu ſe-
arten, und ſolche, wie vorhin in den gemeinen Art geſchehen,
de ins beſondere vorzutragen. Derowegen folgen dieſelben hier-
ächſt ohne Unterſcheid unter dem Generaltitul: Von den Vor-
heilen in der Addition, Subtraction, Multiplication,
Diviſion, und Regel Detri.

Von den Vortheilen in der Addition.

§. 664.

In der gemeinen Addition, da die gegebenen Zahlen ohne einige Ordnung durch einander laufen, und

eine

als 5 mal 18 oder 3 mal 30; und endlich: Zu 90 und 16 (deren gröſtes gemeines Maaß 2) iſt 720, als 8 mal 90. Mithin iſt 720, die ausmeßliche kleinſte Zahl zu 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 16 und 18.

Beweis.

Es iſt dieſer Proceß nichts anders als der vorige (§. 655), indem man immerfort die ausmeßliche kleinſte Zahl zu zweyen Zahlen ſuchet, wie ſolches inſonderheit in der Auflöſung N°. 1. erkläret worden. Und iſt hierbey allein zu merken, daß man Kürze halber nur die Ordnung beobachte, erſtlich auf die Zahlen, durch welche eine andere gerade aufgehet; denn 2ten auf die Zahlen, welche ein gemeines Maaß haben; und alsdann endlich 3ten auf die Zahlen, welche primi inter ſe ſind, zu ſehen.

§. 657. Indeſſen ob es ſchon in dem 2ten Falle, der Regel nach, gleich viel bringet, welche von beyden Zahlen gekleinert wird: So hat man gleichwohl der bequemlichen Multiplication wegen zu merken, daß man allezeit diejenige Zahl kleinere, deren kommendes mit der ungekleinerten Zahl bequem zu multipliciren iſt. Als beym nächſt vorigen Exempel N°. 2, da die kleinſte ausmeßliche Zahl zu 90 und 16 geſuchet wird; kleinert man lieber die 16, als die 30, indem es bequemer iſt 90 mit 8, als 36 mit 45 zu multipliciren und ſonderlich das Product ſofort aus dem Kopfe hinzuſchreiben.

§. 658. Daß man aber eben nach dieſer Art auch zu dreyen oder mehrern Zahlen, welche ein gleiches gröſtes gemeines Maaß haben, die ausmeßliche kleinſte Zahl auf einmal finden könne, iſt oben §. 592 bereits dargethan worden. Demnach kann man in dem gedachten Exempel N°. 2 zu den Zahlen 10, 16 und 18, als welche ein gleiches gröſtes gemeines Maaß 2 haben, ſo fort ihre ausmeßliche kleinſte Zahl finden, wenn man nämlich zwey von

dieſen

eſen Zahlen in 12 kleinert, und die kommenden Zahlen mit der un-kleinerten dritten multipliciret, ſo kommet 5 ⋈ 8 ⋈ 18, oder ⋈ 16 ⋈ 9, oder 10 ⋈ 8 ⋈ 9, das iſt in allewege 720. Und 1 die Zahl 720, ſo wohl in 3 (§. 626), als auch in 5 (§. 628) ufgehet; ſo ſiehet man gar bald, daß ſelbige auch in die noch übri-e Zahl 15 aufgehen müſſe (§. 588): Derowegen darf man ſolche ; nur hinwegſtreichen (§. 655 im erſten Falle) und iſt alſo 720 ie verlangte ausmeßliche kleinſte Zahl, wie vorhin. Allein weil ie gegebenen Zahlen mehrentheils von ſolcher Beſchaffenheit, daß hr größtes gemeines Maaß nicht allezeit gleich (wovon oben §. 593 chon erwehnet worden), ſo will ich allhier noch eine andere Art nzeigen, welche inſonderheit bey vielen gegebenen Zahlen etwas equemer zu gebrauchen iſt; zumal da man nach ſolcher nicht eben uf die größte, ſondern nur auf diejenigen gemeinen Maaße zu ſe-hen hat, welche einem am geſchwindeſten beyfallen.

Die 69. Aufgabe.

§. 659. Zu vielen gegebenen Zahlen die ausmeßliche kleinſte Zahl auf eine bequemere Art zu finden.

I. Streichet alle diejenigen Zahlen hinweg, durch welche eine der andern Zahlen gerade aufgehet.

II. Kleinert, wie ſonſt beym Kleinern gewöhnlich, alle diejenigen Zahlen, welche ein gemeines Maaß haben, in ihr gemeines Maaß, ſo lange und ſo oft, als es angehet; und zwar erſtlich in ſolche Maaße, die zu den meiſten von den gegebenen gemein, alsdenn hernach auch in ſolche Maaße, welche auch nur zu zweyen Zahlen gemein ſind, und notiret alle ſolche Maaße, in welche ihr kleinert, jedesmal beyſeite: Oder ihr könnet auch anfangen, wo ihr wollet, allein mit der Obſervation, daß ihr diejenigen Zahlen, welche ſchon nicht in ein angenommenes Maaß ſelbſt, jedoch aber in einen Partem aliquotam aus demſel-

ben Maaße aufgehen, zugleich auch in ſolchen Partem mit kleinern müſſet. Diejenigen Zahlen aber, welche bey jeder Kleinerung nicht zugleich mit gekleinert werden, ſchreibet (bequemerer Ordnung halber) aufs neue, neben die gekleinerten: Und wo ſich abermals Zahlen finden, durch welche eine der nebenſtehenden aufgehet, ſo ſtreichet dieſelben eben wie vorhin, hinweg; bis endlich lauter primi inter ſe übrig bleiben. Hierauf

III. multipliciret alle gebliebenen primos inter ſe, und die beyſeite notirte Maaße in einander, ſo iſt das kommende Product die begehrte ausmeßliche kleinſte Zahl zu allen gegebenen Zahlen.

Dieſe Manier gründet ſich auf dasjenige, welches oben §. 594 gemeldet worden. Zu deſto mehrerer Erläuterung aber folgen nebſt andern Exempeln auch die vorigen 2 Exempel aus §. 656.

N°. 1. Die ausmeßliche kleinſte Zahl zu den Zahlen 4, 7, 20 und 30 zu finden. Dieſes ſtehet alſo:

4 7 20 30

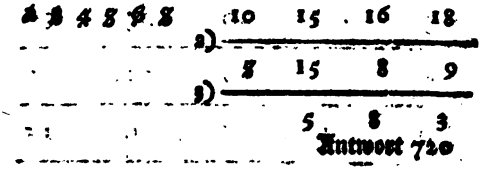
10

7 2 3

Antw. 420

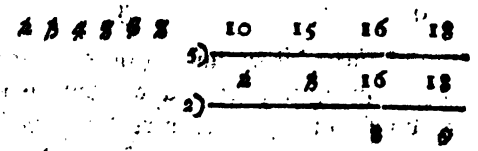
Nämlich ſtreichet die 4, durch welche 20 aufgehet, hinweg. Ferner kleinert 20, und 30 in das gemeine Maaß 10; die 7 aber, welche in ſolches Maaß nicht mit gekleinert werden kann, ſchreibet unter die Linie neben die gekleinerten Zahlen, ſo kommen die primi inter ſe 7, 2 und 3. Dieſe, wie auch das gebrauchte Maaß 10, multipliciret in einander, kommt 3mal 2 mal 7 mal 10, nämlich 420, die begehrte ausmeßliche kleinſte Zahl.

N°. 2. Die ausmeßliche kleinſte Zahl zu den Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 16 und 18 zu finden. Alſo:



Nämlich kleinert nachdem ihr alle Zahlen, durch welche eine der andern gerade aufgehet, hinweggestrichen, die 10, 16, und 18, in das gemeine Maaß 2, kommen 5, 8 und 9. Hierzu setzet auch die 15 herunter. Da aber 15 in 5 gerade aufgehet, so streichet solche 5, wie vorhin, hinweg. Ferner kleinert die 15 und 9 in das gemeine Maaß 3, und setzet neben solche gekleinerte Zahlen, die übrige Zahl 8. Demnach multipliciret die gekommenen primos inter se 5, 8 und 3, als auch die gebrauchten Maasse 2 und 3, in einander, so kommet die begehrte Zahl 720.

Oder es kann dieses Exempel auch wie folget berechnet werden:



Allhier sind erstlich die Zahlen 10 und 15 in 5 gekleinert, und die kommende 2 und 3, weil solche 16 oder 18 in 2, und 18 in 3 aufgehet, hinweggestrichen; ferner die 16 und 18 in 2 gekleinert worden. Demnach ist die begehrte Zahl 8 mal 9 mal 5 mal 2; das ist 720, wie vorhin.

N° 3. Die ausmeßliche kleinste Zahl zu den Zahlen 9, 16, 20, 24 und 30 zu finden. Dieses stehet also:

	9	16	20	24	30
2)					
	9	8	10	12	15
2)					
	9	4	5	6	15
3)					
	3	4	—	2	5

Antwort 720.

Allhier hat man sich erstlich derjenigen Maaße bedienet, welche zu den meisten Zahlen gemein sind. Wenn ihr aber nur dasjenige betrachtet, so in der gegebenen Regel Artik. II. zu observiren gelehret worden, so könnet ihr die verlangte Zahl auch kürzer, als vorhin geschehen, finden, wie folget:

	9	16	20	24	30
10)					
	9	8	2	12	3
4)					
	9	2	—	3	

Nämlich kleinert die 20 und 30 in 10. Weil aber die 16 und 24 in einen Partem aliquotam aus 10, nämlich in 2, divisibel sind, so kleinert dieselben in solchen Partem 2. Der fernere Proceß ist gleich dem vorigen. Und ist demnach die gesuchte Zahl $9 \times 2 \times 10 \times 4$, das ist 720.

Oder ihr könntet nach solcher Art die Berechnung als folget anstellen:

	9	16	20	24	30
2)					
	9	8	10	12	15
3)					
	3	2	—	—	5

Allhier

Allhier ſind die 16 und 24 in ihr gemeines Maaß 8 gekleinert, und weil 20 in den Partem aliquotam aus 8, nämlich in 4; und 30 in den Partem aliquotam 2 viſibel iſt, ſo ſind ſie in ſolche Partes gekleinert. Uebrigens iſt ferner wie vorhin procedirt worden; und iſt demnach die begehrte Antwort 3 × 2 × 5 × 8 × 3, nämlich 720.

Oder es kann nach ſolcher Manier der Proceß folgendermaßen angeſtellet werden:

	9	16	20	24	30
3)					
	3	16	20	8	10
4)					
	3	4	5	—	8

Und iſt alſo die Antwort 3 × 4 × 5 × 3 × 4, nämlich 720, wie vorhin.

§. 660. Dieſe Lehre von der Ausfindung der kleinſten Zahl, welche durch verſchiedene Zahlen ausmeßlich iſt, hat inſonderheit ihren Nutzen bey den Brüchen, die ungleiche Nenner haben, wenn ſie unter gleiche Benennung gebracht werden ſollen, wie aus nachfolgender Aufgabe zu erſehen. Denn nach der gemeinen Regel (§. 408) werden die neuen Nenner, folgends auch ihre Zähler öfters außer Noth zu groß.

Die 70. Aufgabe.

§. 661. **Verſchiedene Brüche, welche ungleiche Nenner haben, unter den möglichſt kleinſten Generalnenner zu bringen.**

I. Suchet zu den gegebenen Nennern die ausmeßliche kleinſte Zahl, nach Anzeigung der vorhergehenden

Lehren von §. 655 bis hierher. Dieſe iſt der möglichſt kleinſte Generalnenner, in welchen alle gegebene Nenner aufgehen.

II. Bringet die gegebenen Brüche alle unter ſolche gefundene Benennung, und zwar, weil ihr allhier zu voraus wiſſet, daß der gefundene Generalnenner in alle gegebene Nenner gerade aufgehen muß, ſo verfahret (wie §. 412 ſchon erinnert worden) nach der oben angewieſenen Manier §. 411, nämlich ſuchet durch die Diviſion, wie oft jeder Nenner der gegebenen Brüche in ſolchem Generalnenner enthalten iſt, und eben mit ſo viel, als jeder Quotient anzeiget, multipliciret oder größert die gegebenen Zähler. Auf ſolche Weiſe behalten die Brüche ihren Werth (§. 384), und kommen unter den möglichſt kleinſten Generalnenner, wie begehret.

Z. E. N°. 1. Die Brüche $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{20}$ und $\frac{1}{30}$, nach nächſt beſchriebener Art unter gleiche Namen zu bringen: So ſuchet die ausmeßliche kleinſte Zahl zu den gegebenen Nennern 4, 7, 20 und 30 kommen (§. 656 oder 659 N°. 1) 420. Dieſe Zahl iſt der möglichſt kleinſte Generalnenner. Folglich dividiret ſolche 420 in den gegebenen Nenner 4, und multiplicirt den kommenden Quotienten 105 mit dem Zähler 3, kommen 315. Gleichergeſtalt dividiret die 420 in den gegebenen Nenner 7, und multiplicirt den kommenden Quotienten 60 mit dem Zähler 5, kommen 300. Alſo auch dividiret die 420 in den gegebenen Nenner 20, und multiplicirt den kommenden Quotienten 21 mit dem Zähler 9, kommen 189. Endlich dividiret die 420 in den gegebenen Nenner

o, und multipliciret den kommenden Quotienten 14
em Zähler 7, kommen 98. Demnach habt ihr

an ſtatt des Bruchs $\frac{1}{4}$ den Bruch $\frac{105}{420}$
an ſtatt des Bruchs $\frac{2}{7}$ den Bruch $\frac{120}{420}$
an ſtatt des Bruchs $\frac{3}{5}$ den Bruch $\frac{252}{420}$
an ſtatt des Bruchs $\frac{7}{15}$ den Bruch $\frac{196}{420}$.

nd ſind ſolchergeſtalt die gegebenen Brüche aufs
ſte unter gleiche Namen gebracht worden. Je-
damit alles fein ordentlich zu ſtehen komme, pflege
folgendergeſtalt aufzuſchreiben.

420		
105	315	Allhier ſtehen die Quotienten, welche
60	300	anzeigen, wie oft jeder gegebene
21	189	Nenner in dem Generalnenner
14	98	enthalten ſey, neben den gegebenen

chen zwiſchen zwey Perpendicularlinien, gleichſam
in Parentheſi; und hierbey zur Rechten ordentlich
verlangten neuen Zähler. Deren gemeiner Name
wird ein vor allemal oben an notiret (§. 80).

N°. 2. Die Brüche $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{10}, \frac{4}{11}, \frac{13}{16}, \frac{14}{15}$,
kürzeſte unter gleiche Namen zu bringen: So ſu-
zu dieſen gegebenen Nennern ihre ausmeßliche klein-
Zahl, kommt (§. 656 oder 659 N°. 2) 720. Fer-
procediret, wie vorhin gezeiget worden, ſo kommt die
ze Berechnung, als folget zu ſtehen:

720

1/2	360	360	Nota. Zwar können zuweilen ſolche
2/3	240	480	große Zahlen kommen, welche nicht
3/4	180	540	aus dem Kopfe dividiret oder multi-
4/5	144	288	pliciret, und dahero die Quotienten
5/6	120	600	oder Producte nach nebenſtehender
1/8	90	270	Ordnung nicht ſo fort hingeſchrieben
7/10	72	504	werden können: Allein, wenn man
4/15	48	192	ſolche Ordnung gerne beybehalten
13/16	45	585	will, ſo rechnet man alles dasjenige,
15/18	40	200	was nicht von der Hand hingeſchrie-

ben werden kann, lieber beyſeite. Merket aber, was die Diviſores 15, 16 und 18 betrifft, daß ihr deren Quotienten bey dergleichen Exempel, ohne Nebenrechnung ſo fort hinſchreiben könnet. Denn, wenn ihr den vorhin gefundenen Quotienten bey dem Diviſore 3, nämlich die 240, in 5 dividiret; oder, wenn ihr den Quotienten bey dem Diviſore 5, nämlich die 144, in 3 dividiret, ſo kommet der Quotient, welchen der Diviſor 15 bringet; weil 15 aus 3 mal 5 componiret iſt (§. 236). Alſo könnet ihr auch aus dem gefundenen Quotienten 360, durch die Diviſion in 8; oder aus dem Quotienten 180, durch die Diviſion in 4; oder aus dem Quotienten 90, durch die Diviſion in 2, den Quotienten von dem Diviſore 16 finden. Gleichergeſtalt findet ihr auch aus dem Quotienten 360, durch die Diviſion in 9; oder aus dem Quotienten 240, durch die Diviſion in 6; oder aus dem Quotienten 120, durch die Diviſion in 3, den Quotienten von dem Diviſore 18.

§. 662. Eben dieſer Methode, wie allhier die Brüche unter den kleinſten Generalnenner zu bringen, gelehret

rden, kann man ſich auch bey einer gegebenen Ver-
ß bedienen, die in beyden Gliedern Brüche ent-
und ſolchergeſtalt durch die Vergrößerung mit de-
Generalnenner, die Brüche auf einmal abwerfen,
n oben (§. 449) angewieſen worden.

E. Die (ibid. N°. 3) gegebene Verhältniß von
: könnet ihr mit 20, als deren Generalnenner,
rn, kommen 15 und 8.

tem die Verhältniß von $3\frac{1}{4}$ zu $4\frac{5}{8}$, könnet ihr mit
bſern, kommen 39 und 58.

663. Nun ſollte ich allhier auch zeigen, wie man zu etlichen
nen Zahlen die kleinſte Zahl finden ſoll, in welcher die gege-
gewiſſe Reſte übrig laſſen, z. E. wie man die kleinſte Zahl
ſoll, welche in 547 dividiret, 245 aber in 739 dividiret,
eig läſſet; Allein von dieſer curieuſen Sache, ſoll hernach
ndern curieuſen Rechnungen, vorietzo aber von den 4 Spe-
f. Regel Detri, Reſolution (§. 413), und den Proben, wie
ich bey dieſen Rechnungsarten mit Vortheile zu verfahren,
ideln werden. Jedoch habe ich allhier nunmehro nicht ne-
rachtet, die Species und Regel Detri in Theile eines Gan-
von den Speciebus und Regel Detri in ganzen Zahlen zu ſe-
en, und ſolche, wie vorhin in der gemeinen Art geſchehen,
nicht beſondere vorzutragen. Derowegen folgen dieſelben hier
ohne Unterſcheid unter dem Generaltitul: Von den Vor-
en in der Addition, Subtraction, Multiplication,
ſion, und Regel Detri.

Von den Vortheilen in der Addition.

§. 664.

n der gemeinen Addition, da die gegebenen Zahlen
ohne einige Ordnung durch einander laufen, und
eine

eine Zahl aus der andern nicht zu schließen ist, also, daß man dieselbe insgesamt nothwendig für Augen schreiben, und auf jede besonders in dem Zusammenzählen reflectiren muß, kann man keinen kürzern Weg, als die gemeine Art ist, haben (§. 518); und bestehet der leichtere Weg, wie sonst bey allen Rechnungen insgemein, fürnämlich nur in der Fertigkeit des Zusammenzählens, welche man durch die Uebung erlanget.

§. 665. Es haben zwar einige Autores einen Vortheil in der Addition gesuchet, durch die Neperianische Stäblein, oder ein auf solche Art eingerichtetes Kästgen, wie auch durch den Proportionalzirkel, oder andere arithmetische Maschinen (wovon insonderheit im Theatro Arithmetico-Geometrico, Leipzig Anno 1727 in Folio, mit mehrern zu sehen): Allein ehe man, absonderlich bey großen Additionen, die Stäblein in Ordnung geleget, die Zahlen mit dem Zirkel abgefasset und weiter fortgesetzet, und die Maschine gehörigermaßen gestellet, mittlerweile kann man nach dem gemeinen Wege lange addiret haben. Dahero diese vermeynten Vortheile mehr zur Curiosität, als zum Nutzen in Praxi dienen.

§. 666. Wenn aber die summirenden Zahlen eine gewisse Ordnung haben, das ist, wenn sie entweder alle einander gleich, oder, wenn sie in gleicher arithmetischer oder geometrischer Verhältnis (§. 314) zu- oder abnehmen, oder auch, wenn sonst eine andere gewisse Ordnung bey ihnen anzutreffen, so hat man im ersten Falle, wenn sie nämlich einander gleich, durch die Rechnungsart der Multiplication selbst schon einen viel kürzern Weg (§. 119. und 154); und gleichergestalt soll von den erwehnten andern Fällen weiter unten mehr als ein Vortheil gezeiget werden, wie dergleichen Series oder Reihen, kurz zu addiren sind. Hierbey will ich allhier nur noch von den beym Addiren insgemein vorkommenden Zahlen reden, und auch bey diesen einige kleine Vortheile, die man gleichwol in gewissen Fällen haben kann, anzeigen.

Die 71. Aufgabe.

667. Wie die Addition der einzig benamten Zahlen durch Hülfe der Subtraction zuweilen mit Vortheil zu verrichten.

Wenn man in der Addition etwas zu viel addiret, und nimmt solches dem Collect wiederum ab, so bleibet zum Rest die wahre verlangte Summe (§. 39). Diesen Satz kann man insonderheit bey einer solchen summirenden Zahl mit Vortheil anbringen, welche nahe an einen Numerum simplicem (§. 71.) ist. Denn man darf an der gegebenen Zahl nur solchen Numerum simplicem nebst zugehörigen Stelle addiren, und das zu viel addirte hingegen subtrahiren.

E. N°. 1. Ihr sollet addiren 994, das ist 1000 zu 3687, so addiret an statt 994, 1 Tausend in der Stelle der Tausenden, und nehmet hingegen aus der Stelle der Einer 6 ab, also:

3687
+ 1 − 6

kommt die Summe 4681 wie verlanget.

E. 2. Zu addiren 3986 + 997 + 1998 + 3, so addiret

3 Tausend − 14
1 Tausend − 3
2 Tausend − 2
und 3 Tausend − 4

kommen 9 Tausend − 23, das ist 8977.

Der ihr könnet Kürze halber diejenige Zahl, welche kleine Differenz mit ihrem nächst grössern Numero sim-

simplici hat, ordentlich ganz aussetzen, und die andern Zahlen nach vorbeschriebener Art addiren, so bekommt ihr auf letzte alsdenn eine kleinere Differenz abzuziehen, also:

2986

+ 1 ÷ 3
+ 2 ÷ 2 } das ist 2986
+ 3 ÷ 4 + 6 ÷ 9

Summe 8977

Die 72. Aufgabe.

§. 668. Wie die Addition der kleinen Sorten oder Theile eines Ganzen durch Hülfe der Subtraction zuweilen mit Vortheil zu verrichten.

Eben dieses nächst vorhin gezeigten Vortheils kann man sich insonderheit bey solchen kleinen Sorten bedienen, wenn selbige nahe an eine Einheit der grössern Sorten, oder welches einerley, bey Brüchen, deren Zähler nahe dem Nenner ist, wie aus folgenden Exempeln zu ersehen.

Z. E. N°. 1. Zu addiren 8 fl. 26 gr. + 13 fl. 28 gr. + 5 fl. 23 gr + 7 fl. 25 gr, oder, so einerley, zu addiren 8 $\frac{13}{15}$ fl. + 13 $\frac{13}{15}$ fl. + 5 $\frac{13}{15}$ fl. + 7 $\frac{13}{15}$ fl; so addiret

fl. 9 ÷ 4 gr oder 30tel
14 ÷ 2
6 ÷ 7
8 ÷ 5

Summe fl. 37 ÷ 18 gr oder 30tel, das ist 36 fl. 12 gr oder 30tel.

N°. 2.

2. Zu addiren $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{23}{24}$; so addiret:

$$\frac{1}{2} \div \frac{12}{24}$$
$$\frac{2}{3} \div \frac{16}{24}$$
$$\frac{3}{4} \div \frac{18}{24}$$
$$\frac{23}{24} \div \frac{23}{24}$$

$4 \div \frac{69}{24}$, das ist $3\frac{21}{24}$.

3. Zu addiren 23 ℔ 30 Loth + 127 ℔ 28 ℔. ℔ 29 ℔. + 25 ℔ 31 ℔. + 114 ℔ 24 ℔. + 21 ℔ ; so addiret:

℔ 24 ÷ 2 Loth
128 ÷ 4
127 ÷ 3
26 ÷ 1
115 ÷ 8
22 ÷ 9

332 ÷ 27, das ist 331 ℔ 5 ℔.

4. Zu addiren 20 + 23 + 18 + 16 + 21 Sgr, diret:

Thl. 1 ÷ 4 Sgr.
1 ÷ 1
1 ÷ 6
1 ÷ 8
1 ÷ 3

Thl. 5 ÷ 22 Sgr, das ist 4 Thl. 2 Sgr.

666. Solchergestalt hat man bey dergleichen pel den Vortheil, daß man eine viel kleinere Sum eine Sorten bekomme, welche gar leicht von der

Summe der gröſsern Sorten abzuziehen ſind; da man hingegen nach der gemeinen Art eine gröſsere Summe kleinere Sorten bekommt, und ſelbige durch die Diviſion allererſt in ihre gröſsere Sorten bringen müſſe. Der vornehmſte Vortheil aber, welcher euch durch die beſchriebene Manieren (§. 667 und 668) an Händen gegeben wird, iſt dieſer, daß ihr auf ſolche Weiſe, inſonderheit, wenn nur wenig Zahlen zu ſummiren gegeben werden, die Berechnung, ſowohl bey einer, als mehrerley namigen Zahlen, öfters gar leicht aus dem Kopfe anſtellen könnet.

Z. E. Zu addiren 97 + 93 + 96, das iſt 100 ÷ 3 + 100 ÷ 7 + 100 ÷ 4; ſo dürfet ihr nur in den Gedanken die Differenzen 3, 7 und 4 zuſammen zählen, und ſagen, die Summe iſt 300 ÷ 14, oder 286.

Item, zu addiren 21 + 19 + 23 Sgr das iſt 1 Thl. ÷ 3 Sgr + 1 Thl. ÷ 5 Sgr + 1 Thl. ÷ 1 Sgr; ſo zählet die Differenzen zuſammen, und ſaget zur Antwort: 3 Thl. ÷ 9 Sgr, das iſt 2 Thl. 15 Sgr.

Item, zu addiren 2 ℔ 115 ℔ + 13 ℔ 116 ℔, das iſt 3 ℔ ÷ 5 ℔ + 14 ℔ ÷ 4 ℔; ſo könnet ihr ſo fort ſagen: Die Summe iſt 17 ℔ ÷ 9 ℔, oder 16 ℔ 111 ℔.

§. 670. Ihr dürfet auch keinesweges, wenn die ſummirenden Zahlen vorhin ſchon, wie ordinair unter einander geſchrieben, dieſelben allererſt nach voriger Anweiſung umſchreiben, ſondern nur ihre Differenzen, wie vorhin gezeiget, beyſeite notiren, und alsdenn der kommenden Summe aus der gröſsern Sorte ſo viel Einer zulegen, als ihr Differenzen notiret habt.

Z. E.

E. Zu addiren 23 Stein 19 ℔. So notiret ÷ 5

133	21	—	—	÷ 3
79	22	—	—	÷ 2
138	17	—	—	÷ 7
526	18	—	—	÷ 6
Summe 894				÷ 23

Weil nun 5 Differenzen notiret worden, so zählet zu Steinen noch 5 St. kommen 894 St. ÷ 23 ℔, ist 893 St. und 1 ℔.

671. Auf gleichen Schlag könnet ihr procediren, unter den summirenden Zahlen auch solche Anzahleine Sorten sich befinden, die nicht nahe, ja gar die Hälfte einer grössern Sorte sind. Wobey ein besonderer Vortheil anzubringen ist, indem die kleinen Sorten, welche mit + bemerket, gegen leinen Sorten, so mit ÷ bezeichnet, hinwegstreichen als folget:

1. Zu addiren 127 fl. 7 ß. So notiret + 7

596	28	—	—	÷ 8
347	21	—	—	÷ 9
1195	23	—	—	÷ 7
123	9	—	—	+ 9
46	13	—	—	+ 13
123	19	—	—	÷ 11
87	24	—	—	÷ 6
Summe 1489 fl.		—	—	÷ 6

Dann ihr nun die Zahlen gehörigermassen beysetzet und mit + und ÷ nach Erforderung bezeichnet, welcher die + 7 gegen ÷ 7; + 9 gegen + 9; + 13 ÷ 11 und ÷ 2 hinweg, so bleibet nur noch ÷ 6.

Und weil 5 mal ÷ bezeichnet worden, so zählet zu den fl. noch 5 fl. kommen 1489 fl. ÷ 6 ßß, das ist 1488 fl. und 24 ßß.

N° 201

Zu addiren 127 Thl.	10	Ggr.	So notiret	+		÷
23	19		—	—	—	÷ 8
145	61		—	—	+	6
124	21		—	—	—	÷ 8
87	5		—	—	+	8
234	11		—	—	+	XX
82	23		—	—	—	÷ 1
17	15		—	—	—	÷ 9
Summe 843 Thl.			—	—	+	14

Allhier ist + 5 gegen ÷ 5; + 10 gegen ÷ 1 und ÷ 9 hinweggestrichen. Ferner ist ÷ 3 hinweggestrichen, hingegen von + 11 ebenfalls 3 abgenommen worden, so bleibet + 6 und 8, das ist + 14. Und weil 4 mal ÷ bezeichnet worden, so zählet zu den Thalern noch 4, so kommen 843 Thl. + 14 Ggr.

Die 73ste Aufgabe.

§. 672. Wie die Addition solcher kleinen Sorten, welche leicht in andere Theile aus der grössern Sorte zu verwandeln, mit Vortheil zu verrichten.

Wenn die summirenden kleinen Sorten leicht aus dem Kopfe in solche andere Brüche oder Theile aus der grössern Sorte zu reduciren (§. 490) sind, welche einen gleichen und doch kleinern Nenner haben, als ihr gemeiner Nenner worden ist, das ist (§. 93 und 414 im Beweise),

s die Anzahl der kleinen Sorten, so viel derselben auf ne Einheit der gröſsern Sorten gehen; so zählet selbi- nur nach ihrem Werthe in die andere gleichgültige heile zusammen, so habt ihr den Vortheil, daß ihr icht allein kleinere Zahlen zusammen zählen, sondern ch deren Summe hernach, wenn selbige zu ihrer öſsern Sorte gemacht wird, in einen kleinern Nen- r dividiren dürfet.

3. E. N°. 1. Zu addiren

123 fl. 18 gr.	Weil nun alle diese gr aus 1. 2.
17 · 12	3. oder 4 mal 6 gr bestehen,
235 · 24	und 6 gr ist $\frac{1}{2}$ fl. so zählet 6 gr
138 · 6	für 1, 12 gr für 2, 18 gr für 3,
25 · 24	und 24 gr für 4, kommen 17,
137 · 18	nämlich 5tel, welche in 5 dividi-
Summe 678 fl. 12 gr	ret (§. 380), geben $3\frac{2}{5}$, das ist 3 fl. 12 gr. Demnach setzet,

ie gewöhnlich, die 12 gr hin, und nehmet die 3 fl. zu en fl. kommen 678 fl.

N°. 2. Zu addiren

238 fl. 15 gr.	Weil nun alle diese gr aus 1,
347 · $7\frac{1}{2}$	2 oder 3 mal $7\frac{1}{2}$ gr bestehen,
19 · $22\frac{1}{2}$	und $7\frac{1}{2}$ ist $\frac{1}{4}$ fl; so zählet $7\frac{1}{2}$
37 · 15	für 1, 15 für 2, und $22\frac{1}{2}$ für
238 · $22\frac{1}{2}$	3, kommen 15, nämlich 4tel fl.
592 · $22\frac{1}{2}$	das ist $3\frac{3}{4}$ fl. oder 3 fl. $22\frac{1}{2}$ gr.
479 · $7\frac{1}{2}$	Ferner procediret, wie gewöhn-
Summe 1953 fl. $22\frac{1}{2}$ gr	lich.

N°. 3. Zu addiren

285 fl. 24 ℔.	Weil nun alle diese ℔ aus 2, 3
327 • 12	oder 4 ꝛc. mal 3 ℔ bestehen,
123 • 21	und 3 ℔ ist $\frac{1}{10}$ fl. so zählet die
428 • 27	9 ℔ für 3, die 6 ℔ für 2, die
594 • 15	15 ℔ für 5, die 27 ℔ für 9,
82 • 6	die 21 ℔ für 7, die 12 ℔ für 4,
42 • 9	und die 24 ℔ für 8, kommen
Summe 1884 fl. 24 ℔	38, nämlich 10tel fl. das ist $3\frac{8}{10}$, oder 3 fl. 24 ℔. Weiter

verfahret, wie gewöhnlich.

N°. 4. Zu addiren

327 Thlr. 8 G℔	Weil nun diese G℔ aus 2,
279 • 16	3 oder 4 ꝛc. mal 4 G℔ be-
427 • 20	stehen, und 4 G℔ ist $\frac{1}{6}$
59 • 12	Thlr. so zählet 16 G℔ für
83 • 16	4, 12 G℔ für 3, 20 G℔
Summe 1178 Thlr. —	für 5, und 8 G℔ für 2, kommen 18, nämlich 6tel

Thlr, das ist 3 Thlr. Ferner procediret, wie gewöhnlich.

N°. 5. Zu addiren

237 fl. 12 ℔ 6 ℞.	Weil nun diese ℞ aus 1
423 • 15 • 12	oder 2 mal 6 ℞; und die
87 • 9 • 12	℔ aus 3, 4 oder 5 ꝛc. mal 3
48 • 18 • 6	℔ bestehen, 6 ℞ aber = $\frac{1}{3}$
17 • 21 • 12	℔, und 3 ℔ = $\frac{1}{10}$ fl. so
Summe 814 fl. 17 ℔ 12 ℞	zählet 6 ℞ für 1, und 12 ℞ für 2, kommen 8, nämlich 3tel ℔, das ist $2\frac{2}{3}$ ℔ oder 2 ℔ 12 ℞. Ferner zählet 9 ℔ für 3, 12 ℔ für 4, 15 ℔ für 5, 18 ℔ für 6, und 21 ℔ für 7, kommen 25, nämlich 10tel fl. das ist $2\frac{5}{10}$ fl.

oder

)der 2 fl. 15 ₰. Hierzu nehmet die vorigen 2 ₰, so)abet ihr die 17 ₰. Im übrigen procediret, wie ge- wöhnlich.

Die 74. Aufgabe.

§. 673. Wie die vorige Manier bisweilen noch behender anzubringen.

Aus dem nachfolgenden Exempel könnet ihr sehen, wie das nächst vorher angewiesene Zusammenzählen der kleinern Sorten, durch die kürzere Addition, das ist, durch die Multiplication (§. 139), unterweilen noch mehr verkürzet werden könne.

Als zu addiren	325 fl. 18 ₰	Weil nun diese ₰ aus 1. 2
	529 • 37	oder 3 mal 9 ₰ bestehen,
	82 • 9	und 9 ₰ = $\frac{3}{20}$ fl. so zählet
	123 • 27	9 ₰ für 1, 18 ₰ für 2,
	42 • 9	und 27 für 3, kommen
	387 • 18	15. Diese multipliciret
	62 • 27	mit 3, kommen 45, näm-
Summe	1554 fl. 15 ₰	lich 10tel fl. das ist 4 fl. 15 ₰. Weiter verfahret, wie gewöhnlich.

§. 674. Es dürfte jemand vielleicht denken, daß dergleichen Exempel, wie ich §. 672 und 673 fürgestellet habe, in Praxi niemals, oder doch sehr selten vorkommen: Allein ich kann aus selbst eigener Erfahrung versichern, daß in publiquen Affairen bey Steuern, Auflagen ꝛc. man öfters ganze Bücher mit dergleichen kleinen Sorten zu summiren habe, wobey die erwehnten Vortheile mit nicht geringem Nutzen angebracht werden können.

Die 75. Aufgabe.

§. 675. Die ungleich namigen Brüche unter den möglichst kleinsten Generalnenner zu addiren.

I. Bringet Brüche, welche ungleiche Nenner haben unter den möglichst kleinsten Generalnenner, auf die Weise, wie vorhin §. 661 gelehret worden.

II. Addiret die kommenden neuen Zähler, und verfähret im übrigen nach der gegebenen Regel §. 425 und 427.

Z. E. N°. 1. Wenn ihr die oben in §. 661 N°. 1. gegebenen Brüche, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{9}{2}$ und $\frac{7}{5}$ addiren wollet, so setzet es eben also, wie daselbsten zu ersehen, und addiret die Zähler 315, 300, 189 und 98 zusammen, kommen 902, nämlich 420tel, das ist $2\frac{62}{420}$, oder $2\frac{31}{210}$.

N°. 2. Wenn ihr die in gedachtem §. N°. 2. gegebenen Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{13}{15}$ und $1\frac{5}{8}$ addiren wollet, so setzet es, wie daselbst zu sehen, und addiret demnach die Zähler, 360, 480, 540, 288, 600, 270, 504, 192, 585 und 200, zusammen, kommen 4019, nämlich 720tel, das ist $5\frac{419}{720}$.

N°. 3. Es ist oben §. 425 N°. 1. ein Exempel gegeben, da $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{45}$ zu addiren sind, dieses stehet nach jetzt beschriebner Art, also:

45

$\frac{1}{7}$	9
$\frac{2}{3}$	18
$\frac{1}{45}$	1
	28 nämlich 45tel, oder $\frac{28}{45}$.

N°. 4.

N°. 4. Also ist daselbst N°. 2. ein Exempel gegeben, in welchem die Brüche, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{1}{8}$ und $1\frac{1}{8}$ zu addiren sind. Dieses stehet also:

	16	
$\frac{3}{4}$	4	12
$\frac{3}{16}$	1	3
$\frac{1}{8}$	2	2
$1\frac{1}{8}$	2	6
		23 nämlich 16tel, das ist $1\frac{7}{16}$, welches 1 zu den Ganzen genommen.
kommen	$2\frac{7}{16}$	

Von den Vortheilen in der Subtraction.

§. 676.

Mit der gemeinen Subtraction, da eine Zahl nur einmal von einer andern abzuziehen ist (denn wenn sie etliche mal abgenommen werden soll, ist oben §. 193 schon gezeiget worden, wie solches kurz zu verrichten sey), hat es eben die Bewandniß, als mit der Addition (§. 664 auch 518). Dannenhero ist auch allhier außer dem folgenden, sonst kein Vortheil anzubringen.

Die 76. Aufgabe.

§. 677. Wie die Subtraction der einzig benamten Zahlen, durch Hülfe der Addition, zuweilen mit Vortheil zu verrichten.

Wenn man in der Subtraction etwas zu viel subtrahiret, und man leget solches hinwiederum zu dem kom-

menden Reste, so giebt das Collect den verlangten Rest (§. 39). Diesen Satz kann man insonderheit bey einem solchen Subtractore mit Vortheil anbringen, welcher nahe an einen Numerum simplicem (§. 71) ist. Denn man darf an statt des gegebenen Subtractoris nur solchen Numerum simplicem in seiner zugehörigen Stelle subtrahiren, und das zu viel abgenommene hingegen dem Reste zulegen. Und ist auf solche Weise der verlangte Rest öfters gar leicht auch wohl aus dem Kopfe so fort herzusagen (§. 669).

Z. E. N° 1. 994, das ist 1000 ÷ 6, von 4681 zu subtrahiren; so subtrahiret an statt 994, 1 Tausend in der Stelle der Tausenden, und leget hingegen 6 in die Stelle der Einer zu, also:

4681
÷ 1 +6

der begehrte Rest 3687.

N° 2. Von 245 zu subtrahiren 96, das ist 100 ÷ 4; so subtrahiret 100, und leget hingegen 4 zu, so kommt der begehrte Rest 149.

§. 678. Eben hieraus entstehet die Methode, welche oben §. 434 N° 2 in Not. angewiesen worden. Denn, wenn man nach solcher z. E. von 123 fl. 6 ℔, 47 fl. 21 ℔, abziehen soll, so subtrahiret man (weil 47 fl. 21 ℔ = 48 fl. ÷ 9 ℔) 48 fl. von den 123 fl. bleiben 75 fl. und leget hingegen die zu viel abgenommenen 9 ℔ zu den andern 6 ℔, kommet der begehrte Rest 75 fl. 15 ℔. Und gleiche Bewandniß hat es mit den gleichnamigen Brüchen, wie am angezogenen Orte zu ersehen.

Die 77. Aufgabe.

§. 679. Ungleichnamige Brüche unter den mög-

möglichſt kleinſten Generalnenner zu ſubtrahiren.

I. Bringet ſie unter den kleinſten Generalnenner nach Anweiſung §. 661.

II. Subtrahiret die gleichnamigen Zähler begehrter maßen von einander, und procediret im übrigen nach der gegebenen Regel §. 431 und 434.

Zu deſto mehrerer Erläuterung folgen allhier Exempel, ſowohl von gebrochnen, als vermiſchten Zahlen, auf alle vorkommende Fälle.

16

N°. 1. von $\frac{11}{16}$ | 1 | 11
zu ſubtrahiren $\frac{3}{8}$ | 2 | 6
Reſt $\frac{5}{16}$

48

N°. 2. von $\frac{7}{8}\frac{7}{4}$ | 2 | 34
zu ſubtrahiren $\frac{1}{16}$ | 3 | 15
Reſt $\frac{19}{48}$

60

N°. 3. von $\frac{11}{12}$ | 5 | 55
zu ſubtrahiren $\frac{3}{4}$ | 12 | 36
Reſt $\frac{19}{60}$

9

N°. 4. von 3271$\frac{1}{3}$ | 1 | 5
zu ſubtr. 1387$\frac{1}{3}$ | 3 | 3
Reſt 1884$\frac{1}{3}$

15

N°. 5. von 4073$\frac{8}{15}$ | 1 | 8 Nämlich, weil
zu ſubtrah. 2136 $\frac{4}{5}$ | 3 | 12 $\frac{12}{15}$ von $\frac{8}{15}$ nicht kann ſubtrahiret
Reſt 1936$\frac{11}{15}$

werden, ſo borget 1 Ganzes, das iſt $\frac{15}{15}$, und verfahret, wie oben §. 434. N°. 5 gelehret worden.

N°. 6.

Und weil 5 mal ÷ bezeichnet worden, so zählet zu den fl. noch 5 fl. kommen 1489 fl. ÷ 6 Gr. das ist 1488 fl. und 24 Gr.

N°. 21

Zu addiren 127 Thl. 10 Gr. So notiret + 10

23	19	—	—	—	÷ 8
145	6	—	—	+	6
124	21	—	—	—	÷ 8
87	5	—	—	+	8
234	11	—	—	+	11
82	93	—	—	—	÷ 1
17	15	—	—	—	÷ 9
Summe 843 Thl.		—	—	+	14

Allhier ist + 5 gegen ÷ 5; + 10 gegen ÷ 1 und ÷ 9 hinweggestrichen. Ferner ist ÷ 3 hinweggestrichen, hingegen von + 11 ebenfalls 3 abgenommen worden, so bleibet + 6 und 8, das ist + 14. Und weil 4 mal ÷ bezeichnet worden, so zählet zu den Thalern noch 4, so kommen 843 Thl. + 14 Gr.

Die 73. Aufgabe.

§. 672. Wie die Addition solcher kleinen Sorten, welche leicht in andere Theile aus der gröſsern Sorte zu verwandeln, mit Vortheil zu verrichten.

Wenn die summirenden kleinen Sorten leicht aus dem Kopfe in solche andere Brüche oder Theile aus der gröſsern Sorte zu reduciren (§. 490) sind, welche einen gleichen und doch kleinern Nenner haben, als ihr gemeiner Nenner vorher ist, das ist (§. 393 und 414 im Beweise), als

s die Anzahl der kleinen Sorten, so viel derselben auf e Einheit der gröſsern Sorten gehen; so zählet selbi- nur nach ihrem Werthe in die andere gleichgültige eile zusammen, so habt ihr den Vortheil, daß ihr ht allein kleinere Zahlen zusammen zählen, sondern ch deren Summe hernach, wenn selbige zu ihrer öſsern Sorte gemacht wird, in einen kleinern Nen- r dividiren dürfet.

3. E. N°. 1. Zu addiren

123 fl. 18 ₰.	Weil nun alle diese ₰ aus 1. 2.
17 - 12	3. oder 4 mal 6 ₰ bestehen,
235 - 24	und 6 ₰ ist $\frac{1}{4}$ fl. so zählet 6 ₰
138 - 6	für 1, 12 ₰ für 2, 18 ₰ für 3,
25 - 24	und 24 ₰ für 4, kommen 17,
137 - 18	nämlich 5tel, welche in 5 dividi-
ume 678 fl. 12 ₰	ret (§. 380), geben $3\frac{2}{5}$, das ist 3 fl. 12 ₰. Demnach setzet,

e gewöhnlich, die 12 ₰ hin, und nehmet die 3 fl. zu n fl. kommen 678 fl.

N°. 2. Zu addiren

238 fl. 15 ₰.	Weil nun alle diese ₰ aus 1,
347 - $7\frac{1}{2}$	2 oder 3 mal $7\frac{1}{2}$ ₰ bestehen,
19 - $22\frac{1}{2}$	und $7\frac{1}{2}$ ist $\frac{1}{4}$ fl; so zählet $7\frac{1}{2}$
37 - 15	für 1, 15 für 2, und $22\frac{1}{2}$ für
238 - $22\frac{1}{2}$	3, kommen 15, nämlich 4tel fl.
592 - $22\frac{1}{2}$	das ist $3\frac{3}{4}$ fl. oder 3 fl. $22\frac{1}{2}$ ₰.
479 - $7\frac{1}{2}$	Ferner procediret, wie gewöhn-
ume 1953 fl. $22\frac{1}{2}$ ₰	lich.

N°. 3. Zu addiren

285 fl.	24 ℔.	Weil nun alle diese ℔ aus 2, 3
327	12	oder 4 ꝛc. mal 3 ℔ bestehen,
123	21	und 3 ℔ ist $\frac{1}{10}$ fl. so zählet die
428	27	9 ℔ für 3, die 6 ℔ für 2, die
594	15	15 ℔ für 5, die 27 ℔ für 9,
82	6	die 21 ℔ für 7, die 12 ℔ für 4,
42	9	und die 24 ℔ für 8, kommen
Summe 1884 fl.	24 ℔	38, nämlich 10tel fl. das ist $3\frac{8}{10}$, oder 3 fl. 24 ℔. Weiter

verfahret, wie gewöhnlich.

N°. 4. Zu addiren

327 Thlr.	8 G℔	Weil nun diese G℔ aus 2,
279	16	3 oder 4 ꝛc. mal 4 G℔ be-
427	20	stehen, und 4 G℔ ist $\frac{1}{4}$
59	12	Thlr. so zählet 16 G℔ für
83	16	4, 12 G℔ für 3, 20 G℔
Summe 1178 Thlr.	—	für 5, und 8 G℔ für 2, kommen 18, nämlich 6tel Thlr, das ist 3 Thlr. Ferner procediret, wie gewöhnlich.

N°. 5. Zu addiren

237 fl.	12 ℔ 6 ℞.	Weil nun diese ℞ aus 1
423	15 12	oder 2 mal 6 ℞; und die
87	9 12	℔ aus 3, 4 oder 5 ꝛc. mal 3
48	18 6	℔ bestehen, 6 ℞ aber $=\frac{1}{3}$
17	21 12	℔, und 3 ℔ $=\frac{1}{10}$ fl. so
Summe 814 fl.	17 ℔ 12 ℞	zählet 6 ℞ für 1, und 12 ℞ für 2, kommen 8, nämlich 3tel ℔, das ist $2\frac{2}{3}$ ℔ oder 2 ℔ 12 ℞. Ferner zählet 9 ℔ für 3, 12 ℔ für 4, 15 ℔ für 5, 18 ℔ für 6, und 21 ℔ für 7, kommen 25, nämlich 10tel fl. das ist $2\frac{5}{10}$ fl.

oder

der 2 fl. 15 ℔. Hierzu nehmet die vorigen 2 ℔, so habet ihr die 17 ℔. Im übrigen procediret, wie gewöhnlich.

Die 74. Aufgabe.

§. 673. Wie die vorige Manier bisweilen noch behender anzubringen.

Aus dem nachfolgenden Exempel könnet ihr sehen, wie das nächst vorher angewiesene Zusammenzählen der kleinern Sorten, durch die kürzere Addition, das ist, durch die Multiplication (§. 139), unterweilen noch mehr verkürzet werden könne.

Als zu addiren	325 fl. 18 ℔	Weil nun diese ℔ aus 1. 2
	529 • 37	oder 3 mal 9 ℔ bestehen,
	82 • 9	und 9 ℔ = $\frac{3}{10}$ fl. so zählet
	123 • 27	9 ℔ für 1, 18 ℔ für 2,
	42 • 9	und 27 für 3, kommen
	387 • 18	15. Diese multipliciret
	62 • 27	mit 3, kommen 45, näm-
Summe	1554 fl. 15 ℔	lich 10tel fl. das ist 4 fl. 15 ℔. Weiter verfahret, wie gewöhnlich.

§. 674. Es dürfte jemand vielleicht denken, daß dergleichen Exempel, wie ich §. 672 und 673 fürgestellet habe, in Praxi niemals, oder doch sehr selten vorkommen: Allein ich kann aus selbst eigener Erfahrung versichern, daß in publiquen Affairen bey Steuern, Auflagen ꝛc. man öfters ganze Bücher mit dergleichen kleinen Sorten zu summiren habe, wobey die erwehnten Vortheile mit nicht geringem Nutzen angebracht werden können.

Die 75. Aufgabe.

§. 675. Die ungleich namigen Brüche unter den möglichst kleinsten Generalnenner zu addiren.

I. Bringet Brüche, welche ungleiche Nenner haben unter den möglichst kleinsten Generalnenner, auf die Weise, wie vorhin §. 661 gelehret worden.

II. Addiret die kommenden neuen Zähler, und verfähret im übrigen nach der gegebenen Regel §. 425 und 427.

Z. E. N°. 1. Wenn ihr die oben in §. 661 N°. 1. gegebenen Brüche, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{9}{2}$ und $\frac{7}{5}$ addiren wollet, so setzet es eben also, wie daselbsten zu ersehen, und addiret die Zähler 315, 300, 189 und 98 zusammen, kommen 902, nämlich 420tel, das ist $2\frac{62}{420}$, oder $2\frac{31}{210}$.

N°. 2. Wenn ihr die in gedachtem §. N°. 2. gegebenen Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{4}{11}$, $\frac{13}{16}$ und $1\frac{5}{8}$ addiren wollet, so setzet es, wie daselbst zu sehen, und addiret demnach die Zähler, 360, 480, 540, 288, 600, 270, 504, 192, 585 und 200, zusammen, kommen 4019, nämlich 720tel, das ist $5\frac{419}{720}$.

N°. 3. Es ist oben §. 425 N°. 1. ein Exempel gegeben, da $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{45}$ zu addiren sind, dieses stehet nach jetzt beschriebner Art, also:

45

$\frac{1}{5}$	9
$\frac{2}{3}$	18
$\frac{1}{45}$	1
	28 nämlich 45tel, oder $\frac{28}{45}$.

N°. 4.

4. Also ist daselbst N°. 2. ein Exempel gege-
in welchem die Brüche, $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{1}{8}$ und $1\frac{1}{2}$ zu addi-
nd. Dieses stehet also:

16

$\frac{3}{4}$	4	12
$\frac{3}{16}$	1	3
$\frac{1}{8}$	2	2
$1\frac{3}{8}$	2	6
		23 nämlich 16tel, das ist $1\frac{7}{16}$, wel-

men $2\frac{7}{16}$ ches 1 zu den Ganzen genommen.

Von den Vortheilen in der Subtraction.

§. 676.

Mit der gemeinen Subtraction, da eine Zahl nur einmal von einer andern abzuziehen ist (denn wenn liche mal abgenommen werden soll, ist oben §. 193 1 gezeiget worden, wie solches kurz zu verrichten hat es eben die Bewandniß, als mit der Addition 664 auch 518). Dannenhero ist auch allhier außer folgenden, sonst kein Vortheil anzubringen.

Die 76. Aufgabe.

677. Wie die Subtraction der einzig benamten Zahlen, durch Hülfe der Addition, zuweilen mit Vortheil zu verrichten.

Wenn man in der Subtraction etwas zu viel subtra-
t, und man leget solches hinwiederum zu dem kom-

menden Reste, so giebt das Collect den verlangten Rest (§. 39). Diesen Satz kann man insonderheit bey einem solchen Subtractore mit Vortheil anbringen, welcher nahe an einen Numerum simplicem (§. 71) ist. Denn man darf an statt des gegebenen Subtractoris nur solchen Numerum simplicem in seiner zugehörigen Stelle subtrahiren, und das zu viel abgenommene hingegen dem Reste zulegen. Und ist auf solche Weise der verlangte Rest öfters gar leicht auch wohl aus dem Kopfe so fort herzusagen (§. 669).

Z. E. N° 1. 994, das ist 1000 ÷ 6, von 4681 zu subtrahiren; so subtrahiret an statt 994, 1 Tausend in der Stelle der Tausenden, und leget hingegen 6 in die Stelle der Einer zu, also:

4681
÷ 1 +6

der begehrte Rest 3687.

N°. 2. Von 245 zu subtrahiren 96, das ist 100 ÷ 4; so subtrahiret 100, und leget hingegen 4 zu, so kommt der begehrte Rest 149.

§. 678. Eben hieraus entstehet die Methode, welche oben §. 434 N°. 2 in Not. angewiesen worden. Denn, wenn man nach solcher z. E. von 123 fl. 6 ℔, 47 fl. 21 ℔, abziehen soll, so subtrahiret man (weil 47 fl. 21 ℔ = 48 fl. ÷ 9 ℔) 48 fl. von den 123 fl. bleiben 75 fl. und leget hingegen die zu viel abgenommenen 9 ℔ zu den andern 6 ℔, kommet der begehrte Rest 75 fl. 15 ℔. Und gleiche Bewandniß hat es mit den gleichnamigen Brüchen, wie am angezogenen Orte zu ersehen.

Die 77. Aufgabe.

§. 679. Ungleichnamige Brüche unter den mög-

möglichst kleinsten Generalnenner zu subtrahiren.

I. Bringet sie unter den kleinsten Generalnenner nach Anweisung §. 661.

II. Subtrahiret die gleichnamigen Zähler begehrter maßen von einander, und procediret im übrigen nach der gegebenen Regel §. 431 und 434.

Zu desto mehrerer Erläuterung folgen allhier Exempel, sowohl von gebrochnen, als vermischten Zahlen, auf alle vorkommende Fälle.

16

N°. 1. von $\frac{13}{16}$ | 1 | 11
zu subtrahiren $\frac{3}{8}$ | 2 | 6
Rest $\frac{7}{16}$

48

N°. 2. von $\frac{17}{24}$ | 2 | 34
zu subtrahiren $\frac{1}{16}$ | 3 | 15
Rest $\frac{19}{48}$

60

N°. 3. von $\frac{11}{12}$ | 5 | 55
zu subtrahiren $\frac{3}{4}$ | 12 | 36
Rest $\frac{19}{60}$

9

N°. 4. von 3271$\frac{1}{3}$ | 1 | 5
zu subtr. 1387$\frac{1}{3}$ | 3 | 3
Rest 1884$\frac{3}{3}$

15

N°. 5. von 4073$\frac{8}{15}$ | 1 | 8 Nämlich, weil
zu subtrah. 2136 $\frac{4}{5}$ | 3 | 12 $\frac{12}{15}$ von $\frac{8}{15}$ nicht
Rest 1936$\frac{11}{15}$ kann subtrahiret

werden, so borget 1 Ganzes, das ist $\frac{15}{15}$, und verfahret, wie oben §. 434. N°. 5 gelehret worden.

N°. 6.

		16				24	
N°. 6. von 6304	8/9	2	16	N°. 7. von 1394	17/24	2	14
zu subtrah. 4618	1/8	3	15	zu subtr. 1073	7/8	3	21
Rest 1686	1/18			Rest 320	17/24		

		90				77	
N°. 8. von 4039	7/10	9	63	N°. 9. von 2340	4/11	7	28
zu subtr. 2140	2/5	10	20	zu subtr. 1870	4/7	11	44
Rest 1899	1/10			Rest 469	5/77		

Von den Vortheilen in der Multiplication.

§. 680.

In der gemeinen Art zu multipliciren, ist man gewohnet, die Producte einig und allein durch Hülfe des Einmal Eins (§. 152) zu suchen; und weil dieses nur auf die einzelne Ziffer gestellet ist, so können die Producte, wo der Multiplicator mehr, als nur eine bedeutliche Ziffer hat, nicht so fort unmittelbar gleich darunter hingeschrieben werden. Dannenhero ist man nach solcher Art gemüßiget, alle dergleichen Multiplicatores zu zergliedern, oder in Theile zu zerstreuen, und solchergestalt den Multiplicandum erstlich mit jedem Theile des Multiplicatoris ins besondere zu multipliciren, als denn erst das Factum totale oder das Hauptfactum durch die Addition der Factorum partialium zu suchen (§. 170). Und eben deswegen nimmt man nach dieser gemeinen Art, jede bedeutliche Ziffer des Multiplicatoris,

is, wie sie vor Augen stehen, in der Multiplication ir einen Theil an, weil deren Facta aus dem Einmal Eins (§. 154), und sonst keine andere unmittelbar zu inden sind.

§. 681. Hingegen hat man hier in der Practica auch ey den Multiplicatoribus, welche mehr, als nur eine edeutliche Ziffer haben, noch verschiedene andere Wee, die verlangten Facta, ohne daß man die Multiliatores zergliedern darf (§. 680), so fort unmittelbar zu inden; wie ihr aus dem folgenden bald sehen werdet. nd habe ich in gegenwärtigem Vortrage, bequemerer Ordnung halber, eben denselben Modum beobachten ollen, deßwegen auch eben bey der gemeinen Multiplication bedienet habe, nämlich

1. von dem Einmal Eins, und was demselben anhängig,
2. von solchen Multiplicationibus, deren Facta unmittelbar zu finden; und endlich
3. auch von solchen Multiplicationibus, deren Facta zwar nicht unmittelbar, jedoch kürzer oder auch leichter, als nach der gemeinen Art, gefunden werden können, zu beschreiben.

§. 682. Daß aber einige Rechner, zur Erlernung eines grössern Einmal Eins, anrathen, und durch solches einige Vortheile in der Multiplication zu suchen vermeynen; dieses ist gar nicht eines jeden Arbeit, indem man durch solches das Gedächtniß und das Nachsinnen im Kopfe (wenn man insonderheit öfters eine Menge kommende Zehener aus einer Stelle im Sinne behalten, und solche hernach zu dem kommenden Product in der nächst folgenden höhern Stelle, welches auf solche Weise öfters vor sich allein eine große Zahl gäbe, auswendig addiren müßte) mehr beschweret, solche, als keinen rechten Vortheil, welche dadurch in der

Multiplication erlanget werden könnten, werth sind. Dannenhero lasse ich es lieber nur bey dem bekannten Einmal Eins bewendet seyn (§. 512), und will allhier nur anzeigen, wie ein gröſser Einmal Eins zu verfertigen sey, und zwar dieses nur deswegen, weil nach solcher Manier viele Rechnungstabellen gar leicht auszurechnen sind; wie bald gezeiget werden soll.

Die 78. Aufgabe.

§. 683. **Ein gröſser Einmal Eins, als das gewöhnliche; oder vielmehr eine Tabelle auf ein 1, 2, 3, 4 faches ꝛc. durch bloſses addiren zu verfertigen.**

Procediret in allen Stücken eben auf die Weise, wie oben §. 150 beym ordinairen Einmal Eins angewiesen worden: Nämlich, addiret das 1fache zu sich selbst, so habt ihr das 2fache. Zu diesem abermal das 1fache addirt, kommt das 3fache. Hierzu addiret wiederum das 1fache, kommt das 4fache u. s. w.

Z. E. Wenn man die ordentlichen Producte bey dem 1fachen anfangend, von der Zahl 43 ausrechnen will, so addiret 43 zu 43 kommen 86, das 2fache: Zu 86 addiret wiederum 43, kommen 129, das 3fache: Zu 129 addiret abermals 43, kommen 172, das 4fache, u. s. w. Solchergestalt komen die begehrten Producte, wie folget:

1	43
2	86
3	129
4	172
5	215
6	258
7	301
8	344
9	387
10	430 ꝛc.

Dieses nennet man eine Tabelle oder Tarif.

§. 684.

§. 684. Man hat bey dieſer Manier, Tabellen zu rfertigen, nicht nur den Vortheil, daß die verlang- n Zahlen leicht und behender, als durch die Multi- ication gefunden werden, ſondern darüber noch die- n großen Vortheil, daß man an den 10fachen ſo rt erkennen kann, ob alle vorhergehende Producte cht ſind. Denn, weil jedes nachfolgende Product us ſeinem vorhergehenden hergeleitet wird, ſo iſt man erſichert, wenn in dem 10fachen das 1fache mit einer kommt (wie vorhin §. 683 die 430), daß alle vor- ergehende Zahlen recht ſeyn müſſen (es ſey denn, man üßte mehr als einmal, und zwar ſolche gewiſſe Feh- r begangen haben, daß das 10fache dennoch richtig ommen könnte, welches aber nicht leichtlich zu ver- uthen iſt). Dahingegen, wenn man jedes Product us beſonders durch die Multiplication findet, ſo muß uch jedes beſonders unterſucht und probirt werden, aferne man die Verſicherung haben will, daß ſie alle chtig ſind.

§. 685. Inſonderheit, wenn man eine Tabelle auf ine mehrerley-namige Zahl ſtellen will, ſo iſt der Vor- heil von dieſer Manier überaus groß, welches jeder on ſich ſelbſt verſpühren wird.

Z. E. Wenn 1 ℔ koſtet 7 fl. 16 ß 15 ₰, und man erlanget zu wiſſen, was 2, 3, 4 ℔ ꝛc. koſten. Dieſes wird nach voriger Unterweiſung, durch bloßes addiren ehr leicht gefunden, und ſtehet alſo:

	fl.	ß	₰
1	7	16	15
2	15	3	12
3	22	20	9
4	30	7	6
5	37	24	3
6	45	11	—
7	52	27	15
8	60	14	12
9	68	1	9
10	75	18	6
ꝛc.			

Die 79. Aufgabe.

§. 686. Wenn man das Einmal Eins nur bis auf 5 weiß, wie die Producte der größern einzelnen Ziffern, als 5 aus den Producten der kleinern zu finden.

I. Multipliciret die Differenzen zwischen jeden der gegebenen Factorum und 10, mit einander.

II. Addiret zu solchem Producte so viele Zehener, als die Summe beyder Factorum Unitäten über 10 hat, so kommt das verlangte Product.

Z. E. N°. 1. 7 mit 8 zu multipliciren, stehet also:

	Differ.
7	3
8	2

Antw. 56 das verlangte Product.

Nämlich saget: Die Differenz zwischen 7 und 10 ist 3; und zwischen 8 und 10 ist sie 2. Solche Differenzen mit einander multipliciret, geben 6. Ferner addiret die

gegebenen Factores 7 und 8, so findet ihr 15, das ist 5 Unitäten über 10: Derowegen lasset von solcher Summa 10 fahren, und addiret 5 Zehener, das ist 50, zu dem rigen Producte 6, kommen 56 das verlangte Product von 7 mal 8.

N°. 2. Wenn man 6 mal 9 wissen will, stehet es also:

	Differ.
6	4
9	1
Antw. 5	4

N°. 3. 8 mal 9, stehet also:

	Differ.
8	2
9	1
7	2

Beweis.

Wenn man 2 Zahlen unter 5, wie auch 2 Zahlen, die ben so viel über 5, als jene Zahlen darunter sind, jede sonders mit einander multipliciret, so ist das Product er zweyen grösern Zahlen um so viel doppelte Fünfer, as ist um so viel Zehener mehr, weder das Product der leinern Zahlen, als die Anzahl der Unitäten, welche jeder er grösseren Factorum über 5 hat, zusammen ist. Z. E. Man multiplicire einerseits $5 \div 2$ mit $5 \div 4$, das ist 3 mit ; und andererseits $5 + 2$ mit $5 + 4$, das ist 7 mit 9, so ist dieses Product 63 grösser, als jenes Product 3, um 10 mal die 2 und 4, das ist um 10 mal 6, oder, welches einerley, um 6 mal 10. Derowegen wenn man die Producte der Zahlen über 5 bis 10 haben will, so darf man nur die Producte der vorhin Artik. I. gemeldeten Differenzen, welche allhier eben diejenigen kleinern Zahlen, die

eben ſo viel unter 5, als die gegebenen größeren darüber ſind, ſuchen, und zu ſolchen ſo viel Zehener addiren, als die Summe der beyden gegebenen Zahlen über 10 (oder 2 ✕ 5) iſt.

§. 687. Man pfleget den Kindern zu zeigen, wie ſie dieſe Rechnung mit den Fingern verrichten können, nämlich man benennet in jeder Hand den kleinen Finger 6, den Goldfinger 7, den Mittelfinger 8, den Spitzfinger 9, und den Daumen 10. Wenn man nun z. E. 7 mal 8 wiſſen will, ſo ſetzet man von einer Hand den Goldfinger, und von der andern den Mittelfinger (welche Finger 7 und 8 heißen) zuſammen, ſo deuten ſolche Finger zuſammt den Fingern, nach dem kleinen Finger zu, die Unitäten, ſo viel die Summe von 7 und 8 über Zehen iſt. Derowegen zählet man dieſe Finger jeden vor zehen, als 10, 20, 30, ꝛc. ſo bekommet man 50, die übrigen Finger aber nach den Daumen zu, zeigen an jeder Hand die Differenzen der Factorum und 10, nämlich 2 und 3; demnach multipliciret man ſolche mit einander, und nimmt das Product 6 zu vorigen 50, ſo hat man das geſuchte Product 56. Es iſt alſo dieſe Manier eben derſelbe Proceß, welcher im nächſt vorigen §. N°. 1. befindlich.

§. 688. In der Algebra kann man den Beweis dieſer Rechnung durch allgemeine Größen weit deutlicher, als er vorhin (§. 686) in Zahlen gegeben, darſtellen, auch zugleich erweiſen, daß ſolche Rechnung nicht nur bey den einzelnen Ziffern, ſondern auch bey allen andern Zahlen ihre Richtigkeit habe. Denn wenn man $a \div b$ mit $a \div c$, wie auch beſonders $a+b$ mit $a+c$ multipliciret, kommt im erſten Product $a^2 \div [b+c]\,a+bc$; und im andern $a^2+[b+c]\,a+bc$. Hieraus ſiehet man klar, daß dieſes andere Product um $[b+c]\,2\,a$ (das iſt $[b+c]$ mal 2 a) mehr, als das erſtere Product ſey. Dieſemnach kann man den gedachten Vortheil auch bey großen Zahlen, und zwar inſonderheit, wenn dieſelben nahe an 100, 1000 oder 10000 ꝛc. mit Nutzen anbringen.

Z. E.

Z. E. N°. 1. Man soll 93 mit 89 multipliciren. Dieses stehet also:

	Differ. bis 100
93	7
89	11

Antw. 8277

Nämlich multipliciret die Differenz 7 und 11 mit einander, kommen 77. Hierzu müssen so vielmal 100 (das ist so vielmal doppelte 50) addiret werden, als die Summe von 93 und 89, Unitäten über 100 hat. Derowegen addiret die 93 und 89, kommen zwar 182; lasset der das eine Hundert fahren, und setzet die 82 in die Stelle der Hunderte, das ist in die 3te Stelle, so habt ihr das verlangte Product 8277.

N°. 2. 986 mit 997 zu multipliciren. Also:

	Differ. bis 1000
986	14
997	3

Antw. 983042

Allhier müssen zu dem Producte 42 so vielmal 1000 addiret werden, als die Summe beyder Factorum über 1000 ist, nämlich es müssen 42 und 983 Tausende zusammen genommen werden. Derowegen setzet man neben 42 zur Linken eine 0, und hernach die 983 in ihre gehörige Stelle, allwo sie Tausende bedeuten.

N°. 3. Zu multipliciren 9976 mit 9991. Also:

	Differ. bis 10000
9976	24
9991	9

Antw. 99670216

eben so viel unter 5, als die gegebenen größeren darüber sind, suchen, und zu solchen so viel Zehener addiren, als die Summe der beyden gegebenen Zahlen über 10 (oder 2 ⋈ 5) ist.

§. 687. Man pfleget den Kindern zu zeigen, wie sie diese Rechnung mit den Fingern verrichten können, nämlich man benennet in jeder Hand den kleinen Finger 6, den Goldfinger 7, den Mittelfinger 8, den Spitzfinger 9, und den Daumen 10. Wenn man nun z. E. 7 mal 8 wissen will, so setzet man von einer Hand den Goldfinger, und von der andern den Mittelfinger (welche Finger 7 und 8 heißen) zusammen; so deuten solche Finger zusammt den Fingern, nach dem kleinen Finger zu, die Unitäten, so viel die Summe von 7 und 8 über Zehen ist. Derowegen zählet man diese Finger jeden vor zehen, als 10, 20, 30, ꝛc. so bekommet man 50, die übrigen Finger aber nach den Daumen zu, zeigen an jeder Hand die Differenzen der Factorum und 10, nämlich 2 und 3; demnach multipliciret man solche mit einander, und nimmt das Product 6 zu vorigen 50, so hat man das gesuchte Product 56. Es ist also diese Manier eben derselbe Proceß, welcher im nächst vorigen §. N°. 1. befindlich.

§. 688. In der Algebra kann man den Beweis dieser Rechnung durch allgemeine Größen weit deutlicher, als er vorhin (§. 686) in Zahlen gegeben, darstellen, auch zugleich erweisen, daß solche Rechnung nicht nur bey den einzelnen Ziffern, sondern auch bey allen andern Zahlen ihre Richtigkeit habe. Denn wenn man $a \div b$ mit $a \div c$, wie auch besonders $a+b$ mit $a+c$ multipliciret, kommt im ersten Product $a^2 \div [b+c]\, a+bc$; und im andern $a^2+[b+c]\, a+bc$. Hieraus siehet man klar, daß dieses andere Product um $[b+c]\, 2a$ (das ist $[b+c]$ mal $2a$) mehr, als das erstere Product sey. Diesemnach kann man den gedachten Vortheil auch bey großen Zahlen, und zwar insonderheit, wenn dieselben nahe an 100, 1000 oder 10000 ꝛc. mit Nutzen anbringen.

Z. E.

Z. E. N°. 1. Man soll 93 mit 89 multipliciren. Dieses stehet also:

	Differ. bis 100
93	7
89	11

Antw. 8277

Nämlich multipliciret die Differenz 7 und 11 mit einander, kommen 77. Hierzu müssen so vielmal 100 (das ist so vielmal doppelte 50) addiret werden, als die Summe von 93 und 89, Unitäten über 100 hat. Derowegen addiret die 93 und 89, kommen zwar 182; lasset aber das eine Hundert fahren, und setzet die 82 in die Stelle der Hunderte, das ist in die 3te Stelle, so habt ihr das verlangte Product 8277.

N°. 2. 986 mit 997 zu multipliciren. Also:

	Differ. bis 1000
986	14
997	3

Antw. 983042

Allhier müssen zu dem Producte 42 so vielmal 1000 addiret werden, als die Summe beyder Factorum über 1000 ist, nämlich es müssen 42 und 983 Tausende zusammen genommen werden. Derowegen setzet man neben 42 zur Linken eine 0, und hernach die 983 in ihre gehörige Stelle, allwo sie Tausende bedeuten.

N°. 3. Zu multipliciren 9976 mit 9991. Also:

	Differ. bis 10000
9976	24
9991	9

Antw. 99670216

§. 689. Jedoch weil wir mit dergleichen Zahlen zu multipliciren bald einen leichtern Weg sehen werden, so kann der Nutzen dieser Regel bey solchen großen Zahlen nicht viel zu sagen haben. Demnach ist ihr fürnehmster Nutzen einigermaßen nur bey den einzelnen Ziffern, und zwar vor diejenigen insonderheit, welche das Einmal Eins nicht ganz fassen können. Eben diesen Leuten zu gut, will ich allhier noch anzeigen, wie man so gar auch ohne das Einmal Eins, nur durch bloßes dupliren und halbiren, multipliciren kann.

Die 80. Aufgabe.

§. 690. **Ohne das Einmal Eins, und nur durch dupliren und halbiren zu multipliciren.**

Addiret das Einfache und Zweyfache zusammen, so kommt das Dreyfache (§. 168).

Dupliret das 2fache, so kommt das 4fache, (§. 160).

Setzet bey das 1fache (so nur in den Gedanken oder durch einen Punkt wie §. 173 schon erwehnet, geschehen darf) ein 0, und halbiret es, so bekommt ihr das halbe 10fache (§. 159 und 276), das ist das 5fache.

Addiret zum Einfachen das 5fache, kommt das 6fache.

Addiret das 5fache und 2fache, kommt das 7fache.

Subtrahiret das 2fache vom 10fachen, so kommt das 8fache.

Endlich subtrahiret das Einfache vom 10fachen, so kommt das 9fache.

Z. E. 8763 mit 3.
17526 das 2fache addirt,
kommt 26289 das 3fache.

Item

Item . 8763 mit 4
17526 das 2fache duplirt,
kommt 35052 das 4fache.

Item . 8763. mit 5
2)
43815 das 5fache.

Item . 2) 8763. mit 6.
43815 das 5fache addirt,
kommt 52578 das 6fache.

Item . 8763. mit 7
2)
43815 das 5fache } addirt,
17526 das 2fache }
kommt 61341 das 7fache.

Item . 8763. mit 8.
17526 das 2fache vom 10fachen,
bleibet 70104 das 8fache.

Item . 8763. mit 9
8763 das 1fache vom 10fachen,
bleibet 78867 das 9fache.

§. 691. Diese beschriebene Art ohne das Einmal Eins zu multipliciren, ist zwar bey den Multiplicatoribus, welche nur eine einzelne bedeutliche Ziffer haben, (wie aus vorigen Exempeln zu ersehen) mehrentheils weitläuftiger, als die gemeine Art; zumal wenn man allererst andere Zahlen, welche sonst nicht nöthig wären, aus-

menden Reste, so giebt das Collect den verlangten Rest (§. 39). Diesen Satz kann man insonderheit bey einem solchen Subtractore mit Vortheil anbringen, welcher nahe an einen Numerum simplicem (§. 71) ist. Denn man darf an statt des gegebenen Subtractoris nur solchen Numerum simplicem in seiner zugehörigen Stelle subtrahiren, und das zu viel abgenommene hingegen dem Reste zulegen. Und ist auf solche Weise der verlangte Rest öfters gar leicht auch wohl aus dem Kopfe so fort herzusagen (§. 669).

Z. E. N° 1. 994, das ist 1000 ÷ 6, von 4681 zu subtrahiren; so subtrahiret an statt 994, 1 Tausend in der Stelle der Tausenden, und leget hingegen 6 in die Stelle der Einer zu, also:

4681
÷ 1 +6

der begehrte Rest 3687.

N°. 2. Von 245 zu subtrahiren 96, das ist 100 ÷ 4; so subtrahiret 100, und leget hingegen 4 zu, so kommt der begehrte Rest 149.

§. 678. Eben hieraus entstehet die Methode, welche oben §. 434 N°. 2 in Not. angewiesen worden. Denn, wenn man nach solcher z. E. von 123 fl. 6 ℔, 47 fl. 21 ℔, abziehen soll, so subtrahiret man (weil 47 fl. 21 ℔ = 48 fl. ÷ 9 ℔) 48 fl. von den 123 fl. bleiben 75 fl. und leget hingegen die zu viel abgenommenen 9 ℔ zu den andern 6 ℔, kommet der begehrte Rest 75 fl. 15 ℔. Und gleiche Bewandniß hat es mit den gleichnamigen Brüchen, wie am angezogenen Orte zu ersehen.

Die 77. Aufgabe.

§. 679. Ungleichnamige Brüche unter den mög-

möglichst kleinsten Generalnenner zu subtrahiren.

I. Bringet sie unter den kleinsten Generalnenner nach Anweisung §. 661.

II. Subtrahiret die gleichnamigen Zähler begehrter maßen von einander, und procediret im übrigen nach der gegebenen Regel §. 431 und 434.

Zu desto mehrerer Erläuterung folgen allhier Exempel, sowohl von gebrochnen, als vermischten Zahlen, auf alle vorkommende Fälle.

16

N°. 1. von $\frac{11}{16}$ | 1 | 11
zu subtrahiren $\frac{3}{8}$ | 2 | 6
Rest $\frac{5}{16}$

48

N°. 2. von $\frac{17}{24}$ | 2 | 34
zu subtrahiren $\frac{5}{16}$ | 3 | 15
Rest $\frac{19}{48}$

60

N°. 3. von $\frac{11}{12}$ | 5 | 55
zu subtrahiren $\frac{3}{5}$ | 12 | 36
Rest $\frac{29}{60}$

9

N°. 4. von $3271\frac{1}{3}$ | 1 | 5
zu subtr. $1387\frac{1}{3}$ | 3 | 3
Rest $1884\frac{2}{3}$

15

N°. 5. von $4073\frac{8}{15}$ | 1 | 8 Nämlich, weil
zu subtrah. $2136\frac{4}{5}$ | 3 | 12 $\frac{12}{15}$ von $\frac{8}{15}$ nicht
Rest $1936\frac{11}{15}$ kann subtrahiret

werden, so borget 1 Ganzes, das ist $\frac{15}{15}$, und verfahret, wie oben §. 434. N°. 5 gelehret worden.

N°. 6.

			18				24
N°. 6.	von 6304	$\frac{8}{9}$	2	16	N°. 7. von 1394	$\frac{7}{12}$	2	14
zu subtrah.	4618	$\frac{1}{2}$	3	15	zu subtr.	1073 $\frac{7}{8}$	3	21
	Rest	1686 $\frac{1}{18}$			Rest	320 $\frac{17}{24}$		

			90				77
N°. 8.	von 4039 $\frac{7}{10}$		9	63	N°. 9. von 2340 $\frac{4}{11}$		7	28
zu subtr.	2140	$\frac{2}{5}$	10	20	zu subtr. 1870	$\frac{4}{7}$	11	44
	Rest	1899 $\frac{1}{10}$			Rest	469 $\frac{5}{77}$		

Von den Vortheilen in der Multiplication.

§. 680.

In der gemeinen Art zu multipliciren, ist man gewohnet, die Producte einig und allein durch Hülfe des Einmal Eins (§. 152) zu suchen; und weil dieses nur auf die einzelne Ziffer gestellet ist, so können die Producte, wo der Multiplicator mehr, als nur eine bedeutliche Ziffer hat, nicht so fort unmittelbar gleich darunter hingeschrieben werden. Dannenhero ist man nach solcher Art gemüßiget, alle dergleichen Multiplicatores zu zergliedern, oder in Theile zu zerstreuen, und solchergestalt den Multiplicandum erstlich mit jedem Theile des Multiplicatoris ins besondere zu multipliciren, als denn erst das Factum totale oder das Hauptfactum durch die Addition der Factorum partialium zu suchen (§. 170). Und eben deswegen nimmt man nach dieser gemeinen Art, jede bedeutliche Ziffer des Multiplicatoris,

ris, wie ſie vor Augen ſtehen, in der Multiplication für einen Theil an, weil deren Facta aus dem Einmal Eins (§. 154), und ſonſt keine andere unmittelbar zu finden ſind.

§. 681. Hingegen hat man hier in der Practica auch bey den Multiplicationibus, welche mehr, als nur eine gedenkliche Ziffer haben, noch verſchiedene andere Wege, die verlangten Facta, ohne daß man die Multiplicandos zergliedern darf (§. 660), ſo fort unmittelbar zu finden; wie ihr aus dem folgenden bald ſehen werdet. Und habe ich in gegenwärtigem Vortrage, bequemerer Ordnung halber, eben denſelben Modum beobachten wollen, deſſentwegen ich auch bey der gemeinen Multiplication gethan habe, nämlich

1. von dem Einmal Eins, und was demſelben anhängig,
2. von ſolchen Multiplicationibus, deren Facta unmittelbar zu finden; und endlich
3. auch von ſolchen Multiplicationibus, deren Facta zwar nicht unmittelbar, jedoch kürzer oder auch leichter, als nach der gemeinen Art, gefunden werden können, zu beſchreiben.

§. 682. Daß aber einige Rechner, zur Erlernung eines gröſſern Einmal Eins, anrathen, und durch ſolches einige Vortheile in der Multiplication zu ſuchen vermeynen; dieſes iſt gar nicht eines jeden Arbeit, indem man durch ſolches das Gedächtniß und das Nachſinnen im Kopfe (wenn man inſonderheit öfters eine Menge kommende Zehener aus einer Stelle im Sinne behalten, und ſolche hernach zu dem kommenden Product in der nächſt folgenden höhern Stelle, welches auf ſolche Weiſe öfters vor ſich allein eine große Zahl gäbe, auswendig addiren müßte) mehr beſchweren, ſolche, als keinen Vortheil, welche dadurch in der

Multiplication erlanget werden könnten, werth sind. Dannenhero lasse ich es lieber nur bey dem bekannten Einmal Eins bewendet seyn (§. 512), und will allhier nur anzeigen, wie ein gröſer Einmal Eins zu verfertigen sey, und zwar dieses nur deswegen, weil nach solcher Manier viele Rechnungstabellen gar leicht auszurechnen sind; wie bald gezeiget werden soll.

Die 78. Aufgabe.

§. 683. **Ein gröſer Einmal Eins, als das gewöhnliche; oder vielmehr eine Tabelle auf ein 1, 2, 3, 4faches ꝛc. durch bloſes addiren zu verfertigen.**

Procediret in allen Stücken eben auf die Weise, wie oben §. 150 beym ordinairen Einmal Eins angewiesen worden: Nämlich, addiret das 1fache zu sich selbst, so habt ihr das 2fache. Zu diesem abermal das 1fache addirt, kommt das 3fache. Hierzu addiret wiederum das 1fache, kommt das 4fache u. s. w.

Z. E. Wenn man die ordentlichen Producte bey dem 1fachen anfangend, von der Zahl 43 ausrechnen will, so addiret 43 zu 43 kommen 86, das 2fache: Zu 86 addiret wiederum 43, kommen 129, das 3fache: Zu 129 addiret abermals 43, kommen 172, das 4fache, u. s. w. Solchergestalt kommen die begehrten Producte, wie folget:

1	43
2	86
3	129
4	172
5	215
6	258
7	301
8	344
9	387
10	430 ꝛc.

Dieses nennet man eine Tabelle oder Tarif.

§. 684.

§. 684. Man hat bey dieſer Manier, Tabellen zu verfertigen, nicht nur den Vortheil, daß die verlangten Zahlen leicht und behender, als durch die Multiplication gefunden werden, ſondern darüber noch dieſen großen Vortheil, daß man an den 10fachen ſo fort erkennen kann, ob alle vorhergehende Producte recht ſind. Denn, weil jedes nachfolgende Product aus ſeinem vorhergehenden hergeleitet wird, ſo iſt man verſichert, wenn in dem 10fachen das 1fache mit einer 0 kommt (wie vorhin §. 683 die 430), daß alle vorhergehende Zahlen recht ſeyn müſſen (es ſey denn, man müßte mehr als einmal, und zwar ſolche gewiſſe Fehler begangen haben, daß das 10fache dennoch richtig kommen könnte, welches aber nicht leichtlich zu vermuthen iſt): Dahingegen, wenn man jedes Product ins beſondere durch die Multiplication findet, ſo muß auch jedes beſonders unterſucht und probirt werden, daferne man die Verſicherung haben will, daß ſie alle richtig ſind.

§. 685. Inſonderheit, wenn man eine Tabelle auf eine mehrerley namige Zahl ſtellen will, ſo iſt der Vortheil von dieſer Manier überaus groß, welches jeder von ſich ſelbſt verſpühren wird.

Z. E. Wenn 1 ℔ koſtet 7 fl. 16 ß 15 ₰, und man verlanget zu wiſſen, was 2, 3, 4 ℔ ꝛc. koſten. Dieſes wird nach voriger Unterweiſung, durch bloßes addiren ſehr leicht gefunden, und ſtehet alſo:

	fl.	ß	₰
1	7	16	15
2	15	3	12
3	22	20	9
4	30	7	6
5	37	24	3
6	45	11	—
7	52	27	15
8	60	14	12
9	68	1	9
10	75	18	6
10			

Die 79. Aufgabe.

§. 686. Wenn man das Einmal Eins nur bis auf 5 weiß, wie die Producte der größern einzelnen Ziffern, als 5 aus den Producten der kleinern zu finden.

I. Multipliciret die Differenzen zwischen jeden der gegebenen Factorum und 10, mit einander.

II. Addiret zu solchem Producte so viele Zehener, als die Summe beyder Factorum Unitäten über 10 hat, so kommt das verlangte Product.

Z. E. N°. 1. 7 mit 8 zu multipliciren, stehet also:

	Differ.
7	3
8	2

Antw. 56 das verlangte Product.

Nämlich saget: Die Differenz zwischen 7 und 10 ist 3; und zwischen 8 und 10 ist sie 2. Solche Differenzen mit einander multipliciret, geben 6. Ferner addiret die

die gegebenen Factores 7 und 8, so findet ihr 15, das ist 5 Unitäten über 10: Derowegen lasset von solcher Summe 10 fahren, und addiret 5 Zehener, das ist 50, zu dem vorigen Producte 6, kommen 56 das verlangte Product von 7 mal 8.

N°. 2. Wenn man 6 mal 9 wissen will, stehet es also:

	Differ.
6	4
9	1

Antw. 5 4

N°. 3. 8 mal 9, stehet also:

	Differ.
8	2
9	1
7 2	

Beweis.

Wenn man 2 Zahlen unter 5, wie auch 2 Zahlen, die eben so viel über 5, als jene Zahlen darunter sind, jede besonders mit einander multipliciret, so ist das Product der zweyen grösern Zahlen um so viel doppelte Fünfer, das ist um so viel Zehener mehr, weder das Product der kleinern Zahlen, als die Anzahl der Unitäten, welche jeder der grösseren Factorum über 5 hat, zusammen ist. Z. E. Man multiplicire einerseits $5 \div 2$ mit $5 \div 4$, das ist 3 mit 1; und andererseits $5 + 2$ mit $5 + 4$, das ist 7 mit 9, so ist dieses Product 63 grösser, als jenes Product 3, um 10 mal die 2 und 4, das ist um 10 mal 6, oder, welches einerley, um 6 mal 10. Derowegen wenn man die Producte der Zahlen über 5 bis 10 haben will, so darf man nur die Producte der vorhin Artik. I. gemeldeten Differenzen, welche allhier eben diejenigen kleinern Zahlen, die

eben ſo viel unter 5, als die gegebenen größeren darüber ſind, ſuchen, und zu ſolchen ſo viel Zehener addiren, als die Summe der beyden gegebenen Zahlen über 10 (oder 2 ⋈ 5) iſt.

§. 687. Man pfleget den Kindern zu zeigen, wie ſie dieſe Rechnung mit den Fingern verrichten können, nämlich man benennet in jeder Hand den kleinen Finger 6, den Goldfinger 7, den Mittelfinger 8, den Spitzfinger 9, und den Daumen 10. Wenn man nun z. E. 7 mal 8 wiſſen will, ſo ſetzet man von einer Hand den Goldfinger, und von der andern den Mittelfinger (welche Finger 7 und 8 heißen) zuſammen; ſo deuten ſolche Finger zuſammt den Fingern, nach dem kleinen Finger zu, die Unitäten, ſo viel die Summe von 7 und 8 über Zehen iſt. Derowegen zählet man dieſe Finger jeden vor zehen, als 10, 20, 30, ꝛc. ſo bekommet man 50, die übrigen Finger aber nach den Daumen zu, zeigen an jeder Hand die Differenzen der Factorum und 10, nämlich 2 und 3; demnach multipliciret man ſolche mit einander, und nimmt das Product 6 zu vorigen 50, ſo hat man das geſuchte Product 56. Es iſt alſo dieſe Manier eben derſelbe Proceß, welcher im nächſt vorigen §. N°. 1. befindlich.

§. 688. In der Algebra kann man den Beweis dieſer Rechnung durch allgemeine Größen weit deutlicher, als er vorhin (§. 686) in Zahlen gegeben, darſtellen, auch zugleich erweiſen, daß ſolche Rechnung nicht nur bey den einzelnen Ziffern, ſondern auch bey allen andern Zahlen ihre Richtigkeit habe. Denn wenn man $a \div b$ mit $a \div c$, wie auch beſonders $a + b$ mit $a + c$ multipliciret, kommt im erſten Product $a^2 \div [b + c]\, a + bc$; und im andern $a^2 + [b + c]\, a + bc$. Hieraus ſiehet man klar, daß dieſes andere Product um $[b + c]\, 2a$ (das iſt $[b + c]$ mal $2a$) mehr, als das erſtere Product ſey. Dieſemnach kann man den gedachten Vortheil auch bey großen Zahlen, und zwar inſonderheit, wenn dieſelben nahe an 100, 1000 oder 10000 ꝛc. mit Nutzen anbringen.

Z. E.

Z. E. N°. 1. Man soll 93 mit 89 multipliciren. Dieses stehet also:

	Differ. bis 100
93	7
89	11
Antw. 82	77

Nämlich multipliciret die Differenz 7 und 11 mit einander, kommen 77. Hierzu müssen so vielmal 100 (das ist so vielmal doppelte 50) addiret werden, als die Summe von 93 und 89, Unitäten über 100 hat. Derowegen addiret die 93 und 89, kommen zwar 182; lasset aber das eine Hundert fahren, und setzet die 82 in die Stelle der Hunderte, das ist in die 3te Stelle, so habt ihr das verlangte Product 8277.

N°. 2. 986 mit 997 zu multipliciren. Also:

	Differ. bis 1000
986	14
997	3
Antw. 983042	

Allhier müssen zu dem Producte 42 so vielmal 1000 addiret werden, als die Summe beyder Factorum über 1000 ist, nämlich es müssen 42 und 983 Tausende zusammen genommen werden. Derowegen setzet man neben 42 zur linken eine 0, und hernach die 983 in ihre gehörige Stelle, allwo sie Tausende bedeuten.

N°. 3. Zu multipliciren 9976 mit 9991. Also:

	Differ. bis 10000
9976	24
9991	9
Antw. 99670216	

§. 689. Jedoch weil wir mit dergleichen Zahlen zu multipliciren bald einen leichtern Weg sehen werden, so kann der Nutzen dieser Regel bey solchen großen Zahlen nicht viel zu sagen haben. Demnach ist ihr fürnehmster Nutzen einigermaßen nur bey den einzelnen Ziffern, und zwar vor diejenigen insonderheit, welche das Einmal Eins nicht ganz fassen können. Eben diesen Leuten zu gut, will ich allhier noch anzeigen, wie man so gar auch ohne das Einmal Eins, nur durch bloßes dupliren und halbiren, multipliciren kann.

Die 80. Aufgabe.

§. 690. **Ohne das Einmal Eins, und nur durch dupliren und halbiren zu multipliciren.**

Addiret das Einfache und Zweyfache zusammen, so kommt das Dreyfache (§. 168).

Dupliret das 2fache, so kommt das 4fache, (§. 160).

Setzet bey das 1fache (so nur in den Gedanken oder durch einen Punkt wie §. 173 schon erwehnet, geschehen darf) ein 0, und halbiret es, so bekommt ihr das halbe 10fache (§. 159 und 276), das ist das 5fache.

Addiret zum Einfachen das 5fache, kommt das 6fache.

Addiret das 5fache und 2fache, kommt das 7fache.

Subtrahiret das 2fache vom 10fachen, so kommt das 8fache.

Endlich subtrahiret das Einfache vom 10fachen, so kommt das 9fache.

Z. E. 8763 mit 3.
17526 das 2fache addirt,
kommt 26289 das 3fache.

Item

Item 8763 mit 4
17526 das 2fache duplirt,
kommt 35052 das 4fache.

Item 8763. mit 5
2)
43815 das 5fache.

Item 2) 8763. mit 6.
43815 das 5fache addirt,
kommt 52578 das 6fache.

Item 8763. mit 7
2)
43815 das 5fache } addirt,
17526 das 2fache }
kommt 61341 das 7fache.

Item 8763. mit 8
17526 das 2fache vom 10fachen,
bleibet 70104 das 8fache.

Item 8763. mit 9
8763 das 1fache vom 10fachen,
bleibet 78867 das 9fache.

§. 691. Diese beschriebene Art, ohne das Einmal Eins zu multipliciren, ist zwar bey den Multiplicatoribus, welche nur eine einzelne bedeutliche Ziffer haben, (wie aus vorigen Exempeln zu ersehen) mehrentheils weitläuftiger, als die gemeine Art; zumal wenn man allererst andere Zahlen, welche sonst nicht nöthig wären, aus-

finden muß, um durch deren Hülfe die verlangten Facta zu finden: Allein bey großen Exempeln, allwo mit mehr als einer einzelnen Ziffer zu multipliciren ist, kann man die Multiplication öfters eben so kurz, als nach dem gemeinen Wege verrichten, indem man aus den bereits gefundenen Factis partialibus die übrigen finden kann. Und obgleich nach solcher Manier, Zahlen zu addiren oder zu subtrahiren kommen, welche nicht, wie sonst gewöhnlich, gerade unter einander stehen. So ist doch oben schon (§. 109 und 130) erinnert worden, daß absonderlich bey 2 Zahlen die Addition und Subtraction gar leicht zu verrichten sey.

hgfedcba

Z. E. 38792567 mit 98376542 zu multipliciren, so dupliret den Multiplicandum, kommt das Factum von . . . . a.

Dupliret das vorige 2fache, kommt das Factum von . b.

Addiret das vorige 4fache zu dem Einfachen, das ist zu dem Multiplicando selbst; oder (nach gedachter Weise §. 690) halbiret das 10fache, kommt das Factum von . . . . . c.

Addiret das 2fache und 4fache; oder das 5fache und 1fache; oder auch subtrahiret das 4fache vom 10fachen, so kommt das Factum von . . . d.

Addiret das 5fache und 2fache; oder das 6fache und 1fache, so kommt das Factum von . . . e.

Halbiret das 6fache; oder addiret das 2fache und 1fache; oder subtrahiret das 2fache vom 5fachen, so kommt das Factum von . . . f.

Addiret das 2fache und 6fache; oder das 5fache und 3fache; oder das 7fache und 1fache; oder auch dupli-

dupliret das 4fache; oder ſubtrahiret das 2fache vom 10fachen, ſo kommet das Factum von • g.
Addiret das 8fache und 1fache; oder das 7fache und 2fache; oder das 6fache und 3fache; oder das 5fache und 4fache; oder auch ſubtrahiret das 1fache vom 10fachen, ſo kommt das Factum von • h.

Und ſtehet es im übrigen eben, wie nach der gemeinen Art, alſo:

							h	g	f	e	d	c	b	a
					38792567	mit	98376542							
a	•	•	•		77585134									
b	•	•	•		155170268									
c	•	•	•		193962835									
d	•	•			232755402									
e	•	•			271547969									
f	•	•			116377701									
g	•				310340536									
h	•				349133103									

3816278596763314 das begehrte Product.

§. 692. Ohnerachtet man nach dieſer Manier, die Producte etwas leichter, als durch das Einmal Eins gefunden werden, ſo iſt es doch kaum werth, ein Vortheil zu heißen, und gehöret ſolche Manier nur für ſolche Leute, denen das Einmal Eins nicht in Kopf will (§. 689). Die aber im Rechnen weiter zu kommen gedenken, können das Einmal Eins nicht entrathen, ſondern müſſen vielmehr ſolches dergeſtalt inne haben, daß es ihnen eben ſo leicht ſeyn müſſe, durch das Einmal Eins, als nach voriger Manier zu multipliciren. Jedoch recommandire ich die beſchriebene Manier deswegen mit Fleiß zu merken, weil die meiſten nachfolgenden Vortheile, welche von größerm Werthe ſind, daraus hergeleitet werden.

Die 81. Aufgabe.

§. 692. Eine ganze Zahl mit 11 auf eine leichte Art zu multipliciren, und das Product unmittelbar so fort darunter zu schreiben.

Dieses geschiehet eben so leichte, ja wohl noch leichter, als wenn man sonst mit einer einzelnen Ziffer multipliciren soll. Denn da 11 mal 1 ist 11, 11 mal 2 ist 22, 11 mal 3 ist 33 ꝛc. folglich die Facta immerfort aus solchen zweyen neben einander gesetzten Ziffern bestehen, als die multiplicirte Ziffer selbst ist; so dürfet ihr ohne im Kopfe was zu rechnen, oder nachzudenken, jede Ziffer des Multiplicandi nur, als hätte sie noch eine dergleichen Ziffer neben ihr stehen, aussprechen, und im übrigen, wie sonst bey der Multiplication mit einer einzelnen Ziffer verfahren, so bekommet ihr das verlangte Product.

Ex. N°. 1. 872940361 5 mit 11 zu multipliciren.

Antw. 9602343976 5

Nämlich saget: 55 geben in das verlangte Product 5 zu setzen und 5 zu behalten. Ferner saget: 11 und die behaltenen 5 thun 16. Setzet in das Product 6 und behaltet 1. Weiter: 66 und 1 machen 67. Schreibet gehörigermaßen die 7, und behaltet 6. Ferner: 33 und 6 ist 39. Setzet 9 und behaltet 3. Weiter saget: 0 ist nichts; derowegen setzet unter diese Stelle nur die behaltenen 3. Ferner: 44 giebt 4 zu setzen, und 4 zu behalten. Weiter: 99 und 4 machen 103. Setzet 3 und behaltet 10. Ferner: 22 und 10 geben 32. Setzet 2 und behaltet 3. Weiter 77 und 3 thun 80. Setzet 0 und behaltet 8. Endlich saget: 88 und 8 ist 96, solche setzet, wie sonst am Ende gewöhnlich, ganz aus.

N. 2.

N°. 2. 38795 mit 110 zu multipliciren. Alſo:

4267450

Nämlich multipliciret mit 11, wie vorhin gezeiget, und ſetzet dem kommenden eine 0 bey (§. 166)

Die 82. Aufgabe.

§. 694. Eine vermiſchte oder mehrerley namige Zahl von allerhand kleinen Sorten nach vorliger Weiſe mit 11 zu multipliciren.

Wenn ihr die ganzen Zahlen nach der vorhingezeigten Manier (§. 693) mit 11 multipliciren könnet, ſo iſt es auch ein leichtes, eben dieſelbe Manier auch bey einer vermiſchten oder mehrerley namigen Zahl, und zwar auf die Weiſe, wie oben §. 467 gelehret worden, anzubringen. Und weil 11 ohne das nicht allzugroß iſt, ſo wird auch diejenige Schwierigkeit allhier nicht geachtet, welche oben (§. 468) bey den Multiplicatoribus, die aus etlichen bedeutlichen Ziffern beſtehen, angemerket. Dieſemnach folgen hiernächſt nur einige Exempel:

N°. 1. 386 fl. 23 ß 12 ₰ mit 11 zu multipliciren.

Antw. 4254 • 20 • 6

Nämlich fanget die Multiplication bey der kleinſten Art Einheiten an, das iſt, bey den ₰, und gehet hernach weiter fort zu den ß, alsdenn ferner zu den fl, wie oben (§. 467) zu erſehen

N°. 2. 457 ℔ 12 Loth 3 Qu. $2\frac{7}{8}$ ₰ mit 11.

Antw. 4815 • 14 • — • $3\frac{1}{8}$

Nämlich multiplicieret erſtlich die $\frac{7}{8}$ mit 11 kommen $\frac{77}{8}$, das iſt $9\frac{5}{8}$, dieſe 9 ℔ nehmet hernach zu dem folgenden Product der ℔ u. ſ. w.

§. 695. Daß ich aber in dieſer Aufgabe (§. 694) die Worte: von allerhand kleinen Sorten, exprimiret, ſolches iſt deswegen geſchehen, weil wir hernach noch andere Vortheile antreffen werden, die nur in gewiſſen Fällen, und nicht bey allerhand kleinen Sorten bequem angebracht werden können.

§. 696. Da nun auf ſolche Weiſe das Product von dem 11fachen, ſowohl bey ganzen (§. 693), als vermiſchten oder mehrerley namigen Zahlen (§. 694), eben ſo bequem, als wenn der Multiplicator nur eine einzelne bedeutliche Ziffer, unmittelbar zu finden iſt; ſo kann die Zahl 11 in der Multiplication allezeit nur als eine einzelne Ziffer geachtet werden. Dannenhero werde ich hinfort durch eine einzelne Ziffer, wie nicht minder durch die Numeros ſimplices (§. 71), zugleich auch die Zahl 11 verſtehen.

§. 697. Bevor ich aber weiter zu andern Vortheilen ſchreite, habe ich den Anfängern zum beſten dienlich zu ſeyn erachtet, in den nächſt folgenden 2 Tabellen alle diejenigen Zahlen zu ſpecificiren, welche juſt $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. (das iſt, ein ſolcher bequemer Bruch, der, wie oben §. 447 gemeldet, im Zähler 1, und im Nenner nur eine einzelne Ziffer oder auch 11 hat) aus den angewachſenen Einheiten oder Ziffern (§. 71) bis auf 11000 ſind. Und kann ich verſichern, daß dieſe Tabellen nicht allein einen großen Nutzen zu den nachfolgenden Vortheilen haben, ſondern auch denjenigen, der ſie wohl im Kopfe hat, ſehr fertig und läufig in vielen Rechnungen machen können.

Tab.

Tab. I.

Von den angewachsenen Einheiten.

Aus	10	100	1000	10000
ist 1/2	5	50	500	5000
1/3	3 1/3	33 1/3	333 1/3	3333 1/3
1/4	2 1/2	25	250	2500
2/5	2	20	200	2000
3/6	1 2/3	16 2/3	166 2/3	1666 2/3
2/7	1 3/7	14 2/7	142 6/7	1428 4/7
1/8	1 1/4	12 1/2	125	1250
1/9	1 1/9	11 1/9	111 1/9	1111 1/9
1/11	10/11	9 1/11	90 10/11	909 1/11

Tab. II.

Von den angewachsenen Ziffern.

Aus	20	30	40	50	60	70
ist 1/2	10	15	20	25	30	35
2/3	6 2/3	10	13 1/3	16 2/3	20	23 1/3
2/4	5	7 1/2	10	12 1/2	15	17 1/2
3/5	4	6	8	10	12	14
3/6	3 1/3	5	6 2/3	8 1/3	10	11 2/3
3/7	2 6/7	4 2/7	5 1/7	7 1/7	8 4/7	10
3/8	2 1/2	3 3/4	5	6 1/4	7 1/2	8 3/4
3/9	2 2/3	3 1/3	4 4/9	5 5/9	6 2/3	7 7/9
2/11	1 9/11	2 8/11	3 7/11	4 6/11	5 5/11	6 4/11

Aus	80	90	110	200	300
ist 1/2	40	45	55	100	150
2/3	26 2/3	30	36 2/3	66 2/3	100
2/4	20	22 1/2	27 1/2	50	75
3/5	16	18	22	40	60
3/6	13 1/3	15	18 1/3	33 1/3	50
3/7	11 3/7	12 6/7	15 5/7	28 4/7	42 6/7
3/8	10	11 1/4	13 3/4	25	37 1/2
3/9	8 8/9	10	12 2/9	22 2/9	33 1/3
2/11	7 3/11	8 2/11	10	18 2/11	27 3/11

	Aus 400	500	600	700	800
ist	1/2 : 200	250	300	350	400
	1/3 : 133 1/3	166 2/3	200	233 1/3	266 2/3
	1/4 : 100	125	150	175	200
	1/5 : 80	100	120	140	160
	1/6 : 66 2/3	83 1/3	100	116 2/3	133 1/3
	1/7 : 57 1/7	71 3/7	85 5/7	100	114 2/7
	1/8 : 50	62 1/2	75	87 1/2	100
	1/9 : 44 4/9	55 5/9	66 2/3	77 7/9	88 8/9
	1/11 : 36 4/11	45 5/11	54 6/11	63 7/11	72 8/11

	Aus 900	1100	2000	3000
ist	1/2 : 450	550	1000	1500
	1/3 : 300	366 2/3	666 2/3	1000
	1/4 : 225	275	500	750
	1/5 : 180	220	400	600
	1/6 : 150	183 1/3	333 1/3	500
	1/7 : 128 4/7	157 1/7	285 5/7	428 4/7
	1/8 : 112 1/2	137 1/2	250	375
	1/9 : 100	122 2/9	222 2/9	333 1/3
	1/11 : 81 9/11	100	181 9/11	272 8/11

	Aus 4000	5000	6000	7000
ist	1/2 : 2000	2500	3000	3500
	1/3 : 1333 1/3	1666 2/3	2000	2333 1/3
	1/4 : 1000	1250	1500	1750
	1/5 : 800	1000	1200	1400
	1/6 : 666 2/3	833 1/3	1000	1166 2/3
	1/7 : 571 3/7	714 2/7	857 1/7	1000
	1/8 : 500	625	750	875
	1/9 : 444 4/9	555 5/9	666 2/3	777 7/9
	1/11 : 363 7/11	454 6/11	545 5/11	636 4/11

Aus

	Aus 8000	9000	11000
½	4000	4500	5500
⅓	2666 ⅔	3000	3666⅔
¼	2000	2250	2750
⅖	1600	1800	2200
⅜	1333 ⅓	1500	1833⅓
⅔	1142 ⅞	1285 ⅝	1571⅜
⅛	1000	1125	1375
⅕	888 ⅘	1000	1222⅔
1/11	727 3/11	818 2/11	1000

§. 698. Die Anfänger dürfen diese Tabellen zum öftern lesen, und nur auf die Zahlen Acht haben, wie sie von der linken nach der rechten ordentlich aufeinander folgen, so werden sie dieselben durch eine kleine Uebung gar bald auswendig wissen können. Ja wenn man auch nur die 1ste Tabelle auswendig weiß, so ists ein leichtes, die andere Tabelle von sich selbst auswendig zu finden. Denn, wenn man z. E. weiß, daß 25 sey ¼ aus 100, so weiß man auch, daß 3 mal 25, nämlich 75, sey ¾ aus 100, oder, so einerley (§. 417), ¼ aus 300. Item, wenn man weiß, daß 12½ sey ⅛ aus 100, so weiß man auch, das 8 mal 12½ + 1 mal 12½, das ist 9 mal 12½, nämlich 112½ sey ⅜ aus, oder (§. 396) mal 100, folgends auch (§. 417) ⅛ aus 900.

§. 699. Wer aber auch nur eine geringe Fähigkeit im Rechnen hat, der kann durch ein kleines Nachdenken, alle diejenigen Zahlen von sich selbst erkennen, die solche Theile aus den angewachsenen Einheiten und Ziffern sind, wie vorhin beschrieben. Denn man darf nur in der Geschwindigkeit überschlagen, ob die vorgekommene Zahl mit einer einzelnen Ziffer multiplicirt, in dem Producte eine angewachsene Einheit oder Ziffer bringe, und zwar dieses nicht von ungefehr, sondern durch gewisse

Grün-

Z. E. N°. 1. 3579 mit 25 zu multipliciren. Weil nun 22 juſt $\frac{1}{4}$ aus 100, ſo iſt auch das 25 fache juſt $\frac{1}{4}$ aus dem 100fachen (ibid.). Derowegen multipliciret die 3579 mit 100, das iſt, machet bey 3579 nur zwey Punkte (welche Punkte ihr auch gar hinweg laſſen könnet, wenn ihr nur die Stellen gehörigermaßen beobachtet), und dividiret ſolches 100 fache in 4, ſo kommt das verlangte 25fache. Alſo:

3579..
4)
Antw. 89475 das 25 fache.

N°. 2. 23879 mit $12\frac{1}{2}$, das iſt $\frac{1}{8}$ aus 100, zu multipliciren. Alſo:

23879..
8)
Antw. 298487 $\frac{4}{8}$ oder $\frac{1}{2}$.

Desgleichen wenn man 12 fl, 15 gr mit 23879 multipliciren will, das iſt (§. 146), wenn man 23879 mal 12 fl. 15 gr (oder mal $\frac{1}{8}$ aus 100 fl.) haben will, ſo kommet die Berechnung ebenermaßen wie vorhin. Alſo:

23879..
8)
Antw. 298487 fl. 15 gr.

N°. 3. 4958 mit $3\frac{1}{3}$, das iſt $\frac{1}{3}$ aus 10, zu multipliciren, oder 4958 mal 3 fl. 10 gr. Alſo:

4958.
3)
Antw. 16526 $\frac{2}{3}$, oder 16526 fl. 20 gr.

N°. 4.

N°. 4. 4875 mit 2 $\frac{5}{20}$, das iſt $\frac{1}{4}$ aus 10, zu multipliciren, oder 4875 mal 2 fl. 15 xr. Alſo:

4875.
4)
Antw. 12187 $\frac{1}{2}$, oder 12187 fl. 15 xr.

N°. 5. 7970 mit 1 $\frac{2}{10}$, das iſt mit $\frac{1}{5}$ aus 10, zu multipliciren, oder 7970 mal 1 fl. 20 xr. Alſo:

7970.
5)
Antw. 13283 $\frac{1}{3}$, oder 13283 fl. 10 xr.

N°. 6. 23579 mit 1 $\frac{1}{4}$, das iſt mit $\frac{1}{8}$ aus 10, zu multipliciren, oder 23579 mal 1 fl. 7 xr. 9 d. Alſo:

23579.
8)
Antw. 29473 $\frac{3}{4}$, oder 29473 fl. 22 xr. 9 d.

N°. 7. 9753 mit 33 $\frac{1}{3}$, das iſt $\frac{1}{3}$ aus 100, zu multipliciren, oder 9753 mal 33 fl. 10 xr. Alſo:

9753..
3)
Antw. 325100, oder 325100 fl.

N°. 8. 7985 mit 16 $\frac{2}{3}$, das iſt $\frac{1}{6}$ aus 100, zu multipliciren, oder 7985 mal 16 fl. 20 xr. Alſo:

7985..
6)
Antw. 133083 $\frac{1}{3}$, oder 133083 fl. 10 xr.

N°. 9. 5897 mit 250, das iſt $\frac{1}{4}$ aus 1000, zu multipliciren. Alſo:

5897...
4)
Antw. 1474250

N°. 10. 5103 mit 125, das iſt $\frac{1}{8}$ aus 1000, zu multipliciren. Alſo:

5103...
8)
Antw. 637875.

Gleichergeſtalt verfahret auch mit allen andern dergleichen Exempeln.

§. 701. Wer ſich dieſes Vortheils mit Nutzen bedienen will, der muß ſich die Zahlen bekannt machen, welche juſt ſolche Theile aus 10, 100 oder 1000 ꝛc. ſind. Jedoch damit man durch eine weitläuftige Diviſion nicht dasjenige wiederum verliere, was man durch dieſe Manier gegen den gemeinen Weg zu gewinnen ſuchet, ſo wird dieſer Vortheil nur bey ſolchen Theilen angebracht, die oben in der erſten Tabelle (§. 697) eben zu dieſem Ende fürgeſtellet worden, als welche, wie gedacht, bequeme Brüche ſind, folglich entweder eine einzelne Ziffer oder 11 zum Nenner haben, wodurch leicht zu dividiren, und der verlangte Quotus unmittelbar herauszubringen iſt.

Die 84. Aufgabe.

§. 702. Wie, und in welchem Falle die vorige Manier (§. 700) mit Vortheil anzubringen, wenn der andere Factor eine vermiſchte oder mehrerley namige Zahl iſt.

Im Fall dieſer Factor einen bequemen (§. 447) oder auch ſonſt einen andern Bruch hat, welcher mit 10, 100 oder 1000 leicht im Kopfe zu multipliciren, ſo ſetzet neben die in demſelben ſtehenden Ganzen an ſtatt der vorhin (§. 700) gedachten Punkte, das Product von ſolchem Bruche, und verfahret ferner, wie daſelbſt gezeiget. Eben dieſe Bewandniß hat es, wenn in ſolchem Factore ſo viele kleine Sorten der Münzen, Maaße oder Gewichte ſtehen,

hen, welche einem ſolchen Theile oder Bruche, als gemeldet, gleich ſind.

Z. E. N°. 1. Es ſey ibid. N°. 1. 3579½ mit 25, das iſt ¼ aus 100, zu multipliciren, oder man begehret 25 mal 3579 fl. 15 xr. So ſaget: 100 mal ¼, oder, ſo einerley (§. 442 im 1ſten Beweiſe), ¼ aus 100, geben 50. Derowegen ſetzet neben 3579 noch 50, ſo habt ihr das 100fache von 3579½. Folgends dividiret ſolches in 4, kommt das verlangte 25fache. Alſo:

3579 50
4)

Antw. 89487½, oder 89487 fl. 15 xr.

N°. 2. Es ſey §. 700 N°. 2, 23879½, oder 23879 fl. 22 xr 9 ₰, mit 12½, das iſt ⅛ aus 100, zu multipliciren. Weil nun 100 mal ⅜, oder ⅜ aus 100, iſt 75, ſo procediret, als folget:

2387979
8)

Antw. 298496⅞, oder (§. 226) 298496 fl. 26 xr 4⅜ ₰.

N°. 3. 238795⅛, oder 238795 fl. 10 xr, mit 125, das iſt ⅛ aus 1000, zu multipliciren. Weil nun 1000 mal ⅛, oder ⅛ aus 1000, iſt 333⅓, ſo verfahret, als folget:

238795 3 3 ⅓
8)

Antw. 29849416⅜, oder 29849416 fl. 20 xr.

§. 703. Warum dieſer Vortheil nicht bey allerhand Brüchen oder kleinen Sorten zu gebrauchen ſey, deſſen Urſache lieget in obiger Anmerkung §. 468; indem die kleinen Theile oder Sorten durch die Multiplication, abſonderlich mit 100 oder 1000 ꝛc. ſich allzuſtark anhäufen, und ohne Nebenrechnung ſich nicht ſo leicht in Ganze oder ihre größere Sorte bringen laſſen.

§. 704. Weil aber durch die Multiplication mit 10, die kleinen Sorten sich nicht so sehr anhäufen, und eben deswegen die Multiplicationsart aus §. 467 bey 10 (§. 468), ja dieser Ursache wegen auch bey 11 (§. 694) beybehalten wird, so kann der vorhin gezeigte Vortheil in solchem Falle, wenn der eine Factor ein bequemer Bruch aus 10 ist, auch bey allerhand kleinen Sorten oder Theilen, die sich in dem andern Factore finden mögen, angebracht werden.

Z. E. 237 fl. 13 ℔ 7 ℥ 2 ℌ mit $\frac{2}{3}$, das ist $\frac{1}{3}$ aus 10, zu multipliciren,
2374 : 14 : 2 $\frac{1}{3}$ das 10fache, nach Anzeigung §. 467.

4)

Antw. 593 : 18 : 9 $\frac{2}{3}$ ℌ.

Allein, da gegenwärtig die Rede nur von solchen Multiplicationibus ist, deren Facta unmittelbar so fort darunter zu schreiben (§. 681); so begnüge mich daran, wenn durch dieses einzige Exempel nur gezeiget habe, wie solcher Vortheil zuweilen, obgleich mittelbar, dennoch mit Nutzen anzubringen sey; und kehre mich demnach wiederum zu unserm itzigen Propos, von der Ausfindung der unmittelbaren Producte.

Die 85. Aufgabe.

§. 705. **Eine Anzahl kleine Sorten, welche just, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ 26, das ist, ein bequemer Bruch (§. 447) aus einer Unität der grössern Sorte, zu vielfältigen, und das Product unter den Namen ihrer grössern Sorte unmittelbar so fort darunter zu setzen.**

Dieses verrichtet gleichfalls durch die Division in desselben Bruchs Nenner, wie vorhin (§. 700).

Z. E. N°. 1. 5 ℔ mit 34789 zu multipliciren, das ist (§. 146) 34789 mal 5 ℔, und also nichts anders, als 34789 mal $\frac{1}{2}$ fl. oder (§. 466) $\frac{1}{2}$ mal 34789 fl. Derowegen

wegen nehmet $\frac{1}{8}$ aus dem 1 fachen (wie ſolches oben aus §. 446 zu erſehen). Alſo:

34789

6)

Antw. 5798 fl. 5 ʒ das verlangte Product.

N°. 2. 23579 mal $7\frac{1}{4}$ ʒ, oder mal $\frac{1}{4}$ fl.

4)

Antw. 5894 fl. $22\frac{1}{2}$ ʒ.

N°. 3. 4897 $\frac{1}{4}$ mal 6 ʒ oder $\frac{1}{7}$ fl.

5)

Antw. $979\frac{1}{20}$ fl.

§. 706. Wer ſich dieſes Vortheils mit Nutzen bedienen will, der muß abſonderlich diejenigen Münzen, Maaße und Gewichte, welche ſeines Ortes gebraucht werden, oder in denen er ſonſt Gewerbe und Rechnungen zu führen hat, ſich dergeſtalt bekannt machen, daß er beym erſten Anblicke, ohne es bey vorfallender Gelegenheit allererſt zu ſuchen, ſo fort wiſſen möge, welche Anzahl kleiner Sorten (und zwar braucht es nur ſolcher Anzahlen, welche in Praxi vorzukommen pflegen), juſt ein ſolcher Theil, oder Bruch, wie gemeldet, aus einer gröſſern Sorte ſey. Als:

	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$ aus fl.
ist	15	10	$7\frac{1}{2}$	6	5	$3\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{3}$	3 ʒ.

Die 86. Aufgabe.

§. 707. Eine ganze Zahl, und eine ſolche Zahl, welche ſo nahe an 100, 1000 oder 10000, daß deren Differenz, welche ſie darunter iſt, nur eine einzelne Ziffer (worunter jedoch auch 1 mit verſtanden wird, §. 696), mit einander zu multipliciren, und das Product unmittelbar ſo fort darunter zu ſchreiben.

Aus	400	500	600	700	800
ist 1/2	200	250	300	350	400
1/3	133 1/3	166 2/3	200	233 1/3	266 2/3
1/4	100	125	150	175	200
1/5	80	100	120	140	160
1/6	66 2/3	83 1/3	100	116 2/3	133 1/3
1/7	57 1/7	71 3/7	85 5/7	100	114 2/7
1/8	50	62 1/2	75	87 1/2	100
1/9	44 4/9	55 5/9	66 2/3	77 7/9	88 8/9
1/11	36 4/11	45 5/11	54 6/11	63 7/11	72 8/11

Aus	900	1100	2000	3000
ist 1/2	450	550	1000	1500
1/3	300	366 2/3	666 2/3	1000
1/4	225	275	500	750
1/5	180	220	400	600
1/6	150	183 1/3	333 1/3	500
1/7	128 4/7	157 1/7	285 5/7	428 4/7
1/8	112 1/2	137 1/2	250	375
1/9	100	122 2/9	222 2/9	333 1/3
1/11	81 9/11	100	181 9/11	272 8/11

Aus	4000	5000	6000	7000
ist 1/2	2000	2500	3000	3500
1/3	1333 1/3	1666 2/3	2000	2333 1/3
1/4	1000	1250	1500	1750
1/5	800	1000	1200	1400
1/6	666 2/3	833 1/3	1000	1166 2/3
1/7	571 3/7	714 2/7	857 1/7	1000
1/8	500	625	750	875
1/9	444 4/9	555 5/9	666 2/3	777 7/9
1/11	363 7/11	454 6/11	545 5/11	636 4/11

	Aus 8000.	9000.	11000
ist $\frac{1}{2}$	4000	4500	5500
$\frac{1}{3}$	2666 $\frac{2}{3}$	3000	3666 $\frac{2}{3}$
$\frac{1}{4}$	2000	2250	2750
$\frac{1}{5}$	1600	1800	2200
$\frac{1}{6}$	1333 $\frac{1}{3}$	1500	1833 $\frac{1}{3}$
$\frac{1}{7}$	1142 $\frac{6}{7}$	1285 $\frac{5}{7}$	1571 $\frac{3}{7}$
$\frac{1}{8}$	1000	1125	1375
$\frac{1}{9}$	888 $\frac{8}{9}$	1000	1222 $\frac{2}{9}$
$\frac{1}{11}$	727 $\frac{3}{11}$	818 $\frac{2}{11}$	1000

§. 698. Die Anfänger dürfen diese Tabellen zum öftern lesen, und nur auf die Zahlen Acht haben, wie sie von der linken nach der rechten ordentlich aufeinander folgen, so werden sie dieselben durch eine kleine Uebung gar bald auswendig wissen können. Ja wenn man auch nur die 1ste Tabelle auswendig weiß, so ists ein leichtes, die andere Tabelle von sich selbst auswendig zu finden. Denn, wenn man z. E. weiß, daß 25 sey $\frac{1}{4}$ aus 100, so weiß man auch, daß 3 mal 25, nämlich 75, sey $\frac{3}{4}$ aus 100, oder, so einerley (§. 417), $\frac{1}{4}$ aus 300. Item, wenn man weiß, daß $12\frac{1}{2}$ sey $\frac{1}{8}$ aus 100, so weiß man auch, das 8 mal $12\frac{1}{2}$ + 1 mal $12\frac{1}{2}$, das ist 9 mal $12\frac{1}{2}$, nämlich $112\frac{1}{2}$ sey $\frac{9}{8}$ aus, oder (§. 396) mal 100, folgends auch (§. 417) $\frac{1}{8}$ aus 900.

§. 699. Wer aber auch nur eine geringe Fähigkeit im Rechnen hat, der kann durch ein kleines Nachdenken, alle diejenigen Zahlen von sich selbst erkennen, die solche Theile aus den angewachsenen Einheiten und Ziffern sind, wie vorhin beschrieben. Denn man darf nur in der Geschwindigkeit überschlagen, ob die vorgekommene Zahl mit einer einzelnen Ziffer multiplicirt, in dem Producte eine angewachsene Einheit oder Ziffer bringe, und zwar dieses nicht von ungefehr, sondern durch gewisse

Grün-

Aus	400	500	600	700	800
ist ½	200	250	300	350	400
⅓	133 ⅓	166 ⅔	200	233 ⅓	266 ⅔
¼	100	125	150	175	200
⅕	80	100	120	140	160
⅙	66 ⅔	83 ⅓	100	116 ⅔	133 ⅓
⅐	57 ⅐	71 ⅐	85 ⅐	100	114 ⅐
⅛	50	62 ½	75	87 ½	100
⅑	44 ⅘	55 ⅝	66 ⅔	77 ⅞	88 ⅑
1/11	36 4/11	45 5/11	54 6/11	63 7/11	72 8/11

Aus	900	1100	2000	3000
ist ½	450	550	1000	1500
⅓	300	366 ⅔	666 ⅔	1000
¼	245	275	500	750
⅐	180	220	400	600
⅕	150	183 ⅓	333 ⅓	500
⅐	128 ⅘	157 ⅐	285 ⅐	428 ⅘
⅛	112 ½	137 ½	250	375
⅑	100	122 ⅑	222 ⅑	333 ⅓
1/11	81 9/11	100	181 9/11	272 8/11

Aus	4000	5000	6000	7000
ist ½	2000	2500	3000	3500
⅓	1333 ⅓	1666 ⅔	2000	2333 ⅓
¼	1000	1250	1500	1750
⅕	800	1000	1200	1400
⅙	666 ⅔	833 ⅓	1000	1166 ⅔
⅐	571 ⅐	714 ⅐	857 ⅐	1000
⅛	500	625	750	875
⅑	444 ⅘	555 ⅝	666 ⅔	777 ⅞
1/11	363 7/11	454 6/11	545 5/11	636 4/11

	Aus 8000.	9000.	11000
½	4000	4500	5500
⅓	2666 ⅔	3000	3666⅔
¼	2000	2250	2750
⅕	1600	1800	2200
⅙	1333 ⅓	1500	1833⅓
⅐	1142 ⅞	1285 ⅝	1571⅐
⅛	1000	1125	1375
⅑	888 ⅞	1000	1222⅔
1/11	727 3/11	818 2/11	1000

§. 698. Die Anfänger dürfen diese Tabellen zum öftern lesen, und nur auf die Zahlen Acht haben, wie sie von der linken nach der rechten ordentlich aufeinander folgen, so werden sie dieselben durch eine kleine Uebung gar bald auswendig wissen können. Ja wenn man auch nur die 1ste Tabelle auswendig weiß, so ists ein leichtes, die andere Tabelle von sich selbst auswendig zu finden. Denn, wenn man z. E. weiß, daß 25 sey ¼ aus 100, so weiß man auch, daß 3 mal 25, nämlich 75, sey ¾ aus 100, oder, so einerley (§. 417), ¼ aus 300. Item, wenn man weiß, daß 12½ sey ⅛ aus 100, so weiß man auch, das 8 mal 12½ + 1 mal 12½, das ist 9 mal 12½, nämlich 112½ sey ⅞ aus, oder (§. 396) mal 100, folgends auch (§. 417) ⅛ aus 900.

§. 699. Wer aber auch nur eine geringe Fähigkeit im Rechnen hat, der kann durch ein kleines Nachdenken, alle diejenigen Zahlen von sich selbst erkennen, die solche Theile aus den angewachsenen Einheiten und Ziffern sind, wie vorhin beschrieben. Denn man darf nur in der Geschwindigkeit überschlagen, ob die vorgekommene Zahl mit einer einzelnen Ziffer multiplicirt, in dem Producte eine angewachsene Einheit oder Ziffer bringe, und zwar dieses nicht von ungefehr, sondern durch gewisse

Grün-

Gründe; nämlich wenn man in Erwegung ziehet, daß alle ganze Zahlen, welche zur Rechten eine 5 haben, mit einer geraden Ziffer multiplicirt; und die zur Rechten eine gerade Ziffer haben, mit 5 multipliciret, im Producte allezeit eine 0 zur Rechten geben müssen (§. 603 und 604). Noch weniger darf es vieles Suchen bey den vermischten Zahlen, weil bey solchen gemeiniglich der Nenner des Bruchs selbst die gesuchte einzelne Ziffer ist, mit welcher selbige vermischte Zahl zu multipliciren sey. Ferner wenn man eine solche einzelne Ziffer gefunden, mit welcher eine vorgekommene Zahl multipliciret, in dem Product eine angewachsene Einheit oder Ziffer bringet, so weiß man daraus zugleich, daß solche multiplicirte Zahl aus derselben angewachsenen Einheit oder Ziffer, ein solcher Theil oder Bruch seyn müsse, welcher im Zähler 1, und in dem Nenner eben dieselbe gefundene Ziffer habe (§. 267 und 48).

Z. E. N°. 1. Man begehret zu wissen, ob 125 ein solcher Theil oder Bruch ist aus einer angewachsenen Einheit oder Ziffer, wie oben gemeldet: So darf man nur bedenken, wenn man 125 mit 2 multipliciret, kommen 250, das ist 25 nebst einer 0; multipliciret man 25 ferner mit 2, kommen 50, das ist 5 nebst noch einer 0; und so man endlich 5 wiederum mit 2 multipliciret, kommen 10. Hieraus könnet ihr schließen (§. 160), wenn man 125 mit 8 multipliciret, daß das Product sey 10 nebst noch 2 Nullen, das ist 1000; folgends auch (§. 267), daß 1000 in 125 dividiret, geben 8; und derowegen (§. 48), daß 125 sey $\frac{1}{8}$ aus 1000.

N°. 2. Es sey die vorgekommene Zahl 14$\frac{2}{7}$, so multipliciret sie mit dem Nenner 7, so kommen 100. Hieraus

aus könnet ihr auf vorige Weise schließen, daß $14\frac{3}{7}$ sey $\frac{1}{7}$ aus 100.

N°. 3. Es sey die vorgekommene Zahl $12\frac{1}{2}$, so multipliciret erstlich mit des Bruchs Nenner, damit der Bruch hinwegfalle (§. 449), kommen 25. Hiernächst verfahret, wie vorhin in N°. 1, so werdet ihr endlich finden, das $12\frac{1}{2}$ sey $\frac{1}{8}$ aus 100. Auf gleiche Weise können alle dergleichen Zahlen gefunden werden, so lange man obige Tabellen nicht im Kopfe hat.

Die 83. Aufgabe.

§. 700. **Eine ganze Zahl und eine solche Zahl, welche just $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. das ist ein bequemer Bruch (§. 447) aus 10, 100 oder 1000 ꝛc., mit einander zu multipliciren, und das Product so fort unmittelbar darunter zu schreiben.**

Gleichwie das 5fache durch die Division gefunden wird, wenn man das 10fache in 2 dividiret (§. 690) also könnet ihr auch die Producte aller solcher Multiplicatorum finden, welche solche Zahlen sind, als oben (§. 697) in der ersten Tabelle specificiret worden. Nämlich

I. setzet dem Multiplicando so viel Nullen, oder (§. 173) Punkte bey, als die Multiplication mit der angewachsenen Einheit, aus welcher der gegebene Multiplicator just ein Theil ist, erfordert (§. 159).

II. Nehmet aus solchem 10, 100 oder 1000fachen ꝛc. durch die Division in desselben Theiles oder Bruches Nenner den behörigen Theil, so kommt das verlangte Product (§. 276).

Z. E.

Z. E. N°. 1. 3579 mit 25 zu multipliciren. Weil nun 22 just $\frac{1}{4}$ aus 100, so ist auch das 25 fache just $\frac{1}{4}$ aus dem 100fachen (ibid.). Derowegen multipliciret die 3579 mit 100, das ist, machet bey 3579 nur zwey Punkte (welche Punkte ihr auch gar hinweg lassen könnet, wenn ihr nur die Stellen gehörigermaßen beobachtet), und dividiret solches 100 fache in 4, so kommt das verlangte 25fache. Also:

3579..
4)
Antw. 89475 das 25fache.

N°. 2. 23879 mit 12½, das ist $\frac{1}{8}$ aus 100, zu multipliciren. Also:

23879..
8)
Antw. 298487 $\frac{4}{8}$ oder $\frac{1}{2}$.

Desgleichen wenn man 12 fl, 15ʒ mit 23879 multipliciren will, das ist (§. 146), wenn man 23879 mal 12 fl. 15ʒ (oder mal $\frac{1}{8}$ aus 100 fl.) haben will, so kommet die Berechnung ebenermaßen wie vorhin. Also:

23879..
8)
Antw. 298487 fl. 15ʒ.

N°. 3. 4958 mit 3⅓, das ist $\frac{1}{3}$ aus 10, zu multipliciren, oder 4958 mal 3 fl. 10ʒ. Also:

4958.
3)
Antw. 16526⅔, oder 16526 fl. 20ʒ.

N°. 4.

N°. 4. 4875 mit $2\frac{5}{8}$, das ist $\frac{1}{4}$ aus 10, zu multipliciren, oder 4875 mal 2 fl. 15 xr. Also:

4875.
4)
Antw. 12187$\frac{1}{2}$, oder 12187 fl. 15 xr.

N°. 5. 7970 mit $1\frac{1}{5}$, das ist mit $\frac{1}{5}$ aus 10, zu multipliciren, oder 7970 mal 1 fl. 20 xr. Also:

7970.
6)
Antw. 13283$\frac{1}{3}$, oder 13283 fl. 10 xr.

N°. 6. 23579 mit $1\frac{1}{4}$, das ist mit $\frac{1}{4}$ aus 10, zu multipliciren, oder 23579 mal 1 fl. 7 xr 9 ₰. Also:

23579.
8)
Antw. 29473$\frac{1}{4}$, oder 29473 fl. 22 xr 9 ₰.

N°. 7. 9753 mit $33\frac{1}{3}$, das ist $\frac{1}{3}$ aus 100, zu multipliciren, oder 9753 mal 33 fl. 10 xr. Also:

9753..
3)
Antw. 325100, oder 325100 fl.

N°. 8. 7985 mit $16\frac{2}{3}$, das ist $\frac{1}{6}$ aus 100, zu multipliciren, oder 7985 mal 16 fl 20 xr. Also:

7985..
6)
Antw. 133083$\frac{1}{3}$, oder 133083 fl. 10 xr.

N°. 9. 5897 mit 250, das ist $\frac{1}{4}$ aus 1000, zu multipliciren. Also:

5897 ...
4)
Antw. 1474250

N^a 10. 5103 mit 125, das iſt $\frac{1}{8}$ aus 1000, zu multipliciren. Alſo:

5103...
8)———
Antw. 637875.

Gleichergeſtalt verfahret auch mit allen andern dergleichen Exempeln.

§. 701. Wer ſich dieſes Vortheils mit Nutzen bedienen will, der muß ſich die Zahlen bekannt machen, welche juſt ſolche Theile aus 10, 100 oder 1000 ꝛc. ſind. Jedoch damit man durch eine weitläuftige Diviſion nicht dasjenige wiederum verliere, was man durch dieſe Manier gegen den gemeinen Weg zu gewinnen ſuchet, ſo wird dieſer Vortheil nur bey ſolchen Theilen angebracht, die oben in der erſten Tabelle (§. 697) eben zu dieſem Ende fürgeſtellet worden, als welche, wie gedacht, bequeme Brüche ſind, folglich entweder eine einzelne Ziffer oder 11 zum Nenner haben, wodurch leicht zu dividiren, und der verlangte Quotus unmittelbar herauszubringen iſt.

Die 84. Aufgabe.

§. 702. Wie, und in welchem Falle die vorige Manier (§. 700) mit Vortheil anzubringen, wenn der andere Factor eine vermiſchte oder mehrerley namige Zahl iſt.

Im Fall dieſer Factor einen bequemen (§. 447) oder auch ſonſt einen andern Bruch hat, welcher mit 10, 100 oder 1000 leicht im Kopfe zu multipliciren, ſo ſetzet neben die in demſelben ſtehenden Ganzen an ſtatt der vorhin (§. 700) gedachten Punkte, das Product von ſolchem Bruche, und verfahret ferner, wie daſelbſt gezeiget. Eben dieſe Bewandniß hat es, wenn in ſolchem Factore ſo viele kleine Sorten der Münzen, Maaße oder Gewichte ſtehen,

hen, welche einem solchen Theile oder Bruche, als gemeldet, gleich sind.

Z. E. N°. 1. Es sey ibid. N°. 1. $3579\frac{1}{2}$ mit 25, das ist $\frac{1}{4}$ aus 100, zu multipliciren, oder man begehret 25 mal 3579 fl. 15 ßr. So saget: 100 mal $\frac{1}{2}$, oder, so einerley (§. 442 im 1sten Beweise), $\frac{1}{2}$ aus 100, geben 50. Derowegen setzet neben 3579 noch 50, so habt ihr das 100fache von $3579\frac{1}{2}$. Folgends dividiret solches in 4, kommt das verlangte 25fache. Also:

$$4)\ 3579\,50$$

Antw. $89487\frac{1}{2}$, oder 89487 fl. 15 ßr.

N°. 2. Es sey §. 700 N°. 2, $23879\frac{1}{4}$, oder 23879 fl. 22 ßr 9 ₰, mit $12\frac{1}{2}$, das ist $\frac{1}{8}$ aus 100, zu multipliciren. Weil nun 100 mal $\frac{3}{4}$, oder $\frac{3}{4}$ aus 100, ist 75, so procediret, als folget:

$$8)\ 2387979$$

Antw. $298496\frac{7}{8}$, oder (§. 226) 298496 fl. 26 ßr $4\frac{1}{2}$ ₰.

N°. 3. $238795\frac{2}{3}$, oder 238795 fl. 10 ßr, mit 125, das ist $\frac{1}{8}$ aus 1000, zu multipliciren. Weil nun 1000 mal $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{3}$ aus 1000, ist $333\frac{1}{3}$, so verfahret, als folget:

$$8)\ 238795\,3\,3\,3\,\tfrac{2}{3}$$

Antw. $29849416\frac{1}{3}$, oder 29849416 fl. 20 ßr.

§. 703. Warum dieser Vortheil nicht bey allerhand Brüchen oder kleinen Sorten zu gebrauchen sey, dessen Ursache lieget in obiger Anmerkung §. 468; indem die kleinen Theile oder Sorten durch die Multiplication, absonderlich mit 100 oder 1000 ꝛc. sich allzustark anhäufen, und ohne Nebenrechnung sich nicht so leicht in Ganze oder ihre größere Sorte bringen lassen.

§. 704. Weil aber durch die Multiplication mit 10, die kleinen Sorten sich nicht so sehr anhäufen, und eben deswegen die Multiplicationsart aus §. 467 bey 10 (§. 468), ja dieser Ursache wegen auch bey 11 (§. 694) beybehalten wird, so kann der vorhin gezeigte Vortheil in solchem Falle, wenn der eine Factor ein bequemer Bruch aus 10 ist, auch bey allerhand kleinen Sorten oder Theilen, die sich in dem andern Factore finden mögen, angebracht werden.

Z. E. 2374 fl. 13 ℔ 7 ℥ 2 ℌ mit 2½, das ist ¼ aus 10, zu multipliciren,
2374 : 14 : 2 ½ das 10fache, nach Anzeigung §. 467.

4)

Antw. 593 : 18 : 9 ½ ℌ.

Allein, da gegenwärtig die Rede nur von solchen Multiplicationibus ist, deren Facta unmittelbar so fort darunter zu schreiben (§. 681); so begnüge mich daran, wenn durch dieses einzige Exempel nur gezeiget habe, wie solcher Vortheil zuweilen, obgleich mittelbar, dennoch mit Nutzen anzubringen sey; und kehre mich demnach wiederum zu unserm itzigen Propos, von der Ausfindung der unmittelbaren Producte.

Die 85. Aufgabe.

§. 705. **Eine Anzahl kleine Sorten, welche just, ½, ¼ oder ⅛ ꝛc. das ist, ein bequemer Bruch (§. 447) aus einer Unität der gröſsern Sorte, zu vielfältigen, und das Product unter den Namen ihrer gröſsern Sorte unmittelbar so fort darunter zu setzen.**

Dieses verrichtet gleichfalls durch die Division in desselben Bruchs Nenner, wie vorhin (§. 700).

Z. E. N°. 1. 5 ℔ mit 34789 zu multipliciren, das ist (§. 146) 34789 mal 5 ℔, und also nichts anders, als 34789 mal ⅕ fl. oder (§. 466) ⅕ mal 34789 fl. Derowegen

wegen nehmet $\frac{1}{7}$ aus dem 1 sachen (wie solches oben aus §. 446 zu ersehen). Also:

34789

6)

Antw. 5798 fl. 5 ß das verlangte Product.

N°. 2. 23579 mal $7\frac{1}{2}$ ß, oder mal $\frac{1}{4}$ fl.

4)

Antw. 5894 fl. $22\frac{1}{2}$ ß.

N°. 3. 4897 $\frac{1}{3}$ mal 6 ß oder $\frac{1}{7}$ fl.

5)

Antw. $979\frac{1}{10}$ fl.

§. 706. Wer sich dieses Vortheils mit Nutzen bedienen will, der muß absonderlich diejenigen Münzen, Maaße und Gewichte, welche seines Ortes gebraucht werden, oder in denen er sonst Gewerbe und Rechnungen zu führen hat, sich dergestalt bekannt machen, daß er beym ersten Anblicke, ohne es bey vorfallender Gelegenheit allererst zu suchen, so fort wissen möge, welche Anzahl kleiner Sorten (und zwar braucht es nur solcher Anzahlen, welche in Praxi vorzukommen pflegen), just ein solcher Theil, oder Bruch, wie gemeldet, aus einer grössern Sorte sey. Als

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	aus 1 fl.
ist 15	10	$7\frac{1}{2}$	6	5	$3\frac{1}{4}$	$3\frac{1}{3}$	3 ß.	

Die 86. Aufgabe.

§. 707. Eine ganze Zahl, und eine solche Zahl, welche so nahe an 100, 1000 oder 10000, daß deren Differenz, welche sie darunter ist, nur eine einzelne Ziffer (worunter jedoch auch 11 mit verstanden wird, §. 696), mit einander zu multipliciren, und das Product unmittelbar so fort darunter zu schreiben.

Gleichwie das 9fache gefunden wird, wenn man das 1fache; das 8fache aber, wenn man das 2fache vom 10fachen ſubtrahiret (§. 690), alſo könnet ihr auch dieſe Aufgabe durch die Subtraction ſolviren. Nämlich

I. ſetzet dem Multiplicando ſo viel Nullen oder Punkte bey (welches, wie ſchon §. 700. N°. 1. gemeldet, ein Geübter nur in den Gedanken verrichten kann), als die Multiplication mit der angewachſenen Einheit erfordert (§. 159).

II. Hiervon ſubtrahiret wiederum den Multiplicandum ſo viel mal, als die Differenz zwiſchen ſolcher angewachſenen Einheit und dem gegebenen Multiplicatore Unitäten in ſich enthält. So zeiget der Reſt das begehrte Product. Allermaßen es oben (§. 129 und 193) ſchon angewieſen worden, daß man eine Zahl, ſie ſtehe in der Rechnung wo ſie will, leichtlich von einer andern abziehen, auch wenn es erfordert wird, mit einer einzelnen Ziffer multipliciren und zugleich ſubtrahiren kann, worüber inſonderheit im §. 195 die gegenwärtige Subtractionsart ſelbſt bereits erkläret worden.

Z. E. N°. 1. 38795 mit 99, das iſt mit 100÷1, zu multipliciren. Alſo:

38795

Antw. 3840705

Allhier ſind die 38795 durch Beyfügung zweyer Punkte mit 100 multipliciret, und von ſolchem 100fachen das 1fache, nämlich der Multiplicandus ſelbſt, ſubtrahiret worden: folgends bleibet das 99fache.

N°. 2. 23057 mit 997, das iſt mit 1000÷3 zu multipliciren. So ſubtrahiret 3mal den Multiplicandum

dum 23057 von dem 1000fachen, nach Anweisung §. 195, kommt so fort das verlangte 997fache. Also:

23057...

Antw. 22987829

N°. 3. 38795 mit 9989, das ist $10000 \div 11$, zu multipliciren. So subtrahiret das 11fache vom 10000fachen, eben wie vorhin, indem die Zahl 11 als eine einzelne Ziffer geachtet wird (§. 696). Also:

38795....

Antw. 387523255

Nämlich saget: 55 von 60 bleiben 5. Ferner: 99 und die geborgten 6, machen 105, von 110 bleiben 5. Weiter: 77 sammt der nächst geborgten 11, machen 88, von 90, bleiben 2. Weiter: 88 und die geborgten 9, thun 97, von 100, bleiben 3. Ferner: 33 und die geborgten 10, machen 43, von 45, bleiben 2. Und weil nichts mehr zu multipliciren folget, so subtrahiret endlich noch die geborgten 4 von 9, bleiben 5, und schreibet darzu die ferner folgenden 7, 8 und 3, von welchen nichts abzuziehen ist.

§. 708. Hierher kann alles dasjenige gezogen werden, so oben §. 702, 703, und 704 angezeiget worden. Allermaßen es einem fähigen Rechner nicht schwer fallen kann, die nächst beschriebene Art, durch die Subtraction zu multipliciren, auch in solchem Falle anzubringen, in welchem der andere Factor einen solchen Bruch oder so viele kleine Sorten in sich enthält, als vorhin in §. 702 gemeldet worden.

Z. E. 23879 fl. 22 ℔ 9 ß, oder 23879$\frac{1}{4}$, mit 95 zu multipliciren. Dieses stehet also:

2387971

Antw. 2268576$\frac{1}{4}$

Nämlich die 2387975 ſind das 100 fache ibid. N°. 2.) Von dieſem nehmet ab 5 mal 23879 $\frac{3}{4}$, kommt das 95fache. Jedoch weil dieſer Proceß wegen der Brüche, einem Ungeübten etwas beſchwerlich fallen dürfte, ſo habe hiervon keine Worte mehr machen wollen.

§. 709. Wem aber die Art auf einmal zu multipliciren und ſubtrahiren (§. 198 und 195) noch unbekannt iſt, oder über Vermuthen gar ſchwer fällt, der darf nur erſtlich die Multiplication, alsdenn ins beſondere die Subtraction verrichten, ſo wird er die verlangte Antwort zwar nicht unmittelbar, jedennoch vortheilhaftiger, als nach dem gemeinen Wege finden; welchergeſtalt die vorigen Exempel (§. 707) wie folget zu ſtehen kommen, und zwar das Exempel N°. 2. alſo:

23087 . . . mit 997, oder 1000 $\div$ 3, zu multipliciren.
69171 das 3fache ſubtrahirt.

Antw. 22987829

Item das Exempel N°. 3. Alſo:

38795 . . . . mit 9989, oder 10000 $\div$ 11, zu multipliciren.
$\div$ 426745 das 11fache.

Antw 387523255

Auf ſolche Weiſe kommt das Exempel aus §. 708 alſo:

23879, $\frac{5}{4}$ mit 95
$\div$ 1193984 das 5fache.

Antw. 22685761

§. 710. Allein da ich oben (§. 196) bereits erwieſen, daß es gar ein leichtes ſey, wo der Multiplicator eine einzelne Ziffer iſt, auf einmal zu multipliciren und zu ſubtrahiren; wie nicht minder dieſe Art einen ungemeinen Nutzen in der Diviſion abgiebt (§. 243); So lohnet es wohl, ſich in ſolcher Art zu multipliciren und ſubtrahiren habil zu machen. Demnach kann man wenigſtens in ganzen Zahlen die beſchriebene Manier zu multipliciren (§. 707) mit Recht unter diejenigen Multiplicationsarten zählen, bey denen die verlangten Producte unmittelbar gefunden werden können.

Die

Die 87. Aufgabe.

§. 711. Eine Anzahl kleine Sorten, welche nahe an eine Einheit der gröſsern Sorte; oder, ſo einerley, einen Bruch deſſen Zähler nahe dem Nenner iſt, mit einer einzelnen Ziffer zu multipliciren, und das verlangte Product unter den Namen ihrer gröſsern oder ganzen Sorten unmittelbar zu finden.

Dieſes kann ebenfalls gar leicht, ja, wenn der Multiplicator nur eine einzelne Ziffer iſt, ſo gar aus dem Kopfe, durch die Subtraction verrichtet werden; wie aus folgenden Exempeln zu erſehen. Und gründet ſich deren Berechnung überhaupt auf die gezeigte Art zu addiren §. 668; zumal da das Multipliciren eigentlich nur eine kurze Addition iſt (§. 139).

Z. E. N°. 1. 28 ℊ mit 9 zu multipliciren, und die Antwort ſofort in fl. heraus zu bringen; ſo multipliciret 1 fl. ÷ 2 ℊ mit 9, kommen 9 fl. ÷ 18 ℊ, das iſt 8 fl. 2 ℊ.

N°. 2. $\frac{3}{4}$ ℔ mit 7 zu multipliciren; ſo multipliciret 1 ÷ $\frac{1}{4}$ mit 7, kommen 7 ÷ $\frac{7}{4}$, das iſt $5\frac{3}{4}$ ℔.

N°. 3. 22 Gℊ mit 11 zu multipliciren; ſo multipliciret 1 Thlr. ÷ 2 Gℊ mit 11, kommen 11 Thlr. ÷ 22 Gℊ, das iſt 10 Thlr. 2 Gℊ.

§. 712. Dieſe Manier iſt zwar auch anzubringen, wenn gleich der Multiplicator mehr als eine einzelne Ziffer oder 11. Z. E. Man begehret zu wiſſen, wieviel 23 mal 27 Loth in ℔ ausmachen: So multipliciret 1 ℔ ÷ 5 Loth mit 23, kommen 23 ℔ ÷ 115 Loth, das iſt 19 ℔ 11 Loth. Allein weil in ſolchen Fällen die kleinen Sorten oder Theile durch die Multiplication ſich allzuſehr anhäufen; über dieſes wir auch zu unſerm Endzwecke

wegen anderweitiger Vortheile, die fernerhin ſich zeigen werden, dieſe gedachte Manier nur bey ſolchen Multiplicatoribus brauchen, die einzelne Ziffern ſind, ſo laſſen wir es auch nur hierbey bewendet ſeyn.

§. 713. Da oben (§. 189 und 190) auch gezeiget worden, daß es nicht ſchwer ſey, zu multipliciren und zugleich zu addiren, ſo kann ein geſchickter Rechner auch ſolche Producte ſo fort unmittelbar finden, wo der Multiplicator nur aus 2 bedeutlichen Ziffern beſtehet, von welchen eine derſelben die Unität iſt. Denn wenn ihr die Multiplication mit derſelben anfanget (§. 174) ſo habt ihr zu dieſem durch die Multiplication nur noch das Factum partiale von des Multiplicatoris andern bedeutlichen Ziffer zu ſuchen, in welcher Multiplication ihr das bereits geſchriebene 1, 10 oder 100fache ꝛc. ſo fort gehörigermaßen mit addiren könnet. Solchergeſtalt kommen die Exempel aus §. cod., und zwar das erſte Exempel alſo:

5897 mit 31 zu multipliciren.

Antw. 182807 das 30fache zuſammt dem 1fachen.

Das andere Exempel aber alſo:

5897 mit 13 zu multipliciren.

Antw. 76661 das 3fache zuſammt dem 10fachen.

Item das Exempel aus §. 175 N°. 4. kommet wie folget:

4387 mit 102 zu multipliciren.

Antw. 447474 das 2fache zuſammt dem 100fachen.

Item das Exempel daſelbſt N°. 5. Alſo:

4387 mit 201 zu multipliciren.

Antw. 881787 das 200fache zuſammt dem 1fachen.

Und ſo auch mit allen andern dergleichen Exempeln.

§. 714. Eben nach dieſer Manier zu multipliciren und zugleich zu addiren, kann man inſonderheit bey einem Multiplicatore, der nur aus 2 bedeutlichen Ziffern beſtehet, das letztere Factum partiale zu ſchreiben erſparen, indem man ſolches auf vorige Weiſe ſogleich

gleich zu dem ersten Facto partiali addiren, und solchergestalt sofort das verlangte Hauptfactum herstellen kann.

Z. E. 3875 mit 37 zu multipliciren.
27125 das 7fache.

Antw. 143375 das 30fache zusammt dem 7fachen.

Oder 3875 mit 37 zu multipliciren.
81625 das 30fache.

Antw. 143375 das 7fache zusammt dem 30fachen.

§. 715. Allein, da diese Art zu multipliciren und zugleich zu addiren sonst zu andern Fällen bey weiten nicht einen solchen Nutzen verschaffen kann, wie die Art zu multipliciren und zugleich zu subtrahiren (wovon §. 710 bereits gemeldet worden), so achte es nicht der Mühe werth zu seyn, daß man wegen der gedachten Vortheile §. 713 und 714 sich allererst in solcher Art üben müßte; Dannenhero werde diese (ohngeachtet, daß verschiedene Rechenmeister dergleichen Dinge als nützliche Vortheile ausgeben wollen) in unseren ferneren Rechnungen niemals anbringen; und eben deswegen habe ich dieselben nicht mit unter die Aufgaben gestellet.

§. 716. Demnach hat man aus dem, was bis hierher von der Multiplication gelehret worden, überhaupt zerley Wege, durch welche das verlangte Product in gewissen Fällen auf eine leichte Art unmittelbar zu finden ist. Als nämlich

1.) durch die Multiplication

bey einem Multiplicando in ganzen Zahlen, wenn der Multiplicator 1) eine einzelne ganze Ziffer (§. 155), 2) 11 (§. 693), 3) eine angewachsene Einheit (§. 159), oder 4) eine angewachsene Ziffer (§. 166); desgleichen bey einem Multiplicando der allerhand kleine Sorten oder Theile in sich enthält, wenn der Multiplicator 1) eine einzelne ganze Ziffer, 2) 10 (§. 467 und 448) oder 3) 11 (§. 694).

2.) durch

2.) durch die Diviſion.

bey einem Multiplicando in ganzen Zahlen, oder ſo er auch einen bequemen Bruch oder ſonſt kleine Sorten beſchriebenermaßen (§. 702) hat, wenn der Multiplicator juſt ein bequemer Bruch iſt 1) aus 1 (§. 705) oder 2) aus einer angewachſenen Einheit (§. 700 und 702).

3.) durch die Subtraction

bey einem Multiplicando in ganzen Zahlen, (denn wenn er einen Bruch hat, will ich ihn deswegen übergehen, weil es in ſolchem Falle, wie §. 708 ſchon erwehnet, nicht einem jeden ſo leicht fallen dürfte), wenn der Multiplicator 1) nur um eine einzelne Ziffer oder 2) 11 weniger, als 100, 1000, 10000 ꝛc. (§. 707), oder auch 3) wenn er weniger als eine ganze Unität, aber nahe zu derſelben iſt (§. 711).

Nun will ich noch andere Vorfälle zu multipliciren anzeigen, bey denen man das verlangte Product zwar nicht unmittelbar, jedoch aus eben dem Grunde der vorhin beſchriebenen Vortheile, durch einen kürzern, auch wohl leichtern Weg, als nach der gemeinen Art, und inſonderheit ohne den Multiplicatorem allererſt zu zergliedern oder zu zerſtreuen (§. 681) finden kann.

Die 88. Aufgabe.

§. 717. Eine ganze Zahl und eine ſolche Zahl, welche ein bequemer Bruch iſt aus einer angewachſenen Ziffer (§. 71) mit einander zu multipliciren, und das Product kürzer als nach dem gemeinen Wege zu finden.

I. Mul-

I. Multipliciret mit derſelben angewachſenen Ziffer.

II. Nehmet aus ſolchem Producte durch die Diviſion den verlangten Theil. Der Grund dieſes Proceſſes iſt gleich dem Grunde der Multiplication in §. 700.

Z. E. N°. 1. 3689 mit 35 zu multipliciren. Weil nun 35 juſt $\frac{1}{2}$ aus 70, ſo multipliciret die 3689 mit 70, und dividiret das 70fache in 2, kommt allerdings das verlangte 35 fache. Alſo:

3689

258230 das 70fache.

2)

Antw. 129115 das halbe 70fache, näml. das 35 fache.

N°. 2. 3879 mit $22\frac{1}{2}$, d. i. mit $\frac{1}{4}$ aus 90, zu multipl. Alſo: 349110 das 90 fache.

4)

Antw. $87277\frac{1}{2}$ das $22\frac{1}{2}$ fache.

N°. 3. 3579 mit $37\frac{1}{2}$ d. i. $\frac{1}{8}$ aus 300, zu multipl. Alſo: 1073700 das 300fache.

8)

Antw. $134212\frac{1}{2}$ das $37\frac{1}{2}$ fache.

N°. 4. 2389 mit 275, d. i. $\frac{1}{4}$ aus 1100, zu multipl. Alſo: 2627900 das 1100fache.

4)

Antw. 656975 das 275 fache.

N°. 5. 7836 mit 225, d. i. $\frac{1}{4}$ aus 900, zu multiplic. Alſo: 7052400 das 900 fache.

4)

Antw. 1763100 das 225 fache.

N°. 6.

N°. 6. 3579 mit 375, d. i. $\frac{1}{8}$ aus 3000, zu multiplic. Also: 10737000 das 3000fache.

8)

Antw. 1342125 das 375fache.

N°. 7. 2387 mit $266\frac{2}{3}$, oder mal 266 fl. 20gr, das ist $\frac{1}{3}$ aus 800, zu multipliciren. Also:

2387

1909600 das 800fache.

3)

Antw. 636533$\frac{1}{3}$, oder 636533 fl. 10gr, das $266\frac{2}{3}$fache.

§. 718. Eben zu diesem Vortheile dienet obige 2te Tabelle (§. 697), woraus alle dergleichen Zahlen zu ersehen sind, die just solche Theile oder bequeme Brüche aus einer angewachsenen Ziffer abgeben, als allhier erfordert wird.

Die 89. Aufgabe.

§. 719. **Wie, und in welchem Falle die vorige Manier (§. 717) mit Vortheil anzubringen, wenn der andere Factor eine vermischte oder mehrerley namige Zahl ist.**

Im Falle dieser einen bequemen (§. 447) oder sonst einen andern Bruch hat, der mit der angewachsenen Ziffer, aus welcher der andere Factor der Theil ist, leicht im Kopfe zu multipliciren; oder auch, so einerley, wenn in demselben so viele kleine Sorten der Münzen, Maaße oder Gewichte stehen, welche einem solchen Bruche, wie hiernächst gemeldet, gleich sind; so nehmet zu dem erstern Product, da ihr mit der angewachsenen Ziffer multipliciret, das Product des in demselben Factore befindlichen Bruchs darzu, und verfahret ferner, wie vorhin gezeiget.

Z. E.

Z. E. N°. 1. $2389\frac{1}{4}$ mit 175, das ist $\frac{1}{4}$ aus 700, zu multipliciren, oder 175 mal 2389 fl. 7 ßr 9 ₰. So saget: 700 mal $\frac{1}{4}$ oder, so einerley, $\frac{1}{4}$ aus 700, geben 175 Ganze. Multipliciret demnach die 2389 mit 700 und nehmet die vorigen 175 Ganze darzu, kommt das 700fache von $2389\frac{1}{4}$, welches ferner in 4 dividiret wird. Also:

$2389\frac{1}{4}$

1672475 das 700fache.

4)

Antw. $418118\frac{3}{4}$, oder 418118 fl. 22 ßr 9 ₰ das 175fache.

N°. 2. $8973\frac{3}{4}$ mit $62\frac{1}{2}$, das ist $\frac{1}{8}$ aus 500 zu multipliciren, oder $62\frac{1}{2}$ mal 8973 fl. 22 ßr 9 ₰. So saget: 500 mal $\frac{3}{4}$ oder $\frac{1}{4}$ aus 500, geben (weil $\frac{1}{4}$ aus 500 beträgt 125, folglich betragen $\frac{3}{4}$, 3 mal so viel) 375. Demnach procediret, als folget:

$8973\frac{3}{4}$

4486875 das 500fache.

8)

Antw. $560859\frac{3}{8}$, oder 560859 fl. $11\frac{1}{4}$ ßr.

§. 720. Dasjenige, was oben (§. 703) angemerket worden, ist auch allhier zu merken.

Die 90. Aufgabe.

§. 721. Eine Anzahl kleine Sorten, welche just $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ꝛc. das ist ein bequemer Bruch (§. 447) aus einer einzelnen Ziffer der größern Sorte, oder, so einerley, welche ein solcher Bruch aus einer Unität der größern Sorte, dessen Zähler so wohl als dessen

deſſen Nenner nur eine einzelne Ziffer, zu vielfältigen, und das verlangte Product unter den Namen der gröſsern Sorten kurz zu finden.

Dieſes verrichtet gleichergeſtalt durch eine Multiplication und eine Diviſion, wie nächſt vorhin; und iſt der Grund dieſes Proceſſes gleich der Multiplication in §. 705, oder auch in §. 442, wie aus folgenden Exempeln zu erſehen:

Z. E. N°. 1. 16 ¾ ℔ mit 23897 zu multipliciren, das iſt (§. 146) 23897 mal 16 ¾ ℔, oder mal ¾ aus 1 fl. oder auch mal ¼ aus 5 fl; ſo multipliciret die 23897 mit 5, und dividiret ſolches 5 fache in 9. Alſo:

23897
119485 das 5 fache.
9)
Antw. 13276 fl. 3 ⅑ ℔ das ¼ fache.

N°. 2. 34297 mal 12 ℔ d. i. mal ¾ fl. oder mal ⅗ aus 2 fl. Alſo: (2

68594
5)
Antw. 13718 fl. 24 ℔.

Nota. Jedoch bey ſolcher Gelegenheit nimmt man an ſtatt ¾ fl. lieber ⅘ fl; folgends erſparet man die Diviſion, immaßen die Diviſion in 10 durch einen bloßen Abſchnitt geſchehen kann (§. 235). Alſo:

34297 mal 12 ℔. das iſt mit ⅘ fl. oder mit ⅖ aus 4 fl. zu multipliciren. Alſo:

34297
(4
Antw. fl. 13718|8
10 oder 24 ℔.

§. 722.

§. 722. Bey diesem Vortheile ist abermal dasjenige zu merken, so ich oben (§. 706) erinnert habe, nämlich, daß ein jeder, der diesen Vortheil mit Nutzen gebrauchen will, die Theile derjenigen Münzen, Maaße und Gewichte, die seines Ortes gangbar, oder in denen er sonst Rechnungen zu führen hat, eben auf die Weise, wie ich daselbst ein Muster von den Theilen eines Guldens gegeben, wohl bekannt machen müsse. Und, wenn man den Betrag solcher einzelnen Theile, als $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ ꝛc. aus einer gröſsern Sorte weiß, so kann man auf die Art, wie vorhin (§. 698) dargethan worden, gar bald wissen, was etliche solcher Theile, als $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ ꝛc. aus einer Unität der gröſsern Sorte, oder so einerley, was solche einzelne Theile aus etlichen Unitäten der gröſsern Sorte ausmachen.

§. 723. Jedoch den Anfängern zum besten, will ich auch diese Theile in einer besondern Tabelle, als folget, fürstellen; und gleichwie diese auf den fl. gerichtet ist, also kann ein jeder seines Ortes auch auf andere Sorten eine dergleichen Tabelle sich verfertigen.

	$\frac{2}{3}$ fl. oder $\frac{1}{3}$ aus 2 fl.	$\frac{3}{4}$ fl. oder $\frac{1}{4}$ aus 3 fl.	$\frac{2}{5}$ fl. oder $\frac{1}{5}$ aus 2 fl.
ist	20 ℔.	$22\frac{1}{2}$ ℔.	12 ℔.
	$\frac{3}{5}$ fl. oder $\frac{1}{5}$ aus 3 fl.	$\frac{4}{5}$ fl. oder $\frac{1}{5}$ aus 4 fl.	$\frac{5}{6}$ fl. oder $\frac{1}{6}$ aus 5 fl.
ist	18 ℔.	24 ℔.	25 ℔.
	$\frac{3}{8}$ fl. oder $\frac{1}{8}$ aus 3 fl.	$\frac{5}{8}$ fl. oder $\frac{1}{8}$ aus 5 fl.	$\frac{7}{8}$ fl. oder $\frac{1}{8}$ aus 7 fl.
ist	$11\frac{1}{4}$ ℔.	$18\frac{3}{4}$ ℔.	$26\frac{1}{4}$ ℔.
	$\frac{2}{3}$ fl. oder $\frac{1}{3}$ aus 2 fl.	$\frac{4}{5}$ fl. oder $\frac{1}{5}$ aus 4 fl.	$\frac{5}{6}$ fl. oder $\frac{1}{6}$ aus 5 fl.
ist	$6\frac{2}{3}$ ℔.	$13\frac{1}{3}$ ℔.	$16\frac{2}{3}$ ℔.
	$\frac{7}{8}$ fl. oder $\frac{1}{8}$ aus 7 fl.	$\frac{8}{8}$ fl. oder $\frac{1}{8}$ aus 8 fl.	$\frac{3}{10}$ fl. oder $\frac{1}{10}$ aus 3 fl.
ist	$23\frac{1}{3}$ ℔.	$26\frac{2}{3}$ ℔.	9 ℔.
	$\frac{7}{10}$ fl. oder $\frac{1}{10}$ fl. aus 7	$\frac{9}{10}$ oder $\frac{1}{10}$ fl. aus 9 fl.	
ist	21 ℔.	27 ℔.	

dessen Nenner nur eine einzelne Ziffer, zu vielfältigen, und das verlangte Product unter den Namen der gröſsern Sorten kurz zu finden.

Dieses verrichtet gleichergestalt durch eine Multiplication und eine Division, wie nächst vorhin; und ist der Grund dieses Processes gleich der Multiplication in §. 705, oder auch in §. 442, wie aus folgenden Exempeln zu ersehen:

Z. E. N°. 1. 16 ʒ ℔ mit 23897 zu multipliciren, das ist (§. 146) 23897 mal 16 ʒ ℔, oder mal $\frac{1}{3}$ aus 1 fl. oder auch mal $\frac{1}{3}$ aus 5 fl; so multipliciret die 23897 mit 5, und dividiret solches 5 fache in 9. Also:

23897
119485 das 5fache.
9)
Antw. 13276 fl. 3 $\frac{5}{9}$ ℔ das $\frac{1}{9}$ fache.

N°. 2. 34297 mal 12 ℔ d. i. mal $\frac{1}{2}$ fl. oder mal $\frac{1}{2}$ aus 2 fl. Also: (2

68594
5)
Antw. 13718 fl. 24 ℔.

Nota. Jedoch bey solcher Gelegenheit nimmt man an statt $\frac{1}{2}$ fl. lieber $\frac{5}{10}$ fl; folgends erspart man die Division, immaßen die Division in 10 durch einen bloßen Abschnitt geschehen kann (§. 235). Also:

34297 mal 12 ℔. das ist mit $\frac{5}{10}$ fl. oder mit $\frac{1}{10}$ aus 4 fl. zu multipliciren. Also:

34297
(4
Antw. fl. 13718|8
10 oder 24 ℔.

§. 728.

§. 722. Bey diesem Vortheile ist abermal dasjenige zu merken, so ich oben (§. 706) erinnert habe, nämlich, daß ein jeder, der diesen Vortheil mit Nutzen gebrauchen will, die Theile derjenigen Münzen, Maaße und Gewichte, die seines Ortes gangbar, oder in denen er sonst Rechnungen zu führen hat, eben auf die Weise, wie ich daselbst ein Muster von den Theilen eines Guldens gegeben, wohl bekannt machen müsse. Und, wenn man den Betrag solcher einzelnen Theile, als $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ ꝛc. aus einer größern Sorte weiß, so kann man auf die Art, wie vorhin (§. 698) dargethan worden, gar bald wissen, was etliche solcher Theile, als $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ ꝛc. aus einer Unität der größern Sorte, oder so einerley, was solche einzelne Theile aus etlichen Unitäten der größern Sorte ausmachen.

§. 723. Jedoch den Anfängern zum besten, will ich auch diese Theile in einer besondern Tabelle, als folget, fürstellen; und gleichwie diese auf den fl. gerichtet ist, also kann ein jeder seines Ortes auch auf andere Sorten eine dergleichen Tabelle sich verfertigen.

	$\frac{2}{3}$ fl. oder $\frac{1}{3}$ aus 2 fl.	$\frac{3}{4}$ fl. oder $\frac{1}{4}$ aus 3 fl.	$\frac{2}{5}$ fl. oder $\frac{1}{5}$ aus 2 fl.
ist	20 kr.	$22\frac{1}{2}$ kr.	12 kr.
	$\frac{3}{5}$ fl. oder $\frac{1}{5}$ aus 3 fl.	$\frac{4}{5}$ fl. oder $\frac{1}{5}$ aus 4 fl.	$\frac{5}{6}$ fl. oder $\frac{1}{6}$ aus 5 fl.
ist	18 kr.	24 kr.	25 kr.
	$\frac{3}{8}$ fl. oder $\frac{1}{8}$ aus 3 fl.	$\frac{5}{8}$ fl. oder $\frac{1}{8}$ aus 5 fl.	$\frac{7}{8}$ fl. oder $\frac{1}{8}$ aus 7 fl.
ist	$11\frac{1}{4}$ kr.	$18\frac{3}{4}$ kr.	$26\frac{1}{4}$ kr.
	$\frac{2}{3}$ fl. oder $\frac{1}{3}$ aus 2 fl.	$\frac{4}{5}$ fl. oder $\frac{1}{5}$ aus 4 fl.	$\frac{5}{6}$ fl. oder $\frac{1}{6}$ aus 5 fl.
ist	$6\frac{2}{3}$ kr.	$13\frac{1}{3}$ kr.	$16\frac{2}{3}$ kr.
	$\frac{7}{8}$ fl. oder $\frac{1}{8}$ aus 7 fl.	$\frac{8}{8}$ fl. oder $\frac{1}{8}$ aus 8 fl.	$\frac{3}{10}$ fl. oder $\frac{1}{10}$ aus 3 fl.
ist	$23\frac{1}{3}$ kr.	$26\frac{2}{3}$ kr.	9 kr.
	$\frac{7}{10}$ fl. oder $\frac{1}{10}$ fl. aus 7	$\frac{9}{10}$ oder $\frac{1}{10}$ fl. aus 9 fl.	
ist	21 kr.	27 kr.	

Die 91. Aufgabe.

§. 724. Eine ganze Zahl, und eine solche Zahl, welche ein bequemer Bruch aus einer solchen Zahl ist, die so nahe an 100 oder 1000 ꝛc. wie §. 707. gezeiget, mit einander zu multipliciren, und das Product kürzer, als nach dem gemeinen Wege, zu finden.

Wenn ihr die Multiplication aus gedachtem §. 707 verstanden, so könnet ihr, vermittelst dieser, ferner durch die Division in des gemeldeten Bruchs Nenner mit gleichem Grunde, der oben (§. 700) bereits geleget ist, gar leichte das verlangte Product finden, wie aus folgenden Exempeln zu ersehen.

Z. E. N°. 1.

4897 . . mit $46\frac{1}{2}$, d. i. mit $\frac{1}{2}$ aus 93, zu multipliciren
Also: 455421 das 100 ÷ 7fache, nämlich das 93fache.
2)
Antw. 227710$\frac{1}{2}$ das $46\frac{1}{2}$ fache.

N°. 2. 8649 . . . mit $329\frac{2}{3}$, d. i. mit $\frac{1}{3}$ aus 989, zu multipl.
Also: 8553861 das 1000 ÷ 11fache, nämlich das 989
3) (fache.
Antw. 2851287 das $329\frac{1}{3}$fache.

§. 725. Wer die Fähigkeit hat, die erwehnte Multiplication vermittelst der Subtraction (§. 707) auch in solchem Falle, wie oben §. 708 gezeiget, anzubringen, dem ist es ein leichtes, eben in diesem Falle auch die nächst beschriebene Manier (§. 724) mit Vortheil zu appliciren.

Z. E. 23879 fl. 22ß 9₰, oder $23879\frac{9}{24}$, mit $23\frac{3}{4}$, das ist $\frac{3}{4}$ aus 95, zu multipliciren. Also:

23879,75
2268576 $\frac{1}{4}$ das 100 ÷ 5fache, nämlich das 95fache (§. 708).
Antw. 567144$\frac{1}{8}$, oder 567144 fl. $1\frac{7}{8}$ß, das $23\frac{3}{4}$fache.

Die

Die 92. Aufgabe.

§. 726. Eine ganze Zahl, und eine solche Zahl, welche so nahe an eine angewachsene Ziffer, daß die Differenz, um welche sie darunter ist, nur eine einzelne Ziffer oder 11, mit einander zu multipliciren, und das Product mit Vortheil zu finden.

I. Multipliciret mit der angewachsenen Ziffer.

II. Subtrahiret von dem kommenden Producte den Multiplicandum so vielmal, als er in der vorigen Multiplication zu viel genommen worden. Und gründet sich dieser Proceß eben auf denselben Grund, der oben in §. 707 angegeben worden.

Z. E. N°. 1. Man solle 3796 mit 398 multiplicieren, so multipliciret mit 400, und subtrahiret von dem 400fachen das 2fache, so bleibet im Rest das verlangte 398fache. Also:

3796
1518400 das 400fache.

Antw. 1510808 das 400÷2fache, nämlich das 398fache.

Nota. Wem das Multiplicieren und zugleich zu subtrahiren schwer fället, der kann solches zwar nach der Anmerkung §. 709 verrichten, und auch solchergestalt das verlangte Product dennoch kürzer, als nach dem gemeinen Wege finden; immaßen das vorige Exempel auf solche Weise, wie folget, zu stehen kommt:

3796
1518400 das 400fache.
÷7592 das 2fache.

Antw. 1510808 das 398fache,

N°. 2. 7895 mit 4989 zu multipliciren. Alſo:

39475000 das 5000 fache.

Antw. 39388155 das 5000 ÷ 11fache, nämlich das 4989fache.

Oder nach gedachter Anweiſung §. 709. Alſo:

7895
39475000 das 5000fache.
÷ 86845 das 11fache.

Antw. 39388155 das 4989fache.

N°. 3. 4238 mit 5930 zu multipliciren. Allhier hat man eigentlich nur mit 593 zu multipliciren, und an deſſen Product eine 0 zu ſetzen (§. 179). Derowegen ſuchet nach voriger Manier das 600 ÷ 7fache, und ſetzet dem bleibenden eine 0 bey. Alſo:

4238
2542800 das 600fache.

Antw. 25131340 das 6000 ÷ 70 fache, nämlich das 5930fache.

N°. 4. 47938 mit 299 zu multipliciren. Alſo:

14381400 das 300 fache, von welchem das 1fache abgezogen,
bleibet 14333462 das 299fache.

§. 727. Allhier iſt eben dasjenige zu merken, das oben (§. 725) angemerket worden, nämlich wer fähig iſt, ſich in daſige Manier zu ſchicken, der kann auch dieſe nächſt beſchriebene Manier, in ſolchem Falle anbringen, wenn gleich der andere Factor einen ſolchen Bruch, oder ſo viele kleine Sorten hat, als §. 719 angezeiget.

Z. E. Wenn vorhin (§. 726. N°. 1) der andere Factor wäre $3796\frac{2}{3}$, ſo würde die Berechnung alſo zu ſtehen kommen:

$3796\frac{2}{3}$ mit 398
$1518666\frac{2}{3}$ das 400fache.

Antw. $1511073\frac{1}{3}$ das 400 ÷ 2fache, oder 398fache.

Nämlich

Nämlich 400 mal $\frac{2}{3}$, oder $\frac{2}{3}$ aus 400, geben $266\frac{2}{3}$. Derowegen multipliciret die 3796 mit 400, und nehmet die $266\frac{2}{3}$ darzu, kommt das 400 fache. Hiervon subtrahiret 2 mal $3796\frac{2}{3}$, bleibet das begehrte 398fache.

Oder auch nach Anzeigung §. 709.

$3796\frac{2}{3}$
$1518666\frac{2}{3}$ das 400 fache.
$\div 7593\frac{1}{3}$ das 2 fache.
Antw. $1511073\frac{1}{3}$ das 398 fache.

Die 93. Aufgabe.

§. 728. Eine ganze Zahl, und eine solche Zahl, welche so nahe an eine gröſsere schlechte Zahl, das ist (§. 71), an 1. 2. 3. 4 ꝛc. oder 10. 20. 30. 40. ꝛc. oder 100. 200. 300. ꝛc. daß die Differenz just ein bequemer Bruch (§. 447) aus eben derselben schlechten Zahl, oder doch aus 1. 10. 100 oder 1000 ꝛc. mit einander zu multipliciren, und das Product kurz zu finden.

I. Multipliciret, wo es nöthig ist, mit der nächsten schlechten Zahl.

II. Suchet ferner durch die Division das Factum des zu viel genommenen Theils, entweder aus dem einfachen (§. 446), oder aus dem 10. 100. 1000fachen (§. 700), oder aus dem vorhin gefundenen Product (§. 717).

III. Subtrahiret so dann dieses Factum von jenem, so kommt im Reste das verlangte Product.

Z. E. N°. 1. mit 82392 mit $\frac{8}{9}$, d. i. mit $1\div\frac{1}{9}$, zu multipl.
Also: $9)\div 9154\frac{2}{3}$ das $\frac{1}{9}$ fache (§. 446).
Antw. $73237\frac{1}{3}$ das $\frac{8}{9}$ fache.

Desgleichen, wenn man 82392 mal 26ℊ 12 haben will, das iſt (§. 706 oder 723), mal 1fl. ÷ $\frac{1}{9}$fl. ſo kommt die Berechnung ebenermaßen, als vorhin, wie folget:

82392

9) ÷ 9154fl. 20ℊ

Antw. 73237fl. 10ℊ

N°. 2. 82392 mit $9\frac{8}{9}$, d. i. mit 10 ÷ $\frac{1}{9}$ zu multipliciren, oder 82392 mal 9 fl. 26ℊ 12₰.

Bey dieſem Exempel verfahret gleichergeſtalt, wie vorhin, und nehmet nur die Stellen der Ziffern in acht, damit ihr das $\frac{1}{9}$ fache gehörigermaßen, nicht von dem 1, ſondern vom 10fachen abziehet. Alſo:

82392. das 10fache.

9) ÷ 9154$\frac{2}{9}$ das $\frac{1}{9}$ fache, nämlich $\frac{1}{9}$ aus dem 1fachen.

Antw. 814765$\frac{2}{9}$, oder 814765fl. 10ℊ, das $9\frac{8}{9}$fache.

N°. 3. 4978 mit $6\frac{2}{3}$, das iſt mit 10 ÷ $3\frac{1}{3}$, oder 10 ÷ $\frac{1}{3}$ aus 10, zu multipliciren; oder 4978 mal 6fl. 20ℊ. Alſo:

4978. das 10fache.

3) ÷ 16593$\frac{1}{3}$ das $3\frac{1}{3}$fache, als $\frac{1}{3}$ aus dem 10fachen (§. 700)

Antw. 33186$\frac{2}{3}$; oder 33186fl. 20ℊ, das $6\frac{2}{3}$fache.

N°. 4. 4978 mit $96\frac{2}{3}$, das iſt mit 100 ÷ $3\frac{1}{3}$, oder 100 ÷ $\frac{1}{3}$ aus 10, zu multipliciren; oder 4978 mal 96fl. 20ℊ. Alſo:

4978.. das 100fache.

3) ÷ 16593$\frac{1}{3}$ das $3\frac{1}{3}$fache, als $\frac{1}{3}$ aus dem 10fachen.

Antw. 481206$\frac{2}{3}$, oder 481206fl. 20ℊ, das $96\frac{2}{3}$fache.

N°. 5. 4978 mit $99\frac{2}{3}$, das iſt mit 100 ÷ $\frac{1}{3}$ aus 1, zu multipliciren; oder 4978 mal 99fl. 20ℊ. Alſo:

4978

4978.. das 100fache.
3)÷ 1659 1/7 das 1/3 aus dem einfachen.

Antw. 496140 2/3 oder 496140 fl. 20 gr, das 99 fache.

N°. 6. 4897 mit 2 4/7, das ist mit 3 ÷ 3/7, oder (§. 417) 5 ÷ 1/7 aus 3, zu multipliciren. Also:

4897
14691 das 3fache.
7)÷ 2098 1/7 das 3/7fache, als 1/7 aus dem 3fachen.

Antw. 12592 3/7 das 2 7/7fache.

N°. 7. 4897 mit 29 4/7, das ist mit 30 ÷ 1/7, oder 30 ÷ 1/7 aus 3, zu multipliciren. Also:

4897
14691. das 30fache.
7)÷ 2098 1/7 das 3/7fache, als 1/7 aus dem 3fachen.

Antw. 144811 3/7 das 29 4/7fache.

N°. 8. 4897 mit 29 6/7, d. i. ist mit 30 ÷ 1/7 aus 1, zu mul-
Also: 14691. das 30fache. (tipliciren.
7)÷ 699 3/7 das 1/7 aus dem einfachen.

Antw. 146210 3/7 das 29 6/7fache.

§. 729. Wie man aber den manquirenden Theil bey dergleichen Factoribus sofort allezeit erkennen soll; hierzu dienen insonderheit die obigen Tabellen (§. 697, 706 und 723).

§. 730. Weil nun eine ganze Zahl in eine angewachsene Ziffer, eben so kurz und leicht (§. 238), als in eine einzelne Ziffer, zu dividiren ist; so kann die vorher beschriebene Manier auch in solchem Falle füglich angebracht werden, wenn gleich der manquirende Theil eine angewachsene Ziffer zum Nenner hat.

Z. E. N°. 1. 3895 mit $\frac{29}{30}$, das ist mit $1 \div \frac{1}{30}$, zu multipliciren, oder 3895 mal 29ℊ. Also:

3895

30)÷ 129$\frac{8}{30}$ das $\frac{1}{30}$ fache.

Antw. 3765$\frac{22}{30}$, oder 3765 fl. 22ℊ, das $\frac{29}{30}$ fache.

N°. 2. 5893 mit 855, das ist mit 900÷45, oder 900÷ $\frac{1}{20}$ aus 900, zu multipliciren. Also:

5893

53037.. das 900 fache.

20)÷ 265185 das 45 fache, nämlich $\frac{1}{20}$ aus dem 900-fachen (§. 717).

Antw. 5038515 das 855 fache.

§. 731. Noch mehrere Exempel zur Uebung der vorhin angewiesenen Manier (§. 728).

N°. 1. 34789. mal 25 ℊ, das ist eben so viel gesagt, als 34789 fl. mit $\frac{25}{30}$ zu multipliciren. Also:

34789

6)÷5798 fl. 5ℊ das $\frac{1}{6}$ fache.

Antw. 28990 fl. 25ℊ das $\frac{25}{30}$ fache.

N°. 2. 23579 mal 22ℊ 9ℌ. das ist mal 1 fl. ÷ $\frac{1}{4}$ fl. Also:

4)÷ 5894 fl. 22ℊ 9ℌ das $\frac{1}{4}$ fache.

Antw. 17684 fl. 7ℊ 9ℌ das $\frac{3}{4}$ fache.

N°. 3. 98547 mal 27ℊ, das ist mal 1 fl. ÷ $\frac{1}{10}$ fl. Also:

10)÷9854$\frac{7}{10}$, oder 9854 fl. 21ℊ, das $\frac{1}{10}$ fache.

Antw. 88692 fl. 9ℊ das $\frac{9}{10}$ fache.

Nota. Oder, weil allhier das $\frac{1}{10}$ fache bereits vor Augen lieget (wenn man die 7 nur ins besondere vor $\frac{7}{10}$ ansiehet), so ists nicht nöthig, dasselbe ins besondere darunter zu schreiben (§. 129 und 130), und kann man von der gegebenen Zahl 98547 nur sofort 9854 $\frac{7}{10}$ abziehen, als folget:

98547

Antw. 88692 fl. 9ℊ das $1 \div \frac{1}{10}$ fache.

N°. 4.

N°. 4. 5789 ℔. Bls. in Hamburg zu ℔ Bth. zu machen, da jedes ℔. Bls. $7\frac{1}{2}$ ℔ in ſich enthält, das iſt eben ſo viel (§. 157. N°. 2), als ſaget man: 5789 mit $7\frac{1}{2}$, oder mit $10 \div 2\frac{1}{2}$, oder mit $10 \div \frac{1}{4}$ aus 10, zu multipliciren. Alſo:

5789. das 10fache.
4) $\div$ 14472$\frac{1}{2}$ das $2\frac{1}{2}$fache, als $\frac{1}{4}$ aus dem 10 fachen.

Antw. 43417$\frac{1}{2}$ ℔, oder das $7\frac{1}{2}$ fache.

Nota. Wenn aber nebſt den ℔. auch ß und ℔. Bls. ſtehen, hiervon ſoll hernach in der Regel Detri (§. 848. N°. 62 Nota 2) gemeldet werden.

N°. 5. 3579 mit 75, das iſt mit $100 \div 25$, oder $100 \div \frac{3}{4}$ aus 100, zu multipliciren. Alſo:

3579.. das 100fache.
4) $\div$ 89475 das 25fache, als $\frac{1}{4}$ aus dem 100fachen.

Antw. 268425 das 75fache.

N°. 6. 7985 mit $83\frac{1}{3}$, das iſt mit $100 \div 16\frac{2}{3}$, oder $100 \div \frac{1}{6}$ aus 100, zu multipliciren. Alſo:

7985.. das 100fache.
6) $\div$ 133083$\frac{1}{3}$ das $16\frac{2}{3}$fache, als $\frac{1}{6}$ aus dem 100fachen.

Antw. 665416$\frac{2}{3}$ das $83\frac{1}{3}$fache.

N°. 7. 23879 mit $87\frac{1}{2}$, das iſt mit $100 \div 12\frac{1}{2}$, oder $100 \div \frac{1}{8}$ aus 100, zu multipliciren; oder 23879 mal 87 fl. 15 gr. Alſo:

23879.. das 100 fache.
8) $\div$ 298487$\frac{1}{2}$ das $12\frac{1}{2}$fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem 100fachen.

Antw. 2089412$\frac{1}{2}$, oder 2089412 fl. 15 gr. das $87\frac{1}{2}$fache.

N°. 8. 23879 mit $987\frac{1}{2}$, das iſt mit $1000 \div 12\frac{1}{2}$, oder $1000 \div \frac{1}{8}$ aus 100, zu multipliciren. Alſo:

23879... das 1000fache.
8) $\div$ 298487$\frac{1}{2}$ das $12\frac{1}{2}$fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem 100fachen.

Antw. 23580512$\frac{1}{2}$ das $987\frac{1}{2}$fache.

N°. 9. 6397 mit 875, das iſt mit $1000 \div 125$, oder $1000 \div \frac{1}{8}$ aus 1000, zu multipliciren. Alſo:

6397 ... das 1000fache.
8)÷799625 das 125fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem 1000fachen.

Antw. 5597375 das 875fache.

N°. 10. 3589 mit 525, das ist mit 600÷75, oder 600÷$\frac{1}{8}$ aus 600, zu multipliciren. Also:

3589
21534..das 600fache.
8)÷269175 das 75fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem 600fachen.

Antw. 1884225 das 525fache.

N°. 11. 3973 mit 175, das ist mit 200÷25, oder 200 ÷$\frac{1}{4}$ aus 100 zu multipliciren. Also:

3973
7946.. das 200fache.
4)÷99325 das 25fache, als $\frac{1}{4}$ aus dem 100fachen.

Antw. 695275 das 175fache.

Nota. Allhier kann man das 25fache, als $\frac{1}{8}$ aus 200, auch aus dem bereits gefundenen 200fachen, durch die Division in 8 finden: Allein man befleißiget sich, so viel als möglich, lieber um kleinere Divisores.

Die 94. Aufgabe.

§. 732. Wie, und in welchem Falle diese nächst gezeigte Manier mit Vortheil anzubringen, wenn der andere Factor eine vermischte oder mehrerley namige Zahl ist.

Wenn ihr euch dasjenige erinnert, das ich oben (§. 704) angemerket, so könnet ihr daraus wahrnehmen, daß die gedachte Manier in so weit, wenn der Multiplicator unter 11 ist, bey allerhand kleinen Sorten oder Theilen, wie sie in dem Multiplicando vorkommen, leicht anzubringen sey. Hingegen, wenn der Multiplicator größer als 11, so bedienet man sich der gemeldten

Manier

Manier nur in solchem Falle, wenn die in dem Multiplicando befindlichen kleinen Theile oder Sorten von solcher Beschaffenheit, als oben (§. 702 und 719) angezeiget worden; wie solches mit mehrern aus folgenden Exempeln zu ersehen.

N°. 1. 5379 fl. 17 ß 11 $\frac{5}{6}$ ₰ mit $\frac{7}{8}$ zu multipliciren, das ist mit $1 \div \frac{1}{8}$. Also:

5379 fl. 17 ß 11 $\frac{5}{6}$ ₰
8) ÷ 672 · 13 · 8 $\frac{1}{4}\frac{1}{8}$ das $\frac{1}{8}$fache (§. 491).
Antw. 4707 · 4 · 3 $\frac{2}{4}\frac{9}{8}$ das $\frac{7}{8}$fache.

N°. 2. 237 fl. 13 ß 7 $\frac{9}{10}$ ₰ mit $8\frac{3}{4}$, das ist mit $10 \div 1\frac{1}{4}$, oder $10 \div \frac{7}{8}$ aus 10, zu multipliciren. Also:

237 fl. 13 ß 7 $\frac{9}{10}$ ₰
2374 · 14 · 3 $\frac{1}{8}$ das 10fache (§. 467. 704.)
8) ÷ 296 · 24 · 4 $\frac{5}{8}\frac{1}{4}$ das $1\frac{1}{4}$fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem (10fachen.
Antw. 2077 · 19 · $16\frac{4}{6}\frac{3}{4}$ das $8\frac{3}{4}$fache.

N°. 3. $3589\frac{3}{4}$, mit $66\frac{2}{3}$, das ist mit $100 \div 33\frac{1}{3}$, oder $100 \div \frac{1}{3}$ aus 100, zu multipliciren; oder $66\frac{2}{3}$ mal 3589 fl. 22 ß 9 ₰. Also:

3589_{4} das 100fache (§. 702).
3) ÷ 119658 $\frac{1}{3}$ das $33\frac{1}{3}$fache, als $\frac{1}{3}$ aus dem 100fachen.
Antw. 239316 $\frac{2}{3}$, oder 239316 fl. 20 ß, das $66\frac{2}{3}$fache.

N°. 4. $8739\frac{1}{2}$ mit 225, das ist mit $300 \div 75$, oder $300 \div \frac{1}{4}$ aus 300, zu multipliciren. Also:

$8739\frac{1}{2}$
2621850 das 300fache (§. 719).
4) ÷ 655462 $\frac{1}{2}$ das 75fache, als $\frac{1}{4}$ aus dem 300fachen.
Antw. 1966387 $\frac{1}{2}$ das 225fache.

§. 739.

§. 733. Von diesen angezogenen Exempeln (§. 728 bis hierher) sind deren viele, welche eben so kurz nach der beschriebenen Manier im §. 717 bis 724 solviret werden können. Denn (§. 728. N°. 1) $\frac{8}{9}$ ist gleich $\frac{1}{9}$ aus 8; folglich darf man nur aus dem 8fachen $\frac{1}{9}$ nehmen. Also ist auch daselbst (N°. 3) $6\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ aus 20. Item (§. 731. N°. 1) 25 ℔ $=\frac{1}{6}$ aus 5 fl. (N°. 2) 22 ℔ 9 ß $=\frac{1}{4}$ aus 3 fl. (N°. 3) 27 ℔ $=\frac{1}{10}$ aus 9 fl. (N°. 4) $7\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$ aus 30; (N°. 5) $75=\frac{1}{4}$ aus 300; (N°. 6) $83\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$ aus 500; (N°. 7) $87\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$ aus 700; (N°. 9) $875=\frac{1}{8}$ aus 7000; (N°. 11) $175=\frac{1}{4}$ aus 700. Item (§. 732. N°. 1) $\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$ aus 7; (N°. 2) $8\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$ aus 70; (N°. 3) $66\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ aus 200; (N°. 4) $225=\frac{1}{4}$ aus 900. Allein man achtet bey solchen Fällen, in welchen die nächst vorige Manier anzubringen ist, dieselbe deswegen vor etwas leichter (§. 514), weil nach solcher nur einmal dividiret, und hernach subtrahiret werden darf, an statt da man nach jener Manier (§. 717 bis 724) dividiren und multipliciren muß.

§. 734. Indessen merket, wenn man einen gewissen Theil aus einer Zahl von derselben subtrahiret, daß solches nichts anders sey, als selbige Zahl mit 1 ÷ eben einen solchen Theil aus 1, multipliciren. Z. E. Wenn man (§. 728. N°. 1) $\frac{1}{9}$ aus der Zahl 82392, von derselben subtrahiret, so wird sie auf solche Weise mit $1\div\frac{1}{9}$ multipliciret.

Die 95. Aufgabe.

§. 735. Eine ganze Zahl, und eine solche Zahl, welche nur 1, oder etliche weniger ist, als eine solche Zahl, die just ein bequemer Bruch aus 100 oder 1000 ꝛc. (wovon §. 700 gelehret worden) mit einander zu multipliciren, und das Product kürzer, als nach dem gemeinen Wege zu finden.

I. Suchet

I. Suchet das Product von derjenigen größern Zahl, die ein bequemer Bruch aus 100 oder 1000 ꝛc. ist, nach Anzeigung des nächst erwehnten §phi.

II. Subtrahiret hiervon das zu viel genommene 1 oder etliche fache, nach Anweisung §. 129 oder 193, so kommt das begehrte Product.

Z. E. N°. 1. 38965 mit 249, das ist mit 250 ÷ 1, oder $\frac{1}{4}$ (aus 1000) ÷ 1, zu multipliciren. Also:

38965...
4) 9741250 das 250 (als $\frac{1}{4}$ aus 1000) fache.

Antw. 9702285 das 250 ÷ 1fache, oder 249fache.

Nota. Dieses Exempel kann auch nach der Manier §. 724 solviret werden, indem 249 = $\frac{1}{4}$ aus 996; folglich kann man die 38965 mit 996 multipliciren (§. 707), und das kommende in 4 dividiren. Allein man achtet in solchem Falle, die vorhin gezeigte Auflösung vor etwas leichter, weil man nach solcher nur 1mal, nach der itztgedachten Manier aber 4mal die gegebene Zahl zu subtrahiren hat.

N°. 2. 38965 mit 247, das ist mit 250 ÷ 3, zu multipliciren. Also:

38965...
4) 9741250 das 250fache, wie vorhin.

Antw. 9624355 das 250 ÷ 3fache, oder 247fache.

Nämlich subtrahiret 3 mal 38965 von 9741250 (§. 193), so kommt das verlangte Product 9624355.

N°. 3. 58397 mit 329$\frac{1}{3}$, das ist mit 333$\frac{1}{3}$ ÷ 4, oder $\frac{1}{3}$ (aus 1000) ÷ 4, zu multipliciren. Also:

58397

3) 58397...
19465666 $\frac{2}{3}$ daß $333\frac{1}{3}$ (als $\frac{1}{3}$ aus 1000)fache.

Antw. 19232078 $\frac{2}{3}$ das $333\frac{1}{3} \div 4$ fache, oder $329\frac{1}{3}$ fache.

§. 736. Hierher ist dasjenige zu ziehen, das oben (§. 725 und 727) bereits angemerket worden. Also, daß ein fähiger Rechner diese Manier unterweilen auch in solchem Falle anbringen kann, wenn der andere Factor schon eine vermischte oder mehrerley namige Zahl ist.

Z. E. 58397$\frac{7}{8}$ mit $329\frac{1}{3}$ zu multiplicíren. Also:
58397875 das 1000 fache (§. 702).
3) 19465958$\frac{1}{3}$ das $333\frac{1}{3}$fache, als $\frac{1}{3}$ aus dem 1000fachen.

Antw. 19232366$\frac{5}{8}$ das $333\frac{1}{3} \div 4$fache, oder $329\frac{1}{3}$fache.

§. 737. Aus allen dem, so von §. 693 bis 713, und 717 bis hierher angeführet worden, ist zur Gnüge zu ersehen, wie gar oft das verlangte Product auch solcher Multiplicatorum, welche aus etlichen bedeutlichen Ziffern, oder auch aus Theilen oder kleinen Sorten bestehen, auf einmal zu finden, ohne daß man dieselben Multiplicatores allererst zergliedern oder zerstreuen darf (§. 681). Nun sollen diejenigen Multiplicationsarten folgen, in welchen der Multiplicator zerstreuet wird.

§. 738. Ueberhaupt giebt es 2erley Art Zerstreuung, oder wie es etliche nennen, Zerfällung. Nämlich man zerstreuet den Multiplicatorem entweder in seine Factores, aus welchen er componiret ist (§. 164), oder sonst in beliebige Stücke oder Partes. Jene Art heiße ich eine multiplicirte, und diese eine addirte Zerstreuung, weil nach jener das verlangte Product ohne Addition, und nur durch die Multiplication gefunden wird, da hingegen nach dieser alle Facta partiglia erstlich addiret

werden müssen, bevor man das Factum totale erlangen kann. Ich sage aber deswegen überhaupt giebt es zerley Art Zerstreuung, weil die addirte Zerstreuung selbst sich wiederum in zerley besondere Arten zertheilet; wie solches alles aus dem folgenden bald zu ersehen seyn wird.

Die 96. Aufgabe.

§. 739. Eine ganze Zahl, und eine componirte Zahl (§. 164) mit einander zu multipliciren.

Zerstreuet die componirte Zahl in ihre Factores, und multipliciret erstlich mit einem derselben, und das kommende ferner mit dem andern. Allermaßen es oben (§. 690) schon gezeiget worden, daß das 4fache erlanget wird, wenn man das 2fache ferner mit 2 multipliciret; wie denn solcher Proceß im §. 160 bereits mit mehrern dargethan ist.

Z. E. 327 mit 56 zu multipliciren. Weil nun 56 aus 7 mal 8 componiret ist, so multipliciret mit 7, und das kommende 7fache ferner mit 8; oder erstlich mit 8, und das kommende 8fache hernach mit 7, so kommt in allewege das 56fache. Also:

327 mit 56
2289 das 7fache.

Antw. 18312 das 8 mal 7fache.

Oder 327 mit 56
2616 das 8fache.

Antw. 18312 das 7 mal 8fache.

§. 740. Diese Art der multiplicirten Zerstreuung kann man zwar auch bey solchen Zahlen appliciren, welche aus größern 2 Zah-

Zahlen, als nur einzelnen Ziffern, oder auch aus mehr als 2 Factoribus, componiret sind.

Z. E. N°. 1. Wenn man mit 1247 multipliciren will, kann man erstlich mit 29, und das kommende 29fache ferner mit 43 multipliciren, weil 1247 componiret ist aus 43 mal 29.

N°. 2. Wenn man mit 378 multipliciren will, so darf man nur mit 9, ferner das 9fache mit 7, und endlich das 7 mal 9fache, nämlich das 63 fache, mit 6 multipliciren, weil 378 componiret ist aus 9 mal 7 mal 6. Allein, weil man bey solchen großen Zahlen nicht so geschwinde wissen kann, aus was für welchen Factoribus sie componiret sind; hat man insonderheit im ersten Falle, wenn nämlich die Factores solche große Zahlen sind, deren Producte nicht unmittelbar gefunden werden, durch die multiplicirte Zerstreuung ganz und gar keinen Vortheil. Derowegen bedienet man sich dieser Zerstreuungsart lieber nur bey solchen Zahlen, deren Composition einem jeden Rechner aus dem Einmal Eins bekannt ist; wie auch bey solchen, die aus 2 gleichen Ziffern, als 22, 33, 44 ꝛc. bestehen, als welche leicht zu erkennen sind, daß sie aus 11 mal einer solchen Ziffer componiret sind (§. 693). Im übrigen hindert es nichts, wenn bey dergleichen Zahlen eine oder mehr Nullen stehen, allermaßen solche Nullen dem kommenden Product aufs letzte nur beygesetzet werden dürfen (§. 179).

§. 741. Den Anfängern zu gute, habe folgende Tabelle beyfügen wollen, damit sie daraus wahrnehmen, bey welchen Zahlen vornehmlich diese Art mit Nutzen zu gebrauchen sey.

	12	oder	12	14	15	16	oder	16
wird zerstreuet in	2		3	2	3	2		4
	6		4	7	5	8		4
	18	oder	18	21	22	24	oder	24
wird zerstreuet in	2		3	3	2	3		4
	9		6	7	11	8		6
	25		27	28	32	33		35
wird zerstreuet in	5		3	4	4	3		5
	5		9	7	8	11		7
								36

	36 oder 36	42	44	45	48
wird zerſtreuet in	4 6	6	4	5	6
	9 6	7	11	9	8
	49	54	55	56	63	64
wird zerſtreuet in	7	6	5	7	7	8
	7	9	11	8	9	8
	66	72	77	81	88	99	121
wird zerſtreuet in	6	8	7	9	8	9	11
	11	9	11	9	11	11	11

Daß aber 20 in 2 mal 10, 30 in 3mal 10, 40 in 4 mal 10 ꝛc. zu zerſtreuen ſey, iſt von ſich ſelbſt einem jeden bekannt, auch oben ſchon aus §. 166 zu erſehen.

§. 742. Hierauf folgen noch etliche Exempel zur Uebung.

N°. 1. 4867 mit 48 zu multipliciren.

39202
Antw. 233616 (8 6)

N°. 2. 5396 mit 66 zu multipliciren.

32376 (6 11)
Antw. 356136

N°. 3. 8974 mit 420 zu multipliciren.

53844 (6 70)
Antw. 3769080

N°. 4 4379 mit 7700 zu multipliciren.

30653 (7 1100)
Antw. 33718300

§. 743. Jedoch, weil in ganzen Zahlen, wenn der Multiplicator 12, 14, 16, 18, 21 und 81 nach obiger Anzeigung §. 174 eben ſo kurz, wie nach dieſer gegenwär-

tigen Manier zu multipliciren iſt, ſo hält man in ſolchen Fällen jene obige Manier deswegen vor leichter, indem man einmal multipliciren, und das andere mal nur addiren darf; da man hingegen nach itziger Art der multiplicirten Zerſtreuung beyde mal multipliciren muß (§. 514). Wenn aber der Multiplicandus eine mehrerley namige, oder vermiſchte Zahl, ſo iſt dieſe multiplicirte Zerſtreuung auch bey den erwehnten Multiplicatoribus 12, 14 ꝛc. jener Art (§. 174) ohnſtreitig weit vorzuziehen; wie aus folgendem zu erſehen.

Die 97. Aufgabe.

§. 744. **Eine mehrerley namige Zahl von allerhand kleinen Sorten, oder auch eine vermiſchte Zahl mit einer componirten Zahl zu multipliciren.**

Multipliciret nach nächſt vorhergehender Anweiſung den Multiplicandum mit den Factoribus, aus welchen der Multiplicator componiret iſt, und zwar auf die Weiſe, wie oben in §. 467 gelehret worden, ſo habt ihr an ſolchem Proceß noch dieſen ſonderbaren Vortheil, daß ihr ſolchergeſtalt immerfort nur mit einer einzelnen Ziffer, oder höchſtens mit 10 oder 11 multipliciren dürfet, mit welchen Multiplicatoribus viel leichter und bequemer als ſonſt mit größern Zahlen zu multipliciren iſt (§. 468).

Z. E. N°. 1, Wenn man das oben §. 467 N°. 15 und §. 470 ſolvirte Exempel, da man 327 fl. 18 ß 12 ₰ 56mal haben will, nach der multiplicirten Zerſtreuung auflöſet, ſo kommt es wie folget zu ſtehen:

327 fl. 18 ß 12 ₰ mit 56
2620 ▪ 29 ▪ 6 das 8fache.

Antw. 18346 ▪ 25 ▪ 6 das 7mal 8, oder 56fache.

Allhier ist erstlich mit 8 nach Anweisung §. 467. N°. 6, und eben auf solche Weise ferner das kommende 8fache mit 7 multipliciret; so hat man das begehrte 56fache, viel kürzer und leichter als oben nach dem gemeinen Wege.

N°. 2. 3897 5/8 mit 21
1169277/8

Antw. 81849 2/8

N°. 3. 428 Thl. 17 Gr. 8 ₰ mit 80
3429 ▪ 21 ▪ 4 ▪

Antw. 34298 ▪ 21 ▪ 4 ▪

N°. 4. 531 ℔ 13 ß 6½ ₰ mit 106
5318 ▪ 7 ▪ 5

Antw. 53184 ▪ 10 ▪ 2

N°. 5. 639 fl. Holl. 14 St. 8¼ Pen. mit 110
7037 ▪ — ▪ 2¼

Antw. 70370 ▪ — ▪ 2½

N°. 6.

3879 ℔ 25 Loth 2 Qu. 3 ₰ mit 420
23278 ▪ 26 ▪ — ▪ 2 das 6fache.
162951 ▪ 22 ▪ 9 ▪ 2 das 7mal 6fache, oder 42fache.

1629517 ▪ 4 ▪ 3 ▪ — das 10mal 42fache, oder 420fache.

Nämlich obgleich vorhin in ganzen Zahlen (§. 742. N°. 3) die 420 in 6 mal 70 zerstreuet worden, so fiele es doch allhier bey einer mehrerley namigen Zahl (wie §. 468 schon erinnert) beschwerlich, auf einmal mit 70 zu multipliciren. Derowegen zerstreuet man allhier die 420 lieber in 6, 7 und 10.

N° 7. 138 ℔ 10 Loth ℥ Qu. 2½ ℌ. mit 770
970 : 12 : 1 : —½
10678 : 7 : — : 2⅞
Antw. 106784 : 7 : 3 : —½

Die 98. Aufgabe.

§. 745. Eine ganze, vermischte oder mehrerley namige Zahl, mit einer solchen Zahl zu multiplicieren, welche nur 1 oder etliche weniger ist, als eine der vorhin gemeldten componirten Zahlen, und das Product leichter, auch wohl öfters kürzer, als nach dem gemeinen Wege zu finden.

Die Auflösung dieser Aufgabe, ist gleich der Auflösung in §. 735. Nämlich

I. suchet das Factum von derselben componirten Zahl nach Anweisung §. 739 und 744.

II. Subtrahiret hiervon das zu viel genommene 1 oder etlichefache, und zwar, wenn der Multiplicandus eine ganze Zahl, nach Anzeigung §. 129 oder 193. Im Falle er aber eine mehrerley namige oder vermischte Zahl ist, so suchet das abzunehmende etliche fache, daferne dasselbe nicht vorhin schon in der Rechnung sich befindet, durch eine besondere Multiplication. Auf solche Weise erlanget ihr in dem bleibenden das begehrte Product.

Z. E. N° 1. 579 mit 359
3474 6
208440 60 ÷ 1
Antw. 207861

N° 2. 2893 mit 762
20251 7
2227610 110 ÷ 8
Antw. 2204466

N° 3.

N°. 3. 43 fl. 12 ß 6 ₰ mit 69
304 • 3 • 6 (7)
3041 • 3 • 6 10 ÷ 1
Antw. 2997 • 20 •

N°. 4. 379 1/7 mit 78
3038 4/7 (8)
30385 10 ÷ 2
Antw. 29625 1/7

N°. 5. 1283 Thl. 11 Gr. 7 1/2 ₰ mit 534
7700 • 21 • 10 1/2 (6)
69308 • 4 • 10 1/2 (9)
693082 • — • 9 10 ÷ 6
Antw. 685381 • 2 • 10 1/2

Nämlich, weil allhier das 6fache vorhin schon stehet, so dürfet ihr dasselbe hernach nicht allererst suchen. Dannenhero, ob es schon gleichviel gilt, mit welchem Factore man erst oder nach multipliciret (§. 739,) so nimmt man doch allhier deswegen erstlich die 6, weil ein 6faches hernach zu subtrahiren kommt. Und so auch bey allen andern dergleichen Exempeln.

N°. 6. 421 fl. 17 ß 3 1/3 ₰ mit 429
4637 • 9 • 6 1/3 (11)
18549 • 7 • 6 2/3 (4)
185492 • 13 • 12 2/3 10 ÷ 11
Antw. 180855 • 4 • 6 1/2

Die 99. Aufgabe.

§. 746. Eine ganze Zahl mit einer großen Zahl,

nach der 1sten Art der addirten Zerstreuung (§. 738), mit Vortheil zu multiplici-
ren.

Wenn der Multiplicator weder eine solche bequeme componirte Zahl, wie §. 740 erwehnet, noch von solcher Beschaffenheit, daß dessen ganzes Factum nach ihr oder anderer der vorhin gezeigten Manieren gefunden werden könnte, so zerstreuet ihn

I. in solche Partes, deren Facta unmittelbar aus dem Multiplicando selbst (§. 716) oder auch aus einem bereits gefundenen Facto partiali so fort zu finden, folglich suchet

II. die Facta aller solchen Partium, und zwar in solcher Ordnung, als es euch am bequemsten dünket, oder die Sache selbst erheischet (weil sonst hierinnen kein Rang geachtet wird, wie bereits §. 172 gemeldet), und merket nur mit Fleiß auf ihre Stellen, (wie insonderheit §. 173 angezeiget worden) damit ihr solche Facta gehörigermaßen unter einander schreibet. Endlich

III. addiret alle gefundene Facta partialia zusammen, so kommt das verlangte Hauptfactum. Der Beweis hiervon ist gleich dem Beweise der gemeinen Art (§. 170). Nur, daß es allhier gleichviel gilt, ob ein Factum partiale nach dem gemeinen Wege, durch das Einmal Eins, oder auf eine von den andern vorhin beschriebenen und dargethanen Manieren ausgefunden werde; vielmehr stehet es frey, eines auf diese, und ein anders auch auf eine andere Art zu suchen, wie es sich am füglichsten und vortheilhaftigsten thun lässet. Und hierinnen eben ist diese Zerstreuungsart, von der gemeinen fürnemlich unterschieden, indem man allhier keinesweges gebunden ist, jede bedeutliche Ziffer des Multiplicatoris in der Zerstreuung,

ung, wie nach der gemeinen Art (wovon §. 680 gemeldet worden) für einen Partem anzunehmen.

Zu desto mehrerer Erläuterung habe ich die Exempel von gegenwärtiger Aufgabe, in nachfolgenden 9 besondern Abtheilungen fürtragen, anbey die Specialia, so bey einer solchen Abtheilung überhaupt, oder auch sonst irgend bey einem Exempel zu merken sind, umständlich erklären wollen.

1ste Abtheilung.

Wenn in dem Multiplicatore zwey Einer neben einander stehen, kann man dieselben für 11 zählen, folgends als eine einzelne Ziffer gebrauchen (§. 693), und ist nur zu merken, daß man die Stellen gehörigermaßen beobachte; worzu den Anfängern die Punkte (§. 173) nicht wenig dienen können.

Z. E. N°. 1. 2378 mit 3114 zu multipliciren. Also:

9512 das . . . 4fache.
29158 . das . 110fache.
7134 . . . das 3000fache.

Antw. 7405092 das 3114fache.

Oder: 2378 mit 3114 zu multipliciren. Also:

7134 . . . das 3000fache.
26158 . das . 110fache.
9512 das . . . 4fache.

Antw. 7405092 das 3114fache, wie vorhin.

2te Abtheilung.

Alle Zahlen, die just ein solcher Theil aus 10, 100 oder 1000 ꝛc. wie §. 697 Tab. I. erwehnet, können in der Zerstreuung, als ein einziger Pars angesehen werden, weil

weil deren Facta eben so wol, als das Factum von einer einzelnen Ziffer, so fort unmittelbar, und zwar aus dem Multiplicando selbst zu finden sind (§. 709). Damit man aber eine desto bessere Einsicht hierinnen erlangen möge, so will ich allhier mit Fleiß lauter solche Exempel anführen, welche oben (ibid.) bereits solviret worden, und nur die Multiplicatores zu etwas verändern.

N°. 2. 3579. mit 925 zu multipliciren. Also:

4) 89475 das 25fache, als $\frac{25}{100}$ aus dem 100fache
322211. das 900fache (nach gemeiner Art).

Antw. 3310575 das 925fache.

N°. 3. 23879. mit 112½ zu multipliciren. Also:

8) 298487½ das 12½ (als $\frac{1}{8}$ aus 100) fache.

Antw. 2686387½ das 100+12½fache, nämlich das 112½fache.

N°. 4. 4958. mit 13⅓ zu multipliciren. Also:

3) 16526⅔ das 3⅓fache, als $\frac{1}{3}$ aus dem 10fachen.

Antw. 66106⅔ das 10+3⅓fache, näml. das 13⅓fache.

N°. 5. 7985. mit 116⅔ zu multipliciren. Also:

6) 133083⅓ das 16⅔ (als $\frac{1}{6}$ aus 100) fache.

Antw. 931583⅓ das 100+16⅔fache, näml. 116⅔fache.

N°. 6. 5897 mit 251 zu multipliciren. Also:

4) 1474250 das 250 (als $\frac{1}{4}$ aus 1000) fache.

Antw. 1480147 das 250+1fache, näml. das 251fache.

Nämlich bildet euch nur in den Gedanken ein, als sollten an dem Multiplicando zur Rechten drey Nullen oder Puncte stehen, welcher alsdenn das 1000fache bedeu-

deuten würde; und nehmet daraus durch die Diviſion in 4 das 250fache: Jedoch damit die Ziffern gehörigermaßen unter einander zu ſtehen kommen, ſo fanget den Quotienten um drey Stellen zur Linken hinaus an zu ſchreiben (§. 221), wie aus voriger Solution ſelbſt zu erſehen.

N°. 7. 5103 . . . mit 1253 zu multipliciren. Alſo:

637875. das 125fache (als $\frac{1}{8}$ aus 1000).
15309 das 3fache (nach gemeiner Art)

Antw. 6394059 das 1253fache.

Nota. 1. Wenn ihr das Exempel N°. 3 gegen den obigen §. 731. N°. 7; das Exempel N°. 4 gegen den obigen §. 728 N°. 3; und das Exempel N°. 5 gegen den obigen §. 731 N°. 6 halter, ſo könnet ihr klar ſehen, daß der allhieſige Proceß gleich ſey, dem obigen: Nur allein, daß oben das 12½fache, 3½fache, und 16⅔fache, wie billig ſubtrahiret; da dieſelben allhier nothwendig addiret werden.

Nota. 2. Ihr könnet auch dieſe gedachte Exempel N°. 3, 4 und 5 wohl eben ſo kurz nach Anzeigung §. 717 ſolviren. Denn 112½ iſt $\frac{1}{8}$ aus 900; 13½ iſt $\frac{1}{3}$ aus 40; und 116⅔ iſt $\frac{1}{6}$ aus 700. Allein es wird in ſolchen Fällen, da nur ein einzelner Theil über 10, 100 oder 1000 iſt, dieſe letzt beſchriebene Manier deswegen vor leichter geachtet, indem man nach derſelben 1 mal dividiren, und hernach nur addiren darf; da man hingegen nach jener Manier (§. 717) dividiren und multipliciren muß. Von eben dieſer Urſache iſt oben (§. 745) bereits erwehnet worden.

3te Abtheilung.

Alle Zahlen, welche juſt ein ſolcher Theil aus einer angewachſenen Ziffer, wie §. 697 Tab. II. erwehnet, und zwar aus einer ſolchen Ziffer, deren Factum in der vorhabenden Multiplication vorhin gefunden worden, können in der Zerſtreuung als ein Pars angenommen wer-

den, weil solchergestalt das Factum dieses Partis aus dem vorhergehenden Facto partiali unmittelbar zu finden ist (§. 717).

N°. 8.

3589 mit 675 zu multipliciren. Also:

8) 21534 . . das 600fache (nach gemeiner Art).
269175 das 75fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem 600fachen.

2422575 das 675fache.

N°. 9. Wenn aber der Multiplicator in diesem nächsten Exempel 756 wäre, käme der Proceß als folget:

3589 mit 756

21534 das 6fache, nach gemeiner Art.
8) 269175 0 das 750fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem 6000fachen.

Antw. 2713284 das 756fache.

Nota, Obwohl allhier kein 6000faches vorhin gefunden worden, so ist doch genug, daß bereits ein 6faches ausgefunden sey, an welches man in den Gedanken nur 3 Nullen oder Puncte setzen darf, so hat man daran zugleich ein 6000faches. Uebrigens ist nur zu beobachten, daß man wegen solcher 3 Nullen, den Quotienten um 3 Stellen zur Linken hinaus zu schreiben anfange, damit die Stellen gehörigermaßen zu der Addition gerade unter einander kommen; wie hiervon vorhin bey N°. 6 bereits gemeldet worden. Gleiche Bewandniß hat es mit dem folgenden Exempel.

N°. 10.

3589 . . mit 6175 zu multipliciren. Also:

8) 21534 . . . das 6000fache (nach gemeiner Art).
269175 das 75fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem 600fachen.

22162075 das 6075 + 100fache, näml. das 6175-(fache.

All-

Allhier ſtellet euch in Gedanken vor, als ſollten neben dem 6fachen nur 2 Punkte ſtehen, in welchem Falle es nur ein 600faches bedeutet; woraus das 75fache $\frac{1}{8}$ iſt. Demnach fanget den Quotienten um eine Stelle nach der Rechten hinein an zu ſchreiben. Und da endlich auch das 1fache in der 3ten Stelle mit addiret wird, ſo kommt allerdings in dem Hauptfacto das 100+6000+75fache, das iſt das 6175fache.

N°. 11.

2387 mit $466\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Alſo:

6) 9548 das 400fache (nach gemeiner Art).
1591 $33\frac{1}{3}$ das 66$\frac{2}{3}$fache, als $\frac{1}{6}$ aus dem 400fachen.

1113 $93\frac{1}{3}$ das $466\frac{2}{3}$fache.

Nota. 1. Dasjenige, was vorhin in der 2ten Abtheilung Not. 1. angemerket worden, könnet ihr auch allhier ſonderlich bey N°. 8. merken, nämlich, daß die Auflöſung dieſes Exempels gleich ſey der Auflöſung des 10ten Exempels §. 731; außer allein, daß dorten das 75fache ſubtrahiret, allhier aber addiret werden müſſe.

Nota. 2. Nicht minder iſt allhier bey N°. 8 und 11 auch dasjenige zu merken, welches vorhin in der 2ten Abtheilung Not. 2. angemerket worden: Nämlich ihr könnet dieſe Exempel wohl eben ſo kurz nach der gezeigten Manier §. 717 ſolviren, indem $675=\frac{1}{4}$ aus 2700; und $466\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$ aus 1400; zumal da ihr mit dergleichen componirten Zahlen kurz zu multipliciren vorhin (§. 739) bereits erlernet.

4te Abtheilung.

Alle Zahlen welche nur eine einzelne Ziffer oder 11, bis auf 100 oder 1000 ꝛc. differiren, können in der Zerſtreuung als ein einziger Pars angenommen werden, inmaßen deren Facta nach Anzeigung §. 707 unmittelbar aus dem Multiplicando ſelbſt zu finden ſind.

Z. E.

Z. E. N°. 12.

23057... mit 9974 zu multipliciren. Alſo:

229878290 das 9970fache (ibid. N°. 2)
92228 das 4fache (nach gemeiner Art)

Antw. 229970518 das 9974fache.

N°. 13. 38924... mit 1923 zu multipliciren. Alſo:

3581008. das 92. nämlich das 100 ÷ 8fache
116772 das 3fache (nach gemeiner Art)

Antw. 74850852 das 1000 + 920 + 3fache, nämlich (das 1923fache.

5te Abtheilung.

Alle Zahlen, welche nur eine einzelne Ziffer oder 11, bis auf eine angewachſene Ziffer differiren, und zwar bis auf eine ſolche angewachſene Ziffer, deren Factum in der vorhabenden Multiplication vorhin ſchon gefunden worden, können in der Zerſtreuung als ein einziger Pars gebraucht werden, weil ſolchergeſtalt das Factum dieſes Partis aus dem vorhergehenden Facto partiali nach Anzeigung §. 726. unmittelbar zu finden iſt.

N°. 14. 3796 mit 4398 zu multipliciren. Alſo:

15184... das 4000fache (nach gemeiner Art)
1510808 das 398fache, als das 400 ÷ 2fache.

Antw. 16694808 das 4398fache.

Allhier ſtellet euch in Gedanken vor, als ſollten an dem 4fachen nur 2 Punkte ſtehen, (wie oben bey N°. 10 gemeldet), ſo habt ihr daran ein 400faches; von welchem das 2fache ſubtrahiret, kommt das 398fache.

N°. 15.

N°. 15.

84235 mit 17689 zu multipliciren. Alſo:
589645 . . das 7000fache (nach gemeiner Art).
58037915 das 689fache, als das 700 ÷ 11fache.
1490032915 das 10000+7000+689fache, nämlich
das 17689fache.

Nota. Allhier iſt bey N°. 14 abermal die 2te Anmerkung aus der vorigen 3ten Abtheilung zu beobachten: Nämlich, weil 4398 = 4400 ÷ 2. ſo kann man erſtlich mit 4400 nach Anzeigung §. 739 multipliciren, und von dem kommenden das 2fache ſubtrahiren (§. 726) ſo erlanget man eben ſo kurz, als vorhin geſchehen, das begehrte Product.

6te Abtheilung.

Alle dergleichen componirte Zahlen, wie §. 741 gedacht, können im Falle das Factum von einem ihrer Factorum, in der vorhabenden Multiplication vorhin ſchon gefunden worden, nur als ein einziger Pars angebracht werden, indem ſolchergeſtalt das Factum dieſes Partis aus dem vorhergehenden Facto partiali nach Anweiſung §. 739 zu finden iſt.

Z. E. N°. 16.

3589 mit 567, d. i. mit 560+7, zu multipl. Alſo:
25123 das 7fache.
2009840 das 80 × 7fache, nämlich das 560fache.
2034963 das 560+7fache, nämlich das 567fache.

N°. 17. 3589 mit 756, d. i. mit 700+56 zu multipl.
Alſo: 25123 . . das 700fache.
200984 das 8mal 7fache, nämlich das 56fache.
Innv. 2713284 das 700+56fache, näml. das 756fache.

Nota.

Nota. Dieſes Exempel iſt oben N°. 9 in der 3ten Abtheilung eben ſo kurz wie hier ſolviret. Man kann aber die itzige deswegen vor etwas leichter halten, indem man allhier 2 mal multipliciret, an ſtatt, daß man dorten einmal multipliciren und das andere mal dividiren muß (§. 514).

N°. 18. 24783 mit 11771 zu multipliciren.
Alſo: 272613 . . . das 11000fache (§. 693).
1908291 . das 70 ⋈ 11, d. i. das 770fache.

Antw. 291720693 das 11000+770+1fache, nämlich das 11771fache.

7te Abtheilung.

Wenn ein Multiplicator mehr als eine ſolche componirte Zahl, wie vorhin gedacht, neben einander ſtehen hat, und beyde einen gemeinen Factorem haben, ſo kann man gleichfalls den in nächſt voriger Abtheilung angewieſenen Vortheil anbringen.

Z. E. N°. 19.

3897 mit 7254, d. i. mit 7200+54 zu multiplic.
35073 das 9fache. (800) (6)

280584 . . das 8mal 9 ⋈ 100fache, näml. das 7200fache.
210438 das 6mal 9fache, nämlich das 54fache.

28268838 das 7254fache.

Nämlich multipliciret das 9fache, das iſt, die 35073 einmal mit 800 und einmal mit 6, und ſetzet die Zahlen, als das 7200fache und das 54fache, wie es die Addition erfordert, gerade unter einander. Alsdenn addiret ſolche Facta partialia, ſo kommt das begehrte 7254fache.

8te Abtheilung.

Daß man einen großen Multiplicatorem unterweilen in

in solche Partes zerstreuen kann, bey welchen etliche der vorhin gezeigten Vortheile zugleich angebracht werden können, solches kann aus folgendem Exempel ersehen werden.

N°. 20.

234567891987..... mit 1251199877 zu mult. Also:

293209864983 75.....	das 125.....	fache (2 Abth.)
25892468118 57.....	das 11.....	fache (1 Abth.)
23409875620 3026..	das 998..	fache (4 Abth.)
1806172768 2999	das 77	fache (6 Abth.)
293491317602283685599	das 1251199877	fache.

Und dergleichen Exempel könnte man noch vielmehr darstellen.

9te Abtheilung.

Bis hierher habe ich zu desto besserer Erklärung lauter solche Multiplicatores genommen, in welchen alle diejenigen Zahlen, die vor einen Partem gebrauchet werden, jede ins besondere klar vor Augen liegen. Wenn man aber erst hierinnen geübet ist, so wird man ferner die Ziffern selbst öfters zu zerstreuen wissen, damit man solche bequeme Partes erlangen möge, wie vorhin gemeldet.

Z. E. N°. 21.

6) 7985 mit $17\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Also:
$133083\frac{1}{3}$ das $16\frac{2}{3}$ fache, als $\frac{1}{6}$ aus dem 100fachen.

Antw. $141068\frac{1}{3}$ das $16\frac{2}{3}+1$ fache, d. i. das $17\frac{2}{3}$fache.

Nämlich obgleich allhier in dem Multiplicatore die $16\frac{2}{3}$ nicht klar vor Augen liegen, so könnet ihr doch die Ziffer 7 in 6 und 1, und solchergestalt den ganzen Multiplicatorem in $16\frac{2}{3}$ und 1 zerstreuen. Was aber die Ordnung der Ziffern betrifft, so hat man nur dasjenige allhier

zu

zu merken, das oben insonderheit bey N°. 6 in der 2ten Abtheilung gemeldet worden: Nämlich weil der Multiplicandus allhier das einfache abgiebt, welches in der 1ſten Stelle zur Rechten ſein Ende hat, das 16⅔ fache aber ⅙ aus dem dem 100fachen iſt; ſo fanget den Quotienten zur Linken um 2 Stellen heraus an zu ſchreiben, auf welche Weiſe denn die Facta partialia gehörigermaßen unter einander zu ſtehen kommen. Gleiche Beſchaffenheit hat es mit den nachfolgenden Exempeln.

N°. 22. 6) 5103 mit 126 zu multipliciren. Alſo:
637875 das 125(als ⅛ aus 1000)fache.
Antw. 642978 das 125 + 1 nämlich das 126fache.

N°. 23. 6) 7985. mit 176⅔ zu multipliciren. Alſo:
1330833⅓ das 166⅔ (als ⅙ aus 1000) fache.
Antw. 1410683⅓ das 166⅔ + 10, nämlich das 176⅔ (fache.

N°. 24. 7985 mit 186⅔ zu multipliciren. Alſo:
6) 55895. das 70fache.
931583⅓ das 116⅔ (als ⅔ aus 700)fache.
Antw. 1490533⅓ das 186⅔fache.

N°. 25. 2389 mit 1375 zu multipliciren. Alſo:
4) 26279.. das 1100fache (§.693).
656975 das 275fache (§.717. N°. 4).
Antw. 3284875 das 1375fache.

N°. 26. 2389 mit 1376 zu multipliciren. Alſo:
26279.. das 1100fache.
656975 das 275fache.
3287264 das 1100 + 275 + 1fache, nämlich das (1376fache.

N°. 27.

N°. 27. 23879. mit 7212 zu multipliciren. Alſo:
8) 298487½ das 12½ (als ⅛ aus 100) fache.
167153.. das 700fache, nach gemeiner Art.
Antw. 172252577½ das 700 + 12½ + 10fache, nämlich das 1722½fache.

N°. 28. 5103.. mit 2253 zu multipliciren. Alſo:
6378750 das 1250fache, als ⅛ aus dem 1000fa-
15309 das 3fache. (chen, nehmt o.
Antw. 11497059 das 1250 + 1000 + 3fache, nämlich das 2253fache.

N°. 29. 3589. mit 577 zu multipliciren. Alſo:
25123 das 7fache.
200984. das 560fache. (vorhin N°. 16).
Antw. 2070853 das 560 + 10 + 7fache, nämlich das 577fache.

N°. 30. 24783. mit 1277 zu multipliciren. Alſo:
272613.. das 1100fache.
1908291 das 77fache. (vorhin N°. 18)
Antw. 3164891 das 1100 + 100 + 77fache, nämlich 1277fache.

§. 747. Daß dieſe addirte Zerſtreuung bisweilen auch bey mehrerley benamigen und vermiſchten Zahlen, wenn ſelbige zu multipliciren gegeben ſind, mit Vortheil anzubringen, ſolches erachte unnöthig allhier mit beſondern Exempeln zu erklären, nachdem ich oben, inſonderheit in den §. 694. 702. 704. 708. 719. 725. 727. 732. 736. 744. und 745, zur Gnüge dargethan, wie, und welcher von den beſchriebenen Vortheilen, bey allerhand kleinen Sorten und Theilen, auch welcher nur in gewiſſen Fällen bequem zu appliciren iſt. Indeſſen bleibet doch dieſes gewiß, daß alle bisherо angezeigten Multiplicationsarten, in welchen mit mehr, als höch-

stens mit 11 auf einmal zu multiplicieren ist, gleichwol unbequem fallen, dieselben bey allerhand kleinen Sorten und Theilen anzubringen (§. 468. 471 und 703). Derowegen will ich hiernächst zu der andern Art der addirten Zerstreuung schreiten, welche insonderheit bey der Multiplication in allerhand kleinen Sorten und Theilen mit Nutzen zu gebrauchen ist.

Die 100. Aufgabe.

§. 748. Eine mehrerley namige oder vermischte Zahl mit einer ganzen Zahl nach der 2ten Art der addirten Zerstreuung (§. 738) mit Vortheil zu multipliciren.

I. Zerstreuet den Multiplicatorem (wenn es nur ohne Weitläuftigkeit geschehen kann) in solche Partes, welche entweder durch die Multiplication mit einer einzelnen Ziffer (als 2, 3, oder 4fach ꝛc. inclusive 10 bis höchstens 11, §. 696) aufsteigen, oder durch die Division in eine einzelne Ziffer abnehmen, also, daß der Exponent (§. 298) der Verhältniß eines nachgehenden Partis zu seinem nächst vorhergehenden, oder auch sonst zu einem andern der vorhergehenden Theile, allezeit nur eine einzelne Ziffer bis höchstens 11, oder ein bequemer Bruch (§. 447) sey, das ist, der zum Zähler 1, und zum Nenner eine einzelne Ziffer (bis 11) hat.

II. Weil nun ihre Facta sich eben also zu einander verhalten müssen, wie sie, nämlich solche Partes selbst (§. 276), so könnet ihr entweder durch die Multiplication mit einer einzelnen Ziffer, oder durch die Division in eine einzelne Ziffer immerfort ein Factum partiale aus einem andern vorhergehenden finden; und solchergestalt, wenn ihr ferner

III. alle gefundene Facta partialia nach Erforderung zu-

zusammen addiret, auch allerhand kleine Sorten oder Theile, bloß nach Anzeigung §. 467, 491 und 694 gar leichte multipliciren.

Z. E. 2374fl. 13ß 11¾d, 65mal zu nehmen.

18995	19	4	8 | 8× das 1fache (§. 467)
132969	14	10	57 | 7×8, d. i. 56fache.
Antw. 154339	17	7¾	das 56+8+1, näml. 65fache.

Oder 2374fl. 13ß 11¾d, 65mal.

18995	19	4	8 | 8 mal das 1fache.
151965	3	14	64 | 8×8, d. i. 64fache.
Antw. 154339	17	7¾	das 64+1, näml. 65fache.

Oder 2374fl. 13ß 11¾d, 65mal.

23744	16	9½	10 | 10fache.
118722	22	11½	50 | 5×10, d. i. 50fache.
11872	8	4¾	5 | ½×10, d. i. 5fache (§. 495).
Antw. 154339	17	7¾	das 65fache.

Oder 2374fl. 13ß 11¾d, 65mal.

11872	8	4¾	5 | 5fache.
118722	22	11½	50 | 10×5, d. i. 50fache.
23744	16	9½	10 | 2×5, d. i. 10fache.
Antw. 154339	17	7¾	das 65fache.

§. 749. Welche Auflösung von diesen vieren die kürzeste sey, solches kann jeder von sich selbst sehen. Also könnte dieses Exempel auch nach der gezeigten Manier §. 745 solviret werden, indem 65 = 66 (das ist 6 mal 11) ÷ 1. Allein ich habe mit Fleiß vorige verschiedene Solutiones vorstellen wollen, um den Anfängern die gegebene Regel von dieser 2ten Art der addirten Zerstreuung, bey einem solchen kleinen Multiplicatore 65, desto besser zu erklären, und ihnen zu den folgenden Exempeln, in welchen größere Multiplicatores sind, gleichsam den Weg zu bahnen.

§. 750. Es bestehet demnach der Unterscheid zwischen dieser 2ten Art der addirten Zerstreuung, und der 1ten (§. 746), nur darinnen, daß man allhier keine anderen Partes, als allein solche annimmt, deren Facta entweder durch die Multiplication mit einer einzelnen Ziffer, oder durch die Division in eine einzelne Ziffer zu finden sind. Uebrigens sind beyde Arten in ihren Gründen einander ganz gleich. Nur ist zu merken,

I. weil die kleinen Sorten durch die Multiplication mit einer größern Ziffer, sich gleichwohl stärker anhäufen, als wenn sie mit einer kleinern Ziffer multiplicirt werden (§. 468), daß man (woferne es, anderweitiger Ursachen wegen, nicht vielmehr zu unterlassen) sich der kleinsten einzelnen Ziffern befleißige.

II. Wenn zwischen den Zahlen, welche addiret werden sollen, ein Factum kommt, das nicht mit zu addiren ist, daß man dasselbe, um sich in der Addition hernach desto weniger zu irren, lieber durchstreiche; wie aus der vorigen 2ten Auflösung (§. 748) zu ersehen. Endlich

III. ist allhier eben dasjenige zu observiren, welches oben §. 745 N°. 5 bereits erwehnet worden; also, daß man das Factum desjenigen Partis allemal erst suche, dessen man sich im nachfolgenden bedienen will.

§. 751. Zu desto mehrerer Erklärung so wol, als auch zur Uebung, folgen hiernächst noch mehrere Exempel.

N°. 1. Allhier will ich das Exempel, welches oben (§. 472 N°. 1) bereits auf 2erley Art solviret worden, vornehmen, und solches (gegebener Ursache wegen, im §. 749) durch 5 verschiedene Veränderungen der Zerstreuung, auflösen.

A.

A. 327 fl. 18 ß 12 ₰, 369 mal.

2948 · 18 · —	9	9fache (§. 467 N°. 7)
29486 · — · —	90	10 × 9, d. i. 90fache
88458 · — · —	270	3 × 90 d. i. 270fache

Antw. 120892 fl. 18 · — das 369fache.

Oder B. 327 fl. 18 ß 12 ₰, 369 mal.

2620 · 29 · 6	8	8fache
13104 · 26 · 12	40	5 × 8, d. i. 40fache
104839 · 3 · 6	320	8 × 40 d. i. 320fache

Antw. 120892 · 18 · — das 368 + 1 d. i. 369fache.

Oder C. 327 fl. 18 ß 12 ₰, 369 mal.

2620 · 29 · 6	8	8fache
26209 · 23 · 6	80	10 × 8 d. i. 80fache
78629 · 10 · —	240	3 × 80 d. i. 240fache
13104 · 26 · 12	40	½ × 80, d. i. 40fache

Antw. 120892 · 18 · — das 368 + 1fache.

Oder D. 327 fl. 18 ß 12 ₰, 369 mal.

2948 · 18 ·	das 9fache	360 + 9
XXIIIIA · XL ·		9
117944 · —	das 360fache	4

Antw. 120892 · 18 · — das 369fache 10

Allhier ist das Factum von 360 nach der multiplicirten Zerstreuung (§. 744 sonderlich N°. 6. und 7); und das Factum von 9 nach Anzeigung §. 467 N°. 7 gefunden, ferner diese beyden Facta gehörigermaßen addiret worden.

Nota. Warum man aber die 360 nicht in 6 × 6 × 10 zerstreuet, auch warum erstlich mit 9 und nicht mit 4 oder 10 multiplicirt worden; ist die Ursache, weil man

allhier das 9fache brauchet; wie hiervon oben (§. 750 Artik. III.) schon gemeldet worden. Sonst hätte man vielmehr Ursache, die Zerstreuung lieber in 6 × 6 × 10 anzustellen (ibid. Artik. I.) Indessen, wenn man allhier ja nach dieser Zerstreuung procediren sollte, so würde die Berechnung, als folget kommen.

Oder E. 327 fl. 18 ß 12 ₰ — 369 mal.

1965 • 22 • —	360 + 9
11794 • 12 •	6
11794 • — • — das 360fache.	6
2948 • 18 • — das 9fache.	10
Antw. 120892 • 18 • — das 369fache.	

N°. 2. Das Exempel aus §. 472 N°. 2. kommt wie folget.

537 ℔ 23 ℔. 2qu. 3 ₰, 328 mal.

4301 • 29 • 2 • —	8	8fache (§. 467 N°. 10)
21509 • 19 • 2 • —	40	5 × 8, d. i. 40fache.
150567 • 8 • 2 • —	280	7 × 40, d. i. 280fa.
Antw. 176378 • 25 • 2 • — das 328fache.		

Oder 537 ℔ 23 ℔. 2qu. 3 ₰, 328 mal.

4301 • 29 • 2 • —	8	8fache.
43019 • 7 • — • —	80	10 × 8, d. i. 80fache.
129057 • 21 • — • —	240	3 × 80, d. i. 240fa.
Antw. 176378 • 25 • 2 • — das 328fache.		

Oder 537 ℔ 23 ℔. 2qu. 3 ₰, 328 mal.

4301 • 29 • 2 • das 8fache.	320 + 8
[illegible]	8
172076 • 28 • das 320fache.	4
Antw. 176378 • 25 • 2 • — das 328fache.	10

Nota.

Nota. 1. Gleichergestalt würde man zu procediren haben, wenn der Multiplicator 329 wäre: Allein daß man in solchem Falle das Einfache in der Addition mit nehmen müßte.

Nota. 2. Indessen könnet ihr allhier den Nutzen obiger Anweisung im §. 711, von selbsten verspühren. Denn solchergestalt werden hier z. E. die 29 Loth gar behende mit 5 oder 10, zu geschweigen mit 4, multipliciret, und in ℔ reduciret: Immaßen, wenn ihr 29 Loth, als 1 ℔ ÷ 3 Loth betrachtet, so ist folgends 5 mal so viel: 5 ℔ ÷ 15 Loth; 10 mal so viel: 10 ℔ ÷ 30 Loth; und 4 mal so viel: 4 ℔ ÷ 12 Loth, das ist im 1sten Falle, 4 ℔ 17 Loth; im 2ten 9 ℔ 2 Loth; und im 3ten 3 ℔ 20 Loth.

N°. 3. Das Exempel aus §. 448. N°. 9 kommt also:

639 1/18 mit 184 zu multipliciren.

2558 1/4	4	4fache (nach Art §. eod.).
12793 1/4	20	5mal 4, das ist 20fache.
102350 —	160	8mal 20, das ist 160fache.

Antw. 117702 1/2 das 184fache.

N°. 4. Das Exempel aus §. 467 N°. 3: 479 ℔ 13 Schott 6 7/8 Grän, oder, welches der Eintheilung ihrer Sorten nach einerley, 479 Thl. 13 ß 6 7/8 ₰, mit 567 zu multipliciren, nämlich 567 mal zu nehmen, kommt allhier folgendergestalt:

479 Thl. 13 ß 6 7/8 ₰, 567 mal.

3356 • 23 • 1/2	7	7fache (§. 467 N°. 13)
26855 • 16 • 1	56	8 × 7, d. i. 56fache.
241701 • — • 9	504	9 × 56, d. i. 504fache.

Antw. 271913 • 15 • 10 1/2 das 567fache.

Oder	479 Thl. 13 ß 6 ₰ ₰,		567 mal.
	3356 • 23 • ⅛ das	7fache	560 + 7
	26888 • 18 • 1		7
	268556 • 16 • 10 das	560fache.	8
Autw.	27 19 13 • 15 • 10⅛ das	567fache.	10

Nota. Diese nächste Solution ist dem Grunde nach ganz gleich der obigen Solution (§. 746 N°. 16). Denn in beyder ist das 7fache zu dem 560fachen addiret worden; außer allein daß dorten das 560fache durch 80 mal 7, allhier aber, da keine größere Multiplicatores, als höchstens 11, angenommen werden (§. 750), durch 10mal 8mal 7 gefunden worden.

§. 752. Auf solche Weise könnet ihr den Vortheil der multiplicirten Zerstreuung auch bey solchen Multiplicatoribus, welche schon gar Primzahlen (§. 165) sind, wie öfters durch Hülfe der Subtraction (§. 745), also auch öfters durch die Addition anbringen. Immaßen solche Multiplicatores, wenn es nur auf eine bequeme Art, wie vorhin gezeiget, geschehen kann, in eine componirte Zahl und den Ueberschuß zerstreuet, und ihre Facta addiret werden können; und hat man hierbey nur diejenigen Facta partialia zu beobachten, welche aufs letzte zu addiren sind. Also ist oben (§. 748), da der Multiplicator 65 ist, das 64 (oder 8mal 8) sache zum 1sachen; item (§. 751 N°. 1.) da der Multiplicator 369 ist, das 360 (oder 9 × 4 × 10) sache zum 9sachen; item (ibid. N°. 2), da der Multiplicator 328 ist, das 320 (oder 8 × 4 × 10) sache zum 8sachen; desgleichen bey dem nächsten Exempel N°. 4, das 560 (oder 7 × 8 × 10) sache zum 7sachen addiret worden. Gleichergestalt könnet ihr bey einem Multiplicatore, der z. E. die Primzahl 43 ist, das 42 (oder 6 mal 7) sache zum 1sachen addiren.

§. 753.

§. 753. Es ist demnach diese Manier der addirten (§. 748), wie auch multiplicirten (§. 744) Zerstreuung im Gebrauche allerdings bequem. Allein es sind sowol diese beyde, als auch die oben (§. 467 und 470) angewiesenen andern 2 Arten, zwar bey den gebrochenen oder vermischten Zahlen, als welche allgemein, und auf alle Art Größen zu applicíren (§. 51), in allen Fällen; hingegen aber bey den mehrerley namigen Zahlen, nur in folgenden 3 Fällen mit Nutzen zu gebrauchen. Als nämlich

I. wenn der Multiplicator nur eine bloße Zahl, oder doch nur als eine bloße unbenamte Zahl angesehen, und also das Product unter dem Namen des Multiplicandi begehret wird (§. 142), welches auch bey den vorher angeführten Exempeln der mehrerley namigen Zahlen (über das, so ich oben im §. 146 zum voraus bereits gemeldet) dadurch habe zu erkennen geben wollen, indem ich mehrentheils nicht so schlechterdings gesaget, dieselbe zu multipliciren, sondern mit Fleiß gemeldet, dieselben so und so vielmal zusammen zu nehmen.

II. wenn auch eine benamte Zahl mit einer mehrerley namigen Zahl multipliciret, und also (ibid.) diese letztere als eine bloße Zahl angesehen werden soll, jedoch aber beyde Factores von gleicher Art sind: Wie z. E. im §. 467 N°. 2, da man 7 fl. mit 23 fl. 11 ßl multipliciren soll, und dannenhero, weil sie beyde fl. sind, eben so viel heißet, als wenn man 23 fl. 11 ßl mit 7 multipliciren, das ist 7mal 23 fl. 11 ßl, begehren sollte.

III. wenn in diesem nächst gedachten Falle, beyde Factores auch wohl von ungleicher Art, jedoch aber die Eintheilung derselben, so wie sie in kleine Sorten vertheilet sind, einander ganz gleich ist. Als z. E. wenn es im §. 751 N°. 4 heißen sollte: 567 ℔ mit 479 Thl. 13 ßl 6 ₰

zu multipliciren, alſo, daß das Product unter den Namen ℔, Schott und Grän begehret werden ſollte; ſo könnet ihr, in Regard deſſen, weil beyde Factores von gleicher Eintheilung (indem ſowohl die ℔, als der Thl. in 24 und 12 eingetheilet iſt) eben alſo, wie daſelbſt gezeiget, procediren, und das kommende Product nur mit den Namen ℔, Schott und Grän benennen. Denn ihr könnet die Aufgabe betrachten, als ſollte es heißen: 479 ℔ 13 Schott $6\frac{7}{12}$ Grän 567 mal zu nehmen; indem 13 Schott eben ſo wohl $\frac{13}{24}$ ℔, als die 13 ʒ ſind $\frac{13}{24}$ Thl. Alſo ſind auch $6\frac{7}{12}$ Grän, eben ſowohl $6\frac{7}{12}$ aus $\frac{13}{24}$ ℔, als die $6\frac{7}{12}$ ℌ ſind $6\frac{7}{12}$ aus $\frac{1}{24}$ Thl. (§. 51).

§. 754. Wenn aber bey dem gedachten Falle im vorhergehenden 2ten Artik. beyde Factores weder von gleicher Art, noch von gleicher Eintheilung, da will es mit den vorhin gemeldten Manieren nicht ſo ſchlechterdings von ſtatten gehen, ſondern es müſſen, wenn man in ſolchem Falle ſich dennoch derſelben bedienen will, die kleinen Sorten des Multiplicatoris zuförderſt in einen Bruch reduciret (§. 420), folgends ſolcher als eine unbenamte Zahl, die ferner auf alle Art Größen zu appliciren (§. 51) angeſehen werden; alsdenn kann man allererſt nach den erwehnten Manieren procediren, wie hiervon oben (§. 507, ſonderlich §. 467 N°. 2) bereits Erinnerung geſchehen. Als z. E.

N°. 1. Wenn es oben (§. 744 N°. 1) heißen ſollte: 56 ℔ mit 327 fl. 18 ʒ 12 ℌ zu multipliciren, alſo, daß das Product in ℔, Loth, Qu. und ℌ begehret werden ſollte; ſo müßten die 18 ʒ 12 ℌ erſtlich in einen Bruch eines Gulden reduciret werden (§. 421 N°. 2), alsdenn könnte man ferner die 56 ℔ mit $327\frac{2}{4\,5}$, oder, ſo einerley, die

$327\frac{2}{4\,5}$

$327\frac{2}{4}\frac{8}{9}$ mit 56 ℔, nach dasiger multiplicirten Zerstreuung, als folget, multipliciren.

$327\frac{2}{4}\frac{8}{9}$ mit 56

$2620\frac{4}{4}\frac{4}{9}$ das 8fache (§. 448 N°. 5).

Antw $18346\frac{3}{4}\frac{8}{9}$ ℔ das 7 mal 8fache, näml. das 56fache.

Wenn ihr nun diesen Bruch $\frac{3}{4}\frac{8}{9}$ ℔ resolviret, so kommt (§. 415. N°. 2) das verlangte Product 18346 ℔ 27 Loth — Qu. — $\frac{1}{4}\frac{6}{9}$ ℌ. Oder ihr könnet den Bruch $\frac{2}{4}\frac{8}{9}$ sofort in Loth, Qu. und ℌ resolviren, kommen 19 Loth 3 Qu. $2\frac{2}{4}\frac{6}{9}$ ℌ; und solchergestalt die begehrte Multiplication ferner in diese verlangte Sorten anstellen, also:

327 ℔ 19 Loth 3 Qu. $2\frac{2}{4}\frac{6}{9}$ ℌ mit 56, od. 56 mal

2620 • 31 • 1 • $-\frac{2}{4}\frac{8}{9}$ das 8fache.

Antw. 18346 • 27 • — • $-\frac{1}{4}\frac{6}{9}$ 7 × 8, d. i. 56, sache wie vorhin.

N°. 2. Wenn oben (§. 751 N°. 1) 369 ℔ mit 327 fl. 18 ß 12 ₰ zu multipliciren wären, also, daß das Product in ℔, Schott und Grän verlanget werden sollte, so müßten die 18 ß 12 ₰, wie beym nächst vorigen Exempel geschehen, in einen Bruch reduciret werden, alsdenn könnte man die $327\frac{2}{4}\frac{8}{9}$ mit 369 nach dasiger addirten Zerstreuung multipliciren, als folget:

$327\frac{2}{4}\frac{8}{9}$ mit 369

2948 $\frac{3}{5}$	9	9fache.
29486	90	10mal 9fache.
88458	270	3mal 9cfache.

Antw. 120892 $\frac{3}{5}$ ℔ das 369fache; welche $\frac{3}{5}$ ℔ resolviret, so hat man das verlangte Product 120892 ℔ 14 Schott $4\frac{4}{5}$ Grän.

Oder ihr könnet die $\frac{2}{4}\frac{8}{9}$, so fort in Schott und Grän resolviren, kommen 14 Schott $11\frac{1}{5}$ Grän; und folgends

die

die Multiplication in dieſe begehrten Sorten anſtellen, alſo: 327 ℔ 14 Sch. 11 $\frac{1}{2}$ Gr. mit 369 od. 369 mal

2948	14	$4\frac{4}{5}$	9	9fache
29485	—	—	90	10 × 9fache
88458	—	—	270	3 × 90fache
Antw. 120892	14	$4\frac{4}{5}$ das	369	fache, wie vorhin.

§. 755. Da nun in den Exempeln der Regel Detri das Facit allezeit gleicher Art mit B, das iſt (§. 353), mit dem 2ten Gliede ſeyn muß (§. 349); C oder das 3te Glied aber der Multiplicator iſt, und nur als eine bloße Zahl angeſehen wird (§. 365), ſo können bey ſolchen Exempeln alle vorhergehenden Multiplicationsarten, im Falle C eine mehrerley namige Zahl, und weder von gleicher Art, noch von gleicher Eintheilung mit B iſt, nicht anders angebracht werden, es müßten denn die in C ſtehenden kleinen Sorten zuförderſt in einen Bruch reduciret werden; wie hiervon (ibid.) bereits erwehnet worden.

§. 756. Weil aber ſolche Reduction und nachmalige Reſolution (§. 754) öfters weitläuftig und verdrießlich fällt; über dieſes auch die Partes der gemeldeten addirten Zerſtreuung (§. 748) öfters einem nicht ſo geſchwinde beyfallen, ja unterweilen, inſonderheit bey großen Multiplicatoribus, auch wohl gar langſam allererſt geſuchet werden müſſen, (wie ich denn eben deswegen ibid. Artik. I. exprimiret habe, daß ſolche Zerſtreuung nur in ſolchem Falle zu gebrauchen, wenn es ohne Weitläuftigkeit geſchehen kann): Als iſt man insgemein gewohnet, die mehrerley namigen Zahlen nach folgender 3ten Art der addirten Zerſtreuung (§. 738) zu multiplicieren, welche Art eigentlich die weiſche Practica genennet zu werden pflegt (§. 519), und durchgehends in allen vorkommenden Fällen zu gebrauchen iſt. Mit was vor Bequemlichkeit aber, und was bey dieſer Manier zu merken und öfters auszuſetzen ſey, ſoll ſich im folgenden zeigen.

Die

Die 10te Aufgabe.

§. 757. Eine Multiplication bey welcher einer von den gegebenen Factoribus, oder auch beyde, allerhand kleine Sorten, oder in gewissen Fällen auch Brüche, in sich enthalten, nach der 3ten Art der addirten Zerstreuung (§. 798) zu verrichten.

Die Hauptregel zu dieser Aufgabe bestehet darinne, daß ihr alles dasjenige, was ihr nicht nach ein oder der andern vorhin gezeigten Manier auf einmal ohne Weitläuftigkeit (§. 756) multipliciren könnet, stückweise nach und nach verrichtet.

I. Zerstreuet die kleinen Sorten oder Theile, welcher Facta auf einmal unbequem zu finden, in solche ab- oder aufsteigende Partes, deren Exponent ihrer Verhältniß, die sie entweder zu einer Unität der größern Sorten, oder zu etlichen Unitäten derselben, in Falle deren Factum vorhin schon gefunden worden (wie hiervon §. 705 bereits erwehnet), oder auch die sie sonst zu einander haben, entweder ein bequemer Bruch (§. 447), oder bloß eine einzelne Ziffer ist.

II. Suchet die Facta von solchen zerstreuten Partibus eines Factoris, aus dem andern Factore, eben auf die Weise, auch eben mit selbigem Grunde, wie vorhin bey der 2ten Art der addirten Zerstreuung (§. 748 Artik. II.) gezeiget worden, das ist, nach Proportion ihrer Verhältnisse, entweder durch die Division in eine einzelne Ziffer, oder durch die Multiplication mit einer einzelnen Ziffer, und merket nur auf den Namen, den ihr in dem Product verlanget; denn eben unter solchem Namen stellet al-

le solche Facta, und setzet dieselben gehörigermaßen untereinander. Endlich

III. addiret alle gefundenen Facta partialia zusammen, so kommt das verlangte Hauptfactum.

§. 758. Weil aber diese Multiplicationsart besser durch Exempel, als durch eine Regel zu erlernen ist; so will ich die vorgeschriebene Regel mit mehrern in folgenden Exempeln erklären, anbey auch alle Particularia, was bey einem oder andern Falle zu observiren ist, in besondern Paragraphis umständlich anführen. Damit ihr aber klar sehen möget, daß diese Art in allen gedachten 5 Fällen (§. 463), insonderheit auch bey solchen Factoribus, die ganz von ungleicher Art der Münzen, Maaße oder Gewichte, anzubringen, und das Product unter welchen Namen derselben, als man will, so fort herzustellen sey, so will hierzu folgende 10 Exempel vornehmen, als:

N°. 1.) 1 ℔ = 327 fl. 18 ß 12 ₰ = 369 ℔?
2.) 1 fl. = 369 ℔ — = — = 327 fl. 18 ß 12 ₰?
3.) 1 ℔ = — 18 ß 12 ₰ = 369 ℔?
4.) 1 fl. = 369 ℔ — = — = — 18 ß 12 ₰?
5.) 1 fl. = — 19 Sch. 6 Gr. = — 18 ß 12 ₰?
6.) 1 ℔ = — 18 ß. 12 ₰ = — 19 Sch. 6 Gr?
7.) 1 fl. = 369 ℔ 19 Sch. 6 Gr. = — 18 ß 12 ₰?
8.) 1 ℔ = — 18 ß 12 ₰ = 369 ℔ 19 Sch. 6 Gr.?
9.) 1 ℔ = 327 fl. 18 ß 12 ₰ = 369 ℔ 19 Sch. 6 Gr.?
10.) 1 fl. = 369 ℔ 19 Sch. 6 Gr. = 327 fl. 18 ß 12 ₰?

§. 759. N°. 1. 1 ℔ kostet 327 fl. 18 ß 12 ₰, was 369 ℔?

All-

Allhier werden die 369, als eine bloße Zahl angesehen (§. 365), und das Product in fl. begehret (§. 349). Demnach stehet die Berechnung, als folget:

327 fl. 18 ß — 12 ₰ — mit 369

15 | ½ fl. — 6 | ½ aus 3 ß — 2583
3 | ⅕ aus 15 ß oder 1/10 fl. — 6 | d° — 738.
1107..
184 • 15 ß
36 • 27
4 • 3
4 • 3

Antw. fl. 120892 • 18 ß

Nämlich multipliciret erstlich die 369 mit 327, nach gemeiner Art, und setzet ihre Facta partialia, nämlich das 7fache, 20fache, und 300fache gehörigermaßen unter einander.

Ferner zerstreuet die 18 ß in 15 und 3 ß, sagende 15 ß ist ½ fl, derowegen ist ihr Factum die Hälfte aus dem 1fachen, oder ½ mal die 369; folgends dividiret die 369 in 2 (§. 446), und zwar weil das Product in fl. und ß begehret wird, so machet den Rest in solcher Division zu ß (§. 226), so kommen fl. 184 • 15 ß. Weiter heißet es: 3 ß ist ⅕ aus 15 ß, folgends ist auch das Factum von 3 ß allerdings ⅕ aus dem nächst vorigen Facto von 15 ß (§. 276); diesemnach dividiret die 184 fl. 15 ß in 5, kommen 36 fl. 27 ß für das Factum von 3 ß; oder, weil 3 ß gleich ist 1/10 fl, so kommet ihr das Factum von 3 ß aus dem Einfachen nehmen, und also abermal das Einfache oder die 369 in 10 dividiren, so kommen ebenfalls 36 fl. 27 ß. Gleichergestalt zerstreuet ferner die

12 ℔ in 6 und 6 ℔, sagende 6 ℔ ist $\frac{1}{2}$ aus 3ß oder 54 ℔; demnach dividiret das vorige Factum der 3ß, nämlich die 36 fl. 27ß, in 9, kommen 4 fl. 3ß. Hierunter setzet wegen der übrigen 6 ℔ noch einmal 4 fl. 3 ß, und addiret endlich alle gefundenen Facta partialia zu einander, so kommt das begehrte Hauptfactum 120892 fl. 18ß (wie vorhin §. 751 N°. 1).

§. 760. Oder ihr könnet die Solution dieses Exempels, als folget anstellen:

327 fl. 18ß — 12 ℔ — mit 369

3 | $\frac{1}{10}$ fl. — 6 | Haus ℔
15 | 5 mal 3ß — 6 | d°.

2583
738.
1107..

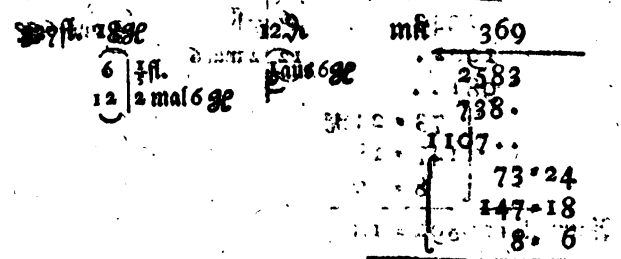
36	27 ß
184	15
4	3
4	3

Antw. fl. 120892. 18

Allhier sind die 369 mit 327, wie vorhin multipliciret. Die 18ß aber in aufsteigende Theile zerstreuet, nämlich in 3 und hernach 15. Da denn 3ß = $\frac{1}{10}$ fl, derowegen nehmet $\frac{1}{10}$ aus dem Einfachen, das ist, aus 369. Dieses Factum von 3ß multiplicivet mit 5, weil 15 ß 5 mal 3ß in sich enthalten, so kommt das Factum von 15ß. Ferner procedivet mit den 12 ℔, wie vorhin, und addiret alle Facta partialia zusammen, kommt die begehrte Antwort.

§. 761.

§. 761. Oder ihr könnet auch kürzer also verfahren:



Allhier sind die 18ℊ abermal in aufsteigende Theile zerstreuet worden, nämlich in 6 und 12ℊ. Da denn 6ℊ = ½ fl; Derowegen nehmet ½ aus dem Einfachen oder aus 369. Ferner multipliciret das Factum von 6ℊ mit 2, weil 12ℊ ist 2mal 6ℊ, kommt das Factum von 12ℊ. Weil nun die 12 ℛ = ⅓ aus 6ℊ oder 108 ℛ, so dürfet ihr dieselben nicht zerstreuen, sondern nur das vorhergefundene Factum von 6ℊ in 9 dividiren, so kommt das Factum von 12ℛ. Auf solche Weise kommt die Berechnung kürzer, als in beyden vorigen Auflösungen.

§. 762. Ich habe dieses Exempel aus der gegebenen Ursache im §. 749. mit Fleiß auf verschiedene Wege solviren wollen. Ihr könnet aber von euch selbst ersehen, daß die letztere Solution (§. 761) die kürzeste sey, welche ich denn in folgenden Exempeln beybehalten werde. Und will ich hiernächst nur alles dasjenige noch anmerken, so hierbey zu erinnern nützlich erachte.

§. 763. Weil die 369 mit 327 eben so kurz als 327 mit 369 zu multipliciren sind, so könnet ihr allhier, was die Ganzen betrifft, auch die 327 mit 369 multipliciren, und also die ganze Berechnung unter den Multiplicandum stellen, als folget:

327 fl.	18 ℔		12 ℞ mit 369
2943	6	½ fl.	⅓ aus 6 ℔
1962 .	12	2 mal 6	
981 . .			
73 . 24 ℔			
147 . 18			
8 . 6			
Antw. fl. 120892 . 18			

§. 764. In den ersten zweyen Auflösungen (§. 759 und 760) könnte man die 12 ℞ auch wohl in 9 ℞ (als ¾ aus den vorhergehenden 3 ℔), und in 3 ℞ (als ⅓ aus 9 ℞), zerstreuen: Allein man nimmt, wo es nur thulich ist, deswegen lieber 6 und 6 ℞, weil man solchergestalt das Factum von 6 ℞ nur zweymal hinschreiben darf, ohne daß man das anderemal einiger Rechnung benöthiget sey.

§. 765. Also könnten die 18 ℔ auch wohl in andere beliebige Partes zerstreuet werden; allein, gleichwie man sich einerseits um den kürzesten Weg befleißigen, und nicht mehr Partes, als zu Ausfindung des verlangten Products höchstens nöthig sind, machen muß, also muß man auch andererseits zugleich beobachten, die Zerstreuung dergestalt anzustellen, damit die nachfolgenden noch kleineren Sorten, aus einem der vorhergehenden Partium füglich zu nehmen seyn mögen. Z. E. Wenn beym vorigen Exempel nur 327 fl. 18 ℔ zu multipliciren wären, so dürfte man die Berechnung nur unter die 369 stellen, damit man von dieser Zahl das 3fache, nämlich die 1107 erlanget, folgends die 18 ℔ gar nicht zerstreuen, sondern auf einmal als ⅓ aus dem vorhergehenden 3fachen, das ist aus 1107 nehmen. Also:

327 fl. 18 ß mit 369

½ aus 5 fl. 2583
738.
1107..
221 - 12 ß

Antw. fl. 120884 - 12

Allein da in dem vorhin beygebrachten Exempel noch 12 ₰ stehen, welche aus 18 ß nicht füglich zu nehmen sind, so werden diese 18 ß lieber zerstreuet, wie vorhin gezeiget, um aus solchen zerstreuten Partibus das Factum von 12 ₰ bequem finden zu können. §. 766. Derowegen, wenn bey um gedachten Exempel 327 fl. 18 ß 4 ₰ zu multipliciren wären, so würde man die 18 ß in drey Partes, als in 6, 10 und 2 zerstreuen müssen, damit das Factum von den übrigen 4 ₰ als ½ aus 2 ß oder 36 ₰, aus dem Facto von 2 ß genommen werden könnte; weil anderergestalt die Zerstreuung der 18 ß so wenig nach §. 759, als nach §. 760 und 761 zulänglich ist, das Factum wohl und bequem aus ihnen zu finden. Demnach müßte in solchem Falle die Berechnung also zu stehen kommen:

327 fl. 18 ß 4 ₰ mit 369

6	½	½ aus 1 ß	2583
10	⅓		738.
2	⅑	⅓ aus 6 ß, oder ⅑ aus 10 ß	1107..
			73 - 24
			123 - —
			24 - 18
			2 - 22

Antw. fl. 120887 - 4

§. 767. Wenn aber die kleinen Sorten von solcher Beschaffenheit, daß sie auf keine Weise durch eine Division in eine einzelne Ziffer, aus den vorhergehenden Zahlen zu nehmen sind; wie z. E. wenn 327 fl. 12 ₰ mit 369 zu multipliciren vorkommen, da die 12 ₰ weder insgesammt, noch weniger zerstreuet, aus den Gulden durch die Division in eine einzelne Ziffer genommen werden können; alsdenn ist man genöthiget, sich eines Hülfzahl zu bedienen, nämlich man suchet erstlich das Factum von einem solchen Theile eines Guldens, welcher am bequemsten dazu ist, um aus demselben das Factum der zu multipliciren begehrenden kleineren Sorten leicht finden zu können. Als beym nächst gedachtem Exempel suchet man das Factum von 6 ß, als ½ aus dem Einfachen, und aus diesem findet sich durch die Division in 9 das Factum von 12 ₰, als ½ aus 6 ß. Und ist hierbey nur zu beobachten, daß man hernach in der Addition der Factorum partialium das Factum von der Hülfzahl nicht mit summire; weswegen denn dieselbe insgemein (wie §. 750 Artik. II. bereits erwehnet) durchstrichen wird. Also:

327 fl. — 12 ₰ mit 369 zu multipliciren

6 ß | 1 fl. | ½ aus 6 ß

2583
738.
1107..
78-24
8-6

Antw. fl. 120671-6

§. 768. N° 2. Wenn das vorige Exempel (§. 759) umgewendet, und also stehet, 1 fl. giebt 369 ₰, was 327 fl. 18 ß 12 ₰?

Allhier

Allhier müssen die 327 fl. 18ß 12₰, als eine bloße Zahl, nämlich als Ganze nebst Theilen eines Ganzen angesehen (§. 365), und das Product in ℔ (§. 349) herausgebracht werden. Demnach verfahret, wie bey der Berechnung des 1ten Exempels (§. 759. 760. 761 oder 763) gezeiget. Nur allein an statt, daß dorten die Reste aus den Divisionibus zu ß gemachet werden, so machet dieselben allhier zu Schott und Gr. Es kommt also die Auflösung dieses Exempels, nach Art §. 761, als folget:

369℔ mit 327 fl. 18ß 12₰

2583
738.
1107..

73	19 Schott	2½	Gr.
147	14	4½	
8	4	9½	

1 fl. 6 ß aus 12 mal 6 ß

Antw. 120892 ℔ 14 Schott 4½ Gr.

§. 769. Allhier hat man durch einen viel leichtern und kürzern Weg das verlangte Product gefunden, als oben (§. 754 N°. 2). Jedoch damit ihr den wahren Unterscheid dieser beyden Wege gründlich verstehen möget; so dienet zu merken, daß allhier eben so wol, als oben, die kleinen Sorten des Multiplicatoris, nämlich die 18ß 12₰, in Theile oder Brüche reduciret werden (welches auch nicht anders seyn kann §. 365), nur allein mit dem Unterscheide, daß oben dieselbe sämmtlich auf einmal (nach Anzeigung §. 421) in einen einfachen Bruch (2/4), allhier aber nach und nach stückweise in Brüche und Brüche aus Brüchen (§. 395), reduciret werden, also daß man allhier den Multiplicatorem 327 fl. 18ß 12₰

dergestalt betrachtet, als sollte es heißen: 327 Ganze + $\frac{2}{4}$ + $\frac{2}{5}$ + [$\frac{1}{5}$ aus $\frac{4}{5}$]. Und eben diese Brüche und Bruche aus Brüchen geben zusammen den einfachen Bruch $\frac{24}{45}$ (§. 429).

§. 770. Eben also würde man auch zu procediren haben, wenn der Multiplicator $327\frac{24}{45}$ wäre, wie folget:

369 ℔ mit $327\frac{24}{45}$

2583	9	$\frac{1}{5}$ aus 45
738.	18	2 mal 9
1107..	1	$\frac{1}{9}$ aus 9

73	19	Schott	$2\frac{2}{5}$ Gr.
147	14		$4\frac{4}{5}$
8	4		$9\frac{3}{5}$

Antw. 120892 ℔ 14 Schott $7\frac{1}{5}$ Gr. wie vorhin.

Nämlich weil das Ganze so viele Theile in sich enthält, als der Nenner anzeiget (§. 48), so zerstreuet man die Einheiten des Zählers auf den Werth eines Ganzen, folgends ist allhier, da der Nenner 45, 9 solcher Theile $= \frac{1}{5}$ aus dem Ganzen, ferner $18 = \frac{2}{5}$, und $1 = \frac{1}{9}$ aus 9. Woraus klar zu ersehen, daß es gleichviel sey, ob man saget: 369 ℔ mit 327 fl. 18 ß 12 ₰; oder: 369 ℔ mit $327\frac{8}{45}$, zu multipliciren, so hat man doch immer die 369 mit $327 + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + [\frac{1}{5}$ aus $\frac{2}{5}]$ zu multipliciren.

§. 771. N°. 3. 1 ℔ kostet 18 ß 12 ₰, was 369 ℔? Dieses stehet also:

18 ß 12 ₰ mit 369

6	$\frac{1}{2}$ fl.	$\frac{1}{5}$ aus 6 ß	73 fl. 24 ß
12	2 mal		147 . 18
			8 . 6

Antw. 229 fl. 18 ß.

Nämlich

Nämlich weil allhier das Product gerne so fort in fl. verlanget wird, so zerstreuet die 18 ℔ 12 ₰ in Theile eines Guldens. Uebrigens ist dieser Proceß gleich der Berechnung im §. 761, nur allein, weil in diesem Exempel keine fl. in dem Multiplicando vorhin stehen, so fällt die dortige Multiplication mit 337 Ganzen allhier hinweg, also, daß man allhier nur die Facta partialia von 18 ℔ 12 ₰ suchen, und dieselben addiren darf.

§. 772. Sollte man aber bey diesem Exempel das Product nicht so fort in fl. begehren, so könnte die Ausrechnung also angestellet werden:

18 ℔	12 ₰	mit	369.
	6 | ½ ℔		2952
	6 | 4		123
			123

Antw. ℔ 6888, welche ferner zu fl. gemacht, kommen 229 fl. 18 ℔, wie vorhin.

Allhier sind die ℔ nach ihren eigenen Einheiten, und nicht als Theile eines Guldens, angesehen (§. 366), folgends sind die 369 mit 18 Ganzen nach Anzeigung §. 174 multiplicieret, und die 12 ₰ in Theile eines Guldens zerstreuet worden; auf welche Weise denn die Antwort in ℔ herauskommet.

§. 773. N°. 4. Das vorige Exempel umgewendet: 1 fl. giebt 369 ₰, was 18 ℔ 12 ₰? Dieses stehet also:

369 ₰			mit	18 ℔	12 ₰
73	19 Sch.	2 ⅔ Gr.		6 ⅔ fl.	⅓ aus 6 ℔
147	14	4 ⅔		12 | 2 mal 6 ℔	
8	4	9 ⅓			

Antw. 229 ₰ 14 Sch. 4 ⅔ Gr.

Dieſer Proceß iſt gleich der Berechnung im §. 768; nur allein, daß die dortige Multiplication mit den 327 ganzen fl. allhier hinweg fällt, und werden die 325 ℔ nur mit $\frac{1}{1}+\frac{2}{3}+[\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{3}]$ (§. 769), das iſt ſo viel, als mit $\frac{2}{3}$ (§. 770) multiplicinet.

§. 774. N°. 5. 14 fl. giebt 19 Schott 6 Gr., was 18 ℔ 12 ß? Dieſes ſtehet alſo:

19 Schott 6 Gr. mit 18 ℔ 12 ß.

3	10 $\frac{4}{7}$		$\frac{1}{7}$ fl.	$\frac{1}{3}$ aus 6 ß
7	9 $\frac{1}{7}$		12 mal 6 ß	
—	5 $\frac{1}{7}$			

Antw. 12 Schott 1 $\frac{1}{7}$ Gr.

Es iſt dieſer Proceß nichts anders, als der nächſt vorige, indem bey beyden der Multiplicandus in 5 dividiret, und das kommende mit 2 multipliciret, auch in 9 dividiret wird; außer allein, daß im vorigen Exempel der Multiplicandus aus ganzen ℔, in dieſem aber aus Schott und Gr. beſtehet.

§. 775. N°. 6. Das nächſte vorige Exempel umgekehrt: 1 ℔ koſtet 18 ß 12 ₰, was 19 Schott 6 Gr.?

Alſo: 18 ß 12 ₰ mit 19 Schott 6 Gr.

9	6	12	$\frac{1}{2}$ ℔ $\frac{1}{2}$ aus 1 Schott
4	12	6	$\frac{1}{2}$ aus 12
—	14	1	$\frac{1}{6}$ aus 6
—	7		

Antw. 1 ℔ 3 ß

Dieſer Proceß iſt gleich dem nächſt vorigen, indem bey beyden nur des Multiplicatoris kleine Sorten zerſtreuet, und die Partes aus dem Multiplicando geſucht werden.

§. 776.

§. 776. Oder ihr könnet die Solution dieſes Exempels kürzer als vorhin verrichten, alſo:

18ℳ 12ß mit 19 Schott 6 Gr.

9	6		12	½ ℳ
4	12		6	½ aus 12
2	6		1.6	½ aus 6

Antw. 15ℳ 3ß

Allhier iſt in der Zerſtreuung das 1 Schott und die 6 Gr. das iſt 1½ Schott, zuſammen für einen Partem, als ½ aus 6 Schott genommen worden. Welches deswegen wohl zu merken iſt, weil man auf ſolche Weiſe öfters einen Vortheil erlangen kann.

§. 777. N°. 7. 1ſl. giebt 369 ℔, 19 Schott 6 Gr., was 18ℳ 12ß. Dieſes ſtehet alſo:

369 ℔ 19 Schott 6 Gr. mit 18ℳ 12ß

73	3	1⅕	6	⅕ ℳ.
147	22	2⅖	12	½ aus 6ℳ
8	5	2⅘		zmal 6

Antw. 230 ℔ 2 Schott 6⅗ Gr.

Wenn ihr dieſe Solution und Antwort gegen die obigen Solutiones in §. 713 und 714 haltet, ſo könnet ihr klar ſehen, daß dieſe 3 Exempel einen gleichen Proceß haben, und weil der Multiplicandus im §. 773 nur 369 ℔, im §. 774 nur 19 Schott 6 Gr., allhier aber beyde zuſammen, nämlich 369 ℔ 19 Schott 6 Gr. in ſich enthält, daß die Antwort allhier die Summe von jenen beyden Antworten ſey. Denn wenn ihr die Antwort 229 ℔ 14 Schott 4⅘ Gr., und die Antwort 12 Schott 1⅗ Gr. zuſammen addiret, ſo kommt die hieſige Antwort 230 ℔ 2 Schott 6⅗ Gr.

§. 778. N°. 8. Das nächst vorige Exempel umgekehrt: 1 ℔ kostet 18 ß 12 ₰, was 369 ℔ 19 Schott 6 Gr? Also:

18 ß 12 ₰ mit 369 ℔ 19 Schott 6 Gr.

6 | ½ fl. ½ aus 6 ß
12 | 2 mal 6

73 fl. 24 ß 12 | ½ ℔
147 · 18 · 6 | ½ aus 12
8 · 6 | ¼ aus 6

= · 9 · 6 ₰
= · 4 · 12
= · 1 · 3

Antw. 230 · 3 · 3

Wenn ihr diese Solution und die obigen Solutiones im §. 771. und 776. gegen einander haltet, so könnet ihr klar ersehen, daß allhier die 18 ß 12 ₰ erstlich mit den 369 Ganzen, nach Anzeigung §. 771., hernach ins besondere mit den 19 Schott 6 Gr. nach Anzeigung §. 776. multipliciret, und beyde Facta partialia endlich auf einmal addiret worden.

§. 779. N°. 9. 1 ℔ kostet 327 fl. 18 ß 12 ₰, was 369 ℔ 19 Schott 6 Gr.? Dieses stehet also:

327 fl. 18 ß 12 ₰ mit 369 ℔ 19 Schott 6 Gr.

6 | ½ fl. ½ aus 6 ß
12 | 2 mal 6

2583 | 12 | ½ ℔
738 · | 6 | ½ aus 12
107 · | 1·6 | ¼ aus 6

73 · 24 ß
147 · 18
8 · 6

163 · 24 · 6 ₰
81 · 27 · 3
20 · 14 · 5½

Antw. 121158 fl. 23 ß 14½ ₰

Allhier

Allhier sind die 327 fl. 18 ℔ 12 ₰ erstlich mit 369, wie im §. 769 geschehen, multipliciret, welche Multiplication die ersten 6 Facta partialia abgeben: Hernach sind abermal die 327 fl. 18 ℔ 12 ₰ ins besondere auch mit 19 Schott 6 Gr. multipliciret, welche Multiplication dem Proceß nach gleich ist der Solution im §. 777, allwo ebenfalls Gantze nebst verschiedenen kleinen Sorten, mit kleinen Sorten multipliciret worden, außer allein, daß allda die Facta partialia unter den Multiplicandum; allhier aber unter die vorhin gefundenen 6 Facta partialia, um selbige alle zugleich zu eines addiren zu können, gesetzet worden. Demnach enthält die Summe aller Factorum partialium die 327 fl. 18 ℔ 12 ₰, 369mal und 19 Schott 6 Gr. mal in sich, das ist deutlicher zu reden (§. 769) $369 + \frac{1}{2} + [\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{2}] + [\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{2}]$ mal; oder wenn ihr alle diese Brüche zusammen nehmet (§. 429) $369\frac{3}{8}$ mal. Gleichergestalt würdet ihr auch zu procediren haben, wenn dieses Exempel heißen sollte: 327 fl. 18 ℔ 12 ₰ mit $369\frac{3}{8}$ zu multipliciren, wie oben (§. 770) hiervon bereits Anzeigung geschehen.

§. 780. N°. 10. Das vorige Exempel umgekehret: 1 fl. gilt 369 ₰ 19 Schott 6 Gr., was 327 fl. 18 ℔ 12 ₰?

369 ₰ 19 Schott 6 Gr. mit 327 fl. 18 ℔ 12 ₰

2583	12	$\frac{1}{2}$ ₰	6	1 fl.	$\frac{1}{2}$ aus 6 ℔
738	6	$\frac{1}{2}$ aus 12			
1107	1.6	$\frac{1}{4}$ aus 6	12	2 ₰	6

163 • 12 Schott
81 • 18
20 • 10 • 6 Gr.

73	23	$1\frac{1}{5}$
147	22	$2\frac{2}{5}$
8	5	$2\frac{4}{5}$

121158 • 19 • $\frac{4}{5}$

Allhier

Allhier sind die 369 ℔ 19 Schott 6 Gr. erstlich mit 307 multipliciret, welche Multiplication dem Proceß nach gleich ist der Solution im §. 763, allwo eine mehrerley-namige Zahl mit einer ganzen Zahl multipliciret worden; und diese Multiplication giebt die erstern 6 Facta partialia. Hernach sind abermal die 369 ℔ 19 Schott 6 Gr. das besondere mit 18 ℔ 12 ß. multipliciret, eben auf die Weise (nämlich dem Proceß nach), wie im §. 777 geschehen; und endlich alle gefundene Facta partialia insgesamt addiret worden.

§. 781. Die erstern 7 Exempel (§. 758) haben keine Schwierigkeit. Denn obgleich in den Exempeln N. 5 6 und 7 beyde Factores kleine Sorten in sich enthalten, so werden doch nur des Multiplicatoris kleine Sorten allein zerstreuet. Hingegen bey den letztern 3 Exempeln, in welchen der Multiplicator aus Ganzen nebst kleinen Sorten oder Theilen, und der Multiplicandus ebenfalls aus verschiedenen Sorten bestehet, da pflegen die Anfänger zu stutzen, weil in selbigen so wol des Multiplicandi als des Multiplicatoris kleine Sorten zerstreuet werden. Allein wenn ihr dasjenige, so ich bey diesen Exempeln (§. 778. 779. 780) geschrieben, gründlich betrachtet, so fällt solche vermeynte Schwierigkeit und besorgende Confusion von sich selbst hinweg. Inmaßen ihr jederzeit nur merken dürfet, unter wessen Factoris Namen die Antwort begehret wird, und so ihr dieses wisset, so multipliciret allezeit eben denselben Factorem erstlich mit des andern Factoris Ganzen (gleichsam als sollte dieser einig und allein nur aus solchen Ganzen bestehen), und zwar entweder nach itzt beschriebener addirten Zerstreuung, oder sonst, wenn es füglich geschehen kann, auch nach einer andern Art von den vorhin gezeigten Manieren;

alsdenn

alsdenn ins besondere auch mit desselben kleinen Sorten oder Theilen, und addiret endlich alle gefundene Facta partialia zusammen.

§. 782. Wer demnach diese angeführten Exempel nebst ihren Solutionibus, und alles dasjenige, was von §. 757 bis hierher angemerket worden, wohl verstanden, dem wird es hoffentlich ein leichtes seyn, sich in alle vorkommende Fälle von dergleichen Rechnungen, wohl zu schicken; jedoch einiger kleinen Anmerkungen wegen, habe noch folgende Exempel fürstellen wollen.

N°. 1. Wenn das Exempel im §. 779 heißen sollte: 1℔ kostet 327 fl. 18 ß 12 ₰, was 9 ℔ 19 Schott 6 Gr.? so würde die Ausrechnung also kommen:

327 fl. 18 ß 12 ₰ mit 9 ℔ 19 Schott 6 Gr.

2948	18	—		12	℔
163	24	6		6	aus 12
81	27	3		1 6	aus 6
20	14	5¼			
Antw. 3214	23	14¼.			

Nämlich, wenn ihr absonderlich auf dasjenige Achtung habt, das ich vorhin (§. 781) gemeldet, so bestehet dieses Exempel gleichsam aus 2 besondern Exempeln, in welchen die 327 fl. 18 ß 12 ₰ einmal mit 9, und das andereimal mit 19 Schott 6 Gr., zu multipliciren sind. Indessen ist die erstere Multiplication mit der einzelnen Ziffer 9, nach Anzeigung §. 467 N°. 7, leicht zu verrichten (§. 468), derowegen hat man auch nicht nöthig, die kleinen Sorten des Multiplicandi zu zerstreuen, und verrichtet man solche Multiplication eben nach solcher gedachten Art (§. 467), so kommet auf einmal das Factum

etum partiale von 9 ℔. Ferner ist die andere Multiplication mit den 19 Schott 6 Gr. wie auch der übrige Proceß ganz gleich der geschehenen Berechnung im §. 779. N°. 2. So aber dieses Exempel umgekehrt wäre, als: 1 fl. giebt 9 ℔ 19 Schott 6 Gr., was 327 fl. 18 ß 12 ₰? so müßte die Berechnung, wie oben im §. 780 angestellet, und also beyde Factores zerstreuet werden, indem die 9 ℔ 19 Schott 6 Gr. mit der großen Zahl 327 Ganze nach der Manier §. 467 unbequem zu verrichten ist (§. 468). Und kommet demnach die Auflösung, als folget:

9 ℔ 19 Schott 6 Gr. mit 327 fl. 18 ß 12 ₰

12 | ½ ℔
6 | ¼ aus 1/2
1/6 | ¼ aus 6

2943
163 • 12 Schott
81 • 18
20 • 10 • 6 Gr.
1 • 23 • 1½
3 • 22 • 2⅔
• 5 • 2⅔

6/12 | ½ fl. 2 × 6 | ⅕ aus 6 ß

Antw. ℔ 3214 • 19 — ⅔ Gr.

Nota. Daß die Facta partialia allhier unter den Multiplicatorem, und nicht unter den Multiplicandum, wie oben im §. 780, geschrieben worden, solches ist bloß aus dieser Veranlassung geschehen, weil man gewohnet ist, lieber den kleinern Factorem 9, als den größern 327 für den Multiplicatorem anzunehmen, wenn diese 2 Zahlen mit einander multipliciret werden (§. 149). Wenn ihr aber dasjenige merket, so oben §. 156 und §. 167 N°. 3) erwehnet worden, so dürfet ihr euch auch hier an keinen Satz oder Ort binden, und kann demnach die vorige Berechnung auch unter den Multiplicandum, als folget, gestellet werden.

9 ℔

9 ℔ 19 Sch. 6 Gr. mit 327 fl. 18 ß 12 ₰

2943	12	½ ℔	6	½ fl.	⅕ aus 6 ß
163 · 12 Sch.	6	½ aus 12	12	2 × 6	
81 · 18	1·6	½ aus 6			
20 · 10 · 6 Gr.					
1 · 23 · 1½					
3 · 22 · 2⅔					
— 5 · 2⅔					
3214 · 19 — ⅔					

Auf solche Weise dürfet ihr bey dergleichen Rechnungen nur auf den Raum sehen, und dahin dieselbe schreiben, wo euch der Platz am bequemsten zu seyn dünket.

N°. 3. 1 fl. giebt 56 ₰, was 327 fl. 18 ß 12 ₰?

Allhier habt ihr die Weitläuftigkeit, so oben (§. 754 N°. 1) angewiesen worden, nicht nöthig, und kommet die Ausrechnung eben auf die Weise, wie vorhin (§. 768) geschehen, also:

56 ₰ mit 327 fl. 18 ß 12 ₰

2289	6	½ fl. ⅛ aus 6 ß
18312	12	2 mal 6
11 · 6 Loth 1 Qu. 2⅔		
22 · 12 · 3 · —⅔		
1 · 7 · 3 · 1 7/12		

Antw. 18346 ₰ 27 Loth — Qu. — 7/12 ₰, wie oben (§. 754. N°. 1).

Nämlich, die Ganzen sind mit einander (weil 56 eine componirte Zahl) nach der multiplicirten (§. 739), und die kleinen Sorten nach der addirten Zerstreuung (§. 757) multiplicirt, und beyder Facta addiret worden.

Nota.

dergestalt betrachtet, als sollte es heißen: 327 Ganze + $\frac{2}{3}$ + $\frac{1}{5}$ + [$\frac{1}{5}$ aus $\frac{1}{3}$]. Und eben diese Brüche und Bruchbruche aus Brüchen geben zusammen den einfachen Bruch $\frac{23}{45}$ (§. 429).

§. 770. Eben also würde man auch zu procediren haben, wenn der Multiplicator $327\frac{23}{45}$ wäre, wie folget:

369 ℔ mit $327\frac{23}{45}$

2583	9	$\frac{1}{5}$ aus 45
738.	18	2 mal 9
1107..	1	$\frac{1}{9}$ aus 9
73	19 Schott	$2\frac{1}{5}$ Gr.
147	14	$4\frac{4}{5}$
8	4	$9\frac{3}{5}$

Antw. 120892 ℔ 14 Schott $4\frac{4}{5}$ Gr. wie vorhin.

Nämlich weil das Ganze so viele Theile in sich enthält, als der Nenner anzeiget (§. 48), so zerstreuet man die Einheiten des Zählers auf den Werth eines Ganzen, folgends ist allhier, da der Nenner 45, 9 solcher Theile $= \frac{1}{5}$ aus dem Ganzen, ferner $18 = \frac{2}{5}$, und $1 = \frac{1}{5}$ aus 9. Woraus klar zu ersehen, daß es gleichviel sey, ob man saget: 369 ℔ mit 327 fl. 18 ß 12 ₰; oder: 369 ℔ mit $327\frac{23}{45}$, zu multipliciren, so hat man doch immer die 369 mit $327 + \frac{2}{3} + \frac{2}{5} + [\frac{1}{5}$ aus $\frac{1}{3}]$ zu multipliciren.

§. 771. N. 3. 1 ℔ kostet 18 ß 12 ₰, was 369 ℔? Dieses stehet also:

18 ß 12 ₰ mit 369

6	$\frac{1}{3}$ fl.	$\frac{1}{3}$ aus 6 ß	73 fl. 24 ß
12	2 mal		147 . 18
			8 . 6

Antw. 229 fl. 18 ß.

Nämlich

Nämlich weil allhier das Product gerne so fort in fl. verlanget wird, so zerstreuet die 18 ℔ 12 ₰ in Theile eines Guldens. Uebrigens ist dieser Proceß gleich der Berechnung im §. 761, nur allein, weil in diesem Exempel keine fl. in dem Multiplicando vorhin stehen, so fällt die dortige Multiplication mit 327 Ganzen allhier hinweg, also, daß man allhier nur die Facta partialia von 18 ℔ 12 ₰ suchen, und dieselben addiren darf.

§. 772. Sollte man aber bey diesem Exempel das Product nicht so fort in fl. begehren, so könnte die Ausrechnung also angestellet werden:

18 ℔	12 ₰	mit	369
	6 | ½ ℔		2952
	6 | 16		123
			123

Antw. ℔ 6888, welche ferner zu fl. gemacht, kommen 229 fl. 18 ℔, wie vorhin.

Allhier sind die ℔ nach ihren eigenen Einheiten, und nicht als Theile eines Guldens, angesehen (§. 366), folglich sind die 369 mit 18 Ganzen nach Anzeigung §. 174 multipliciret, und die 12 ₰ in Theile eines Guldens zerstreuet worden; auf welche Weise denn die Antwort in ℔ herauskommet.

§. 773. N°. 4. Das vorige Exempel umgewendet: 1 fl. giebt 369 ₰, was 18 ℔ 12 ₰? Dieses stehet also:

369 ₰			mit	18 ℔	12 ₰
73	19 Sch.	2 ⅖ Gr.		6 | ½ fl.	½ aus 6 ℔
147	14	4 ⅘		12 | 2 mal 6 ℔	
8	4	9 ⅗			

Antw. 229 ₰ 14 Sch. 4 ⅘ Gr.

Dieſer Proceß iſt gleich der Berechnung im §. 768; nur allein, daß die dortige Multiplication mit den 327 ganzen fl. allhier hinweg fällt, und werden die 327 fl. nur mit $\frac{1}{2}+\frac{2}{5}+[\frac{1}{5}$ aus $\frac{1}{2}]$ (§. 769), das iſt ſo viel, als mit $\frac{2}{1}\frac{9}{0}$ (§. 770) multiplicinet.

§. 774. N°. 5. 18ℳ giebt 19 Schott 6 Gr., was 18ℳ 12ß? Dieſes ſtehet alſo:

19 Schott 6 Gr. mit 18ℳ 12ß

3	10 $\frac{4}{7}$	8 $\frac{1}{2}$ fl.	$\frac{1}{2}$ aus 6 ℳ
7	9 $\frac{1}{7}$	12 2 mal 6ℳ	
—	5 $\frac{1}{7}$		

Antw. 12 Schott 1 $\frac{1}{7}$ Gr.

Es iſt dieſer Proceß nichts anders, als der nächſt vorige, indem bey beyden der Multiplicandus in 5 dividiret, und das kommende mit 2 multipliciret, auch in 9 dividiret wird; außer allein, daß im vorigen Exempel der Multiplicandus aus ganzen ℳ, in dieſem aber aus Schott und Gr. beſtehet.

§. 775. N°. 6. Das nächſt vorige Exempel umgekehrt: 18ℳ 12ß koſtet wie viel aus 19 Schott 6 Gr.?

Alſo: 18ℳ 12ß mit 19 Schott 6 Gr.

9	6	12 $\frac{1}{2}$ ℳ	$\frac{1}{2}$ aus 1 Schott
4	12	6 $\frac{1}{2}$ aus 12	
—	14	1 $\frac{1}{6}$ aus 6	
—	7		

Antw. 15ℳ 3ß

Dieſer Proceß iſt gleich dem nächſt vorigen, indem bey beyden nur des Multiplicatoris kleine Sorten zerſtreuet, und die Partes aus dem Multiplicando geſuchet werden.

§. 776.

§. 776. Aber ihr könnet die Solution dieſes Exempels kürzer als vorhin verrichten, alſo:

18ℳ 12ß mit 19 Schott 6 Gr.

9	6	1	½ ℳ
4	19	6	½ aus 12
4	23	1 6	¼ aus 6

Antw. 158ℳ 3ß

Allhier iſt in der Zerſtreuung das 1 Schott und die 6 Gr. das iſt 1½ Schott, zuſammen für einen Partem, als ½ aus 6 Schott genommen worden. Welches deswegen wohl zu mekken iſt, weil man auf ſolche Weiſe öfters einen Vortheil erlangen kann.

§. 777. N°. 7. 1ſt. giebt 369 ℔, 19 Schott 6 Gr. was 18ℳ 12ß. Dieſes ſtehet alſo:

369 ℔ 19 Schott 6 Gr. mit 18ℳ 12ß

73	23	1 ⅕	6 ⅕
147	22	2 ⅖	12 zmal 6
8	5	2 ⅘	

Antw. 230 ℔ 2 Schott 6 ⅕ Gr.

Wenn ihr dieſe Solution und Antwort gegen die obigen Solutiones in §. 773 und 774 haltet, ſo könnet ihr klar ſehen, daß dieſe 3 Exempel einen gleichen Proceß haben, und weil der Multiplicandus im §. 773 nur 369 ℔, im §. 774 nur 19 Schott 6 Gr., allhier aber beyde zuſammen, nämlich 369 ℔ 19 Schott 6 Gr. in ſich enthält, daß die Antwort allhier die Summe von jenen beyden Antworten ſey. Denn wenn ihr die Antwort 229 ℔ 14 Schott 4⅘ Gr., und die Antwort 12 Schott 1⅕ Gr. zuſammen addiret, ſo kommt die hieſige Antwort 230 ℔ 2 Schott 6⅕ Gr.

§. 778. N°. 8. Das nächst vorige Exempel umgekehrt: 1 ℔ kostet 18 ß 12 ₰, was 369 ℔ 19 Schott 6 Gr.? Also:

18 ß 12 ₰ mit 369 ℔ 19 Schott 6 Gr.

6 | ½ fl. | ½ aus 6 ß
12 | 2 mal 6

73 fl.	24 ß	12 ₰	½ ℔
147	18	6	½ aus 12
8	6	1.6	¼ aus 6
		9	6 ₰
		4	12
		1	3

Antw. 130 3 3

Wenn ihr diese Solution und die obigen Solutiones im §. 771 und 776. gegen einander haltet, so könnet ihr klar ersehen, daß allhier die 18 ß 12 ₰ erstlich mit den 369 Ganzen, nach Anzeigung §. 771, hernach ins besondere mit den 19 Schott 6 Gr. nach Anzeigung §. 776, multipliciret, und beyde Facta partialia endlich auf einmal addiret worden.

§. 779. N°. 9. 1 ℔ kostet 327 fl. 18 ß 12 ₰, was 369 ℔ 19 Schott 6 Gr.? Dieses stehet also:

327 fl. 18 ß 12 ₰ mit 369 ℔ 19 Schott 6 Gr.

6 | ½ fl. | ½ aus 6 ß
12 | 2 mal 6

2583
738
107

73	24 ß	
147	18	
8	6	
163	24	6 ₰
81	27	3
20	14	5½

Antw. 121158 fl. 23 ß 14½ ₰

Allhier

Allhier sind die 327 fl. 18 ßr 12 ₰ erstlich mit 369, wie im §. 761 geschehen, multipliciret, welche Multiplication die ersten 6 Facta partialia abgeben: Hernach sind abermal die 327 fl. 18 ßr 12 ₰ ins besondere auch mit 19 Schott 6 Gr. multipliciret, welche Multiplication dem Proceß nach gleich ist der Solution in §. 777, allwo ebenfalls Ganze nebst verschiedenen kleinen Sorten, mit kleinen Sorten multipliciret worden, außer allein, daß allda die Facta partialia unter den Multiplicandum; allhier aber unter die vorhin gefundenen 6 Facta partiata sind, um selbige alle zugleich für eines addiren zu können, gesetzet worden. Demnach enthält die Summe aller Factorum partialium die 327 fl. 18 ßr 12 ₰, 369 mal und 19 Schott 6 Gr. mal in sich, das ist deutlicher zu reden (§. 769) $369 + \frac{1}{2} + [\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{2}] + [\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{2}]$ mal; oder wenn ihr alle diese Brüche zusammen nehmet (§. 429) $369\frac{7}{8}$ mal. Gleichergestalt würdet ihr auch zu procediren haben, wenn dieses Exempel heißen sollte: 327 fl. 18 ßr 12 ₰ mit $369\frac{7}{8}$ zu multipliciren, wie oben (§. 770) hiervon bereits Anzeigung geschehen.

§. 780. N°. 10. Das vorige Exempel umgekehrt: 1 fl. gilt 369 ₰ 19 Schott 6 Gr., was 327 fl. 18 ßr 12 ₰?

369 ₰ 19 Schott 6 Gr. mit 327 fl. 18 ßr 12 ₰

2583	12	$\frac{1}{2}$ ₰	
738	6	$\frac{1}{2}$ aus 12	
1107	1,6	$\frac{1}{4}$ aus 6	
163	12	Schott	
81	18		
20	10	6 Gr.	
73	23	$1\frac{1}{5}$	
147	22	$2\frac{2}{5}$	
8	5	$2\frac{2}{5}$	
121158	19	$\frac{4}{5}$	

6	$\frac{1}{2}$ fl.	$\frac{1}{2}$ aus 6 ßr
12	2	6

Allhier

Allhier sind die 369 ℔. 19 Schott 6 Gr. erstlich mit 327 multipliciret, welche Multiplication dem Proceß nach gleich ist der Solution im §. 763, allwo eine mehrerley namige Zahl mit einer ganzen Zahl multipliciret worden; und diese Multiplication giebt die erstern 6 Facta partialia: Hernach sind abermal die 369 ℔. 19 Schott 6 Gr. ins besondere mit 18 ℔. 12 ℔. multipliciret, eben auf die Weise (nämlich dem Proceß nach), wie im §. 777 geschehen; und endlich alle gefundene Facta partialia insgesamt addiret worden.

§. 781. Die erstern 7 Exempel (§. 758) haben keine Schwierigkeit. Denn obgleich in den Exempeln N. 5 6 und 7 beyde Factores kleine Sorten in sich enthalten, so werden doch nur des Multiplicatoris kleine Sorten allein zerstreuet. Hingegen bey den letztern 3 Exempeln, in welchen der Multiplicator aus Ganzen nebst kleinen Sorten oder Theilen, und der Multiplicandus ebenfalls aus verschiedenen Sorten bestehet, da pflegen die Anfänger zu stutzen, weil in selbigen so wol des Multiplicandi als des Multiplicatoris kleine Sorten zerstreuet werden. Allein wenn ihr dasjenige, so ich bey diesen Exempeln (§. 778. 779. 780) geschrieben, gründlich betrachtet, so fällt solche vermeynte Schwierigkeit und besorgende Confusion von sich selbst hinweg. Inmaßen ihr jederzeit nur merken dürfet, unter wessen Factoris Namen die Antwort begehret wird, und so ihr dieses wisset, so multipliciret allezeit eben denselben Factorem erstlich mit des andern Factoris Ganzen (gleichsam als sollte dieser einig und allein nur aus solchen Ganzen bestehen), und zwar entweder nach itzt beschriebener addirten Zerstreuung, oder sonst, wenn es füglich geschehen kann, auch nach einer andern Art von den vorhin gezeigten Manieren;

alsdenn

alsdenn ins besondere auch mit desselben kleinen Sorten oder Theilen, und addiret endlich alle gefundene Facta partialia zusammen.

§. 784. Wer demnach diese angeführten Exempel nebst ihren Solutionibus, und alles dasjenige, was von §. 757 bis hierher angemerket worden, wohl verstanden, dem wird es hoffentlich ein leichtes seyn, sich in alle vorkommende Fälle von dergleichen Rechnungen, wohl zu schicken; jedoch einiger kleinen Anmerkungen wegen, habe noch folgende Exempel fürstellen wollen.

N°. 1. Wenn das Exempel im §. 779 heißen sollte: 1℔ kostet 327 fl. 18 ß 12 ₰, was 9 ℔ 19 Schott 6 Gr.? so würde die Ausrechnung also kommen:

327 fl. 18 ß 12 ₰ mit 9 ℔ 19 Schott 6 Gr.

2948	18	—	12	½ ℔
163	24	6	6	¼ aus 12
81	27	3	1 6	¼ aus 6
20	14	5½		
Antw. 3214	23	14½		

Nämlich, wenn ihr absonderlich auf dasjenige Achtung habt, das ich vorhin (§. 781) gemeldet, so bestehet dieses Exempel gleichsam aus 2 besondern Exempeln, in welchen die 327 fl. 18 ß 12 ₰ einmal mit 9, und das andereinal mit 19 Schott 6 Gr., zu multipliciren sind. Indessen ist die erstere Multiplication mit der einzelnen Ziffer 9, nach Anzeigung §. 467 N°. 7, leicht zu verrichten (§. 468), derowegen hat man auch nicht nöthig, die kleinen Sorten des Multiplicandi zu zerstreuen, und verrichtet man solche Multiplication eben nach solcher gedachten Art (§. 467), so kommet auf einmal das Factum

etum partiale von 9 ℔. Ferner ist die andere Multiplication mit den 19 Schott 6 Gr. wie auch der übrige Proceß ganz gleich der geschehenen Berechnung im §. 779. N°. 2. So aber dieses Exempel umgekehrt wäre, als: 1 fl. giebt 9 ℔ 19 Schott 6 Gr., was 327 fl. 18 ß 12 ₰? so müßte die Berechnung, wie oben im §. 780 angestellet, und also beyde Factores zerstreuet werden, indem die 9 ℔ 19 Schott 6 Gr. mit der großen Zahl 327 Ganze nach der Manier §. 467 unbequem zu verrichten ist (§. 468). Und kommet demnach die Auflösung, als folget:

9 ℔ 19 Schott 6 Gr. mit 327 fl. 18 ß 12 ₰

12 | ½ ℔
6 | ½ aus 12
1/6 | ¼ aus 6

2943
163 = 12 Schott
81 = 18
20 = 10 = 6 Gr.
1 = 23 = 1⅓
3 = 22 = 2⅔
= 5 = 2⅔

6/12 | ⅓ fl. 2 × 6 | ⅓ aus 6 ß

Antw. ℔ 3214 = 19 = ⅔ Gr.

Nota. Daß die Facta partialia allhier unter den Multiplicatorem, und nicht unter den Multiplicandum, wie oben im §. 780, geschrieben worden, solches ist bloß aus dieser Veranlassung geschehen, weil man gewohnet ist, lieber den kleinern Factorem 9, als den größern 327 für den Multiplicatorem anzunehmen, wenn diese 2 Zahlen mit einander multipliciret werden (§. 149). Wenn ihr aber dasjenige merket, so oben §. 156 und §. 167 N°. 3) erwehnet worden, so dürfet ihr euch auch hier an keinen Satz oder Ort binden, und kann demnach die vorige Berechnung auch unter den Multiplicandum, als folget, gestellet werden.

9 ℔ 19 Sch. 6 Gr. mit 327 fl. 18 ß 12 ₰

2943 | 12 | ½ ℔ | 6 | ½ fl. | ½ aus 6 ß
163·12 Sch. | 6 | ½ aus 12 | 12 | 2 × 6
81·18 | 1/6 | ½ aus 6
20·10·6 Gr.
1·23·1 ½
3·22·2 ⅖
— 5·2 ⅘

3214·19 — ⅘

Auf solche Weise dürfet ihr bey dergleichen Rechnungen nur auf den Raum sehen, und dahin dieselbe schreiben, wo euch der Platz am bequemsten zu seyn dünket.

N°. 3. 1 fl. giebt 56 ₰, was 327 fl. 18 ß 12 ₰?

Allhier habt ihr die Weitläuftigkeit, so oben (§. 754 N°. 1) angewiesen worden, nicht nöthig, und kommet die Ausrechnung eben auf die Weise, wie vorhin (§. 768) geschehen, also:

56 ₰ mit 327 fl. 18 ß 12 ₰

2289 | 6 | ½ fl. | ½ aus 6 ß
18312 | 12 | 2 mal 6
11 = 6 Loth 1 Qu. 2 ⅖
22 = 12 = 3 = — ⅘
1 = 7 = 3 = 1 7/45

Antw. 18346 ₰ 27 Loth — Qu. — 7/45 ₰, wie oben (§. 754. N°. 1).

Nämlich, die Ganzen sind mit einander (weil 56 eine componirte Zahl) nach der multiplicirten (§. 739), und die kleinen Sorten nach der addirten Zerstreuung (§. 757) multiplicirt, und beyder Facta addiret worden.

Nota.

Nota. Bey diesem und dergleichen Exempel, da die ganze Zahl 327 mit 56 zu multipliciren, will der Vortheil der multiplicirten Zerstreuung nichts zu sagen haben, weil doch die Facta partialia ohnedem addiret werden müssen: Und kommt die Ausrechnung eben so kurz, wenn auch mit 56 nach gemeiner Art multiplicirt wird, als folget:

56 ℔ mit 327 fl. 18 ß 12 ₰

1962	6	½ fl.	½ aus 6 ß
1635.	12	2 mal 6	
11 · 6		Loth 1 Qu. 2	¾ ₰
22 · 12		· 3 ·	— ¾
1 · 7 ·		3 ·	1 7/15

Antw. ℔ 18346 · 27 · — · — 1 6/15 wie vorhin.

N°. 4.

1 ℔ kostet 327 fl. 18 ß 12 ₰, was 56 ℔ 10 Loth 2 Qu.?

Also: 2293 · 10 · 12

18346 · 25 · 6	7	8	½ ℔ ½ aus 12
81 · 27 · 3	8	20	½ aus 8
20 · 14 · ½ ¼			
5 · 3 · 10 1/8			

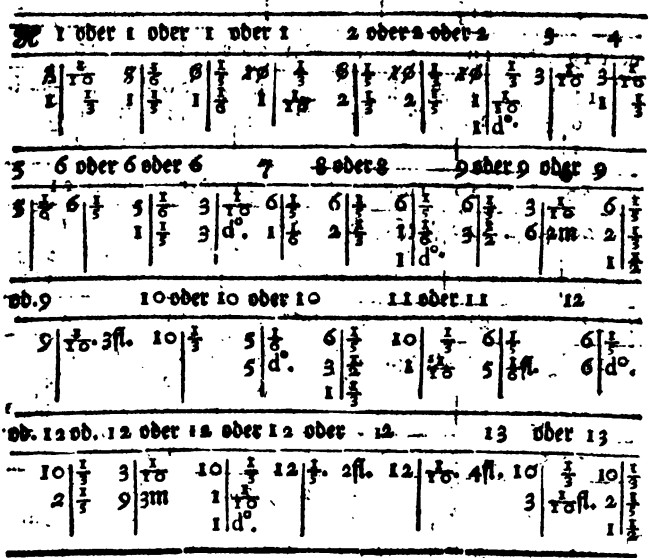
Antw. 18454 fl. 10 ß 6 1/8 ₰

Nämlich die erste Multiplication, da die 327 fl. 18 ß 12 ₰ mit 56 multipliciret werden, geschiehet allhier lieber durch die multiplicirte Zerstreuung (§. 744 N°. 1), auf welche Weise die 18 ß 12 ₰ ohne Zerstreuung multipliciret werden können; die andere Multiplication aber von 327 fl. 18 ß 12 ₰, mit 10 Loth 2 Qu. nach der addirten Zerstreuung (§. 757).

§. 783.

§. 781. Mehrere Exempel hiervon sollen hernach in der Regel Detri, allwo sich dergleichen Rechnungen ohne dem besser erklären lassen (§. 463), beygebracht werden. Nur dieses ist noch zu erinnern, daß diejenigen, welche in dieser Art Zerstreuung sich habil und läufig zu machen gedenken, die kleinen Sorten, absonderlich in welchen ihnen öfters Rechnungen zu handen kommen, unterweilen betrachten, und die Weise nachsinnen müssen, wie jede Anzahl derselben aus einer gröſsern Sorte bequem zu nehmen, oder in geschickte Partes zu zerstreuen. Ein Exempel von solcher Betrachtung, will ich den Anfängern zu gut in folgender Tabelle vor Augen legen, welche auf die Preuſsischen ℳ, deren 30 auf 1 fl. gehen, gestellet worden. Und wenn man sich in dieser Tabelle geübet, so ist es ein geringes, auch alle andere kleinen Sorten der Münzen, Maaſse und Gewichte auf dergleichen Art zu zerstreuen.

Tabelle über die Zerstreuung der ℳ auf Theile eines auch etlicher Gulden, wie auch auf Theile aus Theilen.



od. 13 oder 13 oder 13 — 14 oder 14 oder 14 oder 14

6	1/5	a3	1/10	5	1/10	10	1/5	6	1/5	10	1/5	12	1/5	2fl.					
6	d°.	9	3m	6	1/5fl.	2	1/5	6	d°.	3	1/10fl.	2	1/5						
1	1/5	1	1/5a	2	1/5	2	d°.	2	1/5	1	1/5								

15 oder 15 oder 15 oder 15 oder 15 — 16 oder 16

15	1/5	10	1/5	3	1/10	a10	1/5	12	1/5	2fl.	10	1/5	a3	1/10					
		5	1/5	12	4m	3	1/10fl.	3	1/4		5	1/5	12	4m					
						2	1/5a				1	1/5	1	1/5a					

od. 16 — 17 oder 17 oder 17 oder 17 — 18 oder 18

12	1/5	2fl.	a10	1/5	10	1/5	6	1/5	12	1/5	2fl.	15	1/5	6	1/5				
4	1/5		5	1/5	6	1/5fl.	6	d°.	5	1/5fl.		3	1/5	12	2m				
			2	1/5a	1	1/5	5	1/5fl.											

od. 18 oder 18 oder 18 oder 18 — 19 oder 19

12	1/5	2fl.	10	1/5	18	1/5	3fl.	18	1/10	6fl.	15	1/5	a6	1/5					
6	1/5		6	1/5fl.							3	1/5	12	2m					
			2	1/5							1	1/5	1	1/5a					

oder 19 oder 19 — 20 oder 20 oder 20 oder 20

12	1/5	2fl.	9	1/10	3fl.	10	1/5	15	1/5	a6	1/5	12	1/5	2fl.					
6	1/5		10	1/5	d°.	10	d°.	5	1/5	12	2m	6	1/5						
1	1/5									2	1/5a	2	1/5						

oder 20 oder 20 oder 20 — 21 oder 21 oder 21

20	1/5	2fl.	20	1/5	4fl.	20	1/5	6fl.	15	1/5	3	1/10	15	1/5					
									6	1/5fl.	18	6m	5	1/5					
													1	1/5					

od. 21 oder 21 — 22 oder 22 oder 22 — 23

12	1/5	2fl.	21	1/10	2fl.	15	1/5	a3	1/10	20	1/5	2fl.	a15	1/5					
6	1/5					6	1/5fl.	18	6m	2	1/10		5	1/5					
3	1/5					1	1/5	1	1/5a				3	1/5a					

oder 23 oder 23 oder 23 oder 23 — 24 oder 24

15	1/5	3	1/10	6	1/5	20	1/5	2fl.	3	1/10	6	1/5							
6	1/5fl.	18	6m	12	2m	2	1/10		21	7m	18	3m							
2	1/5	2	1/5	5	1/5fl.	1	1/5												

oder 24		oder 24		oder 24		oder 24						oder 25		oder 25	
15	1/2	20	1/3 2 fl.	24	1/3 4 fl.	24	1/10 8 fl.	15	1/2	3	1/10				
6	1/3 fl.	4	1/5					10	1/3 fl.	21	7m				
3	1/2									1	1/5 a				
oder 25		oder 25				26	oder 26	oder 26		oder 26					
5	1/5	25	1/5 5 fl.	15	1/2	26	1/3	10	1/3	25	1/5				
20	4m			10	4m	18	3m	10	d°	90	4m				
				1	1/5 a	2	1/3 a	6	1/3 fl.	1	1/5 a				
od. 26		oder 26		27		oder 27		oder 27		oder 27					
15	1/2	20	1/3 2 fl.	3	1/10	5	1/6	15	1/2	27	1/10 9 fl.				
5	1/3	6	1/5 fl.	24	8m	20	4m	6	1/3 fl.						
6	1/3 fl.					2	1/10	6	d°						
28		oder 28		oder 28		oder 28		oder 28							
a 15	1/2	a 3	1/10	5	1/6	6	1/2	18	1/3 3 fl.	6	1/5				
10	1/3 fl.	24	8m	20	4m	12	2m	10	1/3 fl.	18	3m				
3	1/3 a	1	1/3 a	3	1/10 fl.	10	1/3 fl.			5	1/6 fl.				
oder 29		oder 29		oder 29											
3	1/10	5	1/6	24	1/3 4 fl.										
21	7m	20	4m	5	1/6 fl.										
5	1/6 fl.	4	1/5												

Ich könnte allhier noch mehr Zerstreuungsarten deutlich gemachet haben, wenn mich so oft der Partium aus 3, 4 oder 5 fl. ꝛc. als aus 2 fl. hätte bedienen wollen. Allein ich begnüge mich an diesen, woraus die andern Arten von selbsten gefunden werden können. Die Erklärung oder der Gebrauch dieser Tabelle aber lieget in nachfolgenden 7 Punkten, welche nicht minder auch fernerhin bey meinen Ausrechnungen zu beobachten sind.

I. Jeder erster Bruch, der immediate unter der Anzahl gg hinter der Perpendicularlinie, oder auch jeder Bruch, bey welchem fl. stehet, beziehet sich auf einen einzigen fl., das ist auf den einfachen.

II. Wo aber bey einem Bruche 2, 3 oder 4 fl. ꝛc. stehen, solcher beziehet sich auf eben so viele fl., und bedienet man sich derselben in

ſolchem Falle, da das 2, 3 oder 4fache ꝛc. vorhin ſchon gefunden worden.

III. Die andern Brüche, bey denen nichts ſtehet, beziehen ſich allezeit auf den nächſt vorhergehenden Theil.

IV. Und diejenigen Brüche, bey welchen ein a ſtehet, beziehen ſich auf einen andern vorhergehenden Theil, der deswegen ebenfalls mit a bemerket iſt.

Derowegen wenn man das Factum von ſo vielen ℔, als neben einem ſolchen Bruche zur Rechten der Perpendicularlinie ſtehen, haben will, ſo dividiret man im gedachten erſten Falle das Einfache; im andern das vorhin gefundene 2, 3 oder 4fache ꝛc.; im dritten das nächſt vorhergehende; und im vierten dasjenige Factum partiale, welches aus dem mit a connectirten Theile gefunden worden, allezeit in des Bruchs Nenner, ſo erlanget man, was begehret wird.

V. Wo aber hinter der Perpendicularlinie eine ganze Zahl mit m bezeichnet ſtehet, ſolche bedeutet aufſteigende Theile. Z. E. 2m bedeutet 2mal; 3 m bedeutet 3mal, u. ſ. w. und beziehet ſich auf den nächſt vorhergehenden Theil. Derowegen wenn man das Factum von ſo vielen ℔, als neben einer ſolchen mit m bezeichneten Zahl zur rechten der Perpendicularlinie ſtehen, verlanget, ſo multipliciret man das vorhergehende Factum mit eben ſo viel, als ſolche gedachte Zahl Unitäten hat.

VI. Wo hinter der Perpendicularline d° ſtehet, heißet dito, und bedeutet eben daſſelbe Factum, welches nächſtvorher gefunden worden, alſo, daß man in der Berechnung bey dergleichen Fällen das vorhergehende Factum nur noch einmal hinſchreiben darf. Endlich

VII. die Theile, welche durchſtrichen ſind, ſelbige bedeuten nur Hülfzahlen (§. 767).

Wobey jedoch zu merken, daß ich die ℔ mit Fleiß nicht nur auf die kürzeſte, ſondern auch auf andere verſchiedene Arten zerſtreuet habe, weil öfters wegen der nachfolgenden noch kleinern Sorten (z. E. der ℌ.) bald dieſe und bald eine andere Art Zerſtreuung bequemer iſt (§. 765 und 766).

§. 784. Aus voriger Tabelle iſt zugleich klar zu erſehen, daß dieſe Art der addirten Zerſtreuung bey allerhand Anzahlen der ℔ von 1 bis 29 ℔, anzubringen ſey. Und gleiche Bewandniß hat es faſt mit allen andern Münzen, Maaßen oder Gewichten.

Denn

Denn da beynahe alle gröſſeren Sorten in eine geſchickte Anzahl kleinere Sorten gemeiniglich eingetheilet ſind (§. 540), ſo können aus jenen auch geſchickte Theile (§. 538) auf die Weiſe, wie in vorriger Tabelle gezeiget, genommen werden.

§. 785. Hingegen habe ich oben in der Aufgabe ſelbſt (§. 757) von den Brüchen mit Fleiß nur in gewiſſen Fällen geſaget, weil die Nenner öfters Primzahlen ſind, welche außer 1 keine Partes aliquotas haben, (§. 531), in welchem Falle, und zwar inſonderheit, wenn er gröſſer als 11 iſt, (weil $\frac{1}{11}$, nach folgendem §. 801, noch wohl leichtlich zu nehmen iſt) ſolche addirte Zerſtreuung des Zählers auf den Nenner, wie vorhin (§. 770) angewieſen, nicht ſo leicht und mit Vortheil angebracht werden kann. Als z. E. die Brüche $\frac{4}{79}$, $\frac{63}{131}$, oder $\frac{55}{137}$ ꝛc. laſſen ſich nicht füglich zerſtreuen, weil aus 79 kein anderer geſchickter Theil, als nur $\frac{1}{79}$ zu nehmen (§. 539), welcher ein ſolcher Pars iſt, deſſen Factum ohne beſondere weitläuftige Diviſion in 79 nicht ſo geſchwinde gefunden werden kann. Und gleiche Beſchaffenheit hat es mit den Nennern 131 oder 137 ꝛc.

§. 786. Ohnerachtet aber, daß dieſe addirte Zerſtreuung bey allerhand Anzahlen kleiner Sorten angebracht werden kann (§. 784), ſo geſchiehet es doch nicht allezeit mit Vortheil, wie ſolches klar aus dem angeführten Exempel (§. 759) zu erſehen, welches Exempel oben im §. 751. N°. 1. A weit kürzer und leichter ſolviret worden. Ja es fällt dieſe Multiplicationsart inſonderheit, wenn der Multiplicator (§. 143), oder deutlicher zu reden, C in einem Exempel der Regel Detri (§. 365) allerhand verſchiedene kleine Sorten in ſich enthält, und die Antwort gleichwohl ganz punktuel begehret wird, um ſo viel beſchwer- und verdrüßlicher, je mehr Partes ſolche kleinen Sorten in ihrer Zerſtreuung enthalten, indem ſolchergeſtalt die Brüche durch das vielfältige Dividiren öfters ſtark anwachſen (§. 505), und über dieſes auch die nachmalige Addition der Factorum partialium; wegen der ungleich namigen Brüche, öfters nicht ohne Weitläuftigkeit geſchehen kann.

Z. E. will ich setzen

1 fl. giebt 13 ℔ 9 Loth 3 Qu. was 47 fl. 23 ℋ 16 ℞?

8 | ¼ | 2 | ½ | 141 | 115 | ½ | 9 | ½
1 | ⅛ | 1 | ¼ | 11 24 ℒ. | 5 | ⅓ | 6 | ⅓
| | | | | | 3 | ⅓ | 1 | ⅙

= 23 2 Qu.
= 11 3

6 26 3 2 ℋ | 135
2 6 3 3 | ⅓ | 45
1 10 2 1 | ⅕ | 27
— 7 — 1 | 8/15 | 72
— 4 2 3 | 3/45 | 93
— 3 — 2/135 | 83

Antw. ℔ 635 29 1 — 19/45 | 3206 d. i. 2 19/131

Allhier sind die 13 ℔ 9 Loth 3 Qu. erstlich mit der ganzen Zahl 47, hernach mit den kleinern Sorten 23 ℋ 16 ℞ multipliciret, und endlich alle Facta partialia addiret worden. Nun hat zwar die erstere Multiplication keine sonderliche Schwierigkeit, weil deren Facta abermahlich kleinere Theile als Qu. bringen können (§. 503): Hingegen fällt die andere Multiplication wegen der Brüche desto verdrüßlicher. Und in der That kann dieses Exempel, wenn man C und A nach der gemeinen Art (§. 501) zu lauter ℞ machet, weit leichter und bequemer solviret werden, nämlich also:

1 fl. giebt 13 ℔ 9 Loth 3 Qu. was 47 fl. 23 ℋ 16 ℞?

640 ℞

8 | ¼ | 2 | ½ | 1433 | 30
1 | ⅛ | 1 | ¼ | 11464 | 18

25810 ℞
77430
6452 · 16 Loth
806 · 18
403 · 9
201 · 20 · 2 Qu.

℔ 343393 · 31 · 2

Dieses

Dieſes Product in 540 (wie hernach im §. 802 ſonderlich N°. 6 zu erſehen) dividiret, kommt die Antwort wie vorhin 635 ℔ 29 Loth 1 Qu. — $\frac{1}{27}$ ℔. Denn auf ſolche Weiſe werden die kleineren Sorten aus C hinweggeſchafft, und heißt die Aufgabe: 540 ℔ geben 13 ℔ 9 Loth 3 Qu. was 25810 ℔? Oder auch (§. 363): 540 fl. geben 13 ℔ 9 Loth 3 Qu., was 25810 fl? Folgends hat man die 13 ℔ 9 Loth 3 Qu. nur mit der ganzen Zahl 25810 zu multipliciren, welche in der Multiplication keine Brüche bringen können (§. 503).

§. 787. Jedoch iſt dieſes nur mit der Condition zu verſtehen, im Falle die Antwort ganz punktuel geſuchet wird (wie dieſes vorhin ſchon im §. 786 mit Fleiß conditioniret habe): Sonſt aber in der Praxi, in welcher die allzu genaue Schärfe ſo wenig nützet, als wenig geachtet wird (§. 229), iſt die mehrgedachte addirte Zerſtreuung nicht nur wegen der Kürze, ſondern auch der Leichtigkeit wegen ohnſtreitig der gemeinen Art vorzuziehen, weil man die bey den kleinſten Sorten kommenden Brüche entweder gar fahren laſſen, oder nur in circa ſetzen kann, welchergeſtalt denn die Diviſiones in einzelne Ziffern, nach Anzeigung §. 491 um ſo viel leichter und geſchwinder von ſtatten gehen. Zu dieſem Ende habe allhier nachfolgende Aufgabe fürſtellen wollen.

Die 102. Aufgabe.

§. 788. Wie die gedachte 3te Art der addirten Zerſtreuung (§. 757) in der Praxi oder ſonſt wenn keine mathematiſche Schärfe geſuchet wird, weit leichter und kürzer, als vorhin gezeiget, anzubringen, und die Antwort obwohl in circa, dennoch ſo nahe, als es immer verlanget wird, auszufinden.

Nach dem gemeinen Gebrauch dürfet ihr euch nur der erwehnten Manier, im §. 229 bedienen, und alſo dasjenige, was unter eine halbe Unität von der kleinſten Sorte

ist, fahren lassen; hingegen, wenn es $\frac{1}{2}$ oder darüber ist, dem Quotienten eine ganze Unität beylegen. Welchem nach die Solution des vorigen Exempels (§. 786) also zu stehen kommt:

1 fl. = 13 ß 9 ₰ 3 Qu. = 47 fl. 23 ß 16 ℞?

8	$\frac{1}{4}$	2	$\frac{1}{4}$	141		a15	$\frac{1}{2}$	9	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{8}$	1	$\frac{1}{4}$	11 = 24 Loth		5	$\frac{1}{2}$	6	$\frac{1}{3}$ b
				1 = 15 =		b3	$\frac{1}{2}$ a	1	$\frac{1}{6}$
				— = 23 = 2 Qu.					
				— = 11 = 3					
				6 = 20 = 3 = 2 ℞					
				2 = 6 = 3 = 3 A					
				1 = 10 = 2 = 1 B					
				— = 7 = — = 2 C					
				— = 4 = 2 = 4 D					
				— = — = 3 = 1 E					

Antw. ß 6 35 = 29 = 1 = 1

Nämlich den restirenden ℞ bey A lasset fahren, denn der Quotient ist kein $\frac{1}{2}$; desgleichen das $\frac{1}{3}$ bey B. Hingegen, weil bey C der Quotient aus 9 ℞ 1 $\frac{1}{2}$ ist, so setzet 2 davor; aus gleicher Ursache sey bey D an statt $\frac{1}{4}$; und bey E an statt $\frac{1}{6}$ jedesmal 1 ℞ mehr.

Es differiret also dieses Facit von dem punktuellen Facit nur um $\frac{1}{2}\frac{7}{7}$ ℞; allein es kann nach dieser Manier öfters auch 1 oder etliche ℞ differiren; Derowegen, wenn es noch genauer, und insonderheit so genau begehret wird, daß es keinen ganzen ℞ differiren soll, da ist die allerbequemste Methode, daß man die Reste bey den kleinsten Sorten zu Decimalthe[illegible]len mache (§. 230); jedoch ist es bey dergleichen Exempeln genug, wenn sie, nämlich

nämlich die Reſte nur zu totel gemacht werden. Uebrigens könnet ihr auf die Weiſe, wie vorhin gedacht, alles was unter $\frac{1}{2}$ Zehentel, fahren laſſen, hingegen wenn es $\frac{1}{2}$ oder darüber, ein ganz Zehentel dem Quoto beylegen.

Solchergeſtalt kommt die angeführte Solution, wie folget zu ſtehen:

1 fl. = 13 ℔ 9 loth 3 Qu. = 47 fl. 23 ℔ 16 ℛ ?

8	$\frac{1}{4}$	2	$\frac{1}{2}$	141	a 15	$\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{5}$
1	$\frac{1}{8}$	1	$\frac{1}{3}$	11 = 24 ℒ.	5	$\frac{1}{3}$	6 $\frac{1}{5}$ b
				1 = 15	b 3	$\frac{1}{3}$ a	1 $\frac{1}{6}$
				— = 23 = 2 Qu.			
				— = 11 = 3			

6	20	3	2 ℛ	1 totel
2	6	3	3	3 A
1	10	2	1	2
—	7	—	1	5 B
—	4	2	3	7 C
—	—	3	—	6 D

Antw. ℔ 35 = 29 = 1 = — = $\frac{3}{10}$

Nämlich das reſtirende 1 bey A und D, wie auch die reſtirende 2 bey B laſſet fahren. Hingegen ſetzet bey C 1 mehr.

Dieſes Facit nun differiret von dem punctuellen Facit nur um $\frac{1}{170}$ ℛ, welches weniger iſt, als vorhin $\frac{1}{17}$ ℛ. Auf ſolche Weiſe könnet ihr das Facit ſo nahe, als ihr es verlanget, finden, wenn ihr die Reſte zu 100tel oder 1000tel ꝛc. machen wollet, wie ſolches unten an ſeinem Orte mit mehrern ausgeführet werden ſoll.

§. 789. Bey den Exempeln der Regel Detri, in welchen A mehr als 1 iſt, und alſo das Product aus B mit C hernach in A dividiret wird, muß das verlangte Facit,

wenn man die Multiplication von B mit C, wie vorhin gezeiget, schon in circa verrichtet, desto weniger von dem accuraten Facit differiren, je größer A ist. Denn wenn das Product von B mit C z. E. um 1 differiret, und A oder der Divisor zu solchem Product ist 100, so wird der Quotient nur auf $\frac{1}{100}$ differiren, ist aber A 1000, so wird der Quotient nur auf $\frac{1}{1000}$ differiren können, u. s. w. welches in der Praxi deswegen wohl zu merken ist, damit man daraus sehen möge, wie nahe die Facta der Multiplication genommen werden müssen, wenn man nicht zu weit vom Ziele schießen will. Wovon hernach in der Regel Detri ein mehrers. Vorietzo aber will ich zum Beschluß der Multiplication, wegen der Brüche nur noch folgende Aufgabe vortragen.

Die 103. Aufgabe.

§. 790. Einen Bruch mit einer ganzen Zahl, welche mit des Bruchs Nenner ein gemeines Maaß hat, mit Vortheil zu multipliciren.

I. Kleinert den Nenner gegen die ganze Zahl in das gemeine Maaß.

II. Multipliciret den Zähler mit der gekleinerten ganzen Zahl, und

III. dividiret das komende in den gekleinerten Nenner.

Z. E. $\frac{5}{54}$ mit 24 zu multipliciren, so kleinert die 54 gegen 24 in 6, kommen 9 und 4. Folgends multipliciret die 19 mit 4, und dividiret das Product 76 in 9, kommt die begehrte Antwort $8\frac{4}{9}$.

Beweis.

Vermöge obiger Lehre (§. 442) müßte man den Zähler des

des Bruchs mit der ganzen Zahl multipliciren, und das Product in den gegebenen Nenner dividiren. Wenn nun der Nenner mit der gegebenen ganzen Zahl ein gemeines Maaß hat, so wird das gedachte Product ebenfalls in solches Maaß theilbar seyn müssen (§. 544). Folgends würde man solches Product als Dividendum, gegen den Nenner als Divisorem, in solches Maaß kleinern können (§. 293). Derowegen thut man ja besser, wenn man solches Kleinern gleich anfangs verrichtet (denn solchergestalt kommt das Product sofort im kleinsten, wie oben §. 278 schon gemeldet), und solches in den gekleinerten Nenner oder Divisorem dividiret.

§. 791. Wenn demnach die gegebene ganze Zahl selbst das gedachte gemeine Maaß ist, so dürfet ihr nur den Nenner kleinern, so ist der gegebene Zähler und der gekleinerte Nenner die begehrte Antwort. Als $\frac{5}{180}$ mit 5 zu multipliciren, so kleinert die 180 gegen 5 in 5, so kommt $\frac{5}{36}$ mit 1 zu multipliciren, und ist also die Antwort $\frac{5}{36}$ (§. 264), das ist (§. 380) $2\frac{7}{36}$.

§. 792. Hiermit hoffe der Multiplication in Practica eine sattsame Gnüge gethan zu haben. Zwar sollen hernach noch andere Arten gezeiget werden, nämlich wie die einzig benamten, oder auch unbenamten Zahlen, vermittelst der Quadratadelle, und die mehrerley benamten oder vermischten Zahlen durch die Decimal-Rechnung zu multipliciren sind. Allein jene Art hat in Praxi keinen solchen Nutzen, wie die bisher beschriebenen Manieren; und diese wird vornemlich nur in andern Theilen der Mathematik (wiewol sie auch mit Nutzen in der Handelschaft, wenn man nur wollte, applicirt werden könnte) gebrauchet. Derowegen werde von denselben allererst in dem 4ten Theile dieses Buchs handeln.

Von den Vortheilen in der Diviſion.

§. 793.

In der Diviſion kann man, nach Beſchaffenheit des Diviſoris, alle diejenigen Vortheile, welche oben in der Multiplication gezeiget und zum Gebrauch recommandiret worden (außer die addirte Zerſtreuung, die nicht ſo leichtlich angehen will) anbringen. Jedoch will ich erſtlich diejenigen Arten beſchreiben, welche en general bey allen Diviſoribus zu appliciren ſind.

§. 794. Die Anfänger halten bey der oben beſchriebenen Diviſion, wenn der Diviſor mehr als eine einzelne bedeutliche Ziffer (§. 243 und 246) dieſes vor das beſchwerlichſte, daß man den Quotienten erſt durch Verſuchen finden müſſe (§. 244); und wäre es in dieſem Stücke freylich deſto bequemer, je weiter man das Einmal Eins als nur bis 9, folgends auch daſſelbe umgekehrt (210) auswendig wiſſen ſollte: Allein weil ſolches eine weitläuftige ſchwere Erlernung (§. 682), auch die gedachte Schwierigkeit im Dividiren dadurch nicht gänzlich gehoben werden kann, es ſey denn man müßte das Einmal Eins bis in infinitum, oder doch ſehr weit hinaus auswendig lernen. Derowegen pflegen diejenigen, welche nicht hurtig im Rechnen ſind, zu jedem vorkommenden Diviſore ein expreſſes Multiplicirtabellchen bis auf 9 mal den Diviſorem (denn mehr als 9 mal können die Quotienten jedes Dividendi, wie §. 219 gedacht, nicht ſeyn) zu verfertigen, wodurch alles Nachſinnen und Suchen gehoben wird, wie aus nachfolgender Aufgabe zu erſehen.

Die 104. Aufgabe.

§. 795. Auf eine ſehr leichte, jedoch aber ſehr langſame Art durch eine Tarif oder Tabelle zu dividiren.

Machet zu dem Diviſore nach Anleitung §. 683 eine Tarif

Tarf- oder Multiplicirtabelle, bis auf das 9fache, ſo könnet ihr aus ſelbigem ſofort erſehen, wie vielmal der Diviſor in jedem Dividuo enthalten ſey.

Z. E. Es ſollen 249803 durch 43 dividiret werden, ſo ſetzet es beſchriebenermaßen, nebſt dem hiezu gehörigen Multiplicirtabellchen, als folget.

Diviſor	Dividendus		
43	249803	1 mal 43	iſt 43
		2	. 86
Quot.		3	. 129
		4	. 172
		5	. 215
		6	. 258
		7	. 301
		8	. 344
		9	. 387

Alsdenn beſehet, wie oft der Diviſor 43 in dem Stücke 249 zur Linken des Dividendi (denn in dem Stücke 24 iſt 43 auch nicht einmal begriffen) enthalten ſey, das iſt: Sehet welches Product in dem gemachten Multiplicirtabellchen der Zahl 249 ſolchergeſtalt am nächſten kommet, daß ſelbiges von 249 abgezogen werden könne, da findet ihr, daß 215 das begehrte Product ſey, und iſt demnach die 43 in 249, 5mal enthalten. Derowegen ſetzet die 5 in Quotienten, die 215 aber unter die 249, und ſubtrahiret jene Zahl von dieſer, ſo bleiben 34 übrig.

Alſo: 43 | 249803

Quot. 5 | 215

34

Hierauf fahret, wie gewöhnlich, eine Stelle weiter fort, das iſt, nehmet die folgenden 8 herunter zu dem Reſte, und beſehet, wie oft der Diviſor 43 in dem Dividuo 348 enthal-

halten sey. Und weil das Product 344 aus dem gemachten Tabellchen der Zahl 348 am nächsten kommt, so ist der Quotient dieses Dividui, 8. Folglich setze die 8 zu der vorigen 5 zur Rechten, und subtrahiret, wie vorhin, das Product 344 von 348, Rest 4. Also:

```
  43      249803
 ----     ------
Quot.58   215.
          ------
            34.
            34
          ------
             4
```

Auf gleiche Weise gehet abermal eine Stelle weiter, und weil dieselbe nebst der gebliebenen 4 nur 40 ausmachen, welcher Dividuus kleiner als 43 ist, so setzet in den Quotienten in selbige Stelle eine 0. Gehet in dem Dividendo weiter fort zu der 3, und besehet, wie oft die 43 in 403 enthalten sey, und da das Product 387 dieser Zahl 403 am nächsten kommt, so ist zu diesem Dividuo der Quotient 9, welche 9 ihr in den Quotienten neben der 0 setzet, und ferner wie vorhin procediret, so stehet es also:

```
  43      249803
 ----     ------
Quot. 5809 215...
           ------
             34...
             344..
           ------
              4..
              387
           ------
           Rest 16
```

Und weil keine Stelle in dem Dividendo mehr folget, so ist der völlige Quotient 5809, nämlich 5809 mal 43 ist in dem Dividendo 249803 enthalten, und bleiben noch 16 übrig. Der ganz genaue Quotient aber ist $5809\frac{16}{43}$ (§. 225).

§. 796. Bey dieser beschriebenen Manier, ist zwar alles Nachsinnen und Suchen gehoben, und deswegen schreibet ein gewisser Mathematicus, daß solcher Art zu dividiren an Behendigkeit keine viel vorgehe, an Gewißheit aber gar keine: Allein meines Bedünkens gehöret diese Behendigkeit für solche Leute, welche im Rechnen kriechen müssen (wie man im gemeinen Sprich-

Sprichwort ſaget: Wer nicht fahren kann, der muß zu Fuße gehen, und wer nicht gehen kann, derſelbe muß wohl gar kriechen). Denn allen denenjenigen, welche fertig im Rechnen ſeyn wollen, kann dieſe Manier nicht anders als verdrüßlich ſeyn, wenn ſie allezeit zuförderſt eine expreſſe Tabelle bis auf 9 mal den Diviſorem machen müßten, deren Producte öfters, inſonderheit bey kleinen Exempeln, da im Quotient nur eine oder etliche Ziffern kommen, nicht alle gebrauchet werden; wie ſolches augenſcheinlich aus dem angeführten Exempel zu erſehen, in welchem nur die Producte von 5, 8 und 9 mal dem Diviſore 43 gebrauchet, und folgends die andern Producte ohne Noth, noch Nutzen berechnet und hingeſchrieben worden.

§. 797. Einige vermeynen ſolche Tabelle zu verkürzen, und nur auf das 1, 2 und 5fache zu ſtellen, weil die andern Facta als nämlich das 3, 4, 6, 7, 8 und 9fache, aus jenen leicht zu finden ſind.

Z. E.	43	249803	1 mal 43 iſt 43
Quot.	5809	215 . . .	2 mal . . 86
		34 . . .	5 mal . . 215
		344 . .	
		4 . .	
		387	
		16	

Nämlich vergleichet das erſte Stück des Dividendi, das iſt die 249, mit des Diviſoris vielfachen, ſo findet ihr, daß 215 der Zahl 249 am nächſten kommt. Demnach iſt der Quotient 5. Dieſe 5 ſetzet gehörigermaßen unter den Diviſorem, die 215 aber unter die 249, und ſubtrahiret jene Zahl von dieſer. Zu dem Reſte 34, nehmet die folgende 8, vergleichet, wie vorhin, ſolche 348 mit des Diviſoris vielfachen, ſo werdet ihr wahrnehmen, daß 348 größer als das 5fache, auch größer als das 5 zuſammt

ſammt den 2fachen, auch noch etwas gröſſer als das 5+2+1fache, aber kleiner als das 5 ſammt dem doppelten 2fachen; derowegen iſt der Quotient 8. Setzet demnach ſolche 8 neben die erſtgefundenen 5; die Summe aber von 1,2 und 5fachen, nämlich die 344, unter die 348, und ſubtrahiret gehörigermaßen, bleiben 4. Zu dieſem Reſte nehmet die nachfolgende 0, vergleichet dieſes Stück 40 mit dem Diviſore, und da ſolches kleiner als der Diviſor, ſo ſetzet für dieſe Stelle im Quotient eine 0. Weiter nehmet zu dieſen 40 die folgende 3, haltet alſo die 403 gegen des Diviſoris vielfache, ſo werdet ihr finden, daß das 5fache ſammt dem doppelten 2fachen der Zahl 403 ſo nahe kommt, daß jene Summe von dieſer Zahl abzunehmen ſey. Dieſemnach iſt der Quotient 9. Setzet alſo die gedachte Summe unter die 403, und ſubtrahiret die Summe 387 von 403 bleibt zum Reſte 16.

§. 798. Allein meines Erachtens kann ich auch bey dieſer Manier keinen ſonderlichen Vortheil finden, indem man den Quotienten, wie jeder von ſich ſelbſt aus dem vorigen Exempel verſpüren wird, nicht allezeit ohne nachdenkliches Suchen ſofort finden kann. Demnach kann ich dieſe gedachten 2 Arten zu dividiren niemanden anders als nur demjenigen recommandiren, dem das Einmal Eins gar nicht in Kopf will; immaßen ſie ſo wol die erwehnte lange Tabelle (nach Anzeigung §. 683), als die gedachte kürzere (nach Anweiſung §. 690), ohne das Einmal Eins verfertigen können.

§. 799. Demnach halte ich die oben im §. 243 gezeigte Manier zu dividiren (und zwar in ſo weit, wenn man ſonſt durch die Eigenſchaften des Diviſoris keinen vortheilhaftigern Weg haben kann, wovon hernach gemeldet werden ſoll) für die beſte, und einem Rechner anſtändigſte. Es kann auch jeder von ſich ſelbſt verſpüren, daß dieſe Art zu dividiren allen andern Arten unſtreitig vorzuziehen ſey, nicht allein, weil ſelbige ſehr kurz, und weniger Ziffern in der Ausrechnung, als ſonſt andere, erfordert, ſondern auch deswegen, weil der Proceß an ſich ſelbſt auch nur einem wenig

nig geübten (wie ſchon §. 244 erwehnet) gar leicht iſt. Und ob man gleich allhier nicht ſo fort die Probe dabey hat, wie nach der beſchriebenen Manier im §. 246, ſo werde ich doch hernach eine andere Probe zeigen, durch welche die Diviſion, wenn man ſie zu probiren will, kürzer und leichter, als durch die wirkliche Multiplication (§. 375) zu probiren iſt.

§. 800. Ich ſchreite alſo zu den andern vortheilhaften Arten, welche von den Eigenſchaften des Diviſoris dependiren. Und obgleich die Gründe aller dieſer Arten aus der vorhin beſchriebenen Multiplication hergeleitet werden können; denn, da der Dividendus, als ein Factum, und der Diviſor, als ein Factor anzuſehen (§. 208), dieſer aber durch ſeine Eigenſchaft das Factum, nach obiger Anweiſung in der Multiplication, öfters durch einen viel kürzern Weg herſtellen kann, ſo darf man bey der Diviſion, welche wieder auflöſet, was die Multiplication zuſammen nimmt (§. 267), nur eben in demſelben kürzern Wege wiederum zurücke gehen, in welchem man zu dem Facto gelanget iſt: So will ich dennoch, um die Anfänger deſto geſchickter im Rechnen zu machen, ſolche Gründe auch ins beſondere darthun, wie auch dem folgenden zu erſehen ſeyn wird.

Die 105. Aufgabe.

§. 801. Eine ganze, vermiſchte, oder mehrerley namige Zahl in 11 zu dividiren, und den Quotienten ſo fort unmittelbar darunter zu ſchreiben.

Wenn ihr mit 11, nach der oben (§. 693) gezeigten Art, wie mit einer einzelnen Ziffer multipliciren könnet, ſo wird es euch bey der Diviſion nicht ſchwer fallen, auf gleiche Art in 11, wie in eine einzelne Ziffer zu dividiren, und alſo den verlangten Quotienten gleich hinzuſchreiben (§. 215).

Z. E. N°. 1. Die Zahl 3598037 in 11 zu dividiren.

3598037
11)
Quot. 327094 $\frac{3}{11}$

Nämlich saget: 11 in 35 ist 3 mal. Setzet also die 3 gerade unter die 5, und subtrahiret 33 (als 3 mal 11) von 35, bleiben 2. Diese 2 zählet weiter zu der nächst folgenden niedrigen Stelle, allwo die 2 Zehener oder 20 bedeuten, und sprechet in solcher Stelle: 11 in 29 ist 2 mal. Schreibet demnach solche gefundene 2 unter die 9, und subtrahiret 22 (als 2 mal 11) von 29, resdiren 7. Solche nehmet auf vorige Weise zu der nachfolgenden Stelle, und saget ferner: 11 in 78 ist 7 mal, und bleibet 1 übrig. Hierauf gehet abermal eine Stelle weiter nach der Rechten, allwo das gebliebene 1, 10 bedeutet, und sprechet: 11 in 10 ist 0 mal. Derowegen schreibet in diese Stelle eine 0, und gehet mit solcher 10 zu der ferner folgenden Stelle, allwo sie 10 Zehener oder 100 gelten. Saget demnach in solcher Stelle: 11 in 103 ist 9 mal. Setzet also solche gefundene 9 unter die 3, und subtrahiret 99 (als 9 mal 11) von 103, bleiben 4. Endlich zählet die 4 weiter fort zu der letzten Stelle, allwo sie 40 gelten, und saget: 11 in 47 ist 4 mal, und bleiben 3 übrig. Derowegen schreiber neben die 4 den Bruch $\frac{3}{11}$ (§. 225), so habt ihr den verlangten Quotienten 327094 $\frac{3}{11}$.

N°. 2. 83074 $\frac{2}{12}$ in 11 zu dividiren.

Quot. 7552 $\frac{7}{11}$. Der Proceß mit dem Bruch ist allhier gleich der Berechnung §. 483 N°. 9.

N°. 3. 279098. $\frac{7}{18}$ in 11 zu dividiren.

Quot. 25364 $\frac{7}{18}$. Dieser Proceß ist gleich der Ausrechnung §. eod. N°. 10.

N°. 4.

N° 4. 2782ſt. 20 ℔ 4 ♃ in 11 zu dividiren.

Quot. 798 - 15 - 14 Dieſer Proceß mit den kleinern Sorten iſt hier gleich der Berechnung §. 491 N° 8.

30	18
— ʒ	— ʒ
270 ℔	69 ♃

Die 106. Aufgabe.

§. 802. Eine ganze, vermiſchte, oder mehrerley namige Zahl in eine componirte Zahl (§. 164) mit Vortheil zu dividiren.

In dieſem Falle bedienet euch der multiplicirten Zerſtreuung (§. 738) und dividiret alſo den gegebenen Dividendum erſtlich in einen Factorem, aus welchem der Diviſor componiret iſt, ferner das kommende in den andern Factorem.

Z. E. 207088 in 56 zu dividiren; ſo dividiret die Zahl 207088 in 7, und das kommende ferner in 8; oder erſtlich in 8, und das kommende ferner in 7, weil 56 aus 7 mal 8 componiret iſt, ſo kommt der begehrte Quotient 3698, als folget:

207088 in 56		oder	207088 in 56	
29584	7		25886	8
Quot. 3698	8		Quot. 3698	7

Beweis.

Es iſt dieſer Proceß fürs erſte der Rückweg von der Multiplication in §. 739; fürs andere oben (§. 236) bereits dargethan worden, nämlich, wenn ihr aus dem 7ten Theile von einer gegebenen Zahl ferner den 8ten Theil; oder aus dem 8ten Theile von ſolcher gegebenen Zahl ferner $\frac{1}{7}$ nehmet, ſo bekommt ihr jederzeit $\frac{1}{56}$ aus derſel-

ben gegebenen Zahl. Und gleiche Bewandniß hat es mit allen andern folgenden Exempeln.

§. 803. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 84397 in 66 zu dividiren.

14066 $\frac{1}{6}$ (6 / 11)

Quot. 1278 $\frac{49}{66}$. Allhier ist erstlich in 6, hernach in 11 (wie §. 801, sonderlich N°. 3) dividiret worden.

N°. 2. 89736 in 240

22433 $\frac{3}{4}$ (4 / 60)

Quot. 373 $\frac{215}{240}$ | $\frac{43}{48}$

N°. 3. 6237 $\frac{9}{18}$ in 54 zu dividiren.

1039 $\frac{19}{32}$ (6 / 9)

Quot. 115 $\frac{42}{288}$.

N°. 4. 1387 fl. 16 gr 12 ₰ in 42 zu dividiren.

231 · 7 · 14 (6 / 7)

Quot. 33 · 1 · 2. Allhier ist erstlich in 6, hernach in 7 (nach Anzeigung §. 491) dividiret worden.

N°. 5. 2798 ℔ 23 Loth 3 Qu. 2 ₰ in 22 zu dividiren.

1399 · 11 · 3 · 3 (2 / 11)

Quot. 127 · 3 · 3 · 3 $\frac{18}{22}$

N°. 6. 7519975 ℔ 16 Loth 540

1253329 · 8 (6 / 9)

1892253 · 25 · 3 Qu. — $\frac{4}{5}$ ₰

Quot. 13925 · 28 · — · 2 $\frac{14}{45}$

§. 804. Man bedienet sich dieses Vortheils der multiplicirten Zerstreuung insonderheit bey solchen componirten Zahlen, deren Factores einzelne Ziffern oder höchstens 11 sind (§. 741), also, daß man anstatt großer Zahlen, nur in einzelne Ziffern, oder in 11 dividiren darf. Jedoch, wenn der Dividendus nur eine schlechte Zahl ohne Bruch oder kleinere Sorten, und nicht allzu groß ist, so kann man die begehrte Division durch die allgemeine Art (§. 243) eben so leicht als nach dieser multiplicirten Zerstreuung verrichten.

Die

Die 107. Aufgabe.

§. 805. Eine ganze, vermiſchte, oder mehrerley namige Zahl, in eine ſolche Zahl, welche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. aus 10, 100 oder 1000 ꝛc. mit Vortheil zu dividiren.

I. Multipliciret den Dividendum mit des Bruchs Nenner.

II. Dividiret das Product durch die 10, 100 oder 1000 ꝛc. welches denn durch bloßes Abſchneiden einiger Ziffern geſchiehet (§. 235).

Z. E. Die Zahl 89475 in 25 zu dividiren. Weil nun 25 iſt $\frac{1}{4}$ aus 100, ſo multipliciret den Dividendum mit 4, und dividiret das Product in 100. Alſo:

89475 in 25
(4
Quot. 3579 | 00

Beweis.

Wenn man dieſen Proceß gegen den obigen in der Multiplication (§ 700. N°. 1) hält, ſiehet man gar bald, daß dieſer allhier der Rückweg von jenem Wege, und folgends nothwendig recht ſey (§. 270). Ich will aber den Beweis hiervon auch anderwärts herleiten, nämlich, wenn man einen Diviſorem und Dividendum mit gleichem größert, und die gegrößerten Zahlen in einander dividiret, ſo kommt der begehrte Quotient unverändert (§. 293). Derowegen, wenn ihr beynt gedachten Exempel beyde mit 4 größert, und die kommende 357900 in 100 dividiret, ſo muß allerdings der verlangte Quotient kommen. Indeſſen iſt die Diviſion in 100 viel leichter, als in 25, indem man nur 2 Ziffern ab-

ſchneiden darf (§. 235): Demnach erlanget man durch ſolche Vergrößerung eine kürzere und leichtere Diviſion, und alſo einen Vortheil (§. 511).

§. 806. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 68973 in 125 zu dividiren, das iſt in $\frac{1}{8}$ aus 100. Alſo:

(8

Quot. 551|784 oder den Bruch in 8 gekleinert, kommen $551\frac{392}{1000}$

1000

N°. 2. 23697$\frac{1}{2}$ in 12$\frac{1}{2}$ zu dividiren, das iſt in $\frac{1}{8}$ aus 100. Alſo:

(8

Quot. 1911|804|404|101

100|500|125

N°. 3. 46789 fl. 13 ß 12 ₰ in 66$\frac{2}{3}$ zu divid. d. i. in $\frac{2}{3}$ aus 1000. Alſo:

(6

Quot. fl. 280|736 · 22 · —

ß 22|102 (30

816 (18

₰ · 1|836

1009

Allhier iſt der gegebene Dividendus, nach Art §. 467 mit 6 multiplicirt, und das kommende, nach Art §. 491 N°. 10 dividiret worden.

Nota. Oder man kann bey dieſer Manier in der Vergrößerung die Facta jeder Sorte nur ſofort hinſchreiben, ohne dieſelbe, wie ſonſt gewöhnlich, allererſt in ihre größere Sorte zu reduciren, und alsdenn ferner, wie vorhin dividiren. Alſo:

46789 fl. 13 ß 12 ₰ in 166$\frac{2}{3}$ zu dividiren. Alſo:

6

Quot. fl. 280|734 · 78 · 72

ß 22|098 (30

784 (18

₰ · 1|836

1000 wie vorhin.

Und

Und gleichergeſtalt könnet ihr mit dem vorigen Exempel N°. 2 verfahren. Alſo:

23897 $\frac{1}{2}$ in 125

———(8

Quot. 191 1|76 $\frac{4}{5}$

404|101

500|125 wie vorhin.

Auf gleiche Weiſe bedienet man ſich dieſes Vortheils bey allen ſolchen Diviſoribus, welche juſt ſolche Theile aus 10, 100 oder 1000 ꝛc. wie oben §. 697 in der 1ſten Tabelle angezeiget worden.

Die 108. Aufgabe.

§. 807. Eine ganze, vermiſchte, oder mehrerley namige Zahl, in eine ſolche Zahl, welche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. aus einer angewachſenen Ziffer (§. 71) mit Vortheil zu dividiren.

I. Multipliciret den Dividendum mit des Bruchs Nenner.

II. Dividiret das Product durch die angewachſene Ziffer, in welche leichter zu dividiren iſt (§. 238), als ſonſt in mehrere bedeutliche Ziffern. Und gründet ſich dieſer Proceß ſowohl auf den Rückweg von der Multiplication (§. 717), als auch auf den vorigen andern Beweis (§. 805).

Z. E. N°. 1. 129115 in 35 zu dividiren, d. i. in $\frac{1}{5}$ aus 70.

Alſo: ———(2

258230

70)———

Quot. 3689.

N°. 2. 738542 $\frac{1}{2}$ in 225 zu dividiren, d. i. in $\frac{1}{4}$ aus 900.

Alſo: ———(4

2954169 $\frac{1}{2}$

900)———

Quot. 3282 $\frac{1}{2}$ $\frac{198}{900}$ $\frac{277}{441}$

№ 3. 2360795 fl. 25ℳ 6ℋ in 137½, d. i. in ½ aus 1100

Also: ——————(8

1910360 · 200 = 48

1100)——————

Quot. 1736 fl. 20ℳ 16 $\frac{448}{1100}$ | $\frac{132}{200}$

Rest 760 fl.

——————(30

23000 ℳ

Rest 1000ℳ

——————(18

18048 ℋ

Gleichergestalt verfahret auch bey allen andern dergleichen Divisoribus. Wie man aber selbige sofort zu erkennen habe, ist oben (§. 699) bereits angewiesen, auch zu desto mehrerer Commodität eine besondere Tabelle hierzu verfertiget worden (§. 697).

§. 808. Ihr könnet zwar allhier bey dieser Manier, wie auch bey der gezeigten Art §. 805, zugleich den Rückweg von der Multiplication (§. 705 und 721) merken, und daraus wahrnehmen, daß man auf gleiche Weise procediren könne, wenn der Divisor aus so vielen kleinen Sorten bestehet, wie oben in der Multiplication (in gedachten §§.) angezeiget worden: Allein es ist oben (§. 490) schon erinnert, daß solches allhier in der Division zum theil nicht geachtet, und zum theil bis hernach in die Regel Detri versparet wird.

Die 109. Aufgabe.

§. 809. Eine ganze vermischte, oder mehrerley namige Zahl, in eine solche Zahl mit Vortheil zu dividiren, welche so nahe an eine angewachsene Einheit, daß die Differenz, um welche die gegebene Zahl darunter ist, nur eine einzelne bedeutliche Ziffer oder höchstens 11.

I. Dividiret den gegebenen Dividendum vermittelst des Abschnittes (§. 235), durch die Zahl 100, 1000 oder

oder 1000 ꝛc. als zu welcher der gegebene Divisor so nahe ist, wie gemeldet.

II. Den kommenden Quotienten aber, nämlich die Zahl, welche zur Linken des Abschnittes stehet, multipliciret mit der gedachten Differenz, und setzet das Product ordentlich unter den Dividendum, zur Rechten unter desselben ersten Stelle anfangende.

III. Daferne gedachtes Product so groß ist, daß es über den Abschnitt nach der Linken gelanget, so multipliciret dasjenige, was zur Linken des Abschnittes gekommen, abermal mit der erwehnten Differenz, und setzet das kommende Product gerade unter das vorige. Solches continuiret so lange, bis endlich nichts mehr zur Linken des Abschnittes kommt.

IV. Addiret alle Zahlen, so wie sie unter einander stehen, zusammen, so kommt der begehrte Quotient zur Linken, und der Rest zur Rechten des Abschnittes. Jedoch merket, wenn durch die Addition noch ein oder etliche Unitäten aus der Summe der Reste in die Summe der Quotienten gekommen, daß ihr solche eine oder etliche Unitäten abermal, wie vorhin, mit der Differenz multipliciren, und solches Product der vorhin gefundenen Summe der Reste beylegen müsset.

Z. E. 379681 in 97 zu dividiren, das ist in 100 ÷ 3. Dieses stehet also:

	3796	81
	113	88
	3	39
		6
Quot.	3914	17
		6
Rest		23

Nämlich schneidet 2 Ziffern zur Rechten ab (weil hier der Divisor 100 genommen wird). Hierauf multiplicirt den gefundenen Quotienten 3796 mit der Differenz 3, und setzet das Product 11388 gerade darunter. Auf gleiche Weise multiplicirt abermals die zur Linken des Abschnittes stehende 113 mit 3 kommen 339; und ferner auch die zur Linken kommende 3 mit der Differenz 3, so kommen 9. Endlich addirt alles zusammen, und weil die Summe der zur Rechten des Abschnittes stehenden Restes ist 217, folgends 2 Unitäten zu der 3ten Stelle genommen werden, welche Stelle zur Linken des Abschnittes gehöret, so multipliciret solche 2 abermal mit 3, kommen 6. Diese 6 addiret zu dem Reste, so habt ihr endlich den verlangten Quotienten 3914, und den Rest 23.

Beweis.

Wenn man diesen Proceß gegen den obigen in der Multiplication (§. 707) hält, und der Sache mit Bedacht nur ein wenig nachdenket, so wird man leichtlich finden können, daß dieser allhier in der Division der Rückweg von jenem Wege sey. Ich will aber diese Manier zu dividiren ins besondere und noch klärer darthun, nämlich: In der Division wird der Divisor so oft von dem Dividendo subtrahiret, als der Quotient Unitäten hat (§. 206); oder, welches einerley, es wird der Quotient so oft subtrahiret, als der Divisor Unitäten hat (§. 283). Wenn man demnach den Divisorem größer, als er gegeben ist, annimmt, und die Division in solchen größern Divisorem verrichtet, so wird dem Dividendo mehr abgezogen, als nach der begehrten Division eigentlich erfordert wird, und zwar eben um so viel mehr, als das Product ist,

wel-

welches entſtehet, ſo man ſolchen gefundenen Quotienten mit ſo viel Unitäten multiplicires, als der Diviſor zu groß genommen worden. Als beym angeführten Exempel iſt der Diviſor anſtatt 97 auf 100, das iſt auf 97+3 geſetzet, und in Quotienten 3796 gebracht worden, ſo iſt dem Dividendo 3796 mal 3, nämlich 11388 zu viel abgenommen. Derowegen, wenn man ſolches Product dem Dividendo wiederum beyleget, und gleichſam zurück giebt, ſo iſt der gefundene Quotient 3796 auch zu dem gegebenen Diviſore 97 zwar ſo weit richtig; allein, weil in dem vorhin gebliebenen Reſte 81, und in dem zurück gegebenen Stücke 11388, der Diviſor 97 noch mehrmal enthalten iſt, ſo muß man unterſuchen, wie vielmal er, der Diviſor 97 nämlich, darinnen enthalten, und eben ſo viel Unitäten dem vorigen Quotienten 3796 noch beyfügen. Indeſſen kann dieſes Unterſuchen abermal auf vorige Weiſe geſchehen. Derowegen, wenn man es ſolchergeſtalt ſo lange continuiret, bis der Reſt kleiner, als der Diviſor 97 kommt, und addiret endlich alle gefundene Quotienten zuſammen, ſo hat man allerdings den wahren Quotienten, welcher eigentlich geſucht worden, nebſt ſeinem Reſte. Gleiche Beſchaffenheit hat es auch mit allen andern dergleichen Exempeln.

§. 210. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 678345 in 99 zu diviviren, das iſt in 100—1. Alſo:

6783	45
67	83
	67
Quot. 6851	95
	1
Reſt 96	

N°. 2.

N°. 2. Oben (§. 707. N°. 2) sind 23057 mit 997 multiplicieret, und zum Product 22987829 gebracht worden. Wenn man nun diese Rechnung nach der gemeinen Probe (§. 374) untersuchen, und also besagtes Product in 997 dividiren will, so kommt die Division, als folget zu stehen:

22987	829
68	961
	204
Quot. 23056	984
	3

Rest 997. Weil aber in diesem Reste der Divisor 997 just noch einmal enthalten ist, so leget dem Quotienten 23056 noch 1 bey, kommt der begehrte Quotient 23057, und bleibet nichts übrig.

N°. 3. $897641250\frac{3}{4}$ in 9989 zu dividiren, das ist in $1000 \div 11$. Dieses stehet also:

897643	$250\frac{3}{4}$	
987	4073	
1	0857	
	11	
Quot. 898631	$7450\frac{3}{4}$	29803
	9989	39956

N°. 4. Also: 538 | 721 fl. 17 ℔ in 994 zu dividiren, d. i. in $1000 \div 6$.

3	228
	18
Quot. fl. 541	967
	(30
℔ 29	027
	174
	$\frac{853}{994}$ ℔.

N°. 5.

N°. 5. 2812 | 50⅞ in 93 zu dividiren, d. i. in 100 ÷ 7. Alſo:
196 | 84
13 | 72
| 91
Quot. 3023 | 97⅞
| 14, das iſt, wie vorhin bey N°. 2 gemeldet,
Reſt 1 11⅞ | Quot. 3024, und Reſt 18⅞,
oder Quot. 3024 16/35.

N°. 6. 25709837 in 496½ zu dividiren.

Wenn ihr allhier beyde Zahlen mit 2 multiplicieret (§. 485), ſo kommen 51419674 in 993 zu dividiren, das iſt in 1000 ÷ 7. Hiermit verfahret als folget:

51419 | 674 in 993
359 | 933
2 | 518
| 14
Quot. 51782 | 134
| 14
Reſt 148

§. 811. Nach obbeſchriebenem Grunde (§. 809) kann man das durch den gröſſern Diviſorem zu viel abgezogene, ſofort bey jeder gefundenen Ziffer des Quoti demſelben Dividuo (§. 217) addiren. Auf ſolche Art darf man nur den Diviſorem eben um ſo viel Unitäten über 100, 1000 oder 10000 ꝛc. ſetzen, als er darunter iſt, und die Diviſion zwar nach der gezeigten Ordnung im §. 243 anſtellen; allein daß man das Factum ſolcher Differenz oder ſolches Ueberſchuſſes über 100 oder 1000 ꝛc., und das gefundenen Quoti, anſtatt der ſonſt gewöhnlichen Subtraction, allemal zu der letzten Stelle des Dividui, addiren müſſe.

Als beym gedachten Exempel (§. 809) ſetzet anſtatt 97 oder 100 ÷ 3, die Zahl 100 + 3, nämlich 103. Alſo:

103 | 379681

Hier-

Hierauf dividiret, wie gewöhnlich, das Stück 379 in 103, so kommt im Quotienten 3. Demnach subtrahiret 3 mal 1 von der zur Linken dieses Dividui stehenden 3, wie sonst gebräuchlich, und addiret hingegen 3 mal die über 103 genommenen 3, das ist 9, zu der zur Rechten des Dividui stehenden 9. Also:

103	379681	Gleichergestalt dividiret ferner das Stück 886 in 103, kommt 8. Demnach subtrahiret 8 mal 1 von der zur Linken dieses Dividui befindlichen 8, und addiret hingegen 8 mal 3, nämlich 24 zu den übrigen 86. Also:
	38	
	110	

103	379681	Weil aber in diesem Reste 110 noch einmal der Divisor 97 enthalten, ist, so leget dem Quotienten in diese Stelle zu der gefundenen 8 noch 1 bey, und subtrahiret also 97 von 110, bleiben 13. Derowegen streichet die vorhin in Quotienten geschriebenen 8 aus, und setzet in solche Stelle 9. Desgleichen streichet den vorigen Rest 110 aus, und setzet davor 13, folgendergestalt.
38	88.	
9	110.	
	13.	

103	379681	Also dividiret weiter die 138 in 103, kommt 1. Demnach subtrahiret, 1 mal 1, wie gewöhnlich, und addiret hingegen 1 mal 3 nach voriger Anweisung. Also:
381	88..	
9	110.	
	13.	
	41	

103	379681	Endlich dividiret das Stück 411 in 103, kommen 4. Demnach subtrahiret 4 mal 1 von dieses Dividui 4, und addiret hingegen 4 mal
3811	88..	
9	110.	
	13.	
	411	

4 mal 3 zu den übrigen 11, so hat man die ganze Berechnung, als folget:

103	279681
3814	88...
9	220..
	13..
	41.

Quot. 3914 und Rest 23 wie oben §. 809.

Auf solche Weise kommen die oben (§. 810) angeführten Exempel, als folget zu stehen:

N°. 1. 678345 in 99 zu dividiren. Also:

101	84...
Quot. 6851	51..
	19.
	Rest 98

N°. 2. 22987829 in 997 zu dividiren. Also:

1003	304....
23058	156...
1	697.
Quot. 23057	Rest 997

N°. 3. 897643850$\frac{3}{4}$ in 9989 zu dividiren. Also:

10011	9852.....
Quot. 898531.	8628....
	8316...
	3171..
	1743.
	Rest 7450$\frac{3}{4}$.

N°. 4.

N°. 4. 538721 fl. 17ß in 994 zu dividir. Also:
1006 417.
Quot. 541 fl. 29ß. 196
967
(30
29827
914.
Rest 201.

N°. 5. 281250 in 93 zu dividiren. Also:
107 95...
Quot. 2988 XXX.
11 22.
das ist 3024 39.
XXX
Rest 183

N°. 6. 5141974 in 993 zu dividiren. Also:
1007 176...
776...
Quot. 51782 815.
213.
Rest 148

§. 812. Also kann man diese Art zu dividiren, und zwar aus vorhin gemeldetem Grunde (§. 809) auch bey solchen Divisoribus anbringen, welche so nahe an eine angewachsene einzelne Ziffer. Als z. E. 3789546 in 798 zu dividiren, das ist in 800 — 2. Dieses stehet nach Art im §. eod. also:

37895.46

37895.46
800)
4736 Reſt 746
9472
10218
12 618
24
Quot. 4748 u. Reſt 642

Zu dieſem Reſte leget 2 mal die gefundenen 4736, nämlich 9472, kommen 10218, welche abermal in 800 dividiret, kommen 12, und reſtiren 618. Hierzu addiret 2 mal 12, ſo hat man endlich $4748\frac{642}{800}$.

Oder nach der gezeigten Art §. 811. Alſo:

802 | 3789546 in 798 zu dividiren.
Quot. 4748 | 597...
389..
702.
Reſt 642

§. 813. Allein bey denen, welche in der angewieſenen Art §. 243. geübet ſind, kann ſo wenig dieſer Vortheil im §. 812, als die beſchriebene Art im §. 811 viel zu ſagen haben. Denn ob dieſelbe ſchon kürzer, auch wohl leichter, als die ganz gemeine alte Manier (von welcher oben §. 197. in etwas erwehnet worden), ſo ſind ſie dennoch keinesweges kürzer noch leichter, als die angewieſene Art im §. 243. Vielmehr kann jeder aus den gegebenen Exempeln von ſich ſelbſt erſehen, daß nach beyden angeführten Manieren im §. 811 und 812, wo nicht mehrere, jedennoch aufs mindeſte eben ſo viel, ja eben dieſelben Ziffern in dem Proceſſe kommen, welche ſonſt durch die beſchriebene Art im §. 243, wenn man den Dividendum ſchlechterdings durch den gegebenen Diviſorem dividiret, herausgebracht werden.

§. 814. Jedoch habe ich die Art im §. 811 deswegen anzuzeigen nicht unterlaſſen wollen, indem ein gewiſſer Mathematicus ſolche angeführet, und dieſelbe per Diviſorem vicarium, oder einen Zahlwechſel zum leichtern Dividiren, benennet. Nun will ich zwar, wie vorhin (§. 813) ſchon gedacht, gerne zu-

laſſen, daß dieſe Manier gegen die ganz gemeine alte Diviſionart wohl ein Vortheil heißen möge: Allein da wir ſolche alte Art gänzlich verwerfen, und uns zur allgemeinen Diviſion der beſchriebenen Manier im §. 243, als der beſt- und kürzeſten (§. 799) bedienen, ſo werde von dieſen vorigen Lehren hinfort auch nur die angewieſene Art im §. 809 beybehalten, als welche nicht nur öfters ganz kurz, ſondern auch ſehr leicht iſt, und ihre ganze Berechnung einig und allein in einer bloßen Multiplication mit einer einzelnen Ziffer beſtehet, weswegen ſolche Methode mit Recht ein Vortheil heißen kann. Und eben hieraus wollen wir noch nachfolgenden Vortheil herleiten.

Die 110. Aufgabe.

§. 815. **Wie und in welchem Falle der vorige Vortheil im §. 809 auch bey andern aus vermiſchten Zahlen beſtehenden Diviſoribus mit Nutzen anzubringen.**

Wenn der Diviſor eine vermiſchte Zahl, und juſt ein $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{8}$ ꝛc. aus einer ſolchen Zahl iſt, welche ſo nahe an 100, 1000 oder 10000 ꝛc. wie oben im §. eod. gemeldet, ſo größert den Diviſorem und Dividendum um ſo viel, damit ihr die Diviſion, wie vorhin gezeiget, anſtellen könet.

Z. E. 8973546 in $165\frac{1}{3}$ zu dividiren.

Allhier müßte man auch ohne das beyde gegebenen Zahlen mit 3 multipliciren (§. 485); derowegen größert ſie lieber mit 6, kommen 53841276 in 992 zu dividiren, welches leichtlich nach voriger Anweiſung zu verrichten iſt, als folget:

53841	276 in 1000 ÷ 8 zu dividiren.	
430	728	
3	440	
	24	
Quot. 54275	468	
	8	
Reſt 476		

Be-

Beweis.

Wenn der Diviſor und Dividendus mit gleichem gegrößert wird, behalten ſie ihre vorige Verhältniß (§. 293). Indeſſen iſt die Richtigkeit ſolcher Diviſionsart, wie z. E. durch 992, vorhin ſchon erwieſen worden (§. 809): Derowegen erlanget man auf ſolche Weiſe den begehrten Quotienten.

§. 816. Es iſt leicht zu erachten, daß man aus eben demſelben Grunde dieſe Methode (§. 815) nicht minder auch bey ſolchen Diviſoribus anbringen könne, welche ſchon keine vermiſchte ſondern ganze Zahlen ſind; wie z. E. bey dem Diviſore 23, das iſt $\frac{1}{4}$ aus 92; item 47, das iſt $\frac{1}{2}$ aus 94; item 142, das iſt $\frac{1}{7}$ aus 994 ꝛc.: Allein ohne ſonderlichen Vortheil, weil man in ſolchen Fällen den Diviſorem und Dividendum allererſt größern müßte. Derowegen habe ich vorhin (ibid.) mit Fleiß nur von den vermiſchten Zahlen erwehnet, weil ſolche ohnedem gegrößert werden müſſen (§. 485), und es einem geübten eben ſo leicht iſt, z. E. mit 6, wie mit 3 zu größern (§. 514).

§. 817. Alſo könnte ich dieſe Methode auch bey ſolchen Diviſoribus appliciren, in welchen ſo viele kleine Sorten oder Brüche ſtehen, wie oben §. 711 gemeldet worden. Allein da man in ſolchen Fällen dadurch gar keinen Vortheil erlangen kann, ſo habe ſolches allhier, nicht wie in der Multiplication geſchehen (ibid.) weiter ausführen wollen.

Die III. Aufgabe.

§. 818. Eine ganze, vermiſchte oder mehrerley namige Zahl in eine ſolche Zahl mit Vortheil zu dividiren, welche ſo nahe an 1, 10, 100 oder 1000 ꝛc. daß derer Differenz juſt $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. aus dem gegebenen Diviſore ſelbſten iſt.

I. Addiret eben einen ſolchen Theil (als die Differenz aus dem Diviſore iſt) aus dem Dividendo zu demſelben.

II. Dividiret die kommende Summe alsdenn durch die 10, 100 oder 1000 ꝛc.

Z. E. 268425 in 75 zu dividiren, daß ist in 100 ÷ 25, oder 100 ÷ ¼ aus 75. So nehmet aus dem Dividendo 268425 gleichfalls ¼, und addiret es zu demselben. Alsdenn dividiret die kommende Summe in 100. Also:

	268425	in 75
3)+	89475	
Quot.	3579 |	00

Beweis.

Wenn man diesen Proceß und den obigen in der Multiplication (§. 728 insonderheit §. 731 N°. 5) gegen einander hält, so siehet man klar, daß dieser allhier der Rückweg von jenem sey. Es kann aber der Beweis dieses Vortheils, auch nach Art des Beweises im §. 805 angegeben werden. Denn wenn man einen gewissen Theil aus einer Zahl zu ihr addiret, wird dieselbe dadurch mit 1 + eben einen solchen Theil aus 1 multipliciret (§. 454). Folgends wenn man so wohl zu dem Divisore als dem Dividendo gleiche Theile aus ihnen addiret, so werden beyde dadurch mit gleichem multipliciret. Als beym gedachten Exempel ist der Divisor an statt 75 auf 100 gesetzet, und also um 25, das ist ¼ aus 75, vermehret worden: Folglich, wenn man zu dem Dividendo ebenfalls seinen dritten Theil addiret, so sind beyde dadurch mit 1⅓, und also mit gleichem gegrößert. Indessen behalten die Zahlen auf solche Weise ihre unverrückte Verhältniß (§. 293): Derowegen müssen 357900 in 100 dividiret, eben denselben Quotienten geben, welcher bey den gegebenen Zahlen gesuchet wird. Also ist es auch mit allen andern nachfolgenden Exempeln beschaffen.

§. 819.

§. 819. Damit man aber bey dergleichen Exempeln die Größe des manquirenden Theils so fort erkennen möge; so darf man nur die oben §. 697 in der 1sten Tabelle specificirten Theile aus 10, 100 und 1000 ꝛc. sich auswendig bekannt machen, woraus das begehrte gar bald zu finden ist. Denn wenn man z. E. weiß, daß $12\frac{1}{2}$ sey $\frac{1}{8}$ aus 100, so ist offenbar, daß in 100, 8 mal $12\frac{1}{2}$ (§. 48), folglich in $100 \div 1$ mal $12\frac{1}{2}$, das ist in $87\frac{1}{2}$, nur 7 mal $12\frac{1}{2}$ enthalten sey: Demnach erhellet zugleich, daß $12\frac{1}{2}$ sey $\frac{1}{7}$ aus $87\frac{1}{2}$. Und so auch bey allen andern dergleichen Exempeln.

§. 820. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 38976 in $87\frac{1}{2}$ zu dividiren, das ist in $100 \div 12\frac{1}{2}$, oder $100 \div \frac{1}{7}$ aus $87\frac{1}{2}$. Also:

38976 in $87\frac{1}{2}$

7) + 5568

Quot. 445 | 44

100 oder $445\frac{1}{25}$.

N°. 2. $23897\frac{3}{4}$ in $6\frac{2}{3}$ zu dividiren, das ist in $10 \div 3\frac{1}{3}$; oder $10 \div \frac{2}{3}$ aus $6\frac{2}{3}$. Also: $23897\frac{3}{4}$ in $6\frac{2}{3}$

2) + $11948\frac{7}{8}$

Quot. 3584 | $6\frac{2}{8}$ | 53

10 | 80

N°. 3. 25793 fl. 13 ℋ 8 ℛ in $7\frac{1}{2}$ zu dividiren, das ist $10 \div 2\frac{1}{2}$; oder $10 \div \frac{1}{3}$ aus $7\frac{1}{2}$. Also:

25793 fl. 13 ℋ 8 ℛ in $7\frac{1}{2}$

3) + 8597 : 24 : $8\frac{2}{3}$

Quot. fl. 3439 | 1 : 7 : $16\frac{2}{3}$

——(30

ℋ : 3 | 7 (18

ℛ : 14 | $2\frac{2}{3}$ | 8 | 4

10 | 30 | 15

Nota. Eben nach dieſer Manier könnet ihr in Hamburg die ℔ Lüb. zu L. Vls. machen, indem ein L. gleich iſt mit $7\frac{1}{2}$ ℔.

Als z. E. 4381 ℔ zu L. Vls. Alſo:

3)+ 1460 $\frac{2}{3}$

Antw. L. 584 | $1\frac{2}{3}$

19 oder $\frac{8}{30}$ L. oder 2 ß 8 ₰ Vls.

Wenn aber nebſt den ℔ auch ß und ₰ Lüb. ſtehen, vid. §. 848 N°. 62. Nota 2.

N°. 4. 2794 ⅏ 13 L. 3 Qu. 1 ₰ in $\frac{7}{8}$, d. i. in $1 \div \frac{1}{8}$, oder $1 \div \frac{1}{7}$ aus $\frac{7}{8}$. Alſo: 7)+ 399 : 6 : 2 $\frac{5}{7}$

Antw. 3193 : 20 : 1 $1\frac{5}{7}$

Und weil 1 nicht dividiren kann (§. 264), ſo iſt dieſes der begehrte Quotient.

§. 821. Es können zwar alle dieſe angeführten Exempel auch nach der Manier §. 807 ſolviret werden; indem die 75 (§. 818) als $\frac{1}{4}$ aus 300; die $87\frac{1}{2}$ (§. 820. N°. 1) als $\frac{1}{8}$ aus 700; die $6\frac{2}{3}$ (ibid. N°. 2) als $\frac{1}{3}$ aus 20; die $7\frac{1}{2}$ (ibid. N°. 3) als $\frac{1}{4}$ aus 30; und die $\frac{7}{8}$ (ibid. N°. 4) als $\frac{1}{8}$ aus 7 angeſehen werden können. Allein es wird dieſe gegenwärtige Manier aus eben der Urſache, welche oben (§. 746, 2te Abtheilung, Not. 2) bereits angemerket worden, in etwas leichter als jene geachtet.

§. 822. Auf gleiche Weiſe könnet ihr verfahren, wenn der Diviſor ſo nahe, wie vorhin (§. 818) gemeldet, an eine angewachſene Ziffer (§. 71).

Z. E. N°. 1. 695275 in 175 zu dividiren, das iſt in $200 \div 25$, oder $200 \div \frac{1}{7}$ aus 175. Alſo:

695275

7)+ 99325

794600

200)

Quot. 3973

N°. 2.

N°. 2. 8805417 in 375 zu dividiren, das ist in 500 ÷ 125, oder 500 ÷ $\frac{1}{3}$ aus 375. Also:

8805417
3)+ 2935139
11740556
500)
Quot. $23481\frac{156}{500}\,|\,\frac{14}{123}$

N°. 3. 2045925 in 525 zu dividiren, das ist in 600 ÷ 75, oder 600 ÷ $\frac{1}{7}$ aus 525. Also:

2045925
7)+ 292275
23382.00
600)
Quot. 3897

Und gründet sich dieser Proceß sowohl auf den Rückweg von der Multiplication (§. 728, wie sonderlich §. 731 aus den Exempeln N°. 10 und 11 zu ersehen), als auch auf den vorigen andern Beweis (§. 818): Allein es können dergleichen Exempel öfters kürzer, nach Anzeigung §. 807. solviret werden; wie z. E. 175 = $\frac{1}{4}$ aus 700.

§. 823. Man gestehet gar gerne (§. 793), daß die addirte Zerstreuung in der Division nicht so leichtlich anzubringen sey; jedennoch ist es darum auch nicht ganz unmöglich, vielmehr soll im folgenden gezeiget werden, daß solches bisweilen gar füglich und nicht ohne Vortheil geschehen könne.

Die 112. Aufgabe.

§. 824. Einen Divisorem nach der addirten Zerstreuung zu zerstreuen, und die Division mit Vortheil zu verrichten.

Wenn ein Divisor so viel über 1, 10, 100 oder 1000 ist, daß die Differenz just $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{2}$ ꝛc. aus dem Divisore, so zerstreuet ihn in 2 Stücke, als nämlich in die Differenz und das übrige Stück. Alsdenn nehmet

I. eben einen solchen Theil, als die Differenz aus dem Divisore ist, von dem Dividendo ab, und dividiret

II. das bleibende in das übrige Stücke des Divisoris, das ist in 10, 100 oder 1000 ꝛc.

Z. E. $66106\frac{2}{3}$ in $13\frac{1}{3}$ zu dividiren. Allhier erkennet man auf die Art, wie oben (§. 819) angezeiget worden, gar bald, daß $3\frac{1}{3}$, als der Ueberschuß über 10, sey $\frac{1}{4}$ aus $13\frac{1}{3}$. Denn da man aus der obigen 1ten Tabelle (§. 697) weiß, daß $3\frac{1}{3}$ sey $\frac{1}{3}$ aus 10, das ist daß $3\frac{1}{3}$ in 10, 3 mal enthalten sey, so erhellet, daß in $10+3\frac{1}{3}$, oder in $13\frac{1}{3}$, nothwendig 4 mal $3\frac{1}{3}$ begriffen seyn müsse; und also ferner, daß $3\frac{1}{3}$ sey $\frac{1}{4}$ aus $13\frac{1}{3}$. Derowegen zerstreuet solchen Divisorem in 10 und $3\frac{1}{3}$. Folgends subtrahiret $\frac{1}{4}$ aus der Zahl $66106\frac{2}{3}$ von derselben, und dividiret den Rest 49580 in das andere Stücke des Divisoris, nämlich in 10, wie folget:

$66106\frac{2}{3}$ in $13\frac{1}{3}$ zu dividiren.

4)÷ $16526\frac{2}{3}$

Quot. 4958|0

Beweis.

Wenn ihr diesen Proceß gegen den obigen in der Multiplication (§. 746 N°. 4) haltet, so könnet ihr gar leicht wahrnehmen, daß dieser allhier der Rückweg von jenem sey. Denn an statt, daß man dorten zu dem 10fachen das $3\frac{1}{3}$fache, als $\frac{1}{3}$ aus dem 10fachen addiret, so nimmt man allhier in dem Rückwege von dem $13\frac{1}{3}$fachen, das ist

von

von dem Dividendo, welcher allezeit das Factum Divisoris und Quoti ist (§. 208), das $\frac{1}{3}$ fache, als $\frac{1}{4}$ aus dem $13\frac{1}{3}$ fachen gab, so bleibet nothwendig das 10fache übrig, welches ferner in 12 dividiret wird.

Oder es ist auch der Beweis allhier ganz gleich dem andern Beweise im §. 818. Denn wenn man einen gewissen Theil aus einer Zahl von ihr subtrahiret, wird dieselbe dadurch mit $1 \div$ eben einen solchen Theil aus 1 multipliciret (§. 734). Folgends, wenn man so wol dem Divisori als dem Dividendo einen gleichen Theil aus ihnen (wie beym vorigen Exempel, $\frac{1}{4}$ so wol aus $13\frac{1}{3}$ als auch aus $66106\frac{2}{3}$, abnimmt, so werden beyde dadurch mit gleichem gegrößert (wie im gedachten Exempel, werden beyde mit $1 \div \frac{1}{4}$ oder mit $\frac{3}{4}$ multipliciret): Derowegen muß auf solche Art der verlangte Quotient unverändert herauskommen (§. 293).

§. 825. Noch etliche Exempel zur Uebung.

N°. 1. 738542 $\frac{1}{3}$ in $112\frac{1}{2}$, das ist in $100 + 12\frac{1}{2}$, oder $100 + \frac{1}{8}$ aus $112\frac{1}{2}$. Also:

738542 $\frac{1}{3}$ in $112\frac{1}{2}$

9) $\div$ 82060 $\frac{7}{27}$

Quot. 6564 | 82 $\frac{7}{27}$

246 (3

(9

$\frac{22}{270}\frac{16}{8}$ oder $\frac{11}{135}\frac{8}{4}$.

N°. 2. 874329 fl. 13 ℳ 12 ℛ in $133\frac{1}{3}$, das ist in $100 + 33\frac{1}{3}$, oder $100 + \frac{1}{4}$ aus $133\frac{1}{3}$. Also:

8743 29 fl. 13 ℳ 12 ℛ in $133\frac{1}{3}$

4) $\div$ 2185 8 2, 10, $16\frac{2}{3}$

Quot. fl. 6557 | 47, 2, $13\frac{1}{3}$

ℳ, 14 | 12 (30

96 (18

ℛ, 2 | 29 $\frac{1}{2}$ | 59

100 | 200

N°. 3. 67982 ℔ 23 Loth 3 Qu. 2 ℌ in $1\frac{1}{4}$, das ist in $1+\frac{1}{4}$, oder $1+\frac{1}{3}$ aus $1\frac{1}{4}$. Also:

67982 ℔ 23 Loth 3 Qu. 2 ℌ in $1\frac{1}{4}$

$5\div 13596 \;:\; 17 \;:\; 2 \;:\; 1\frac{1}{3}$

Quot. 54386 : 6 : 1 : $-\frac{4}{3}$. Denn weil 1 nicht dividiren kann (§. 264), so ist dieses der verlangte Quotient.

§. 826. Diese angeführten Exempel können eben so kurz nach der Manier §. 807 solviret werden. Denn $13\frac{1}{3}$ ist $\frac{1}{3}$ aus 40; $112\frac{1}{2}$ ist $\frac{1}{8}$ aus 900; $133\frac{1}{3}$ ist $\frac{1}{3}$ aus 400; und $1\frac{1}{4}$ ist $\frac{1}{4}$ aus 5. Allein eben die Ursache, welche oben (§. 733) schon angezeiget worden, ist auch allhier Ursache, daß man diese itzt beschriebene Manier bey dergleichen Exempel, wie gedacht, etwas leichter als jene Manier (§. 807) achtet.

§. 827. Auf gleiche Weise könnet ihr procediren, wenn der Divisor um einen solchen Theil (wie vorhin §. 824 angewiesen) mehr als eine angewachsene Ziffer ist.

Z. E. N°. 1. 8973 in 225. Das ist in $200+25$, oder $200+\frac{1}{9}$ aus 225. Also:

8973

$9)\div$ 997

7976

$200)$

Quot. $39\frac{176}{200}\left|\frac{22}{25}\right.$

N°. 2. 8805417 in 375, das ist in $300+75$, oder $300+\frac{1}{5}$ aus 375. Also:

8805417

$5)\div$ 1761083 $\frac{2}{5}$

7044333 $\frac{3}{5}$

$300)$

Quot. $23481\frac{168}{300}\left|\frac{14}{12}\right.$,

N°. 3.

N°. 3. 9731 in 675, das ist in 600 + 75, oder 600 + $\frac{1}{9}$ aus 675. Also:

9731
9)÷ 1081 $\frac{2}{9}$
8649 $\frac{7}{9}$
600)
Quot. $14\frac{2}{3}\frac{1}{4}\frac{4}{0}\frac{8}{0}|\frac{2}{6}\frac{8}{7}\frac{1}{5}$

Allein es ist oben (§. 822) bereits erinnert worden, daß dergleichen Exempel öfters kürzer nach Anzeigung §. 807 solviret werden können, wie z. E. 225 = $\frac{1}{4}$ aus 900.

§. 828. Also könnte man diese von §. 818 bis hierher beschriebenen Manieren auch bey solchen Divisoribus anbringen, welche aus kleinen Sorten der Münzen, Maaße oder Gewichte bestehen, wie solches aus den im §. 728 und 731 angeführten Exempeln in benamten Zahlen zu ersehen, bey welchen man allhier in der Division nur den Rückweg wahrnehmen darf. Allein es ist oben (§. 808) bereits die Ursache angemerket worden, warum ich dieses allhier mit Stillschweigen übergehen wollen.

§. 829. Indessen, weil gegenwärtige Absicht nur auf Vortheile gezielet ist, so habe die vorige addirte Zerstreuung (§. 824) mit Fleiß nur auf solche Divisores gestellet, welche 1.) nur in zwey Stücke zerstreuet werden, und 2.) da die Differenz ein bequemer Bruch ist, welcher (§. 447) im Zähler 1 und im Nenner nur eine einzelne Ziffer oder 11 hat. Es verstehet sich aber von selbsten, daß man diese Art der addirten Zerstreuung, daferne nur auf eine curieuse Solution, und nicht auf einen Vortheil gesehen wird, auch bey andern Divisoribus, welche weitläuftiger zerstreuet werden müssen, mit eben dem vorigen Grunde anbringen könne.

Z. E. Es sey in der Regel Detri aufgegeben: Vor 3 fl. 27 ß 6 ₰ bekommet man 8972 ₰, wie viel ₰ kommen

vor

vor 1 fl? (welches Exempel oben §. 501. N°. 2 ordentlich aufgelöset zu finden). Dieſes kann nach voriger Manier, wie folget, ſolviret werden.

3 fl. 27 ʒɛ 6 ₰ = 8972 ℔ = 1 fl?

÷ 7 ʒɛ 6	$\frac{1}{16}$, od. $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$ 4)	2243
÷ 5	$\frac{1}{22}$, od. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{11}$ 4)	÷ 560 $\frac{3}{4}$
÷ 15	$\frac{1}{7}$	8411 $\frac{1}{4}$
3 fl.		11) 764 $\frac{2}{4}\frac{9}{4}$
		2) ÷ 382 $\frac{2}{8}\frac{9}{8}$
		8028 $\frac{8}{8}\frac{1}{8}$
		7) ÷ 1146 $\frac{8}{8}\frac{7}{8}$
		3) 6881 $\frac{4}{4}\frac{1}{4}$
		Quot. 2293 $\frac{3}{4}\frac{1}{4}$ ℔

Nämlich nehmet dem Diviſori erſtlich 7 ʒɛ 6 ₰ ab, das iſt $\frac{1}{16}$ aus 3 fl. 27 ʒɛ 6 ₰; desgleichen ſubtrahiret von dem Dividendo $\frac{1}{16}$, ſo bleiben im Diviſore 3 fl. 20 ʒɛ, und im Dividendo 8411 $\frac{1}{4}$, welche Zahlen (wie vorhin §. 824 erwieſen) unverändert ihre vorige Verhältniß haben. Ferner nehmet von dem Diviſore 5 ʒɛ, das iſt $\frac{1}{22}$ aus 3 fl. 20 ʒɛ; desgleichen auch $\frac{1}{22}$ von dem Dividendo, ſo bleiben in jenem noch 3 fl. 15 ʒɛ, und in dieſem 8028 $\frac{8}{8}\frac{1}{8}$, ſo nicht minder die erſte Verhältniß noch haben. Alſo nehmet weiter von dem Diviſore 15 ʒɛ, das iſt $\frac{1}{7}$ aus 3 fl. 15 ʒɛ; desgleichen auch $\frac{1}{7}$ von dem Dividendo, ſo bleiben endlich 6881 $\frac{4}{4}\frac{1}{4}$ in 3 zu dividiren, welche, wie gewöhnlich, dividiret werden, und kommet ſodenn der begehrte Quotient 2293 $\frac{3}{4}\frac{1}{4}$ ℔.

Oder ihr könnet bey gegenwärtigem Exempel die Zerſtreuung wie folget, anſtellen:

3 fl.

3fl. 27ʒ 6ℌ

÷ 7 · 6 | $\frac{1}{168}$

÷ 10 | $\frac{1}{112}$ d°. | od. $\frac{2}{112}$

÷ 10

3fl.

8972 ℔ · 1fl?

16) ÷ 560 $\frac{1}{4}$ wie vorhin

8411 $\frac{1}{4}$

11) 764 $\frac{2}{4}\frac{0}{4}$ mit 2 multipl.

÷ 1529 $\frac{1}{4}\frac{4}{4}$

6881 $\frac{4}{4}\frac{1}{4}$

3)

Quot. 2293 $\frac{4}{4}\frac{3}{4}$

Nämlich nehmet beyderseits erstlich $\frac{1}{168}$ ab, wie vorhin, bleiben 8411 $\frac{1}{4}$ in 3fl. 20ʒ. zu dividiren. Ferner nehmet von dem Divisore 2 mal 10ʒ ab, das ist $\frac{2}{112}$ aus 3 fl. 20ʒ, desgleichen subtrahiret von dem Dividendo $\frac{2}{112}$, so bleiben wie vorhin 6881 $\frac{4}{112}$, in 3 zu dividiren.

§. 830. Gleichergestalt kann man auch die vorige Manier (§. 818) bey dergleichen weitläuftigen Exempeln anbringen, und kommt demnach die Auflösung des nächst angeführten Exempels, wie folget:

3 fl. 27ʒ 6ℌ

+ 2 · 12 | $\frac{1}{448}$ oder $\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{112}$

4fl.

8972 ℔ · 1fl?

11) 815 $\frac{7}{112}$

4) + 203 $\frac{10}{112}$

9175 $\frac{1}{112}\frac{9}{2}$

4)

Quot. 2293 $\frac{4}{4}\frac{3}{4}$ ℔

Nämlich leget dem Divisori 2 ʒ 12 ℌ bey, das ist $\frac{1}{448}$ aus 3fl. 27ʒ 6ℌ, desgleichen addiret $\frac{1}{448}$ aus dem Dividendo zu demselben, so kommen 9175 $\frac{1}{112}\frac{9}{2}$ in 4 zu dividiren, welche Division den vorigen Quotienten 2293 $\frac{4}{4}\frac{3}{4}$ herausbringet.

§. 831.

§. 831. Da 3 fl. 27 ßr 6 ₰ eben so viel sind, als $3\frac{8}{20}$ fl. (§. 420), so verstehet es sich ferner von selbsten, daß man eben wie vorhin (§. 829 und §. 830) verfahren könne, wenn 8972 in $3\frac{8}{20}$ zu dividiren gegeben werden; und kommen demnach die Partes

nach der 1sten		2ten		und 3ten Manier
also: $3\frac{8}{20}$		$3\frac{8}{20}$		$3\frac{8}{20}$
$\div\ \frac{2}{20}$	$\frac{1}{10}$	$\div\ \frac{2}{20}$	$\frac{1}{10}$	$+\ \frac{8}{20}$ $\frac{1}{4}$
$\div\ \frac{1}{20}$	$\frac{1}{2}$	$\div\ \frac{1}{20}$	$\frac{1}{11}$	
$\div\ \frac{4}{20}$	$\frac{1}{7}$	$\div\ \frac{1}{20}$	d°.	kommen 4—
bleiben 3—		bleiben 3—		

§. 832. Allein es dienen dergleichen Solutiones (wie bereits §. 829 gedacht) nur zur Curiosität, welche denn insonderheit darinnen bestehet, weil man nach solcher Manier die verschiedenen kleinen Sorten in dem Divisore, nicht wie sonst gewöhnlich (§. 501) in die kleinste Sorte resolviren darf. Und weil dieses den meisten ganz fremde scheinet, auch nach gemeiner Art vor eine Nothwendigkeit geachtet wird (§. 506), insonderheit da im mathematischen Sinnenconfect unter andern Kunstexempeln eine dergleichen Aufgabe der Regel Detri gefunden wird, bey welcher der geschickte Autor die Solution vornemlich ohne die verschiedenen Sorten in die kleinsten zu resolviren begehret: Als habe bey gegenwärtiger Gelegenheit, durch gedachtes Exempel, sowol die Möglichkeit, als den wahren Grund von solcher Art Auflösungen, wie dieselben nämlich aus §. 818 und §. 824 herfließen, anzeigen, und des erwehnten Autoris Verlangen auf verschiedene Art vergnügen wollen.

§. 833. Insgemein werden bey der Division eines Bruches durch eine ganze Zahl, 2 Fälle beobachtet, die ich oben (§. 480) bereits angeführet. Es ist aber noch ein 3ter Fall zu merken, in welchem die Division des gegebenen Zählers in den Divisorem zwar nicht aufgehet, jedoch aber beyde ein gemeines Maaß mit einander haben.

ben. Hierbey kann man insonderheit, wo man durch die gegebene Kennzeichen (§. 625 sequ.) das gemeine Maaß in der Geschwindigkeit sehen kann, an statt der obigen Lehre (§. 480), sich folgendes Vortheils bedienen.

Die 113. Aufgabe.

§. 834. **Einen Bruch durch eine ganze Zahl, welche des Bruchs Zähler zwar nicht gerade aufmisset (§. 249), jedoch aber ein gemeines Maaß (§. 252) mit demselben hat, mit Vortheil zu dividiren.**

I. Dividiret den Zähler in das gemeine Maaß.

II. Multipliciret den Nenner mit dem Quotienten, welcher entstehet, so man den Divisorem gleichfalls in solches Maaß kleinert, so kommt der begehrte Zähler und Nenner sofort in ihrer kleinsten Verhältniß.

Z. E. Es sollen $\frac{35}{38}$ in 15 dividiret werden.

Allhier siehet man durch das gegebene Kennzeichen im (§. 628) gar bald, daß 35 und 15 das gemeine Maaß 5 haben. Demnach dividiret solche 35 in 5, kommt der begehrte Zähler 7. Und multipliciret die 38 nur mit 3 (als dem 5ten Theil aus 15) kommt der verlangte Nenner 114; folgends ist der gesuchte Quotient $\frac{7}{114}$.

Beweis.

Dieser ist gleich dem obigen andern Beweise des 2ten Falles (§. 480). Denn nach der daselbst gegebenen gemeinen Lehre, müßte bey gegenwärtigem Exempel der Nenner 38 mit dem ganzen Divisore 15 multipliciret werden, und also die Antwort $\frac{35}{570}$ seyn. Indessen siehet man allhier im voraus, weil der kommende neue Nenner in seinen Factorem 15 allerdings theilbar ist (§. 271),

daß

daß er auch in das Maaß von ſolchem Factore (als 5) theilbar ſeyn müſſe (§. 544). Nun hat der gegebne Zähler, vermöge der Aufgabe, eben dieſes Maaß (5); demnach iſt man voraus verſichert, daß der nach ſolcher gemeinen Art kommende Bruch $\frac{3}{5}\frac{5}{6}$ in ſolches Maaß (5) zu kleinern ſeyn würde (§. 384). Folglich thut man ja kürzer (§. 278), wenn man den gegebenen Zähler ſofort in ſolches Maaß 5 kleinert, und den Nenner 38 nur mit $\frac{1}{3}$ aus 15, das iſt mit 3 multipliciret. Gleiche Beſchaffenheit hat es auch mit andern dergleichen Exempeln.

§. 835. Noch ein Exempel von einer vermiſchten Zahl. Es ſollen $1\frac{2}{2}\frac{0}{0}\frac{5}{8}$ in 6, das iſt (nach Anzeigung §. 483 N°. 3) $\frac{2}{2}\frac{2}{0}\frac{1}{4}\frac{3}{8}$ in 6 zu dividiren. Allhier ſiehet man aus dem gegebenen Kennzeichen im §. 626, daß der Zähler 2253 mit dem Diviſore 6 das gemeine Maaß 3 habe. Derowegen multipliciret den Nenner 2048 nur mit 2 (als mit $\frac{1}{3}$ aus 6), und kleinert hingegen den Zähler 2253 in 3, kommt der begehrte Quotient $\frac{7}{1}\frac{5}{0}\frac{1}{2}\frac{1}{6}$.

§. 836. Gleichergeſtalt werden insgemein bey der Diviſion eines Reſts in benamten Zahlen nur 2 Fälle angemerket, die ich oben §. 226 und 227 erkläret, nämlich 1. (wenn der Diviſor eine andere Zahl, als die Anzahl der kleinern Sorten iſt, ſo viel derer auf eine Einheit des Reſts gehen; und 2.) wenn der Diviſor eben ſo viel iſt. Es giebt aber noch einen dritten Fall zu merken, in welchem der Diviſor zwar nicht eben ſo viel, jedoch aber mit der gedachten Anzahl ein gemeines Maaß hat. Und hierzu dienet folgender Vortheil.

Die 114. Aufgabe.

§. 837. Einen Reſt in benamten Zahlen von welchem der Werth einer Unität deſſelben

ben aus einer solchen Anzahl kleiner Sorten bestehet, die mit dem Divisore ein gemeines Maaß haben, mit Vortheil zu dividiren.

I. Kleinert solche Anzahl gegen den Divisorem in das gemeine Maaß.

II. Procedirt nach Anzeigung §. 226. nämlich, multiplicirt den Rest mit der gekleinerten Anzahl, und divisiret das kommende in den gekleinerten Divisorem.

Z. E. Wenn der Rest ist 29 fl. und der Divisor 354, so kleinert die Anzahl 30 gegen den Divisorem 354 in 6 (§. 629), kommen 5 und 59. Demnach multiplicirt den Rest 29 nur mit 5, und dividirt die kommenden 145 in 59, kommt der gesuchte Quotient 2 fl. 27 x.

Beweis.

Denn solchergestalt kommt das Product von dem Rest eben um so vielmal kleiner, weder das Product, welches kommen müßte, wenn er mit der ganzen Anzahl multiplicirt werden sollte, als das gemeine Maaß Unitäten hat (§. 276); als beym gegebenen Exempel kommt das Product 5 mal kleiner. Wenn nun der Divisor ebenfalls um so viel (in 5) gekleinert wird, und die Division in den gekleinerten Divisorem angestellet wird, so muß allerdings der verlangte Quotient kommen (§. 293).

§. 838. Solchergestalt hat man zuweilen den Vortheil, daß man den Rest gar nicht multiplicieren, sondern nur sofort dividiren darf; welches denn geschiehet, wenn die Anzahl der kleinen Sorten, so viel deren auf eine Unität des Rests gehen, selbst das gedachte gemeine Maaß abgiebt.

Z. E. Wenn der Divisor zu einem Reste an fl. ist 60,

90 oder 120, welche Zahlen ist 30 theilbar; so dürfet ihr solchen Divisorem in 30 kleinern, und demnach den Rest nur sofort in den gekürzten Divisorem 2/3 oder 4 ꝛc. dividiren, so kommt der Quotient in ℔.

§. 839. Also kommt es auch, daß man zuweilen einen Rest nur multipliciren darf, welches geschiehet, wenn der Divisor das erwehnte gemeine Maaß ist.

Z. E. Wenn zu einem Reste an fl. der Divisor ist 2, 3, 5, 6, 10 oder 15, welche Zahlen die Maaße von 30 sind? so dürfet ihr nur die 30 in selbigen Divisorem dividiren, und also den Rest mit dem kommenden multipliciren. (Nota. Dieser Satz ist auch aus §. 278 klar).

§. 840. Es ist aber zu merken, daß dieser vorhin (§. 837) angewiesene Vortheil nur in solchem Falle, schlechterdings anzubringen, wenn in dem Dividendo nebst dem Reste der grössern Sorten keine kleinern Sorten stehen. Wenn aber kleinere Sorten darbey stehen, als wenn beym gedachten Exempel (ibid.) nebst den 29 fl. noch 17 ℔ stehen, so müssen die 29 fl. wirklich mit 30 multipliciret und zu ℔ gemachet werden, damit die 17 darzu genommen werden mögen (§. 491).

§. 841. Jedoch wenn die beystehenden kleinern Sorten ebenfalls in solches Maaß theilbar sind, so kann der erwehnte Vortheil dennoch angebracht werden, nur allein, daß man solche kleinern Sorten ebenfalls kleinern, und die kommende kleinere Anzahl zu dem Product nehmen müsse. Z. E. wenn der Rest 29 fl. 24 ℔, und der Divisor 354 ist; so kleinert die Anzahl der ℔, nämlich 30 gegen 354, wie auch die beystehenden 24 ℔ in 6; folgends multipliciret, wie vorhin gedacht, die 29 fl. mit 5, und nehmet an statt 24 ℔ eine 4 (als den 6ten Theil

aus

aus 24 ℔) dazu, kommen 145 + 4, oder 149, in 59 zu dividiren; und ist demnach der Quotient $2\frac{31}{59}$ ℔.

Von den Vortheilen im Resolviren der Brüche.

Die 15 Aufgabe.

§. 842. Wie die Brüche mit Vortheil zu resolviren.

Nachdem oben zum öftern schon gewiesen worden, daß einen Bruch zu resolviren, oder solchen mit dem Werthe des gegebenen Ganzen zu multipliciren einerley sey; so können auch die vorhin angezeigten Vortheile der Multiplication, eben sowohl, wie derselben allgemeine Regeln (§. 458), auf die Resolution appliciret, und solchergestalt öfters ein Vortheil erlanget werden. Demnach brauchet es allhier nichts mehr, als nur solches durch Exempel zu erklären.

N°. 1. $\frac{3}{4}$ fl. zu ℔ zu machen, das ist $\frac{3}{4}$ aus oder mal 30 ℔. Weil nun bey diesem Bruche zwischen dem Zähler und Nenner eine Relation, und also zum Ganzen ist manquiret, so verfahret nach Anweisung §. 728. oder vielmehr §. 734. N°. 2. Also

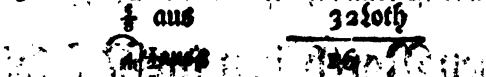
Antw. $22\frac{1}{2}$ ℔.

N°. 2. $\frac{1}{8}$ ℳ in Loth zu resolviren, das ist $\frac{1}{8}$ aus oder mal 32 Loth.

Allhier könnet ihr euch der Operation Zerstreuung nach

Anzeigung §. 757, insonderheit §. 770 bedienen, wie folget:

$\frac{1}{4}$ aus 32 Loth



Antw. 2 Loth.

§. 843. Auf gleiche Weise kann man bey den oben §. 416 angeführten Fällen öfters mit Vortheil verfahren.

Z. E. N°. 1. Wie viel Unitäten sind $\frac{3}{4}$ aus 169 Unitäten? Allhier procediret wie vorhin §. 842. N°. 1. Also:

169

$3) \div 56\frac{1}{4}$

Antw. $112\frac{1}{2}$

N°. 2. Wie viel betragen $\frac{1}{16}$ aus 3874? Allhier verfahret wie vorhin (ibid.) N°. 2. Also:

$\frac{1}{16}$ aus 3874

$\frac{1}{2}$ aus 32 | 1937

$\frac{1}{2}$ | $242\frac{1}{2}$

$121\frac{1}{4}$

Antw. 4809 $\frac{1}{4}$

§. 844. Die vorhin gedachte 1ste Art kann auch bey solchen Brüchen mit Vortheil angebracht werden, deren Nenner schon große Primzahlen sind.

Z. E. $\frac{71}{79}$ fl. zu ß zu machen; so subtrahiret $\frac{71}{79}$ aus 30 ß von 30 ß. Also:

30

$79) \div \frac{71}{79}$

Antw. 29 $\frac{8}{79}$ ß.

Item

Item $\frac{4}{5}$ aus 129, stehet also:

129

$79\frac{4}{5}$ $\frac{1}{5}$

Antw. $127\frac{2}{5}$

Hingegen die gedachte 2te Art, kann bey dergleichen Brüchen, wo der Nenner eine Primzahl und größer als 11 ist, keinesweges mit Vortheil angebracht werden; wie hiervon oben §. 785 bereits gedacht worden.

Von den Vortheilen in der Regel Detri.

§. 845.

Allhier kommen wir gleichsam zu dem Sammelplatze der meisten vorhin erwehnten Vortheile, indem diese so wohl, als die Regel Detri selbst, vornemlich auf die Gleichförmigkeit der Verhältnisse sich gründen. Und da man in der Practica nicht auf allgemeine Regeln, welche nämlich auf alle vorkommende Fälle bequem zu appliciren sind, zu sehen hat (§. 520); so sollen allhier nebst der allgemeinen Hauptregel (§. 338) noch andere 2 besondere Regeln, welche gleichwol in gewissen Fällen gute Dienste thun können, angewiesen, und diese 3 durch 3 besondere Aufgaben, wie folget, erkläret werden.

Die 116. Aufgabe.

§. 846. Wie allerhand Exempel der Regel Detri nach der Hauptregel (§. 338), jedoch nach Bewandniß der Zahlen mit Vortheil zu solviren.

I. Merket daß A, als Divisor in der Regel Detri, theil

weder eine einzig benannte Ganze (§. 506) oder doch eine solche vermischte oder mehrerley namige Zahl sey, durch welche auf eine bequeme Art mit Vortheil zu dividiren. Wo aber dieses nicht ist, so bringet sie unter einen einzigen Namen in Ganzen (§. 405).

II. Gebt Achtung, daß C keine größere Sorten habe, als A bedeutet. Wo aber dieses ist, so machet solche größere Sorten zu kleinern, und zwar nur zu solchen kleinern, als A andeutet. Denn noch kleinere Sorten können in C unverändert stehen bleiben, indem man dieselben in der Multiplication als Partes aus der größern Sorte ansehen (§. 365), und mithin nach Anzeigung §. 757, und zwar insonderheit, wie solches §. 768, 769, 770, 773, 774 ꝛc. bis 780 weitläuftig erkläret worden, verfahren kann.

III. Merket entweder durch die gegebenen Kennzeichen (§. 625 lequ.) oder sonst durch eure natürliche Fähigkeit (§. 644), ob A gegen B oder C zu kleinern; und im Falle man durch solche Verkleinerung einen Vortheil haben kann (denn sonst wird die Verkleinerung nicht geachtet, wie oben §. 514 bereits erwehnet), so kleinert sie nach Möglichkeit.

IV. Also größert auch A gegen B oder C, wo es nützlich, das ist, entweder um Brüche oder kleine Sorten aus A hinwegzuschaffen (§. 499 und 501), oder so es sonst zu einem Vortheile, um etwa einen bequemern Multiplicatorem oder Divisorem zu erlangen, dienen kann. Wenn nun der Aufsatz beschriebenermaßen in Ordnung gebracht, und so viel als möglich bequem gemacht worden, alsdenn

V. procediret nach der Hauptregul (§. 331), nämlich multipliciret B mit C, und dividirets das kommende

Product

Product in A; jedoch nach Bewandniß der Zahlen bald nach dieſem, und bald nach einem andern der vorhin in der Multiplication und Diviſion angezeigten Vortheile.

Beweis.

Was das Kleinern betrifft, ſo iſt deſſen Beweis gleich dem obigen Beweiſe des Größerns (§. 493). Die fernere Ausführung aber gründet ſich auf alles dasjenige, was von dieſer Materie vorhin bereits dargethan worden.

§. 847. Damit ich aber auch alle Specialia anzeige, als nämlich in welchen Fällen zu kleinern oder zu größern ſey; auch welche Brüche beyzubehalten, oder hinwegzuſchaffen; desgleichen wo die eine oder eine andere Multiplications- und Diviſionsart anzubringen: So folgen hiernächſt allerhand Exempel, wobey das benöthigte jedesmal insbeſondere angemerket werden ſoll. Bevor ich aber zu den Exempeln ſchreite, habe ich abſonderlich wegen der Multiplication von B mit C, nicht undienlich zu ſeyn erachtet, folgende 6 Punkte zuvoraus zu ſetzen, als welche anzeigen, welche Multiplicationsart in jedem Falle am bequemſten zu gebrauchen ſey.

I. Wenn 1.) ſowohl B als C ganze Zahlen, oder auch 2.) ſolche vermiſchte Zahlen, wie oben hin und wieder von §. 700 bis §. 736 angeführet worden, mit welchen bequem zu multipliciren iſt; ſo verrichtet in dieſem andern Falle die begehrte Multiplication nach den daſelbſt, in benannten Sphis, angewieſenen Lehren; und im erſten Falle, nach den Lehren in ganzen Zahlen.

II. Wenn B allerhand kleine Sorten oder Brüche hat, und C 1.) eine einzelne Ziffer in Ganzen (worunter allhier auch 10 und 11 verſtanden wird) von gleicher Art Einheiten mit A, oder 2.) eine größere Zahl über 11,

jedoch entweder durch die multiplicirte (§. 744) oder addirte Zerstreuung (§. 748) ohne viele Weitläuftigkeit zu einzelnen Ziffern zu machen ist; so bedienet euch in diesem Falle der daselbst in den angezogenen Syhis angewiesenen Multiplicationsarten; und in jenem Falle des gleichen Vortheils §. 467 oder (wenn C 1 ist) §. 694.

III. Wenn C allerhand kleinere Sorten oder Theile hat, die nämlich kleinere Einheiten sind, als in A befindlich, auch B entweder eine einzelne Ziffer, oder zu einzelnen Ziffern, wie nächst vorhin (Artik. II.) erwehnet, zu machen ist, und beyde, nämlich B und C, von gleicher Art, oder gleicher Eintheilung (wie §. 752 Artik. II. und III erkläret); so könnet ihr B vor C, und wiederum C vor B ansehen (wie oben §. 507 von den allgemeinen Theilen gemeldet worden), solchergestalt die verlangte Multiplication ebenfalls wie in dem vorhergehenden 2ten Artik. angewiesen, verrichten, und nur das Product gehörigermaßen mit den Namen von B benennen.

IV. Wenn aber B allerhand kleine Sorten hat, und C 1.) eine so große ganze Zahl, welche ohne weitläuftigkeit nicht zu einzelnen Ziffern zu machen (§. 756); oder 2.) wenn C allerhand kleinere Sorten oder Theile hat, und B auch wohl nur eine ganze Zahl ist, (gleichwie vorhin im 3ten Artik. gemeldet), jedoch aber beyde, nämlich B und C, weder von gleicher Art, noch von gleicher Eintheilung; oder 3.) wenn sowol C als auch B allerhand kleine Sorten haben, es mögen übrigens dieselbe in C bequeme (wie im 1ten Artik. erwehnet), oder auch unbequeme Theile seyn: Alsdenn bedienet euch der Manier aus §. 757. Ausgenommen

V. wenn in B oder C sich solche Brüche befinden, welche ungeschickte Nenner haben (§. 785), das ist, deren

Zäh-

Zähler sich nicht in bequemere Partes zerstreuen lassen; in welchem Falle ihr dieselbe zuförderst hinweg schaffet (§. 493). Endlich

VI. wenn C aus gar zu viel Partibus bestehet, die in der Ausrechnung viele Mühe mit den Brüchen verursachen (§. 786), und ihr das Facit punktuel verlanget (denn sonst will diese Sorge wegen der Brüche nichts zu sagen haben, wie zu ersehen im §. 787 und §. 788); so bringet dieselbe um alle mühsame Weitläuftigkeit zu vermeiden, viel lieber unter den Namen der kleinsten Sorte, nach Anweisung §. 501; so erlanget ihr eine ganze Zahl, mit welcher ihr ferner nach Anzeigung der vorhergehenden Lehren verfahren könnet.

Die übrigen Observationes und alle andere Umstände wie auch sonst ein und andere Exceptiones, die bey den nächst gemeldten 6 Punkten unterweilen zu machen sind, lassen sich besser aus der Uebung selbst, als durch Regeln erlernen.

§. 848. Demnach folgen hiernächst die Exempel zur Uebung, und zwar nach den vorhin angezeigten 6 Punkten, ebenfalls in 6 besonderen Abtheilungen abgetheilet.

1ste Abtheilung.

von solchen Exempeln, welche unter den gedachten 1sten Punkt gehören.

1ster Fall,

in welchem B und C ganze Zahlen sind.

N° 1. 32 ℔ kosten 749 fl. was 848 ℔?

8) 32 (4

4494

8) 848 (106

79394

Fac. 19848 fl. 15 ß

Allhier ist A gegen C gekleinert in 8, folgends B mit 106 multipliciret, nach Anweisung §. 174, und das kommende Product ferner in 4 dividiret, nach Anzeigung §. 215 und §. 226.

Nota. Es könnten zwar die in A gekommenen 4 gegen die in C gekommenen 106 ferner in 2 gekleinert, und also 2 und 53 herausgebracht werden: Allein es würde dieses doch keinen Vortheil abgeben. Denn eines Theils ist in 4 eben so kurz und leicht zu dividiren, als in 2 (§. 514), und andern Theils ist es vielmehr bequemer, mit 106 als mit 53 zu multipliciren.

N° 2. 600 ℔ kosten 2052 fl. was 11 ℔?

6) 600 — 6) 2052

100 — 342

Fac. fl. 37|62

3)

℔ 18|6 — oder $\frac{1}{2}$ ℔

10

Allhier ist A gegen B gekleinert in 6 (§. 629), ferner die 342 mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 693, und das kommende Product in 100 dividiret, nach Anweisung §. 235. N° 2. Die restirenden 62 fl. aber sind (weil sowohl der Divisor 100 als 30 ℔ in 10 theilbar) an statt 30, nur mit 3 multipliciret, und hingegen die kommenden 186 nur in 10 dividiret worden (§. 837).

Nota. Ob wohl die gekommenen A und B, nämlich 100 und 342 ferner in 2 zu kleinern sind, so wird solches doch deswegen unterlassen, weil 100 der bequemste Divisor ist (§. 235).

N° 3.

N°. 3. (666 ℔ kosten 148 fl. was 161 ℔?

7) 138 2) 69 23)

74 23)

Fac. 24 2/3 fl.

Allhier ist A gegen B erstlich in 10 (§. 634) gekleinert, das ist beyderseits die 0 zur Rechten hinweggestrichen worden. Ferner siehet man gar leicht, entweder durch das Kennzeichen §. 630, oder durch einen kleinen Ueberschlag in Gedanken (§. 631), daß A gegen C in 7 zu kleinern, so sind dieselben in 7 gekleinert worden. Weiter ist A gegen B in 5 (§. 625), und ferner, weil auch nur ein wenig geübter gar bald sehen kann, daß 69 in 23 aufgehen (§. 644), abermal A gegen C in 23, gekleinert worden; so hat man endlich den Aufsatz 3-74-1. Folgends sind die 74 in 3 dividiret, kommt das begehrte Facit 24 2/3 fl. (§. 358).

Nota. Dieses ist das Exempel, welches oben §. 494. N°. 6 zu finden.

N°. 4. 2635 Last kosten fl. 28971 . . . was 625 Last?

5) 527 8) 3621375 5) 125

Fac. 6871 fl. 20 ß 6 4 3/7 ₰

459. . .
377. . .
88.

Rest 358 30)
1074 ₰
Rest 200 18)
3600 ₰
Rest 438

Allhier

Allhier iſt A gegen C gekleinert in 5 (§. 628). Ferner iſt B mit 125 multipliciret nach Anzeigung §. 700, ſonderlich N°. 10, und das Product durch 527 dividiret nach Lehre §. 243. Mit den Reſten aber iſt, wie §. 226 gelehret, procediret worden.

N°. 5. 56 Stein koſten 110 fl. was 73 Stein?

Fac. 143 5/11 fl. — 8030 — 24. — 19. — Reſt 22

Allhier iſt C mit B (indem 110 ein bequemer Multiplicator als 73) multipliciret, nach Anzeigung §. 693 N°. 2, und alſo die Berechnung unter C geſetzet worden (§. 354). Und eben deswegen, weil mit 110 leichter als mit halb 110 oder 55 zu multipliciren iſt, ſo werden ſie gegen A nicht, wie ſonſt, in 2 gekleinert. Ferner iſt das kommende Product in A dividiret nach Anweiſung §. 243. Mit dem Reſte aber iſt wie §. 225 gelehret, verfahren worden.

Nota. Zwar könnte man A in 7 mal 8 (§. 802) zerſtreuen; allein bey gegenwärtigem Falle, will ſolcher Vortheil der multiplicirten Zerſtreuung nichts zu ſagen haben (§. 804).

N°. 6. 16 ℔ 16 Schock
oder 16 2/3 ℔ = 657 1/8 fl. = 88 ℔?

5256 (11
57816 (6
Fac. fl. 3468|96 (a
ℳ = 28|8|4/5
10

Allhier

Allhier ist A mit C zu multipliciren, nach Anzeigung §. 739, und das kommende Product in B (weil $16\frac{2}{3} = \frac{1}{6}$) zu dividiren, nach Anweisung §. 805. Der Rest aber ist (wie vorhin bey N. 12) anstatt 30 nur mit 3 zu multipliciren, und hingegen musste 100 nur in 10 dividiret worden.

Nota. 1. Dieses Exempel kann auch wie folget aufgelöset werden:

$16\frac{2}{3}$ ℔ . 657 fl. . 88 ℔?

6 | 6

100 | 3942 (8

31536

81 (11

Fac. fl. 34681$\frac{96}{100}$ wie vorhin.

Dieser Proceß ist gleich dem vorigen, indem in beyden Ausrechnungen das Product aus den Factoribus 657, 8, 11 und 6 (denn an der Ordnung, ob man zuletzt mit 8 oder 6 multiplicirt, liegt nichts, wie schon §. 163 gemeldet) in 100 dividiret worden. Nur allein daß diese Berechnung aus einem andern Grunde hergeleitet wird, indem allhier A gegen B sofort anfangs mit Fleiß mit 6 gegrößert worden, um den bequemen Divisorem 100 zu erlangen. Indessen ist zu merken, wenn man in dergleichen Fällen in dieser Solution durch die Vergrößerung sich behelfen will, daß man wohl wahrzunehmen habe, welches Glied man gegen A größern solle, nämlich B oder C, damit man nicht in unnöthige Weitläuftigkeit gerathen möge. Und eben dieser Ursache wegen ist allhier B und C (als welches vorhin ein bequemer Multiplicator ist nach Anweisung §. 739) gegen A gegrößert worden, weil sonst die Ausrechnung in etwas weitläuftiger kommen müßte.

Nota. 2.

Nota 2. Wann nun man den Bruch $\frac{1}{2}$ hinweg-
schaffen will, darf man die Vergrösserung auch mit 3 ver-
richten (§. 449 und §. 493); allein es wird allhier die
Vergrösserung deswegen lieber mit 6 angestellet, um sol-
chergestalt den bequemern Divisorem 90 zu erlangen.

N°. 7. 22 ℔ 16 loth
oder $22\frac{1}{2}$ ℔ = 997 fl. = ℔ 857 . . .

Nota 1. Diese Exempel kann man auch also machen:

A	1	8	5	4
B				2
C		3	4	1
D				4
E				1

Fac. 3797 fl. 18 ß 12 ₰.

Allhier ist C mit B multipliciret, nach Anzeigung §.
[illegible] das kommende Product in A (weil $22\frac{1}{2}$
$= \frac{45}{2}$ aus 90) dividiret, nach Anweisung §. 807. Die
restirende 5 fl. aber sind, weil der Divisor 90 in 30 ge-
rade aufgehet, und also 3mal so groß ist, ohne Multipli-
cation, und sofort nur in 3 dividiret worden (§. 838),
durch welche Division denn die 18 ß 12 ₰ gekommen.

Nota. Will man allhier sich des Vergrösserns nicht
bedienen, so hat man eben dasjenige zu merken, welches
nächstvorigen Exempel N°. 6. erinnert worden. Hier-
nächst verrichtet man allhier die Vergrösserung mit
B vorhin ein bequemer Multiplicator ist, lieber mit 6,
zwar nicht nur mit 2, sondern mit 4, damit man den
Divisorem 90 erlange, welches bequemer also ist,
wie folget:

C (als dann
$22\frac{1}{2}$

N°. 8. 19 fl. geben 15 Timpfen, was 3761 Timpfen?

Fac. 4 8 1 8 Timpfen.

Nota. Ob wohl in diesem Exempel lauter ganze Zahlen stehen, und also nicht nöthig wäre, dieselben zu gröſſern, so wird A gegen B dennoch deswegen mit 2 gegröſſert, damit in B der bequemste Multiplicator 10 (§. 159) kommt; wodurch der A, als den Divisor, gleichviel nur eine einzelne Ziffer bleibt, die folgends eben so bequem als vorhin (§. 514) zu dividiren. Demnach darf man C nur einen Punct machen (§. 193), und ferner in 6 dividiren.

N°. 9. 5 Timpf. geben 3 fl. was 8237 Timpfen?

Fac. fl. 4942 oder 7.

Allhier ist aus nächst vorher erwehnter Ursache A gegen B mit 2 gegröſſert; ferner C mit 6 multipliciret, und in 10 dividiret.

N°. 10. 15 Loth kosten fl. 765, was 5 Loth?

Fac. 511 fl. 22 xr.

Allhier.

Allhier ist in C zwar eine mehrerley namige Zahl gegeben, allein weil selbige (vermöge des II. Anhangs in §. 846) zu Loth gemachet, und also unter einen einzigen Namen gebracht werden müssen, so gehöret dieses Exempel hierher in die erste Abtheilung: Folgends ist B mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 176, und das Product in A dividiret nach Anweisung §. 807.

Nota. 1. Man könnte zwar die 15 in 3 mal 5 zerstreuen (§. 802): Allein man bedienet sich bey gegenwärtigem Falle absonderlich deswegen der Methode aus §. 807, weil solchergestalt den Divisor 20 kommt; und da ein restirender 8. ebenfalls 20ge hat, so kann man den Rest 22 sofort unter den Namen 22, ohne einige Berechnung hinschreiben (§. 227).

Nota. 2. Also auch könnte man die 36 in A durch das Größern alle erlangen; allein es würde dadurch die Multiplication, die sonst ganz bequem ist (§. 176), desto unbequemer kommen, wenn man B hätte vergrößern sollen.

Nota. 3.

166 Last 29 Scheffel 3 9 5 7 Bst. * 4 Last 35 Sch.?

(60 (1100 (60

9989 01 43533600 275

4) 1088 94 00

1 9968

11

Fac. 1 1088 5 11

(30

1 1370

(276

Allhier

Allhier iſt zwar in C keine gröſſere Sorte gegeben, als in A: Allein, weil A allhier aus verſchiedenen Sorten beſtehet, und aber kein ſolcher bequemer Diviſor iſt, wie in den vorigen Exempeln N°. 6 und 7, folgends zu Scheffeln gemacht werden muß (§. 846 Artik. I.); ſo müſſen auch die Laſten in C zu Scheffeln gemacht werden (ibid. Artik. II). Demnach iſt ferner B mit C multipliciret nach Anzeigung §. 717. N°. 4, und das kommende Product in A dividiret nach Anweiſung §. 810 N°. 3.

Nota. Auch hier könnte man ſich des Gröſſerns mit 4 bey A und C (wenn ſelbige erſt zu Scheffeln gemachet) bedienen, wodurch C zu einem deſto bequemern Multiplicatore 1100 gemachet werden könnte: Allein es würde auf ſolche Weiſe A ein deſto unbequemerer Diviſor werden.

N°. 12. 113 ℔ 16 Loth
oder 112½ ℔ koſten 471 fl. was 4993 ℔?

5000
2355000
÷ 7fach.
2331703
9) 261300⅓
Fac. fl. 29004 102/3
100

Allhier iſt B mit C multipliciret nach Anzeigung §. 726, und das Product in A dividiret nach Anweiſung §. 825 N°. 1.

Nota. Man könnte allhier A gegen C auch anfangs gleich mit 8 gröſſern, damit der bequeme Diviſor 900 komme (wie vorhin bey N°. 6 Nota. 1. gezeiget worden): Allein eben diejenige Urſache, welche oben (§. 826) erwehnet worden, findet auch allhier ſtatt.

N° 13. 240 ℔ kosten fl. 9487 . . . was 1253 ℔?

1185875.
28461
1188721 1
6) 198120 1/6
40)
Fac. fl. 4953 1/240.

Allhier ist B mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 746 N° 7, und das kommende Product (weil es nicht, wie vorhin in N° 5 eine kleine Zahl ist) lieber nach der multiplicirten Zerstreuung, nach Anweisung §. 803 N° 2, in A dividiret.

N° 14. 375 Stücke . 1923 fl. . 4579 . . . St.
421268.
13737
8805417
5) 1761083 2/3
40)
300)
1/2 Fac. fl. 25481 168/1500 | 14/125

Allhier ist C mit B multipliciret, nach Anzeigung §. 746 N° 13, und das kommende Product in A dividiret, nach Anweisung §. 827 N° 2.

Nota. 1. Daß man diese Division auch nach Anzeigung §. 822. N° 2. anstellen könnte, ist daselbst klar zu ersehen. Demnach habe allhier nur dieses noch anmerken wollen, nämlich, daß ihr bey gegenwärtigem Exempel A gegen C mit 4 größern könnet. Und obgleich auf solche Weise der kommende Divisor 1500 aus mehr, als nur einer bedeutlichen Ziffer bestehet: so ist derselbe dennoch

bequem,

bequem, weil 15 aus 3 mal 5 componiret ist, folgends 1500 aus 3 mal 500, und kommt demnach die Ausrechnung, als folget:

1875 1923 4579

1500 18316

1685072

54048

3522668

7500

2348178 wie vorhin.

Diese Solution ist zwar eben so kurz, als die erste, wie auch die vorhin erwehnte nach §. 829. allein es werden diese beyde aus der oben in §. 821 und §. 826 gegebenen Ursache vor etwas leichter geachtet.

Nota. 2. Ich könnte allhier in ganzen Zahlen noch verschiedene Exempel vorstellen, bey welchen die übrigen Arten der Multiplication aus §. 746 angebracht werden können, wenn ich dieselbe, um unnöthige Weitläuftigkeit zu vermeiden, nicht mit Fleiß hätte übergehen wollen.

2ter Fall,

in welchem B, oder auch C kleine Sorten haben, so aber bequem zu multipliciren sind.

N°. 15. 72 kosten fl. 209, 40 kr. was 875 ℔?

1 Fac. 262188 fl. 22 kr. 9 ₰ 125

Nämlich, wenn ihr die oben (§. 697 Tab. I.) specificirte Theile aus 10, 100 und 1000 innen habt, so könnet ihr eben auf die Weise, wie in der Anmerkung §. 819 angezeiget worden, sofort wissen, daß der bequeme Multipli-

cator 125 sey $\frac{1}{7}$ aus 875. Und da allhier A gleichfalls in 7 aufgehet, so ist dasselbe gegen C in 7 verkleinert, und also B, nämlich die 209 fl. 22 ß 9 ₰, welche gleich sind 209$\frac{1}{4}$ fl. mit 125 nach Anzeigung §. 702 multiplicirt worden. Indessen ist das verkleinerte A allhier 1; derowegen ist das gefundene Product zugleich auch das verlangte Facit (§. 358).

Nota. 1. Ihr könnet dieses Exempel eben wie vorhin, jedoch aber aus einem andern Grunde solviren, nämlich, wenn ihr wisset, daß A und C in 7 aufgehen, so könnet ihr beyderseits den 7ten Theil addiren, das ist beyde mit 1 grössern (§. 354). Mithin erlanget man in C den bequemen Multiplicatorem 1000, und in A kommen 8, in welche eben so bequem, als in die gegebene 7 zu dividiren ist (wie §. 514 bereits erwehnet worden), welchergestalt die Ausrechnung, als folget, zu stehen kommt:

7 ℔ kosten fl. 209, 22 ß 9 ₰, was 875 ℔?

7)+ 1 — Fac. 26218 fl. 22 ß 9 ₰ — 7)+ 125

8 — 1000

Nota. 2. Obgleich in diesem Exempel B eine mehrerley namige Zahl ist, so wird sie doch wie eine einzigbenamte ganze Zahl tractiret, weil 209 fl. 22 ß 9 ₰ = 209$\frac{1}{4}$ fl. welche eben sowol, als eine einzigbenamte ganze Zahl mit 125 oder 1000 gar leicht zu multipliciren sind (§. 702); und derowegen gehören dergleichen Exempel ohne Anstoß hierher in die 1ste Abtheilung.

N° 16. 14 ℔ 8 Loth kosten fl. 359 xr. 2 ₰, was 48 ℔?

(2) 29 — 3453 1/10 fl. od. 6 ₰ 96 — (2)

Fac. 1129 fl. 21 1/2 ₰ — 5 . . . — 36 . . .

21

(30) 636

5.

27

Nämlich, weil allhier A kein so bequemer Divisor ist, wie in vorigen Exempeln (N° 6 und 7), so bringet man dasselbe (vermöge Anm. I. §. 246) unter einen einfachen Namen; jedoch, weil 8 Loth = 1/2 ℔, so machet man solches A nicht zu lauter Loth, sondern nur zu halben ℔. Demnach grösset man C ebenfalls mit 2 (§. 493). Indessen ist B 359 fl. 2 ₰ = 359 2/10 fl; derowegen multiplicivet man solche mit 96 nach Anzeigung §. 708, und divid[illegible] ferner das Product in 29 nach Anweisung §. 243.

N° 17. 23 ℔ kosten 145 fl. 28 ₰ 9 ₰, was 23 ℔?

ist 146 — 1 1/2 ₰

438 — 23 mal 1 1/2 ₰ ist 1 fl. 4 1/2 ₰.

892

Fac. fl. 3356. 25 1/2 ₰

(30)

₰ = 20 5 1/2 ₰

10 | 1/2

Allhier hat B zwar allerhand unbequeme kleine Sorten; allein, weil dieselbe sehr nahe an einen ganzen fl. so multipliciret man solche mit C nach Anzeigung §. 711. Ferner ist das Product in A dividiret nach Anweisung §. 491 N°. 10.

N°. 18. 7 Stück kosten 12 ℔, was 4639 Stück?

fl. 1855|6 — oder 18 ℔

10

Facit fl. 365 . 24 ℔

Allhier ist B zwar nur kleine Sorten; allein, weil sie just ½ fl. (wiewohl es auch als 3 fl. angesehen werden könnte, wenn es nicht der Kürze wegen lieber vor ½ anzunehmen wäre, wie §. 711 bey N°. 2 bereits angemerket worden), mit welchen leicht zu multipliciren, so tractiret man dieselbe, als eine ganze Zahl in fl. Demnach ist C mit B multipliciret, nach Anzeigung §. und das Product in A dividiret, nach Anweisung §. 483 oder §. 491.

N°. 19. 3 ℔ kosten 79 fl. 25 ℔, was 286 ℔?

12880

6) 47⅔

2832⅓ oder 10 ℔

Fac. fl. 7610⅓ oder 23⅓ ℔

Nämlich, weil 79 fl. 25 ℔ = 80 ℔ ⅓ fl. so multipliciret C mit B, nach Anzeigung §. 728, und dividiret das Product ferner in A.

N°. 20.

N°. 20. 11 Schock . fl. 43 . 7 ß 9 ₰ . 87½ Sch.?

8) ÷ 540 ⅛

3784 ⅜ oder 11 ß 4½ ₰

Fac. fl. 344 ⅜ oder 1 ß — ½ ₰

Allhier ist zwar B eine mehrerley namige, und C eine vermischte Zahl; gleichwohl können selbige als einzigbenamte ganze Zahlen tractiret werden, indem 43 fl. 7 ß 9 ₰ gleich sind 43¾ fl. welche mit 87½, nach Anzeigung §. 732, multipliciret, und ferner das Product, nach Anweisung §. 801, in A dividiret.

N°. 21. Vor 100 fl. kommen 129 ß, was vor 27 ß?

Fac. ß 1 | 1 6 1/10 | 1 6 1/1000

100 | 13 | 1

Allhier ist C zwar eine kleinere Sorte, als A; allein, weil 27 ß = 1 fl. ÷ 1 1/10, so ist B mit C, nach Anzeigung §. 731 N°. 3 in Nota, multipliciret, und demnach dieses Exempel hieher in die 1ste Abtheilung gebracht worden.

N°. 22.

93 Stein . 329 fl. 10 ß . 8 5 4 . . . Stein?

3) 2 8 4 6 6 6⅔ das 333⅓fache.

1 2 8 1 2 | 5 0⅔ (÷ 4fache.

1 9 6 | 8 4

1 3 | 7 2

9 1

9 7

1 4

Fac. fl. 3 0 2 4 | 1 8⅔ | 56/27

9 3

Allhier ist C mit B multipliciret, nach Anweisung §. 735 N°. 3. und das Product in A dividiret nach Anzeigung §. 810 N°. 5.

N°. 23. 11 Dutzet kosten 237 fl. 15 kr. was 525 Dutzet?

(600

8)+ 178 [illegible]

124687½

Fac. fl. 1335 fl. 6½ kr.

Allhier ist B mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 731 N°. 10. und das kommende Product in A dividiret, nach Anweisung §. 801.

N°. 24. 87 Kl. St. 12 ℔

oder 87½ Kl. St. 248 fl. 49½ kr. 4 St. 18 ℔?

(5

2459

4)

614937½ das 250fache.

(÷ 2fache.

610018

7)+ 87145¾

Fac. fl.	6991	63¾	444	111
	1	100	700	175

Weil allhier die 87½ Stein, oder 87 Stein 12 ℔, in A ein bequemer Divisor sind, indem 87½ = 100 ÷ 12½ = 100 ÷ ⅛ aus 87½, so hat man (wie vorhin N°. 6 und 7) nicht nöthig, denselben zu halben Steinen, vielweniger zu ℔ zu machen; derowegen wird C (besage des II. Artik. §. 846) auch nur zu lauter Steinen gemachet, so kommen 2459 St. 18 ℔. Diese mit B multiplici-

ret,

ret, nach Anweisung §. 736 (weil 248 = (¼ aus 1000), ÷ 2, und 2459 St. 18 ℔ = 2459½ St.), und das kommende Product in A dividiret, nach Anzeigung §. 818.

Nota. Warum aber diese Auflösung leichter heiße, als wenn man A gegen C mit 8 größern sollte, solches ist vorhin in N°. 12 bereits angemerket worden.

N°. 25.

3 Sch. 2 ℔. 5 ℔. 8357 fl. 10 xr. 2 Sch. 2 ℔. 3 ℔?

(20) (20)

62		5014400	42	
372 (16		8½ 626800	252 (16	
997 ℔	—	5641200	675 ℔	
		16933		
		48		
	Fac. fl. 5658	171		
		3		
		174 (30		
	xr.	5220		
		15		
		⅔ ⅓ ¼ xr.		

Allhier ist, nachdem A und C zu lauter ℔ gemacht, A mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 746 N°. 8 und das kommende Product in A dividiret, nach Anweisung §. 810 N°. 2.

2te Abtheilung,

Von solchen Exempeln, welche unter den 2ten Punkt gehören.

1ſter Fall,
in welchem C eine einzelne ganze Ziffer, oder auch 10 oder 11 iſt.

N°. 26. 100 ℔ koſten 379 fl. 14 ß 6 ₰, was 7 ℔?

Fac. fl. 26 | 56 · 10 · 8
ß 16 | 90 (5 (18
₰ 16 | 26

Allhier iſt B mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 467, und das Product in A dividiret nach Anweiſung §. 491 N°. 10.

N°. 27. 7 ℔ koſten 83 Thl. 17 Gß 9½ ₰, was 10 ℔?

837 · 9 · 11

Fac. 119 Thl. 15 Gß 1 4/7 ₰

Allhier iſt B mit C multipliciret, nach Anweiſung §. 467 N°. 14, und das Product in A dividiret, nach Anzeigung §. 491.

N°. 28. 6 ℒ koſten 453 fl. 15 ß 7 ¾ ₰, was 11 ℒ?

4988 · 19 · 13 ¼

Fac. 831 · 13 · 5 1/24

Allhier iſt B mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 694, und das Product in A dividiret, nach Anweiſung §. 491.

N°. 29. 5 Schff. · 241 fl. 16 ß 8 7/20 ₰, 2 ¼ Schff?

(4 (4
20 2657 · 1 · 2 1/20 11

Fac. 132 fl. 25 ß 10 13/220 ₰ 17
30
511
11
(18
200

Nämlich,

Nämlich, weil allhier C durch die Vergrößerung dennoch nicht über 11 kommt, so größert A gegen C mit 4. Demnach ist A mit C multiplicirt nach Anzeigung §. 694, und das Product in A dividiret nach Anweisung §. 498 N°. 11.

Nota. Unter diesem 1sten Falle der 2ten Abtheilung könnte ich auch Exempel beybringen, in welchen B nur aus kleinen Sorten oder Theilen bestehet; allein es ist deren Ausrechnung ganz gleich dem Nächst vorhin jetzterwehnten Auflösung. Als, wenn das nächst vorige Exempel hieher gehörte, und es hieße 8 ℔ 8 ß 7 ₰, was 2¾? so würde man die Multiplication eben wie vorhin geschehen, nach Anzeigung §. 694 zu verrichten, und also die völlige Auflösung gleicher vorigen, und gar wie folgend aufstellen haben.

5 — 1 ℔ 8 ß 7 ₰ — 2¾

(4 — (4

20 — 11

181 · 2 13/20

Fac. 9 ℔ 1 13/20 ß.

2ter Fall,

in welchem C größer als 11, jedoch aber durch die multiplicirte oder addirte Zerstreuung zu einzelen Ziffern zu machen ist.

N°. 30. 24 ℔ kosten 43 fl. 13 ß 6 ₰, was 70 ℔?

6) — 6)

4 — 7 · 7 · 4 (7

50 · 20 · 10 (10

506 · 25 · 10

Fac. 126 · 21 · 7

Allhier ist A gegen B, ob es gleich eine mehrerley namige Zahl (weil man aus §. 170 siehet, daß sie eben sowohl, als 24 in 6 aufgehet) in 6 gekleinert; alsdenn das ver-

verkleinerte B mit C multipliciret nach Anzeigung §. 744.

N°. 31. 14 ℔ kosten 3 fl. 19 ß. 7 ½ ₰, was 180 ℔?

1905 · 20 · 10 ½ (6, 3, 10)

5717 · 19 · 13 ½

57176 · 17 · 9

Fac. 5197 · 26 · 2 5/7

Allhier ist B mit C multipliciret nach Anzeigung §. 744 N°. 6. und das Product in A dividiret, nach Anweisung §. 801.

N°. 32. 24 ℔ kosten 45 fl. 13 ß 6 ₰, was 71 ℔?

6)— 6)— (7, 10 + 1)

4 — 7 · 7 · 4

70 · 20 · 10

506 · 25 · 10

514 · 2 · 14

Fac. 128 · 15 · 12 ½ ₰

Dieser Proceß ist gleich dem Proceß N°. 30. in welchem die 70 in 7 mal 10 zerstreuet worden; allein, weil C allhier 71 ist, so wird das Einfache zu dem 70fachen addirt, eben auf die Art, wie §. 748 zu dem 64fachen das 1fache addiret worden.

N°. 33. 24 ℔ kosten 45 fl. 13 ß 6 ₰, was 69 ℔?

6)— 6)— (7, 10 ÷ 1)

4 — 7 · 7 · 4

50 · 20 · 10

506 · 25 · 10

499 · 18 · 6

Fac. 124 · 27 · 1 ½

Dieser

Dieser Proceß ist abermal gleich dem Proceß N° 30; allein, weil 69 = 70 − 1, so ist das 1fache von dem 70 fachen subtrahiret worden (§. 745 N° 3).

N° 34. 7 ℔ kosten 329 fl. 14 ß 11 ₰, was 25 ℔?

1647 • 13 • 1 (5

8237 • 5 • 5

Fac. 1176 • 22 • 3 3/7

Nämlich, weil allhier B eine mehrerley benamte Zahl von allerhand Sorten (§. 699), so lässet sich der Vortheil aus §. 702 nicht so bequem anbringen (§. 703). Derowegen ist B mit C multipliciret nach Anzeigung §. 744; ferner das kommende Product in A dividiret nach Anweisung §. 491.

N° 35. 25 ℔ kosten 613 fl. 16 ß 6 ₰, was 276 ℔?

3681 • 8 • —	6	6
18406 • 16 • —	30	5 m 6
847250 • 32 • —	240	8 m 30

169338 • 8 • —

Fac. fl. 677353 • 2 • —

ß • 15 92 (30

100 2/23 ß

Allhier ist B mit C multipliciret nach Anweisung §. 748, oder 751, und das kommende Product in A dividiret nach Anzeigung §. 805.

N° 36.

N°. 36. 7725 Thl. 10 Gr. 6 Pf. = 549 ℔

	5808 • 21 • 6	
	84888 • 15 • —	84 m 9
	348536 • 6 • —	549 10 m 54
7)	354345 • 4 • 6	
	50620 • 17 • 9 ½	
11)		
	Fac. 4601 • 21 • 3 ½	

Allhier ist B mit C. multipliciret, nach Anzeigung §. 747. (wobey insonderheit der §. 751. N°. 2. Nota 2. angemerkte Vortheil, wie nämlich die 22 gar leicht mit 6 zu multipliciren, zu beobachten ist), und das Product (weil solches allhier nicht, wie vorhin in N°. 5 nur eine ganze, sondern eine mehrerley nemige Zahl) nach Anweisung §. 802. in A dividiret.

Nota. Ihr könnet bey gegenwärtigem Exempel die Multiplication auch nach Anzeigung §. 745 verrichten, indem 549 = 550 ÷ 1, und 550 aus 5 × 11 × 10 componiret ist; wie folget:

645 Thl. 10 Gr. 6 Pf.	mit 549	B
3227 • 4 • 6	5	
35499 • 1 • 6	11	
354990 • 15 • —	10 ÷ 1	

354345 • 4 • 6 das verlangte Product, wie vorhin.

N°. 37.

N°. 38. 10000 fl. 671 fl. 17 ß 13 ₰ ₰ 556 fl. 2

3357 · 28 · 13 ½

88987 · 28 · 9 ½

369375 · 15 · — ½

Fac. fl. 37 | 3405 · 1 · 10 ½

ß · 10 | 215 · 1

| 17298

38728 | 5

10000 | 55 11 11 5 ₰

Allhier ist B mit C multipliciret, nach Anweisung §. 747, und das Product in A dividiret nach Anweisung §. 491. N°. 10.

Nota 1. Daß ich in der Ausrechnung gesetzet ½, und solchen Bruch nicht sofort in 2 gekleinert habe (§. 386) ist deswegen geschehen, damit die hernach zu addiren kommenden Brüche gleiche Namen haben mögen. Und eben dieser Ursache wegen wird die Verkleinerung der Brüche in dergleichen Fällen, in welchen man zu voraus weiß, daß dieselbe hernach zu addiren, oder zu subtrahiren, nicht allezeit so genau geachtet.

Nota 2. Ihr könnet zwar die Multiplication bey diesem Exempel auch wohl nach Anzeigung §. 745 verrichten, indem 556 = 560 — 4, und 560 componiret aus 7 × 8 × 10. Allein, weil das 4fache allererst insbesondere gesuchet werden müßte, so ist die vorige Art kürzer, als diese; wie hiervon im §. 751 N°. 1 in Not. bemerket, absonderlich im §. 750 im 3ten Artik. bereits erwehnet worden.

Nota 3. Dasjenige, so vorhin nach N°. 29 von dem 1sten Falle dieser 2ten Abtheilung mit Nota bemerket worden, ist auch hieher zu ziehen; derowegen habe ich unnöthig erachtet, allhier

in

in dem 2ten Falle einige Exempel vorzustellen, in welchen B nur kleinere Sorten oder Theile hat.

3te Abtheilung,

Von solchen Exempeln, welche unter den 3ten Punkt gehören.

Damit nun die Erklärung dieser Art Exempel desto deutlicher sehen möge, so will ich allhier die vorigen Exempel aus der 2ten Abtheilung nur verkehrt proponiren, nämlich die Zahl aus B in C, und die Zahl aus C in B setzen, und beyde, B und C, nur mit gleichen Namen, oder mit Namen von gleicher Eintheilung benennen, so wird man klar vor Augen sehen können, daß eben derselbe Proceß, welcher vorhin angebracht worden, nicht minder auch allhier anzubringen sey.

N°. 38. Das Exempel N°. 26, will ich allhier folgendergestalt setzen.

100 fl. gewinnen 7 fl. was 379 fl. 14 ß 6 ₰?

Fac. fl. 26|56 = 10 = 6

ß = 16|90

₰ = 16|26

Nämlich, weil allhier B und C von gleicher Art Münze, so gilt es gleichviel, ob ich setze: fl. 100 = 7 fl. = 379 fl. 14 ß 6 ₰? Oder 100 fl. = 379 fl. 14 ß 6 ₰ = 7 fl. (§. 507). Derowegen ist sowol der gegenwärtige Proceß, als auch das Facit selbst, ganz gleich dem Proceß und Facit N°. 26.

N°. 39. Das Exempel N°. 27 setzet also:

7 Thl. erfordern 10 ₰, was 83 Thl. 17 ß 9½ ₰?

837 = 9 = 11

Fac. 119 ₰ 15 Schott 1½ Gr.

Nämlich

Nämlich ob gleich in dieſem Exempel B und C nicht von gleicher Art, indem dieſes Thl. und jenes ℔ bedeutet, ſo ſind ſie doch von gleicher Eintheilung, weil beyde ſowol 1 Leipziger Thl. als 1 ℔, in 24 und 12 vertheilet ſind (§. 753 Artik. III.). Derowegen kann man dieſes Exempel anſehen, als ſollte es heißen:

7 Thl. 83 ℔ 17 Schott 9½ Grän = 10 Thl.?
Oder 7 ℔ 83 Thl. 17 Sgr 9½ ₰ = 10 ℔?

Folgends hat man allhier eben alſo wie in N°. 27 zu procediren, und das Facit gehörigermaßen (§. 349) nur mit den Namen ℔, Schott und Grän zu benennen; ſo kommt daſſelbe zwar mit andern Namen, jedoch den Zahlen nach ganz gleich, wie in gedachter N°. 27.

N°. 40. Das Exempel N°. 28 ſetzet alſo:

wenn 6 £ Sterl. = 11 £ Vls., was 453 £. 15 ß 7 ½ ₰ Sterl.?

4991 = 12 = 1 ½

Fac. 831 £. 18 ß 8½ ₰ Vls.

Nämlich weil 1 £. Sterl. und 1 £. Vls. von gleicher Eintheilung, indem beyde in 20 und 12 (das iſt in 20 ß à 12 ₰) vertheilet ſind; ſo kann man dieſes Exempel anſehen, als ſollte es heißen: 6 £. Sterl. geben 453 £. Vls 15 ß 7½ ₰ was 11 £. Sterl.? Folglich iſt die Ausrechnung allhier gleich dem Proceſſe in erwehnter N°. 28, nämlich, daß man die 453 £. Sterl. 15 ß 7½ mit 11 nach Anzeigung §. 694 multipliciret, und das Product nach Anzeigung §. 491 dividiret.

Nota. Es darf aber niemanden befremden, daß allhier das Facit nicht (wie in den nächſt vorhergehenden 2 Exempeln) auch den Zahlen nach ganz gleich mit dem Facit in N°. 28 komme; geſtalt ein jeder von ſich ſelbſt er-

messen kann, weil die allhier gegebenen 15 ß 7 ¾ ₰ ein größerer Pars sind aus 1 ℔. Sterl., als die oben gegebenen 15 ßℊ 7 ¾ ₰ aus 1 fl. (indem 15 ßℊ 7 ¾ ₰ nur etwas weniges über ¾ fl. dahingegen 15 ß 7 ¾ ₰ mehr als ¾ ℔. Sterl. ausmachen), daß demnach auch das hiesige Facit, mehr als das obige seyn müsse. Indessen ist gleichwol der Proceß allhier, das ist nämlich die Rechnungsart, welcher man sich bedienet (wie vorhin gemeldet) nicht anders, als der obige Proceß.

N°. 41 Das Exempel N°. 29 setzet also:

Schff	fl. Hol.	Schff	℔	ß
auf 5 sind gewonnen	2¾, was auf	241	16	8 7/16
—(4	—(4			
20	11	2660	1	12 13/16
			—(16	
			28 ₰	
			Rest	8

Fac. 133 fl. Stüb. 1 ½ ½₀ ₰ Hol.

Nämlich, weil 1 Schff und 1 fl. Hol. von gleicher Eintheilung, indem beyde in 20 und 16 (das ist jenes in 20 ℔ à 16 ß, und dieses in 20 Stüber à 16 Pen.) vertheilet sind; so ist dieses Exempel eben so viel, als sollte es heißen: 5 Schff kosten 241 fl. 16 Stüb. 8 7/16 Pen., was 2¾ Schff? Folgends ist der Proceß gleich dem obigen Proceße in N°. 29.

Nota. Warum aber das Facit allhier größer kommt, als in gedachter N°. 29, solches habe beym vorigen Exempel (N°. 40) bereits erkläret, nämlich weil 16 ℔ 8 7/16 ß ein größerer Pars aus 1 Schff ist, als 16 ßℊ 8 7/16 ₰ aus 1 fl. Gleiche Bewandniß hat es mit allen dergleichen nachfolgenden Exempeln.

N°. 42.

N°. 42. Das Exempel N°. 30 ſetzet alſo:

Hamb. Thl.		ℳ Silb.	Thl.	ß	₰ Lüb.
24 ſind gewonnen an	70,	was 43	• 13	• 6?	
6			6		
4			7	• 10	• 8
			50	• 23	• 9 (7
					(10
			504	• 45	• 6

Fac. 126 ℳ 11 Kar. 4½ Gr.

Nämlich weil 1 ℳ und 1 Thl. von gleicher Eintheilung, indem beyde in 48 und 12 (das iſt jenes in 48 Karat à 12 Gr. und dieſes in 48 ß Lüb. à 12 ₰) vertheilet ſind; ſo kann dieſes Exempel dergeſtalt angeſehen werden, als ſollte es heißen: 24 Thl. • 43 ℳ 13 Kar. 6 Gr. • 70 Thl.? Folgends iſt die Berechnung gleich der Ausrechnung in N°. 30.

N°. 43. Das Exempel N°. 31 ſetzet alſo:

	£. Sterl.	Livres	£.	ß	₰ Sterl.
Wenn	11 thäten	180,	was 317	• 19	• 7¾ ?
	6		1907	• 17	• 10½
	3		5723	• 13	• 7½
	10		57236	• 16	• 3

Fac. 5203 Livers 6 Sols 11 2/11 ₰

Nämlich weil 1 £. Sterl. und 1 Livres von gleicher Eintheilung, denn beyde in 20 und 12 (das iſt jenes in 20 ß à 12 ₰, und dieſes in 20 Sols à 12 ₰) vertheilt ſind; ſo kann man dieſes Exempel betrachten, als ſollte es heißen: 11 • 317 Livres 19 Sols 7¾ ₰ • 180? Folgends iſt die Ausrechnung gleich dem obigen Proceß in N°. 31.

N°. 44. Das Exempel N°. 32 setzet also:

£. Vls.	Lire	£	ß	₰ Vls.
an 24 sind gewon.	71, was an	43	13	6?
6)		6)		
4	7/10 + 1	7	5	7
		8Ø	xØ	x
		509	10	10
		516	16	5

Fac. 129 Lire 4 Soldi 1¼ ₰

Denn 1 Lire ist eingetheilet in 20 Soldi à 12 ₰, gleichwie 1 £. Vls. in 20 ß à 12 ₰. Derowegen ist es eben so viel, als sollte dieses Exempel heißen: 24 = 43 Lire 13 Soldi 6 ₰, was 71? Folglich ist die Ausrechnung gleich der Berechnung in N°. 32.

N°. 45. Das Exempel N°. 33. setzet also:

£. Sterl.	Kayſ. fl.	£	ß	₰ Sterl.
Wenn 24 gewinnen	69, was	43	13	6?
6)		6)		
4	7/10 − 1	7	5	7
		50	19	1
		509	10	10
		502	5	3

Fac. 125 Kfl. 11 Kgr 3¾ ₰

Denn 1 Kayſerfl. in Schleſien ist eingetheilet in 20 Kayſergr à 12 ₰, gleichwie 1 £. Sterl. in 20 ß à 12 ₰. Demnach ist dieſes Exempel dergestalt zu betrachten, als sollte es heißen: 24 = 43 Kfl. 13 Kgr 6 ₰ = 69? Folgends ist die Berechnung gleich dem Proceß in N°. 33.

N°. 46.

N°. 46. Das Exempel N°. 34 setzet also:

Malter	℔ Silb.	Malt.	Scheffel	Metz.
wenn 7 so viel kosten als 25, was	329	▪ 14	▪ 11	?
	1649	▪ 9	▪ 7	
	8247	▪ 15	▪ 3	(5

Fac. 1178 ℔ 4 Loth 7 2/7 ₰

Nämlich weil 1 ℔ Silber, und 1 Malter Getrayde von gleicher Eintheilung, denn beyde in 16 und 16 (das ist jenes in 16 Loth à 16 ₰, und dieser in 16 Scheffel à 16 Metzen) eingetheilet sind; so kann man dieses Exempel ansehen, als sollte es heißen: 7 ▪ 329 ℔ 14 Loth 11 ₰ ▪ 25? Folglich ist der Proceß gleichwie in N°. 34.

N°. 47. Das Exempel N°. 37 setzet also:

fl. Hol. Cor.	fl. Hol. B°.	fl. Cor.	Stüb.	Pen.
25 sind gewon. an	276, was	613. ▪	16 ▪	6?

6 | 6
30 | 5 m 6
240 | 8 m 30

3682	▪ 18	▪ 4	
18414	▪ 11	▪ 4	
147316	▪ 10	▪ —	
169413	▪ 19	▪ 8	(4

Fac. fl. B°. 6776|55 ▪ 18 ▪ —

(20

Stüb. ▪ 11|18 (16
108

₰ ▪ 2|88 oder 2 2/5 Pen.
100

Nämlich bey diesem Exempel ist der Unterscheid nur in der Valuta di Banco und Corrent; sonst sind beyderley fl. in 20 Stüb. à 16 Pen. eingetheilet. Derowegen hat man dieses Exempel anzusehen, als sollte es heißen:

25 • 613 fl. 16 Stüb. 6 Pen. • 276? Folgends iſt die Ausrechnung gleich der obigen N°. 35.

N°. 48. Das Exempel N°. 36 ſetzet alſo:

Thl. ℔ Silb. Thl. Gge ℔

Wenn 77 ſind gewonnen an 549, was 645 • 10 • 6?

Bey dieſem Exempel iſt ſowohl die Ausrechnung als das Facit ſelbſt ganz gleich dem obigen Proceß und Facit in gedachter N°. 36, und iſt nur der Unterſcheid, daß man allhier das Facit mit ℔, Schott und Gr. zu benennen habe (als nämlich 4601 ℔ 21 Schott $3\frac{3}{7}$ Gr.) wie ſolches vorhin in N°. 39 bereits erkläret worden. Derowegen habe ich nicht nöthig erachtet, die Solution allhier aufs neue vorzuſtellen.

N°. 49. Das Exempel N°. 37 ſetzet alſo:

An 10000 fl. ſind gewon. 556 fl. was an 671 fl. 17 ßß $13\frac{7}{12}$ ℔

Mit dieſem Exempel hat es eben ſolche Beſchaffenheit als mit dem vorigen, nämlich es iſt allhier ſowohl die Ausrechnung als das Facit ſelbſt ganz gleich dem Proceß und Facit in erwehnter N°. 37, worauf ich mich beziehe.

Nota. Auch hier iſt dasjenige zu merken, das vorhin nach N°. 29 mit Nota; und nach N°. 37 mit Nota 3, bemerket worden. Alſo wenn das Exempel, ſo in gemeldter Nota nach N°. 29 erwehnet worden, allhier folgendergeſtalt heißen ſollte 5 Schß • $2\frac{3}{4}$ fl. Hol. • 16 ßß $8\frac{7}{16}$ ßß, ſo würde die Ausrechnung gleich der Berechnung N°. 41, und als folget kommen:

5 Schß • $2\frac{3}{4}$ fl. Hol. • 16 ßß $8\frac{7}{16}$ ßß?

(4 (4

20 11 18 • 12 $\frac{3}{16}$

(16

Fac. 9 Stüb. $1\frac{7}{32}$ ℔ 288

8

Denn man kann dieſes Exempel anſehen, als ſollte es heiſ-

heißen 5 Schff. 16 Stüb. $8\frac{7}{16}$ Pen. $2\frac{1}{4}$ Schff? wie hiervon mit mehrern in gedachter N°. 41 zu ersehen.

4te Abtheilung,

von solchen Exempeln, welche unter den 4ten Punkt gehöre

1ster Fall,

in welchem C allzugroß ist.

N°. 50.

81 ℔. 201 fl. 23 ß. 8 ₰. = 2894 ℔?

10 | $\frac{1}{2}$ — 6 | $\frac{1}{3}$ — 5788.

10 | d°. — 2 | $\frac{1}{3}$ — 964 . 20 ß

3 | $\frac{1}{10}$ fl. — 964 . 20

289 . 12

32 . 4 . 12

10 . 21 . 10

583955 . 18 . 4

Fac. fl. 53086 . 26 . $3\frac{7}{11}$ ₰

Nämlich weil C allzugroß ist, so multipliciret es mit B nach Anzeigung §. 757, insonderheit aber nach Art des Exempels N°. 1. §. 758 und 759. Ferner dividiret das Product in A, nach Anweisung §. 801.

Nota 1. Hierher gehören auch solche Exempel, bey welchen C zwar zu einzelnen Ziffern zu machen ist, jedoch aber die Zerstreuung in solche Ziffern einem nicht so geschwinde beyfällt. Also könnet ihr in dem angeführten Exempel N°. 35. die Multiplication als folget verrichten:

613 fl. 16 ß $\frac{1}{6}$ ₰ mit 276.

10 | $\frac{1}{2}$ — $\frac{1}{2}$ — 828

5 | $\frac{1}{2}$ — 1656..

6 | $\frac{1}{1}$ — 92

46

9 . 6 ß

3 . 2

Fac. fl. 169338 . 8 ß wie oben

In N° 47 aber kommt diese Art Multiplication also:

276. fl. Holl. B° mit 613 fl. 16 St. 6 Pen.

828
1656
27 : 12 Stüb.
193 : 4
3 : 9
1 : 14 : 8 Pen.

Fac. 169411 fl. 10 Stüb. 8 Pen. wie oben.

Item die Multiplication in dem Exempel N° 36, als auch bey dem Exempel N° 48, also:

645 Thl. 10 Gr. 6 ₰ mit 549

2745
2196
3294
183
45 : 18 Gr.
11 : 10 ₰

Fac. 354345 Th. 4 Gr. 6 ₰

Item die Multiplication in dem Exempel N° 37 und 49, also:

671 fl. 17 Gr. 13 ½ ₰ mit 556

3892
3336
185 : 10 Gr.
92 : 20
37 : 2
6 : 5 : 6 ₰
6 : 5 : 6
1 : — : 16
— : 15 : 8
— : 2 : 10½

Fac. 373405 fl. 1 Gr. 10½ ₰ wie oben.

Nota. 3. Unter diesen 4ten Fall der 4ten Abtheilung gehöret auch

auch das Exempel N° 3 im §. 758, in welchem B nur aus kleinen Sorten beſtehet; allein weil daſſelbe (§. 771 und 772) bereits zur Genüge erkläret worden, ſo habe es unnöthig zu ſeyn erachtet, allhier deswegen beſondere Worte zu machen.

2ter Fall,

welcher von den Exempeln, ſo in die vorige 3te Abtheilung gehören, nur allein darinnen unterſchieden, daß B und C allhier weder von gleicher Art, noch von gleicher Eintheilung ſind.

Zu dieſem Ende, und um alles deſto klärer zu machen, ſo will ich die vorhin in der 3ten Abtheilung vorgeſtellten Exempel allhier wiederholen, und dieſelbe erforderlichermaßen nur mit andern Namen benennen. Uebrigens hat es mit deren Auflöſungen, und zwar inſonderheit was die Multiplication von B mit C betrifft, eine gleiche Bewandniß, wie mit dem Exempel N° 2 im §. 758, welches oben (§. 768, 769 und 770) zur Genüge erkläret worden.

N° 51. Das Exempel N° 38 will ich allhier wie folget benennen und ſolviren.

Vor 100 fl. kommen 7 ℔, was vor 379 fl. 14 ß 6 ₰?

2653		45	10 | 1/2 | 1/2
2	10 2 2 2/5	30	3 | 1/10 fl. | 1/5
—	22 1 2 2/5	18	
—	2 7 1 3 7/15	21	
—	2 1 3 3 7/45	37	
Fac. 2656	11 1/45	106	

224 (4

18 03 (8

12 (4

48 1/45 | 2/45 | 76 | 544 ₰.

100 | 00 | 11 23

N° 52.

N°. 52. Das Exempel N°. 39 setzet also:

7 Thl. = 10 Ell. = 83. Thl. 17 Gr. 9 ½ ₰?

	5	288	12	½	6	½	
	1	⅔ 192	4	⅓	3	½	
		½ 120	1	⅛	½	⅛	
		¼ 60					
		⅛ 30					
		⅛ 5					
837		½ ⅛ 407					

Fac. 119 ½ ¼ ⅛ Ell.

Nota. Diese Ausrechnung in lauter Brüchen dienet nicht nur den Anfängern zu mehrerer Uebung und Erfahrung in gebrochenen Zahlen, sondern auch darzu, weil man dadurch die Richtigkeit dieser Berechnung desto eher ersehen kann. Denn wenn ihr die 10 als auch die im Facit gekommenen 119 ½ ¼ ⅛ gleichwie in N°. 39, ₰ benennet, und solchen Bruch auf Schott und Grän resolviret (§. 414) so kommt netto 15 Schott 1½ Gr. Oder wenn ihr die in gedachter N°. 39 gefundenen 15 Schott 1½ Gr. in einen Bruch reduciret (§. 420), so kömmt netto der Bruch ½ ¼ ⅛. Woraus klar erhellet, daß beyderley Facit im Grunde eines sind.

N°. 53. Das Exempel N°. 40 setzet also:

6 ℔. Sterl. gewinnen 11 fl. was 453 ℔. Sterl. 15 ß 7 ¾ ₰?

	4983		10	½	26	½ ⅒	
	5·15 ß		5	½	1	½	
	2·22·9		16		¾	½ ⅛	
	=	8·4 ½	8				
	=	1·6 ¾	12				
	=	1 ⅛	9				
4991	18	2 ½ ⅛	29				

Fac. fl. 831 · 28 = ½ ⅛

Nota.

Nota. Ob es allhier zwar mehr Mühe kostet, dieses Facit mit dem Facit in gedachten N°. 40, dem Grunde nach, auf die Weise zu vergleichen, wie ich beym nächst vorhergehenden Exempel angemerket habe; so ist es doch absonderlich denjenigen, der tiefere Einsicht in die Rechenkunst zu erlangen gedenket, nicht undienlich, solche Vergleichung, sowohl bey diesem Exempel, als bey dem nachfolgenden, allemal zu untersuchen. Es bestehet aber solches Untersuchen darinnen, daß man sowohl allhier die 2℔ ℳ $\frac{1}{14}$ ₰ in einen Bruch eines Güldens, als auch besonders die in erwehnter N°. 40 gefundenen 18 ß 8 $\frac{1}{14}$ ₰ Vls. in einen Bruch eines Pfundes Vls. reducire (§. 420), so wird man befinden, daß in beyden ein gleicher Bruch, nämlich $\frac{1}{7}\frac{1}{8}\frac{1}{0}$, kommet. Also auch mit den nachfolgenden Exempeln.

N°. 54. Das Exempel N°. 41 setzet also:

Schℳ.	fl.	Schℳ.	ℳ.	₰
An 5 sind gewonnen 2 $\frac{1}{4}$, was an		241	16	8 $\frac{7}{10}$?
—(4	—			
20	11	2651	32 $\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}$a 4 $\frac{1}{5}$
			14 7m	1 $\frac{1}{8}$ 2 $\frac{1}{40}$
Fac. 133 fl. — 2 $\frac{2}{5}\frac{2}{1}\frac{7}{8}\frac{7}{0}$ ₰				1 $\frac{1}{2}$
		1. 3ℳ		256
		7. 21		
		— 8. 4	$\frac{1}{2}$ ₰	128
		x. —	ß	—
			18	
		4	$\frac{4}{6}\frac{1}{4}$	164
		2	$\frac{4}{1}\frac{1}{2}\frac{1}{8}$	82
		1	$\frac{4}{2}\frac{1}{1}\frac{1}{0}$	41
		2660. 2. 12	$\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{2}{6}$	415
		—(18		
		48		
		8		

N°. 55.

N°. 55. Das Exempel N°. 42 ſetzet alſo:

Hamb. Thl. Schock Thl. ß Lüb.

24 ſind gewonnen an 70, was 43 · 13 · 6?

6) 6)

4 490 7 · 10 · 3

11 · 40 Stück. 8 | 1/3 | 1/8

2 · 55 2/3 | 1/4

—21 7/8

504 · 56 7/8

Fac. Schock 126 · 14 7/32 Stück.

Nota. Dem es fremde ſcheinen möchte, daß allhier die Ausrechnung zuweilen unter B und zuweilen unter C geſetzet worden, der beliebe nur oben die Anmerkung im §. 782. zu leſen.

N°. 56. Das Exempel N°. 43 ſetzet alſo:

£. Sterl. fl. £ ß ₰

Wenn 11 geben 180, was 317 19 7 1/3?

2536. 12 | 1/10 6 | 1/2

18 16 8 m 1 1/2 | 1/4

144 1 | 1/2 a 1/4 | 1/8

9

4 · 15 ₰

1 · 3 · 13 1/2 ₰

— 5 · 11 1/4

57236 · 24 · 6 1/4

Fac. fl. 5203 · 10 · 7 7/44

Allhier ſind die 7 ganzen ₰ und die 3 Viertel ₰ in der Zerſtreuung zuſammen genommen, auf die Weiſe, wie oben (§. 776) bereits angezeiget worden.

N°. 57.

N°. 57. Das Exempel N°. 44 ſetzet alſo:
Wen 24 ℔. Vls. geben 71 Leipz. thl. was 43 ℔. 13 ß 6 ₰ Vls?

4	497	7 · 5 · 7	
	17 · 18 Gr.	½	6 | 1/10
	1 · 18 · 7 ½ ₰		1 | 1/6
	— · 7 · 1 ½		
	516 · 19 · 8 ½		

Fac. 129 Thl. 4 Gr. 11/10 ₰

N°. 58. Das Exempel N°. 45. ſetzet alſo:
Wenn 24 ℔. Sterl. geben 69 ß, was 43 ℔. 13 ß 6 ₰ Sterl.?

4	483	7 · 5 · 7	
	17 · 8 Loth	¼	6 | 1/10
	1 · 23 · — Qu. 3½ ₰		1 | 1/6
	— · 9 · — · 3½		
	502 · 8 · 1 · 2½		

Fac. 125 · 18 ℔. — Qu. 1½ ₰

N°. 59. Das Exempel N°. 46 ſetzet alſo:

	Malter ℔. Vls.	Malter	Scheffel	Metzen
Wenn 7 geben	25,	was 329 ·	14 ·	11?
	8225	a 2 | 1/6		8 | ¼ a
		12 | 6 m		2 | ¼
				1 | ½
		3 · 2 ß 6 ₰		
		18 · 15 · —		16
		— · 15 · 7 ½		8
		— · 3 · 10 7/8		14
		— · 1 · 11 7/16		7
	8247 · 18 · 11 ½			29

Facit. 1178 ℔. 5 ß 6 2/11 ₰

Nam-

kleinen Sorten gar leicht im Kopfe eine in die andere reduciren, und übrigens die Ausrechnung der ganzen ℔. und ℔ nach obiger Anweisung (ibid.) anstellen.

Als z. E. 5789 ℔. 14ß 4₰ Vls. zu ℔ stehet also:

4)÷ 14472 · 8 (84+2ß ℔üb.) oder 5℔ 6ß

Fac. ℔ 43422 · 14ß ℔üb.

Nämlich multipliciret die 14 mit 6, kommen 84ß ℔üb. Ferner saget ¼ aus 4 ist 2ß ℔üb. diese 84+2ß ℔üb. geben 5℔ 6ß. Hieraus machet die 5789 ℔. zu ℔, wie in §. 781 gelehret, und leget zum Facit die vorige 5℔ 6ß, so kommen die begehrten 43422℔ 14ß ℔üb.

Item 4381 ℔ 11ß 6₰ ℔üb. zu ℔. Vls. stehet also:

3)+1460⅓ (1ß11₰. Vls.)

Fac. ℔. 584|1⅓

ist 2ß 8₰

1 · 11₰ darzu addirt

ß · 4 · 7₰ Vls.

3ter Fall,

in welchem sowol B als C allerhand kleine Sorten haben.

Zu diesem Falle gehören die im §. 758 gemeldten Exempel N°. 5. 6. 7. 8. 9 und 10, welche zur Gnüge in den §§. 774 bis 781 bereits erkläret worden. Wenn ihr demnach diese, wie auch dasjenige, so ich im §. 781 gemeldet, und die Solutiones der gegebenen Exempel im §. 782 euch wohl bekannt machet, so werdet ihr euch gar

leicht

leicht in allen dergleichen Exempeln ferner von ſelbſten zu finden wiſſen. Derowegen will ich allhier nur noch etliche Exempel, nicht allein in mehrerley namigen, ſondern auch in vermiſchten Zahlen zur Uebung vorſtellen.

N°. 63.

7℔ 125 fl. 19ʒ 3₰ · 127 ... ℔ 24 loth.

15 | ½ | ½
3 | ¼ |
1 | ⅛ |

15875
63 · 15ʒ
12 · 21
4 · 7
— · 21 · 3 ₰
62 · 24 · 10½
31 · 12 · 5¼
16050 · 11 · —¾

Fac. 2292 fl. 27ʒ 5¼ ₰.

Allhier iſt die erſte Multiplication, da man die 125 fl. 19ʒ 3 ₰ mit 127 multiplicirt, zwar nach der addirten Zerſtreuung (§. 757); jedoch die Ganzen, nämlich die 127 mit 125, nach Anzeigung §. 700, und die andere Multiplication der 125 fl. 19ʒ 3 ₰ mit 24 loth, auf die Weiſe, wie oben (§. 777) erkläret, verrichtet worden.

N°. 64.

5⅛ ℔ kosten 32 fl. 13 ʒ 12 ₰, was 47 ℔ 25 Loth?

(6 (6

35 194 • 22 • —

1358 (10 | ⅓
776 10 | d°.
2 | ⅓

15 • 20
15 • 20
3 • 4
97 • 11
48 • 20 • 9
6 • 2 • 10 ⅛

5) 9304 • 18 • 1 ⅛
7) 1860 • 27 • 11 ⅛⅒

Fac. 265 fl. 25 ʒ 6 ²⁄₂ ¹⁄₈ ¹⁄₁₀ ₰

(16 | ½
8 | ½
1 | ⅛

Allhier ist A gegen B erstlich mit 6 gegrößert (besage des I Artik. §. 846). Ferner sind die 194 fl. 22 ʒ mit 47 ℔ 25 Loth, wie vorhin, durch die addirte Zerstreuung (§. 757) multipliciret, und das kommende in A, nach Anzeigung §. 902 dividiret.

N°. 65.

℔ 5⅛ kosten 32 fl. 13 ʒ 12 ₰, was 47 ℔ 25 Loth?

8) (8

45 (10 | ⅓ (6 | ⅕
3 | ⅒ fl. 6 | d°.

382 • 8 (¼
764
1146
127 • 10 ʒ
38 • 6
4 • 7 • 6 ₰
4 • 7 • 6
8 • 3 • 7 ½

5) 12406 • 4 • 1 ½
9) 2481 • 6 • 14 ⅒

Fac. 275 fl. 20 ʒ 13 ¹⁰⁄₁₀ ₰

Nota.

Nota. 1. Dieſer Proceß iſt gleich dem vorigen N°. 64: Nur allein, daß allhier A nicht gegen B, ſondern gegen C gegrößert worden. Alſo könnte man es auch gegen B, gleichwie vorhin, verrichtet haben, wie denn im vorigen Exempel die Vergrößerung, gleichwie allhier, gegen C hätte geſchehen können: Allein, weil 6 das Maaß iſt von dem Werthe eines ℔, das iſt von 18 ℞, die 8 aber das Maaß iſt von dem Werthe eines Pfundes, das iſt von 32 Loth, ſo iſt die vorige Vergrößerung lieber gegen B, und dieſe lieber gegen C geſchehen, indem ſolchergeſtalt die kleineren Sorten, wo ſie nicht gänzlich hinwegfallen (wie im vorigen Exempel die ℞ aus B), jedoch ſo vermindert werden, daß in der Zerſtreuung hernach deſtoweniger Partes kommen, worauf ein geſchickter Rechner allezeit zu ſehen hat.

Nota. 2. Warum aber allhier die 32 nicht in 4 mal 8 zerſtreuet worden, ſolches iſt oben (§. 782 N°. 3) bereits angemerket worden.

Nota. 3. Auch warum die 45 gegen 92 fl. 13 ℔ 12 ℞ nicht, wie in N°. 30 gekleinert worden, iſt die Urſache faſt gleich demjenigen, ſo bey N°. 1 ſchon erinnert worden, indem eines theils durch 15 nicht kürzer, als durch 45 zu dividiren iſt, anderntheils auch die Partes in B dadurch nicht vermindert werden. Eben dieſer letztern Urſache wegen gebrauchet man allhier bey der addirten Zerſtreuung, nicht anders den Vortheil des Kleinerns, es ſey denn, wo man zu voraus vergewiſſert iſt, daß man dadurch nicht deſto ungeſchicktere Partes bekomme.

N° 66. $2\frac{2}{3}$℔ kosten 32fl. 13ʒ 12₰, was 44 $\frac{3}{8}$℔?

(5 (5

12 162 • 8 • 6 4 2 $\frac{1}{4}$

6) 6) 11 1 $\frac{1}{8}$

2 27 • 1 • 7

108 • 5 • 10

1190 • 1 • 2

6 • 22 • 15 $\frac{1}{4}$

3 • 11 • 7 $\frac{1}{8}$

1200 • 5 • 6 $\frac{7}{8}$

Fac. 600fl. 2ʒ 12 $\frac{7}{8}$₰.

Nämlich, wenn ihr die $44\frac{3}{8}$℔, als 44℔ 12Loth ansehet, so ist dieser Proceß fast gleich dem obigen in §. 282 N° 4, indem die erstere Multiplication mit 44 nach der multiplicirten, und die andere mit den $\frac{3}{8}$ nach der addirten Zerstreuung verrichtet worden.

Nota. 1. Eben darum, weil B ohne Zerstreuung mit 44 bequem zu multipliciren ist, so wird die Vergrößerung lieber mit 5 bey B, als bey C angestellet.

Nota. 2. Weil nun in solchem Falle die kleineren Sorten in B nicht in Partes zerstreuet worden, so fällt auch dasjenige hinweg, welches beym nächst vorigen Exempel (Nota. 3) erinnert worden, und derowegen werden A und B allhier lieber in 6 gekleinert, gleichwie oben bey N°30. geschehen.

5te Abtheilung,

von solchen Exempeln, welche unter den 5ten Punkt gehören.

N° 67. 8ℒ kosten 386fl. 17ʒ 12₰, was $4\frac{7}{15}$ℒ?

(19 (19

152 83

Näm-

Nämlich, weil der Nenner 19 eine ungeschickte Zahl ist, auf welchen der Zähler nicht zerstreuet werden kann (§. 785), so schaffet solchen Bruch durch die Vergrößerung mit 19 hinweg (§. 493); folgends heißet es: 152 geben 386fl. 17ß 12₰, was 83? Mit diesem Aufsatze könnet ihr ferner entweder, wie in der 2ten Abtheilung im 2ten Falle, oder wie in der 4ten Abtheilung im 1sten Falle verfahren, das ist nämlich, ihr könnet entweder die 83 in 8 mal 10+3 zerstreuen, und also die Multiplication, nach Anzeigung §. 748 sequ. anstellen; oder die kleinen Sorten in B zerstreuen, folgends die Multiplication, nach Anweisung §. 757, insonderheit nach der Art N°. 1 in §. 758 und 759 verrichten, als folget.

386fl. 17ß 12₰ mit 83

3092	• 21	• 6		8
30927	• 3	• 6		10+3
1159	• 23	• —		
Fac. 32086	• 26	• 6		

Oder

386fl.		17ß	12₰	mit 83
1158		a10 | 1/3	1/3	
3088		5 | 1/2		
27 • 20ß		2 | 1/5		
13 • 25				
5 • 16				
1 • 25 • 6₰				

Fac. 32086 • 26 • 6 wie vorhin. Dieses Product dividiret in 152, kommt das Facit 211fl. 2ß 16 5/19₰.

N° 66. $2\frac{3}{5}$℔ kosten 32fl. 13ʒ 12₰, was 44 $\frac{3}{8}$℔?

(5 (5

12 162 • 8 • 6 4 2 $\frac{1}{4}$

6) 6) 11 1 $\frac{5}{8}$

2 27 • 1 • 7

108 • 5 • 10

1190 • 1 • 2

6 • 22 • 15 $\frac{1}{4}$

3 • 11 • 7 $\frac{5}{8}$

1200 • 5 • 6 $\frac{7}{8}$

Fac. 600fl. 2ʒ 12$\frac{7}{15}$₰.

Nämlich, wenn ihr die $44\frac{3}{8}$℔, als 44℔ 12Loth ansehet, so ist dieser Proceß fast gleich dem obigen in §. 282 N° 4, indem die erstere Multiplication mit 44 nach der multiplicirten, und die andere mit den $\frac{3}{8}$ nach der addirten Zerstreuung verrichtet worden.

Nota. 1. Eben darum, weil B ohne Zerstreuung mit 44 bequem zu multipliciren ist, so wird die Vergrößerung lieber mit 5 bey B, als bey C angestellet.

Nota. 2. Weil nun in solchem Falle die kleineren Sorten in B nicht in Partes zerstreuet worden, so fällt auch dasjenige hinweg, welches beym nächst vorigen Exempel (Nota. 3) erinnert worden, und derowegen werden A und B allhier lieber in 6 gekleinert, gleichwie oben bey N°30. geschehen.

5te Abtheilung,

von solchen Exempeln, welche unter den 5ten Punkt gehören.

N° 67. 8ℒ kosten 386fl. 17ʒ 12₰, was $4\frac{7}{15}$ℒ?

(19 (19

152 83

Näm-

Nämlich, weil der Nenner 19 eine ungeschickte Zahl ist, auf welchen der Zähler nicht zerstreuet werden kann (§. 785), so schaffet solchen Bruch durch die Vergrößerung mit 19 hinweg (§. 493); folgends heißet es: 152 geben 386fl. 17ß 12₰, was 83? Mit diesem Aufsatze könnet ihr ferner entweder, wie in der 2ten Abtheilung im 2ten Falle, oder wie in der 4ten Abtheilung im 1sten Falle verfahren, das ist nämlich, ihr könnet entweder die 83 in 8 mal 10+3 zerstreuen, und also die Multiplication, nach Anzeigung §. 748 sequ. anstellen; oder die kleinen Sorten in B zerstreuen, folgends die Multiplication, nach Anweisung §. 757, insonderheit nach der Art N°. 1 in §. 758 und 759 verrichten, als folget.

386fl. 17ß 12₰ mit 83		
3092 • 21 • 6		8
30927 • 3 • 6		10+3
1159 • 23 • —		
Fac. 32086 • 26 • 6		

Oder

386fl.	17ß	12₰	mit 83
1158	a10 | 1/3	1/3	
3088	5 | 1/2		
27 • 20ß	2 | 1/5		
13 • 25			
5 • 16			
1 • 25 • 6₰			

Fac. 32086 • 26 • 6 wie vorhin. Dieses Product dividiret in 152, kommt das Facit 211fl. 2ß 16 5/19₰.

N°. 68.

℔ 100 kosten 238 fl. 23ℳ 15 ₰, was 42 ℔ 24 $\frac{7}{19}$ Loth?

	(32	168	4)
3200	(19		(8
288		1368	
		12812	(19
60800			
		25999	

Nämlich obgleich die 24 Loth bequem zu zerstreuen sind, so hindern doch die $\frac{7}{19}$, daß solche Zerstreuung nicht angebracht werden kann. Derowegen machet A und C zu lauter 19tel Loth, so heißet es; 60800 geben 238 fl. 23ℳ 15 ₰, was 25999? Mit diesem Aufsatze procediret ferner auf die Weise, wie in der 4ten Abtheilung im 1sten Falle gelehret worden, so kommt das Facit 102 fl. 3ℳ $6\frac{3}{8}\frac{0}{0}\frac{5}{8}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$ ₰.

Nota. Ich könnte allhier in gegenwärtiger Abtheilung noch Exempel geben, in welchen auch B dergleichen ungeschickte Brüche hat, die hinweggeschaffet werden: Allein, da solches Hinwegschaffen der Brüche oder Theile oben (§. 493, 499 und 501) zur Genüge erkläret worden, so erachte es unnöthig zu seyn, solches allhier zu wiederholen.

6te Abtheilung,

von den Exempeln, die unter den 6ten Punkt gehören.

N°. 69. Bey dieser Abtheilung will ich mich nur auf das Exempel beziehen, welches oben schon (§. 786) angeführet und erkläret habe. Und soll allhier nur dieses noch angemerket werden, daß zwar die Solution dieses Exempels auch wie folget angestellet werden kann.

1 fl.

1 fl. = 13 ℔ 9 Loth 3 Qu. = 47 fl. 23 ℳ 16 ₰?

30 | 8 | 1/4 | 1/8 | 2 | 1 | 1/2 | 1/2 | 1433 ℳ | 30 | 9 | 1/2 ℳ | 6 | 1/2 ℳ | 1 | 1/5

4299

Fac. 635 ℔ 29 L. 1 Qu. 10/17 ₰

358 = 8 L.
44 = 25
22 = 12 = 2 Qu.
11 = 6 = 1
6 = 20 = 3 = 2 ₰
4 = 13 = 3 = 2 2/3
— = 23 = 2 = 2 2/3

19077 = 14 = — = 3 1/3

Rest 27 (4
108
(8
878 L.
32 Qu.
11 ₰
1/2 9/8

Allhier sind die fl. in A und C nur zu ℳ und nicht zu ₰ gemacht, also, daß es heiße: 30 ℳ geben 13 ℔ 9 Loth 3 Qu., was 1433 ℳ 16 ₰? wodurch zwar in C weniger Partes, und demnach in der Berechnung kleinere und weniger Brüche kommen, als in der obigen Solution (§. eod.): Allein, da man ja schon größern soll, so größert man es lieber dergestalt, auf daß C in lauter Ganzen kommt, das ist, wie oben (ibid.) gezeiget, man machet A und C lieber zu lauter ₰.

§. 849. Bey allen diesen Exempeln ist in deren Auflösung vornemlich auf die Hauptregel (§. 338) gesehen worden, nach welcher erstlich B mit C multipliciret, und

das Product hernach in A dividiret wird (§. 846 Artik. V). Nun sollten hiernächst noch die (§ 845) erwehnten 2 besondern Regeln angezeiget werden. Und zwar, wenn man bey einem Exempel zum voraus siehet, daß A in B oder in C just etliche mal enthalten, davon ist oben schon (§. 334 und 336) gemeldet worden, daß es in solchen Fällen bequemer sey, das verlangte Facit durch die angewiesenen 2 Regeln im §. 332, als durch die Hauptregel (§. 331) zu finden. Derowegen soll allhier nur noch angewiesen werden, wie man auch in dem Falle, da A in B und in C nicht just etliche mal enthalten ist, das begehrte Facit dennoch ohne die gedachte Hauptregel, und mit Vortheil finden möge.

Die 117. Aufgabe.

§. 850. Wie, und in welchem Falle die 4te Proportionalzahl, das ist, das Facit der Exempel der Regel Detri (§. 337) auf eine andere Art, als nach der vorigen Hauptregel, und zwar durch eine Zerstreuung des dritten Gliedes, mit Vortheil zu finden.

I. Wenn A entweder eine einzelne Ziffer (worunter, wie schon oft gedacht, auch 11 verstanden wird) oder sonst eine solche geschickte Zahl (§. 539) ist, aus welcher bequeme Brüche oder Theile (§. 447) zu nehmen sind.

II. Wenn C, es sey eine ganze, mehrerley namige oder in gewissen Fällen (wie hiervon §. 785 erkläret) eine vermischte Zahl, jedoch nicht allzu groß ist:

III. So zerstreuet dieses, nämlich das C in Partes, dergestalt, daß ihr aufs mindeste den Quotienten des 1sten Partis,

Partis, wenn derselbe durch A dividiret wird, so fort aus dem Kopfe hersagen; und die Quotienten der übrigen Partium auf die Art, wie oben (§. 286) gemeldet worden, einen aus dem andern herleiten könnet.

IV. Folgends multipliciret B (es sey dasselbe beschaffen, wie es will) erstlich mit dem Quotienten des erwehnten 1sten Partis, und leitet die übrigen Facta in eben solchen Verhältnissen aus einander, gleichwie sich die zerstreuten Partes in C zu einander verhalten, und zwar auf die Weise, wie oben §. 748 und 757 zur Gnüge angewiesen worden.

V. Endlich addiret alle gefundene Facta partialia zusammen, so erlanget ihr in dem Collecte das gesuchte Facit.

Z. E. 24℔ kosten 137fl. 18ß, was 82℔ 20 Loth?

412 - 24	72	3 m	16
51 - 18	9	1/8	4
5 - 22	1	1/8	
2 - 26			
— - 21 - 9 ₰			

Fac. 473 - 21 - 9

Nämlich zerstreuet die 82℔, in 72, 9 und 1℔, ferner die 20 Loth in 16 und 4 Loth, sagende: 72℔ ist 3mal so viel, als 24℔. Derowegen multipliciret B mit 3, kommen 412fl. 24ß für den Werth von 72℔. Hieraus leitet die Werthe der übrigen Partium, nach ihrer Proportion, eben also, wie §. 748 und 757 sequ. ausführlich gelehret, und aus vorigem Proceß klar zu ersehen ist. Endlich adhiret alle gefundene Werthe zusammen, kommt das begehrte Facit 473fl. 21ß 9 ₰. Es ist demnach alles dasjenige, welches oben (in gedachten §§)

von der addirten Zerstreuung, sowohl wegen der auf als absteigenden Theile, weitläuftig erkläret worden, hieher zu ziehen, und ist vornemlich nur zu merken, daß man allhier aufs mindeste den 1sten Partem dergestalt nehmen muß, wie vorhin Artik. III. gelehret worden.

Beweis.

Es ist zwar diese Regel an sich selbst, wenn man der Sache mit Vernunft auch nur ein wenig nachdenket, klar genug; allein, um den Anfängern hiervon einen desto deutlichern Begriff zu machen, insonderheit auch damit dieselben im Nachdenken zugleich geübet werden, so habe ich solche Regel auf dreyerley Art, als folget, demonstriren wollen.

1ster Beweis.

Jede Größe kann vor sich selbst, als eine Eins angesehen werden (§. 29). Demnach könnet ihr allhier A, das ist in dem angeführten Exempel die 24 ℔, als eine Unität betrachten, welche 24 ℔ in sich enthält; wie z. E. ein Kleinstein aus 24 einzeln ℔ bestehet (§. 87 N°. 6). Folgends wird auf solche Weise, weil 72 ℔ gleich 3 mal 24 ℔, aus dem gegebenen Proportionsexempel, nur ein Multiplicationsexempel (§. 358), welches heißet: 1 Stein kostet 137 fl. 18 ß, was 3 Stein 10 ℔ 20 Loth? mit welchem nach Anzeigung §. 782 N°. 1. eben also zu procediren ist, als in voriger Auflösung geschehen.

2ter Beweis.

Stellet euch vor, es wären so viele besondere Fragen, als Partes in C genommen sind. Als das gegebene Exempel könnet ihr euch in 5 besondern Fragen vorstellen, welche heißen:

24 ℔ kosten 137 fl. 18 ß, was 72 ? ℔
24 " 137 " 18 was 9 ℔ ?
24 " 137 " 18 was 1 ℔ ?
24 " 137 " 18 was 16 Loth ?
24 " 137 " 18 was 4 Loth ?

Alle diese 5 Fragen gründen sich auf die einzige gegebene Verhältniß, da 24 ℔ kosten 137 fl. 18 ß. Folglich, wenn ihr nach solcher Verhältniß die hierzu gehörige 5 Facite suchet, und solche zusammen addiret, so ist die Summe ohnstreitig das Facit, oder der Preis von der Summe von 72 ℔ + 9 ℔ + 1 ℔ + 16 Loth + 4 Loth, das ist von 83 ℔ 20 Loth, als der eigentlich gegebenen einzigen Frage. Nach der vorhin gezeigten Auflösung aber, da ein Factum immer aus dem andern hergeleitet wird, werden die gedachten 5 Fragen, wie folget angesehen.

24 ℔ kosten 137 fl. 18 ß, was 72 ℔ ?
72 ℔ " 412 " 24 was 9 ℔ ?
9 ℔ " 51 " 18 was 1 ℔ ?
1 ℔ " 5 " 22 was 16 Loth ?
16 Loth 2 " 26 was 4 Loth ?

Demnach stehet allhier nur zu erweisen, daß die nach diesen Aufsätzen gefundenen 5 Facite, als 412 fl. 24 ß, 51 fl. 18 ß, 5 fl. 22 ß, 2 fl. 26 ß und 21 ß 9 ₰, eben die gehörigen 5 Facite sind, welche in jenen 5 Aufsätzen nach der gegebenen einzigen Verhältniß von 24 ℔ zu 137 fl. 18 ß kommen müssen. Nun ist das Facit zu dem 1sten Parte, nämlich zu 72 ℔, aus der gegebenen Verhältniß selbst hergeleitet, nach Anzeigung §. 332, da B mit dem Namen der Verhältniß von A zu C, das ist, von 24 zu 72 (nämlich mit 3, laut §. 317) multipliciret worden. Derowegen ist solches Product 412 fl. 24 ß das gehörige Facit

cit zu 72℔. Indessen, wenn man aus diesem gefundenen Facit, oder aus dieser gefundenen Verhältniß, da 72 ℔ kosten 412 fl. 24ß, eben auf vorige (Weise nach §. 332) das Facit des andern Partis, nämlich von 9℔, herleitet, so muß eben dasselbe Facit kommen, als wenn es aus der gegebenen Verhältniß selbst hergeleitet worden (§. 367): Demnach gilt es gleichviel, ob man die Berechnung nach der gegebenen Verhältniß selbst anstellet, und setzet: 24℔ kosten 137fl. 18ß, was 9 ℔? oder ob man es nach der gefundenen Verhältniß anstellet, und saget: 72℔ kosten 412 fl. 24 ß, was 9 ℔? Solchergestalt gründen sich alle nachfolgende Facite, ob sie gleich immerfort aus einer neuen gefundenen Verhältniß hergeleitet werden, dennoch allezeit auf die zuerst gegebene Verhältniß; derowegen sind sie nothwendig die hierzu gehörigen Facite, und folglich deren Summe das begehrte Facit zu der Summe aller Partium.

3ter Beweis,

Wenn ihr diese Regel gegen die oben (§. 332) erklärte Regel haltet, so könnet ihr gar leicht wahrnehmen, daß beyde im Grunde eines sind, nämlich in dem, daß man nach beyden erstlich durch die Division den Namen der Verhältniß suchet, den A zu C hat, und mit diesem Namen hernach B multipliciret. Nur allein ist der Unterscheid, daß solcher Name der Verhältniß, dorten durch eine einzige Division, wie gewöhnlich (§. 317) allhier aber durch die Zerstreuung (auf die Weise, wie oben §. 357 gezeiget worden) gesuchet wird. Als bey dem gegebenen Exempel saget man: Es ist der Name der Verhältniß von A zu C, oder so einerley, es sind die 24℔ in den 82℔ 20Loth enthalten, 3 mal, $+\frac{1}{8}$ mal des 3fachen, $+\frac{1}{8}$ mal des $\frac{1}{8}$ aus dem 3fachen, $+\frac{1}{2}$ mal des $\frac{1}{8}$ aus $\frac{1}{8}$ mal

des

des 3fachen, $+\frac{1}{4}$ mal des $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{9}$ mal $\frac{1}{8}$ des 3fachen. Folglich, wenn man B mit diesen gefundenen Namen oder Quotienten ordentlich multipliciret, muß eben sowol, als nach der obigen Regel (§. 332), das begehrte Facit kommen.

§. 851. Hieraus ist klar, warum ich nicht, wie andere Autores, welche von dieser Regel erwehnet, gesaget habe, daß durch dieselbe das Facit ohne Division gefunden würde. Denn obgleich nicht allhier, wie nach der Hauptregel (§. 331) das gefundene Product aus B ferner dividiret wird, so geschiehet doch die Division, wiewol zerstreuter Weise (§. 287) wirklich vorher, eben wie nach der obigen Regel in §. 332 die Division vorhergehet vor der Multiplication.

§. 852. Was aber den 1sten und 2ten Artikel bey gegenwärtiger Regel (§. 850) betrifft, so ist die Ursache des erstern gleich demjenigen, das schon oben im §. 785 gemeldet worden, nämlich, weil aus einer ungeschickten und größern Zahl, als 11, keine bequemen Brüche oder Theile zu nehmen sind; und des andern gleich demjenigen, welches oben §. 847, bey dem 1sten Falle des 4ten Punkts erinnert worden, nämlich, weil bey allzugroßen Zahlen die Zerstreuung allzuweitläuftig fallen würde.

§. 853. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 8 ℔ kosten 47 fl. 19 ß 10 ₰, was 163 ℔?

476 : 15 : 10	80 | 10 m
476 : 15 : 10	80 | d°
11 : 27 : 7	2 | $\frac{1}{4}$ aus 8
5 : 28 : $12\frac{1}{2}$	1 | $\frac{1}{2}$
Fac. 970 : 27 : $3\frac{1}{2}$	

Allhier ist der Werth von 80 (als 10 mal 8 ℔) und der Werth von 2 ℔ (als $\frac{1}{4}$ aus 8 ℔), aus dem gegebenen Werthe von 8 ℔ selbst; und der Werth von 1 ℔ aus dem gefundenen Werthe von 2 ℔ (als $\frac{1}{2}$ aus 2 ℔) hergeleitet worden.

N°. 2.

N°. 2. 10℔ : 145fl. 28ß 9 ₰ : 23℔?

145 : 28 : 9	10	1 m
29 : 5 : 12 $\frac{3}{5}$	10	d°.
14 : 14 : 15$\frac{3}{10}$	2	$\frac{1}{5}$
	1	$\frac{1}{2}$

Fac. 335 : 20 : 9$\frac{9}{10}$, wie oben §. 848 N°. 17.

Nota. Man könnte allhier zwar 20, als 2 mal 10, vor einen einzigen Partem annehmen; allein, weil die Facta partialia ohnedem addiret werden, so nimmt man in dergleichen Fällen lieber 10 und 10, weil solchergestalt das gegebene B, als das 1fache, ohne Berechnung nur noch einmal hingeschrieben werden darf.

N°. 3. 24℔ : 43fl. 13ß 6₰ : 69℔?

43 : 13 : 6	24	1 m
5 : 12 : 16$\frac{1}{2}$	24	d°.
32 : 17 : 9	3	$\frac{1}{8}$
	18	6 m

Fac. 124 : 27 : 1$\frac{1}{2}$, wie oben §. 848 N°. 33.

Oder: 24℔ : 43fl. 13ß 6₰ : 69℔?

5 : 12 : 16$\frac{1}{2}$	3	$\frac{1}{8}$
10 : 25 : 15	6	2 m
108 : 18 : 6	60	10 m

Fac. 124 : 27 : 1$\frac{1}{2}$

Nota. Daß ich bey gegenwärtigen beyderley Auflösungen die Zerstreuung in aufsteigende Partes angestellet, solches ist der Kürze wegen geschehen, welche man jederzeit billig beobachten soll (§. 765). Sonst könnte man allhier die Zerstreuung auch in lauter absteigenden Partibus verrichten, als in 48 (oder 2 mal 24) + 12 + 6 + 3.

N°. 4. 25℔ : 613fl. 16ß 6 ₰ : 276℔?

6135 : 13 : 6	25	1 m
xxx : xx : x $\frac{x}{5}$	250	10 m
	5	$\frac{1}{5}$
24 : 16 : 4$\frac{14}{25}$	1	$\frac{1}{5}$

Fac. 6773 : 15 : 16$\frac{14}{25}$, wie oben §. 848 N°. 35.

Nämlich

Nämlich, weil 1 ℔ aus 25 ℔ unbequem zu nehmen ist, so bedienet man sich einer Hülfzahl, wovon oben (§. 767) bereits erwehnet worden.

N°. 5. 7 ℔ = 125 fl. 19 ß 3 ₰. = 127 ℔ 24 Loth?

1382	= —	= 15	77	11 m	16	$\frac{1}{2}$
879	= 14	= 3	49	7 m 7	8	$\frac{1}{2}$
17	= 28	= 8 $\frac{1}{7}$	1	$\frac{1}{7}$ aus 7		
8	= 29	= 4 $\frac{1}{14}$				
4	= 14	= 11 $\frac{1}{28}$				

Fac. 2292 = 27 = 5 $\frac{1}{4}$, wie oben §. 848 N°. 63.

N°. 6.

100 ℔ = 347 fl. 19 ß 6 ₰. = 17 ℔ 18 Loth 2 Qu.?

34	22	6		a 10	$\frac{1}{10}$	16	$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$
17	11	3	320	5	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{1}{8}$
6	28	8 $\frac{2}{5}$	128	2	$\frac{1}{5}$ a		
1	22	2 $\frac{1}{10}$	32				
—	6	9 $\frac{21}{80}$	84				
—	1	11 $\frac{101}{320}$	101				

Fac. 61 = 2 = 4 $\frac{1}{64}$ | 345 ist 1 $\frac{25}{320}$ $\frac{5}{64}$

Nota. Bey gegenwärtigem Exempel ist zwar eben dieselbe Schwierigkeit zu merken, welche oben (§. 786) schon erinnert worden; allein in der Praxi fällt solche Schwierigkeit hinweg, wie solches in §. 787 und 788 bereits angezeiget habe.

Die 118. Aufgabe.

§. 854. Wie, und in welchem Falle die 4te Proportionalzahl, oder das Facit der Exempel der Regel Detri noch auf eine andere Art, und zwar durch eine Zerstreuung des 4ten Gliedes, mit Vortheil zu finden.

I. Wenn A von solcher Beschaffenheit, wie oben (§. 850 im 1sten Artik.) gemeldet.

II. Wenn

II. Wenn C eine ganze oder auch vermischte Zahl von gleichem Namen mit A, oder auch, wenn sie zwar eine mehrerley namige Zahl, jedoch aber von gleicher Art oder gleicher Eintheilung mit B (wie §. 753 erkläret).

III. Wenn B nicht allzugroß, und übrigens von solcher Beschaffenheit ist, wie oben (§. 845 im 2ten Artikel) C beschrieben worden.

IV. So könnet ihr B dergestalt in Partes zerstreuen, wie vorhin (ibid. im 3ten Artik.) von C gelehret worden.

V. Hierauf multipliciret C mit dem Quotienten des 1sten Partis, und leitet die übrigen Facta in eben solchen Verhältnissen aus einander, gleichwie sich die zerstreuten Partes in B zu einander verhalten; wie zum öftern oben schon angewiesen worden.

VI. Endlich addiret alle gefundene Facta partialia zusammen, so kommt in dem Collect das begehrte Facit.

Z. E. 36ℳ = 173fl. 12ʒ = 527ℳ?

144	4 m	1/10 a	2108
24	1/6		351 + 10
a 4	1/6		58 + 16 + 12
1	1/4		14 + 19 + 3
			5 + 25 + 12

Fac. 2538fl. 11ʒ 9₰

Nämlich zerstreuet die 173fl. 12ʒ in 144fl. + 24fl. + 4fl. + 1 fl. + 12ʒ, sagende: 144 ist 4mal so viel als 36. Derowegen multipliciret C mit 4, kommen 2108. Hieraus leitet die Facta der übrigen Partium nach und nach, nach ihrer Proportion, wie zum öftern schon gelehret worden, und addiret endlich alle gefundenen

nen Facta zuſammen, kommt das begehrte Facit 2538 fl. 11ßr 9₰.

Beweis.

Dieſer iſt gleich dem 3ten Beweiſe im §. 850. Denn durch ſolche Zerſtreuung wird der Name der Verhältniß von A zu B auf die Weiſe gefunden, wie oben (§. 357) gezeiget worden. Wenn man demnach C eben mit ſolchen Namen nach und nach mutlipliciret, ſo muß nothwendig das geſuchte Facit, wie nach der gegebenen Regel im §. 332 heraus kommen.

§. 855. Will man ſich aber von dieſem Proceß einen deſto deutlichern Begriff machen, ſo laſſe man die Namen fahren (§. 363), und betrachte das Exempel als folget: Vor 36fl. bekommt man 173fl. 12ßr, oder ſo einerley 144fl. + 24fl. + 4fl. + 1fl. + 12ßr, wie viel bekommt man vor 527fl.? das iſt eben ſo viel, als ſollte man ſagen: Vor 36fl. bekommt man 4 mal ſo viel, und darüber noch $\frac{1}{9}$ aus dem 4fachen, + $\frac{1}{9}$ aus dem vorigen $\frac{1}{9}$ + $\frac{1}{9}$ wie auch $\frac{1}{10}$ aus dem nächſt gedachten $\frac{1}{9}$, wie viel bekommt man demnach vor 527fl.? Solchergeſtalt iſt es klar, daß man nach ſolcher Verhältniß vor 527 fl. ebenfalls bekommen muß 4 mal 527fl. und darüber noch $\frac{1}{9}$ aus dieſem 4 fachen, + $\frac{1}{9}$ aus dem vorigen $\frac{1}{9}$, + $\frac{1}{9}$ wie auch $\frac{1}{10}$ aus dem nächſten $\frac{1}{9}$, welche Partes zuſammen addiret allerdings das begehrte Facit abgeben, nämlich 2538fl. 11ßr 9₰.

Oder weil A und C ebenfalls wie B, fl. benennet werden kann, ſo könnet ihr B mit C verwechſeln (wie §. 847. Artik. III. gelehret worden), und das gegebene Exempel betrachten, als ſollte es heißen: Vor 36 fl. bekommt man 527fl., was vor 173fl. 12ßr? welchergeſtalt die vorige Solution nach der vorher zur Genüge erklärten Manier (§. 850) deſto deutlicher zu begreifen fällt.

§. 856. Es läßt sich demnach diese Manier nur in solchem Falle bequem anbringen (wie §. 854. Artik. II. schon gemeldet), wo C nicht eine mehrerley namige Zahl von anderer Eintheilung ist, als B. Denn daferne dieses ist, so läßt sich dieselbe öfters ohne weitläuftige Reduction nicht unter den Namen von B bringen (wie hiervon §. 753 angezeiget worden), da doch das Facit unter dem Namen von B gesuchet wird (§. 349).

§. 857. Was aber den gedachten 1sten und 3ten Artikel (im §. 854) betrifft, hiermit hat es gleiche Bewandniß, wie mit dem 1sten und 2ten Artikel im §. 850, welche oben (§. 852) bereits erkläret worden.

§. 858. Noch einige Exempel zur Uebung.

N°. 1. 100 Brab. Ell. geben 120 Danz. Ell., was 587 Brab. Ell.?

100 | 1 m — 117 2/3
20 | 1/5 — Fac. 704 2/3 Danz. Ell.

N°. 2. 42 ℔ ◦ 24 fl. 19 ℋ ◦ 239 ℔?

21 | 1/2 — 10 | 1/2 — 119 : 15
23 | 1/7 — 9 | 1/10 a — 17 ◦ 2 ◦ 2 2/7
1 : 26 ◦ 16 2/7
1 : 21 ◦ 3 6/7

Fac. 140 fl. 5 ℋ 4 5/7 ℌ

N°. 3.

24 ℔ ◦ 137 fl. — 18 ℋ ◦ 82 ℔ 20 Loth oder 82 5/8 — 960

120 | 5 m — 1/5
a 12 | 1/2 aus 24
2 | 1/6
3 | 1/4 a "

413 | 1/8 — 120
41 | 1/10 — 300
6 | 3/5 — 850
10 | 2/6 — 315
2 | 21/320 — 63
1648

Fac. fl. 473 688/960 = 43/80.

Nota.

Nota. Dieſes Exempel iſt oben (§. 850) weit leichter und kürzer ſolviret; allein ich wollte nur die Möglichkeit zeigen, wie dergleichen Exempel nach itzt beſchriebener Manier zu ſolviren, da in C verſchiedene Sorten ſtehen, welche weder von gleicher Art, noch gleicher Eintheilung mit B ſind, nämlich ob allhier ſchon 82 ℔ 20 Loth ſtehen, ſo können dieſe Loth doch gar leicht im Kopfe in einen Bruch reduciret werden. Und weil die Brüche allgemeine Zahlen ſind (§ 51), ſo können die 82⅝ ℔, als 82⅝ fl. angeſehen werden. Ich habe auch mit Fleiß dieſe Berechnung in Brüchen angeſtellet, um nur den Anfängern Gelegenheit zu geben, ſich in den Brüchen zu üben. Denn ſonſt ſind ⅛ fl. auch leichte im Kopfe zu ℋ und ℛ zu reſolviren (§. 414); und weil dieſelben 18 ℋ 13½ ℛ machen, ſo kann man die Rechnung lieber als folget, anſtellen.

24 fl.	137 fl.		18 ℋ	82 fl. 18 ℋ 13 ½ ℛ
	120 | 5m		½	413 : 3 : 13, ½
	212 | ½			41 : 9 : 6 ¾
	2 | ⅕			6 : 26 : 10 ⅕
	3 | ¼a			10 : 9 : 15 7/20
				2 : 1 : 17 7/20

Fac. 473 fl. 21 ℋ 9 ℛ, wie oben §. 850.

§. 859. Hiermit hoffe ich die Vortheile in der Regel Detri zur Genüge erkläret zu haben. Ich habe auch jederzeit die Facite ganz genau ausgerechnet. Wie man aber in der Praxi, da die genaue Schärfe nicht geachtet wird, leichter und kürzer verfahren kann, ſolches iſt oben (§. 787 und 788) ſchon angewieſen worden.

§. 860. Alſo habe ich auch im §. 846. Artik. III. das Verkleinern nur in ſolchem Falle zu gebrauchen geheißen, wenn A gegen B oder C ein gemeines Maaß hat; und dieſes deswegen, damit das Facit punktuel hervorgebracht werden möge. Wenn man aber die genaue Schärfe nicht achtet, ſo könnte ich gar füglich auch wohl

Exempel angeben, bey denen man ſich des Verkleinerns, obgleich die Zahlen nicht gerade aufgehen, bedienen kann, ohne daß das Facit mehr, als etwa einen ſolchen Defect, der in der Praxi auch außerdem nicht geachtet wird, bekommen ſollte; wie ich denn eben dieſer Methode in Ausfindung der Univerſalregeln, in meinem herausgegebenen Wechſelarbitragenmanual, öfters mich bedienet: Allein weil hierzu, damit man unterweilen nicht zu weit vom Ziele ſchieße, eine gute Einſicht im Rechnen und beſondere Aufmerkſamkeit erfordert wird (§. 789), ſo pflege ich dieſes lieber in der mündlichen Information zu zeigen, allermaßen die Anfänger dadurch gar leicht confuß und irrig gemacht werden können. Aus dieſer Urſache habe ich ſolches allhier mit Fleiß übergangen.

Von den vortheilhaften Proben der 4 Specierum und Regel Detri.

§. 861.

Man findet faſt in allen Rechenbüchern die bekannte Probe durch die Zahl 9. Es haben aber andere vor mir ſchon angemerket, wie wenig dieſer Probe zu trauen ſey. Ueber dieſes hat meines Wiſſens niemand dieſe Probe auf weitläuftige Rechnungen, ſonderlich auf die 4 Species in mehrerley namigen Zahlen, noch weniger auf höhere oder gar auf große Wechſelrechnungen zu appliciren; oder ſonſt eine andere kurze Probe zu dergleichen Rechnungen angezeiget. Zwar haben einige Mathematici, was das erſte betrifft, die gedachte

Probe

Probe in etwas ſicherer zu machen geſuchet, wenn ſie bey der Addition geheißen, ſowol in dem Summiren, als hernach in der angeſtellten Probe Achtung zu haben, wie viel mal 9 hinweggelaſſen oder ausgeſtrichen werden, welchergeſtalt ſolche Probe nicht anders trügen könnte, man müßte denn in der Ausrechnung wenigſtens zweymal gefehlet, und zwar in einer Stelle eben ſo viel zu viel, als in einer andern zu wenig geſetzet haben, dergleichen Fehler aber im Rechnen nicht leichtlich zu vermuthen ſind: Allein es iſt dieſes Hülfsmittel nicht nur zu weitläuftig, und noch weitläuftiger, wenn man daſſelbe bey großen Multiplicationen und Diviſionen, zugeſchweige höhern Rechnungen anbringen wollte, ſondern auch unvermögend der Sache Schwierigkeit gänzlich abzuhelfen. Denn obgleich die gedachten zwey Fehler, die ſo genau, wie gemeldet, zuſammen treffen, im Rechnen nicht zu vermuthen ſind, ſo ereignen ſich dieſelben doch gar oft im bloßen Schreiben, wenn nämlich aus Unvorſichtigkeit die Zahlen verſetzet und z. E. anſtatt 32, 23 geſchrieben werden. Alſo habe auch, was das andere belanget, ohnlängſt ein Buch unter Hände bekommen, in welchem der Autor bey der Addition der mehrerley namigen Zahlen zwar erwehnet, daß man die gemeldete Probe bey jeder Sorte insbeſondere, ehe ſie in die größere Sorte reduciret wird, anſtellen ſoll; nicht minder findet man auch in mehrern Büchern, noch andere verſchiedene Proben zu der Addition, die entweder durch die Diviſion, oder ſonſt auf eine andere Art zu verrichten ſeyn ſollen: Allein auſſerdem, daß alle dieſe Proben faſt weitläuftiger, als die gemeine Probe (§. 372) ſo lieget doch der führnehmſte Nutzen der compendiöſen Proben nicht in der Addition noch Subtraction, deren Ausrechnung einig und allein

z. E. 69 Thl. nicht darum vor 69 mal 2 Sge, sondern nur vor 3 mal 2 Sge, nämlich vor 6 Sge gezählet, weil die Probzahl aus 69 ist 3. Solchergestalt hat man im Probiren niemals größere Zahlen als höchstens 10 mit einander zu multipliciren, welche Producte ein jeder Rechner aus dem Einmal Eins (§. 151) schon im Kopfe hat.

§. 868. Zu desto mehrerer Erklärung folgen noch etliche Exempel.

N°. 1. Wie viel machen 7 fl. im Probiren, an ge? Antwort: 1 ge. Denn 1 fl. wird gerechnet auf 8 ge (§. 866), folgends 7 fl. vor 7 mal 8 ge, dieses thut 56 ge, welcher Probzahl (wenn nämlich 5 von 6 abgenommen werden) 1 ist.

N°. 2. Wenn aber die Frage ist: Wie viel machen 7 fl. im Probiren, an ℛ? da kommt die Antwort 7 ℛ. Denn machet erstlich die 7 fl. zu ge, kommet, wie aus dem nächst vorigen Exempel zu ersehen, 1 ge, ferner hat 1 ge im Probiren nur 7 ℛ (§. 866).

N°. 3. Wie viel machen 8 ℔ im Probiren, an Loth, wie auch an Qu. und ℛ? Antwort: An Loth machen sie 3; an Qu. 1; und an ℛ 4. Denn 1 ℔ wird gezählet vor 10 Loth (§. 866), folgends 8 ℔ vor 8 mal 10, nämlich 80 Loth, deren Probzahl ist 3 Loth. Will man aber die Antwort an Qu. wissen, so saget ferner: 1 Loth hat 4 Qu. folglich haben 3 Loth, 3 mal 4, oder 12, welcher Probzahl 1 Qu. ist. Endlich hat 1 Qu. im Probiren nur 4 ℛ, derowegen ist die begehrte Antwort an ℛ 4.

N°. 4. Wie viel machen 38547 ℔ Lüb. im Probiren, an ß? Antwort 4 ß. Denn die Probzahl aus

38547

38547℔, ist 3℔ (weil die ungeraden Stellen 7 + 5 + 3 = 15, die geraden Stellen 4 + 8 = 12, und 15 ÷ 12 = 3), 1℔ aber hat 5ß (§. 866); folgends geben 3 ℔. 3 mal 5ß, nämlich 15ß, deren Probzahl ist 4ß.

§. 869. Dieses was allhier von der Verwandlung der gröſsern Sorten in ihre kleinere gemeldet worden, gründet sich auf dasjenige, das ich oben im §. 570 von dem Reste aus der Division gemeldet habe. Denn da die Probzahl eigentlich der Rest ist, welcher durch die Division in 11 entstehet (§. 864), so hat es mit ihr eben dieselbe Beschaffenheit, wie dorten mit dem Reste.

§. 870. Wenn man demnach die Probzahl aus einer mehrerley namigen Zahl haben will, so hat man eben in solcher Ordnung zu verfahren, als wenn man diese unter den Namen der kleinsten Sorte bringen will, wovon oben im §. 405 gelehret worden: Nur allein, daß allhier die ganze Berechnung weit kürzer und leichter nach vorher gezeigter Probirart aus dem Kopfe verrichtet wird (§. 867). Z. E. die Probzahl aus 367 fl. 25ʒ 12 ₰ zu finden; so saget, die Probzahl aus 367 fl. ist 4 (denn 7 + 3 ÷ 6 = 4): Diese machet zu ʒ nach Anzeigung §. 867 und 868, nämlich saget 1 fl. hat 8ʒ, folglich geben 4 fl. 4 mal 8, oder 32, das ist 10ʒ. Diese zählet zu den 5 ʒ in der ersten Stelle der ʒ, kommen 15, und ziehet davon die 2 aus der geraden Stelle ab, bleiben 13, welcher Probzahl ist 2ʒ. Solche machet ferner zu ₰, sagende, 1ʒ hat 7₰, folglich haben 2ʒ, 2 mal 7 oder 14, das ist 3₰. Diese zählet zu den 2₰ in der ersten Stelle der ₰, kommen 5₰, und ziehet davon das 1

aus der geraden Stelle der 3 ab, bleiben 4 ℔, die gesuchte Probzahl aus 367 fl. 25 ß 12 ₰.

§. 871. Mit den allgemeinen Theilen eines Ganzen (§. 51), nämlich mit den Brüchen hat es eben dieselbe Beschaffenheit, wie mit den kleinen Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte; und demnach zähle ich im Probiren z. E. $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ vor $\frac{1}{2}$, weil die Probzahl aus dem Nenner 2 ist. Item $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ zähle ich vor $\frac{6}{2}$, denn die Probzahl aus dem Zähler ist 6, und aus dem Nenner 2. Aus diesem Grunde zähle ich im Probiren, z. E. den Bruch $\frac{7}{5}\frac{6}{3}$ vor $\frac{4}{4}$; den Bruch $\frac{2}{2}\frac{6}{8}\frac{7}{9}\frac{7}{4}$ vor $\frac{3}{1}$; den Bruch $\frac{3}{8}\frac{6}{1}\frac{4}{3}$ vor $\frac{1}{1}$; den Bruch $\frac{1}{3}\frac{7}{4}\frac{7}{6}$ vor $\frac{9}{9}$; den Bruch $\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{8}{1}$ vor $\frac{4}{8}$ u. s. w. Es darf sich aber niemand befremden lassen, daß allhier solche ungewöhnliche Formuln der Brüche kommen; indem hier nicht auf den eigentlichen Werth des Bruchs, sondern nur auf desselben Probzahl, oder eigentlicher auf die vorhin im §. 864 erklärten Reste gesehen wird.

§. 872. Also auch wenn man die Probzahl aus einer vermischten Zahl haben will, so bleibet es allerdings bey der Ordnung, als wenn diese unter den Namen ihrer Theile gebracht werden soll, wovon oben im §. 405 gelehret worden: Nur daß alles allhier kurz und nach der gezeigten Probirart geschiehet. Z. E. Die Probzahl aus $537\frac{1}{3}\frac{3}{1}\frac{7}{2}$ zu finden; so notiret (der Bequemlichkeit wegen) erstlich beyseit oder darunter, wie viel dieser Bruch im Probiren ausmachet (§. 871); und zwar damit ihr diesen gleichsam fingirten Bruch nicht vor den rechten eigentlichen Bruch ansehen möget, in Parenthesi. Als hier bey gegenwärtigem Exempel also $(\frac{1}{4})$. Hierauf nehmet die Probzahl aus den Ganzen, nämlich aus 537, kom-

kommen 9 (denn $7+5\div3=9$), dieſe machet zu 4tel (weil der Nenner des Bruchs 4 iſt), kommen 36, deren Probzahl iſt 3. Solche zählet zu dem Zähler 5, kommen 8 Viertel, die verlangte Probzahl aus $537\frac{1}{3}\frac{3}{12}\frac{7}{2}$.

§. 873. Zu deſto mehrerer Erläuterung habe nicht undienlich zu ſeyn erachtet, wegen desjenigen, das vorhin im §. 870 und §. 871 gelehret worden, noch ein paar Exempel fürzuſtellen.

N°. 1. Die Probzahl aus 1346 Thl. 14 Ggr $7\frac{1}{1}\frac{3}{6}$ ℛ zu finden. Notiret erſtlich den Betrag des Bruchs (§. 872) alſo: $(\frac{2}{5})$. Auch damit ihr hernach in der Ausrechnung ſelbſt nicht geſtöret werdet, ſo betrachtet vorher, vor wie viel Ggr ein Thl. und vor wie viel ℛ ein Ggr im Probiren zu zählen ſey, und faſſet euch ſolches, nämlich, daß 1 Thl. vor 2 Ggr, und 1 Ggr vor 1 ℛ gerechnet wird, ins Gedächtniß. Hierauf ſprechet: Die Probzahl aus 1346 Thl. iſt 4 Thl. (denn $6+3\div4\div1=4$), dieſe geben, weil 1 Thl. hat 2 Ggr, 4 mal 2 nämlich 8 Ggr. Solche leget zu den 4 Ggr in der erſten Stelle der Ggr, kommen 12, und ziehet davon das 1 aus der geraden Stelle ab, bleiben 11, deren Probzahl iſt 0. Weil nun ſolchergeſtalt keine Ggr vorhanden, ſo gehet weiter zu den ℛ, machet die 7 ℛ zu 5tel (weil des Bruchs Nenner 5 iſt), kommen 35, deren Probzahl iſt 2. Solche leget zu dem Zähler 2, kommen 4, nämlich 5tel, die verlangte Probzahl aus 1346 Thl. 14 Ggr $7\frac{1}{1}\frac{3}{6}$ ℛ.

N°. 2. Die Probzahl aus 568 ℔ 10 ß $5\frac{3}{1}\frac{7}{2}$ ℛ lübiſch zu finden. Notiret erſtlich den Betrag des Bruchs alſo $(\frac{5}{12})$, und bedenket, daß 1 ℔ hat 5 ß, und 1 ß, 1 ℛ (§. 866).

(§. 866). Hierauf sprechet: die Probzahl aus 568 ist 7 ℔ (denn $8+5\div 6=7$), und 7 mal 5 ß geben 35, das ist 2 ß (denn $5\div 3=2$). Solche leget zu der ersten Stelle der ß, und weil diese eine 0 ist, so bleibet es bey 2 ß. Folglich ziehet hiervon das 1 aus der geraden Stelle der ß ab, restiret 1 ß, dieser thut (ibid.) 1 ₰. Demnach zählet solchen 1 ₰ zu den 5 ₰, kommen 6 ₰, welche zu 10tel gemacht, geben 60, das ist 5 (denn $0+11\div 6=5$). Endlich leget diese 5 zu dem Zähler 5, kommen 10, nämlich 10tel, die verlangte Probzahl aus 568 ℔ 10 ß $5\frac{2}{3}\frac{7}{12}$ ₰.

§. 874. Wenn man die Summe der Probzahlen aus etlichen gegebenen Zahlen wissen will, so gilt es gleich viel, ob man aus jeder gegebenen Zahl insbesondere ihre Probzahl nimmt, und solche hernach addiret, oder ob man sofort die Ziffern der ungeraden, und besonders der geraden Stellen, von allen gegebenen zusammen zählet, und auf solche Weise auf einmal die verlangte Probzahl suchet.

Z. E. Man begehret zu wissen, wie viel die Summe der Probzahlen ist aus den Zahlen 37 und 69; so gilt es gleichviel, ob ich sage die Probzahl aus 37 ist 4; aus 69, 3, und addiret die gefundenen 3 und 4 zusammen: Oder ob ich sofort die 7 und 9 der ungeraden Stellen, wie auch die 3 und 6 der geraden Stellen zusammen zähle, und also 9 von 16 abziehe, so kommet in allewege die verlangte Summe beyder Probzahlen 7. Gleiche Bewandniß hat es mit mehr als 2 gegebenen Zahlen.

§. 875. Wer in den nachfolgenden Proben wohl fortkommen

men will, der beliebe sich im vorhergehenden zuförderst wohl zu üben.

Die 119. Aufgabe.

§. 876. Das gefundene Collect in der Addition mit Vortheil zu probiren.

I. Suchet die Summe der Probzahlen aus allen gegebenen Zahlen, auf die Weise, wie vorher (insonderheit §. 874) gelehret worden; und zwar, wenn die gegebenen Zahlen aus verschiedenen Sorten bestehen, so suchet die gedachte Summe erstlich aus der größten Sorte, bringet dasjenige, was hieraus kommt, unter den Namen der nächst kleinern, und zählet das kommende zu den ungeraden Stellen dieser kleinern Sorten, eben also wie vorhin (§. 870. 872 und 873) erkläret worden, u. s. w. Daferne aber solche Summe der Probzahlen über 10 ist, so nehmet aus derselben abermals die Probzahl, und notiret solche beyseite.

II. Suchet die Probzahl aus dem Collect, und zwar unter eben denselben Namen, als jene Probzahl (vorhin Artik. I.) heißet; so müssen beyde einander gleich seyn. Wo dieses aber nicht ist, so ist es eine gewisse Anzeigung, daß in der Rechnung ein Fehler enthalten seyn müsse.

Z. E. N°. 1. Die obige Addition §. 105, kommt allhier nebst der Probe also zu stehen:

3597	
154	
9068	P. Z.
85	1
Summe 12904	1

Nam.

Nämlich zählet zusammen 7+5+4+1+8+0+5; desgleichen 9+3+5+6+9+8: So kommen aus den ungeraden Stellen 30, das ist 8; und aus den geraden 40, das ist 7. Folgends ist die verlangte Probzahl 8÷7, nämlich 1. Auf gleiche Weise suchet die Probzahl aus dem Collecte 12904, kommt ebenfalls 1. Weil nun beyde Probzahlen einander gleich gekommen, so urtheilet man, daß das gefundene Collect recht sey.

N°. 2. Die obige Addition §. 427 N°. 2 kommt nebst der Probe, als folget:

	328 fl. 25 ℔ 6 ℌ	
	2465 · 13 · 12	
	— · 27 · 9	P. Z.
	207 · — · 4	10 ℌ
Summe	3002 · 6 · 13	10 ℌ

Nämlich saget, bey den fl. anfangend, 8+3+5+4+7+2 geben 29, das ist 7; desgleichen ferner 2+6+2+0, geben 10, welche von 7 oder vielmehr 7+11, das ist von 18, abgezogen, bleiben 8 fl. Solche machet zu ℔ (nach Anzeigung §. 870) sagende: 8 mal 8 (weil 1 fl. hat 8 ℔) geben 64, das ist 9 ℔. Diese 9 ℔ zählet zu den ℔, in den ungeraden Stellen, als nämlich 9+5+3+7, kommen 24, das ist 2, hiervon nehmet aus den geraden Stellen die 2+1+2, das ist 5, ab, und weil 5 von 2 nicht kann abgenommen werden, so nehmet die 5 von 2+11, nämlich von 13 ab, bleiben 8 ℔. Solche machet ferner zu ℌ, sagende: 8 mal 7 (weil 1 ℔ hat 7 ℌ) geben 56, das ist 1 ℌ. Diesen zählet zu den ℌ in den ungeraden Stellen, als nämlich 1+6+2+9+4, kommen

men 22, das ist 0. Hiervon oder vielmehr von 0 + 11 nehmet das 1 ab, das in den geraden Stellen stehet, bleiben 10 ℞, die Probzahl aus allen summirenden Zahlen. Gleichergestalt suchet die Probzahl aus dem Collecte 3002 fl. 6 ß 13 ₰, wie dieses oben (§. 870 und 873) schon zur Genüge angewiesen worden, kommen ebenfalls 10 ℞. Daherv urtheilet man, weil beyde Probzahlen einander gleich gekommen, daß das gefundene Collect recht sey.

N° 3. Die obige Addition §. 427. N° 5 kommt nebst der Probe also zu stehen:

327 ℔	23 Loth	3 Qu.	1 ₰		
837 "	29 "	— "	3		
25 "	27 "	3 "	2		
137 "	31 "	1 "	—		
273 "	— "	2 "	3		
69 "	29 "	— "	1		
354 "	— "	— "	2		
— "	30 "	— "	3	P. 3.	
587 "	19 "	3 "	1	4 ₰	
Summe 2615 "	— "	— "	—	4 ₰	

Nämlich suchet die Probzahl aus den summirenden Zahlen auf die Weise, wie beym vorigen Exempel umständlich gezeiget worden, kommen 4 ₰. Desgleichen suchet die Probzahl aus dem Collect, und zwar ebenfalls unter den Namen ₰ (ob schon in demselben keine ₰ vorhanden), weil jene Probzahl ₰ bedeutet, so kommen gleichfalls 4 ₰.

§. 877.

§. 877. Der Grund von dieſer Probe der Addition lieget in den Lehren, welche oben bey den Eigenſchaften der addirten Zahlen (§. 559, 560 und 561) bereits dargethan worden. Denn die Probzahl aus den ſummirenden Zahlen iſt eigentlich die Summe aller Reſte (§. 874), oder doch der Reſt aus ſolcher Summe aller Reſte, welche durch die Diviſion entſtehen, wenn man jede ſummirende Zahl ins beſondere in 11 dividiret (§. 864); und eben ſo viel muß, vermöge der erwehnten Lehren, der Reſt, oder wie es hier heißt (§. 863) die Probzahl aus dem Collecte ſeyn. Daß aber der angewieſene Proceß auch bey den mehrerley namigen Zahlen allerdings ſeine Richtigkeit habe, ſolches erhellet (wie vorhin §. 869 bereits gemeldet) klar aus dem oben im §. 570 eben hierzu gelegten Grunde.

§. 878. Indeſſen merket inſonderheit, daß allezeit, wo geſaget wird, die Probzahlen ſollen einander gleich ſeyn, ſelbige zuförderſt unter gleiche Namen gebracht werden müſſen, wie ſolches im vorigen Exempel N°. 3 (§. 876) klar vor Augen geleget worden, welches ein vor allemal allhier erinnern wollen.

§. 879. Ich könnte allhier in der Addition noch Exempel von gebrochenen Zahlen fürſtellen: Allein ich achte ſolches vor eine unnöthige Weitläuftigkeit, indem mein Hauptendzweck mit dieſer Probe nicht auf die Addition noch Subtraction, ſondern und vornemlich auf höhere Rechnungen zielet (§. 861), als bey welchen der Nutzen dieſer Probe ſich am meiſten erſt äußern wird; allermaßen es demjenigen, der das vorhergehende gründlich verſtanden, nicht ſchwer fallen kann, vor ſich ſelbſt Exempel mit Brüchen zu formiren, und ſelbige nach voriger Art zu probiren.

Die

Die 120. Aufgabe.

§. 880. Den gefundenen Rest in der Subtraction mit Vortheil zu probiren.

Weil der Subtractor zusammt dem Reste gleich dem Subtrahendo seyn muß (§. 373), so bleibet es allhier allerdings bey der gegebenen Regel in der Addition (§. 876); Nur allein, anstatt, da dorten die Summe der Probzahlen aus den summirenden Zahlen, und besonders die Probzahl aus dem Collect allein, genommen wird, so nehmet allhier die Summe der Probzahlen, aus dem Subtractore und Rest, und besonders die Probzahl aus dem Subtrahendo allein, so müssen beyde kommende Probzahlen einander gleich seyn.

Z. E. N°. 1. Die obige Subtraction §. 126 kommt allhier nebst der Probe also zu stehen:

	P. Z.
130042965	8
90168063	8
Rest 39874902	

Nämlich die ungeraden Stellen des Subtractoris und Rests enthalten in sich 3 + 0 + 6 + 0 + 2 + 9 + 7 + 9 = 36, diese geben 3; die geraden Stellen aber 6 + 8 + 1 + 9 + 0 + 4 + 8 + 3 = 39, welche 6 geben; demnach nehmet 6 von 3 + 11, nämlich von 14, ab, bleiben 8 übrig. Gleichermaßen suchet die Probzahl aus dem Subtrahendo 130042965, so kommen ebenfalls 8.

N°. 2. Die obige Subtraction §. 434. N°. 3 kommt nebst der Probe als folget:

	P. Z.
1234fl. 12ß 9₰	7₰
697 · 21 · 12	7₰
Rest 536 · 20 · 15	

in den gegebenen Zahlen und der gefundenen Antwort bestehet (§. 518), worauf allerdings in der Probe eben sowohl, als in der Ausrechnung selbsten, gesehen werden muß; sondern und vornemlich in weit höhern Rechnungen, bey welchen die Antworten mittelbar (ibid.) und öfters weitläuftig hergeholet werden.

§. 862. Es ist auch vielen bekannt, daß ich in der mündlichen Information verschiedene curieuse Proben anzuzeigen pflege, welche alle allhier auszuführen zu weitläuftig fallen würde. Derowegen habe hiernächst nur eine derselben, welche insonderheit hernach bey grossen Wechselrechnungen sehr bequem anzubringen ist, vortragen, und insonderheit zeigen wollen, wie dieselbe allgemein bey allen vorkommenden Rechnungen, mit Nutzen zu gebrauchen. Von den andern aber, denke göttlicher Verleihung nach dereinst insbesondere ein Tractätgen auszugeben.

§. 863. Wenn man die Ziffern der geraden Stellen, als auch besonders der ungeraden Stellen zusammen zählet, und jene Summe von dieser, nach Anweisung §. 635 abziehet, so benenne ich das bleibende eine **Probzahl**, weil durch dieselbe alle Rechnungen, wie hernach gezeiget werden soll, zu probiren sind: und werde ich solche Kürze halben zuweilen nur mit P. Z. bemerken.

§. 864. Ihr dürfet demnach den gemeldten § nachschlagen, so werdet ihr dieses umständlich ausgeführet finden, und daraus wahrnehmen können, daß ich durch Probzahl denjenigen Rest verstehe, welcher übrig bleibet, wenn die gegebene Zahl in 11 dividiret wird; nur allein daß solcher nicht durch eine wirkliche Division, son-

ſondern durch das daſelbſt gegebene Kennzeichen auf eine kurze und leichte Art zu ſuchen ſey.

§. 865. Solchemnach iſt die Probzahl allezeit entweder 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, oder gar nur eine 0. Mehr als 10 aber kann ſie niemals kommen (§. 209). Und lieget allhier nichts daran, daß durch die Probzahl auch eine 1 oder gar eine 0 (ſo ſonſt nicht wohl Zahlen heißen können) verſtanden wird.

§. 866. Weil nun auf ſolche Weiſe die Probzahl aus 24 iſt 2 (denn 2 von 4 bleiben 2), die Probzahl aus 30 iſt 8 (denn 3 von 0 kann man nicht abnehmen, ſo ſaget: 3 von 11 bleiben 8), und die Probzahl aus 32 iſt 10 (denn weil 3 von 2 nicht abgenommen werden können, ſo nehmet abermal 11 darzu, und ſprechet: 3 von 2 + 11, das iſt von 13, bleiben 10); ſo rechne ich im Probiren 1 Thl. in Leipzig von 24 Gge nur vor 2 Gge, 1 fl. von 30 ge nur vor 8 ge, und 1 ℔ von 32 Loth nur vor 10 Loth. Eben aus dieſem Grunde rechne ich im Probiren z. E.
1 ge von 18 ₰ vor 7 ₰. 1 ℒ lüb. von 16 ß vor 5 ß.
1 ge von 12 ₰ vor 1 ₰. 1 Ham. Thl. von 48 ß vor 4 ß.
1 Hol. Thl. von 50 Stüb. vor 6 Stüb.
u. ſ. w.

§. 867. Demnach rechne ich 2 Leipziger Thl. im Probiren vor 4 Gge, und zwar nicht als 2 mal 24 Gge, ſondern nur als 2 mal 2 Gge; item: 5 ſolcher Thl. vor 10 Gge, und zwar nicht als 5 mal 24, ſondern nur kurz, als 5 mal 2 Gge; hingegen 6 Thl. nicht darum vor 12 als 6 mal 2 Gge, ſondern nur vor 1 Gge. Denn weil keine Probzahl über 10 ſeyn kann (§. 865), ſo wird nur die Probzahl aus 12 genommen, und dieſe iſt 1 Gge. Alſo auch werden

z. E. 69 Thl. nicht darum vor 69 mal 2 Gge, sondern nur vor 3 mal 2 Gge, nämlich vor 6 Gge gezählet, weil die Probzahl aus 69 ist 3. Solchergestalt hat man im Probiren niemals größere Zahlen als höchstens 10 mit einander zu multipliciren, welche Producte ein jeder Rechner aus dem Einmal Eins (§. 151) schon im Kopfe hat.

§. 868. Zu desto mehrerer Erklärung folgen noch etliche Exempel.

N°. 1. Wie viel machen 7 fl. im Probiren, an ge? Antwort: 1 ge. Denn 1 fl. wird gerechnet auf 8 ge (§. 866), folgends 7 fl. vor 7 mal 8 ge, dieses thut 56 ge, welcher Probzahl (wenn nämlich 5 von 6 abgenommen werden) 1 ist.

N°. 2. Wenn aber die Frage ist: Wie viel machen 7 fl. im Probiren, an ℛ? da kommt die Antwort 7 ℛ. Denn machet erstlich die 7 fl. zu ge, kommet, wie aus dem nächst vorigen Exempel zu ersehen, 1 ge, ferner hat 1 ge im Probiren nur 7 ℛ (§. 866).

N°. 3. Wie viel machen 8 ℔ im Probiren, an Loth, wie auch an Qu. und ℛ? Antwort: An Loth machen sie 3; an Qu. 1; und an ℛ 4. Denn 1 ℔ wird gezählet vor 10 Loth (§. 866), folgends 8 ℔ vor 8 mal 10, nämlich 80 Loth, deren Probzahl ist 3 Loth. Will man aber die Antwort an Qu. wissen, so saget ferner: 1 Loth hat 4 Qu. folglich haben 3 Loth, 3 mal 4, oder 12, welcher Probzahl 1 Qu. ist. Endlich hat 1 Qu. im Probiren nur 4 ℛ, derowegen ist die begehrte Antwort an ℛ 4.

N°. 4. Wie viel machen 38547 ℔ Lüb. im Probiren, an ß? Antwort 4 ß. Denn die Probzahl aus

38547

38547℔, iſt 3℔ (weil die ungeraden Stellen 7 + 5 + 3 = 15, die geraden Stellen 4 + 8 = 12, und 15 ÷ 12 = 3), 1℔ aber hat 5ß (§. 866); folgends geben 3 ℔. 3 mal 5ß, nämlich 15ß, deren Probzahl iſt 4ß.

§. 869. Dieſes was allhier von der Verwandlung der größern Sorten in ihre kleinere gemeldet worden, gründet ſich auf dasjenige, das ich oben im §. 570 von dem Reſte aus der Diviſion gemeldet habe. Denn da die Probzahl eigentlich der Reſt iſt, welcher durch die Diviſion in 11 entſtehet (§. 864), ſo hat es mit ihr eben dieſelbe Beſchaffenheit, wie dorten mit dem Reſte.

§. 870. Wenn man demnach die Probzahl aus einer mehrerley namigen Zahl haben will, ſo hat man eben in ſolcher Ordnung zu verfahren, als wenn man dieſe unter den Namen der kleinſten Sorte bringen will, wovon oben im §. 405 gelehret worden: Nur allein, daß allhier die ganze Berechnung weit kürzer und leichter nach vorher gezeigter Probirart aus dem Kopfe verrichtet wird (§. 867). Z. E. die Probzahl aus 367 fl. 25ʒ 12₰ zu finden; ſo ſaget, die Probzahl aus 367 fl. iſt 4 (denn 7 + 3 ÷ 6 = 4). Dieſe machet zu ʒ nach Anzeigung §. 867 und 868, nämlich ſaget 1 fl. hat 8ʒ, folglich geben 4 fl. 4 mal 8, oder 32, das iſt 10ʒ. Dieſe zählet zu den 5 ʒ in der erſten Stelle der ʒ, kommen 15, und ziehet davon die 2 aus der geraden Stelle ab, bleiben 13, welcher Probzahl iſt 2ʒ. Solche machet ferner zu ₰, ſagende, 1ʒ hat 7₰, folglich haben 2ʒ, 2 mal 7 oder 14, das iſt 3₰. Dieſe zählet zu den 2₰ in der erſten Stelle der ₰, kommen 5₰, und ziehet davon das 1

aus der geraden Stelle der 3. ab, bleiben 4 3., die gesuchte Probzahl aus 367 fl. 25 gr. 12 3.

§. 871. Mit den allgemeinen Theilen eines Ganzen (§. 51), nämlich mit den Brüchen hat es eben dieselbe Beschaffenheit, wie mit den kleinen Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte; und demnach zähle ich im Probiren z. E. $\frac{1}{2\,4}$ vor $\frac{1}{2}$, weil die Probzahl aus dem Nenner 2 ist. Item $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ zähle ich vor $\frac{6}{2}$, denn die Probzahl aus dem Zähler ist 6, und aus dem Nenner 2. Aus diesem Grunde zähle ich im Probiren, z. E. den Bruch $\frac{2}{5}\frac{6}{3}$ vor $\frac{4}{4}$; den Bruch $\frac{2}{2}\frac{6}{8}\frac{7}{9}\frac{7}{4}$ vor $\frac{3}{1}$; den Bruch $\frac{3}{8}\frac{6}{5}\frac{4}{9}$ vor $\frac{1}{1}$; den Bruch $\frac{1}{3}\frac{8}{4}\frac{7}{6}$ vor $\frac{9}{9}$; den Bruch $\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{8}{1}$ vor $\frac{4}{8}$ u. s. w. Es darf sich aber niemand befremden lassen, daß allhier solche ungewöhnliche Formuln der Brüche kommen; indem hier nicht auf den eigentlichen Werth des Bruchs, sondern nur auf desselben Probzahl, oder eigentlicher auf die vorhin im §. 864 erklärten Reste gesehen wird.

§. 872. Also auch wenn man die Probzahl aus einer vermischten Zahl haben will, so bleibet es allerdings bey der Ordnung, als wenn diese unter den Namen ihrer Theile gebracht werden soll, wovon oben im §. 405 gelehret worden: Nur daß alles allhier kurz und nach der gezeigten Probirart geschiehet. Z. E. Die Probzahl aus $537\frac{1}{3}\frac{3}{3}\frac{7}{2}$ zu finden; so notiret (der Bequemlichkeit wegen) erstlich beyseit oder darunter, wie viel dieser Bruch im Probiren ausmachet (§. 871); und zwar damit ihr diesen gleichsam fingirten Bruch nicht vor den rechten eigentlichen Bruch ansehen möget, in Parenthesi. Als hier bey gegenwärtigem Exempel also ($\frac{1}{4}$). Hierauf nehmet die Probzahl aus den Ganzen, nämlich aus 537, kom-

kommen 9 (denn $7+5\div3=9$), dieſe machet zu 4tel (weil der Nenner des Bruchs 4 iſt), kommen 36, deren Probzahl iſt 3. Solche zählet zu dem Zähler 5, kommen 8 Viertel, die verlangte Probzahl aus $537\frac{1}{3}\frac{3}{4}\frac{7}{2}$.

§. 873. Zu deſto mehrerer Erläuterung habe nicht undienlich zu ſeyn erachtet, wegen desjenigen, das vorhin im §. 870 und §. 871 gelehret worden, noch ein paar Exempel fürzuſtellen.

N°. 1. Die Probzahl aus 1346 Thl. 14 Sgr $7\frac{1}{1}\frac{3}{6}$ ℛ zu finden. Notiret erſtlich den Betrag des Bruchs (§. 872) alſo: $(\frac{2}{5})$. Auch damit ihr hernach in der Ausrechnung ſelbſt nicht geſtöret werdet, ſo betrachtet vorher, vor wie viel Sgr ein Thl. und vor wie viel ℛ ein Sgr im Probiren zu zählen ſey, und faſſet euch ſolches, nämlich, daß 1 Thl. vor 2 Sgr, und 1 Sgr vor 1 ℛ gerechnet wird, ins Gedächtniß. Hierauf ſprechet: Die Probzahl aus 1346 Thl. iſt 4 Thl. (denn $6+3\div4\div1=4$), dieſe geben, weil 1 Thl. hat 2 Sgr, 4 mal 2 nämlich 8 Sgr. Solche leget zu den 4 Sgr in der erſten Stelle der Sgr, kommen 12, und ziehet davon das 1 aus der geraden Stelle ab, bleiben 11, deren Probzahl iſt 0. Weil nun ſolchergeſtalt keine Sgr vorhanden, ſo gehet weiter zu den ℛ, machet die 7 ℛ zu 5tel (weil des Bruchs Nenner 5 iſt), kommen 35, deren Probzahl iſt 2. Solche leget zu dem Zähler 2, kommen 4, nämlich 5tel, die verlangte Probzahl aus 1346 Thl. 14 Sgr $7\frac{1}{1}\frac{3}{6}$ ℛ.

N°. 2. Die Probzahl aus 568 ℔ 10 ß $5\frac{3}{1}\frac{7}{2}$ ℛ lübiſch zu finden. Notiret erſtlich den Betrag des Bruchs alſo $(\frac{7}{12})$, und bedenket, daß 1 ℔ hat 5 ß, und 1 ß, 1 ℛ (§. 866).

(§. 866). Hierauf sprechet: die Probzahl aus 568 ist 7 ℔ (denn $8+5\div 6=7$), und 7 mal 5 ß geben 35, das ist 2 ß (denn $5\div 3=2$). Solche leget zu der ersten Stelle der ß, und weil diese eine 0 ist, so bleibet es bey 2 ß. Folglich ziehet hiervon das 1 aus der geraden Stelle der ß ab, restiret 1 ß, dieser thut (ibid.) 1 ℌ. Demnach zählet solchen 1 ℌ zu den 5 ℌ, kommen 6 ℌ, welche zu 10tel gemacht, geben 60, das ist 5 (denn $0+11\div 6=5$). Endlich leget diese 5 zu dem Zähler 5, kommen 10, nämlich 10tel, die verlangte Probzahl aus 568 ℔ 10 ß $5\frac{2}{3}\frac{7}{2}$ ℌ.

§. 874. Wenn man die Summe der Probzahlen aus etlichen gegebenen Zahlen wissen will, so gilt es gleich viel, ob man aus jeder gegebenen Zahl insbesondere ihre Probzahl nimmt, und solche hernach addiret, oder ob man sofort die Ziffern der ungeraden, und besonders der geraden Stellen, von allen gegebenen zusammen zählet, und auf solche Weise auf einmal die verlangte Probzahl suchet.

Z. E. Man begehret zu wissen, wie viel die Summe der Probzahlen ist aus den Zahlen 37 und 69; so gilt es gleichviel, ob ich sage die Probzahl aus 37 ist 4; aus 69, 3, und addiret die gefundenen 3 und 4 zusammen: Oder ob ich sofort die 7 und 9 der ungeraden Stellen, wie auch die 3 und 6 der geraden Stellen zusammen zähle, und also 9 von 16 abziehe, so kommet in allewege die verlangte Summe beyder Probzahlen 7. Gleiche Bewandniß hat es mit mehr als 2 gegebenen Zahlen.

§. 875. Wer in den nachfolgenden Proben wohl fortkommen

men will, der beliebe sich im vorhergehenden zuförderst wohl zu üben.

Die 119. Aufgabe.

§. 876. Das gefundene Collect in der Addition mit Vortheil zu probiren.

I. Suchet die Summe der Probzahlen aus allen gegebenen Zahlen, auf die Weise, wie vorher (insonderheit §. 874) gelehret worden; und zwar, wenn die gegebenen Zahlen aus verschiedenen Sorten bestehen, so suchet die gedachte Summe erstlich aus der größten Sorte, bringet dasjenige, was hieraus kommt, unter den Namen der nächst kleinern, und zählet das kommende zu den ungeraden Stellen dieser kleinern Sorten, eben also wie vorhin (§. 870. 872 und 873) erkläret worden, u. s. w. Daferne aber solche Summe der Probzahlen über 10 ist, so nehmet aus derselben abermals die Probzahl, und notiret solche beyseite.

II. Suchet die Probzahl aus dem Collect, und zwar unter eben denselben Namen, als jene Probzahl (vorhin Artik. I.) heißet; so müssen beyde einander gleich seyn. Wo dieses aber nicht ist, so ist es eine gewisse Anzeigung, daß in der Rechnung ein Fehler enthalten seyn müsse.

Z. E. N°. 1. Die obige Addition §. 105, komme allhier nebst der Probe also zu stehen:

3597	
154	
9068	P. Z.
85	1
Summe 12904	1

Nam-

Nämlich zählet zusammen 7+5+4+1+8+0+5; desgleichen 9+3+5+6+9+8: So kommen aus den ungeraden Stellen 30, das ist 8; und aus den geraden 40, das ist 7. Folgends ist die verlangte Probzahl 8÷7, nämlich 1. Auf gleiche Weise suchet die Probzahl aus dem Collecte 12904, kommt ebenfalls 1. Weil nun beyde Probzahlen einander gleich gekommen, so urtheilet man, daß das gefundene Collect recht sey.

N°. 2. Die obige Addition §. 427 N°. 2 kommt nebst der Probe, als folget:

		P. Z.
	328 fl. 25 ß 6 ₰	
	2465 • 13 • 12	
	— • 27 • 9	10 ₰
	207 • — • 4	
Summe	3002 • 6 • 13	10 ₰

Nämlich saget, bey den fl. anfangend, 8+3+5+4+7+2 geben 29, das ist 7; desgleichen ferner 2+6+2+0, geben 10, welche von 7 oder vielmehr 7+11, das ist von 18, abgezogen, bleiben 8 fl. Solche machet zu ß (nach Anzeigung §. 870) sagende: 8 mal 8 (weil 1 fl. hat 8 ß) geben 64, das ist 9 ß. Diese 9 ß zählet zu den ß, in den ungeraden Stellen, als nämlich 9+5+3+7, kommen 24, das ist 2, hiervon nehmet aus den geraden Stellen die 2+1+2, das ist 5, ab, und weil 5 von 2 nicht kann abgenommen werden, so nehmet die 5 von 2+11, nämlich von 13 ab, bleiben 8 ß. Solche machet ferner zu ₰, sagende: 8 mal 7 (weil 1 ß hat 7 ₰) geben 56, das ist 1 ₰. Diesen zählet zu den ₰ in den ungeraden Stellen, als nämlich 1+6+2+9+4, kommen

men 22, das ist 0. Hiervon oder vielmehr von 0 + 11 nehmet das 1 ab, das in den geraden Stellen stehet, bleiben 10 ℛ, die Probzahl aus allen summirenden Zahlen. Gleichergestalt suchet die Probzahl aus dem Collecte 3002 fl. 6 ß 13 ₰, wie dieses oben (§. 870 und 873) schon zur Genüge angewiesen worden, kommen ebenfalls 10 ℛ. Daherο urtheilet man, weil beyde Probzahlen einander gleich gekommen, daß das gefundene Collect recht sey.

N°. 3. Die obige Addition §. 427. N°. 5 kommt nebst der Probe also zu stehen:

327 ℔	23 Loth	3 Qu.	1 ℛ		
837 "	29 "	— "	3		
25 "	27 "	3 "	2		
137 "	31 "	1 "	—		
273 "	— "	2 "	3		
69 "	29 "	— "	1		
354 "	— "	— "	2		
— "	30 "	— "	3	P. Z.	
587 "	19 "	3 "	1	4 ℛ	
Summe 2615 "	— "	— "	—	4 ℛ	

Nämlich suchet die Probzahl aus den summirenden Zahlen auf die Weise, wie beym vorigen Exempel umständlich gezeiget worden, kommen 4 ℛ. Desgleichen suchet die Probzahl aus dem Collect, und zwar ebenfalls unter den Namen ℛ (ob schon in demselben keine ℛ vorhanden), weil jene Probzahl ℛ bedeutet, so kommen gleichfalls 4 ℛ.

§. 877.

§. 877. Der Grund von dieser Probe der Addition lieget in den Lehren, welche oben bey den Eigenschaften der addirten Zahlen (§. 559, 560 und 561) bereits dargethan worden. Denn die Probzahl aus den summirenden Zahlen ist eigentlich die Summe aller Reste (§. 874), oder doch der Rest aus solcher Summe aller Reste, welche durch die Division entstehen, wenn man jede summirende Zahl ins besondere in 11 dividiret (§. 864); und eben so viel muß, vermöge der erwehnten Lehren, der Rest, oder wie es hier heißt (§. 863) die Probzahl aus dem Collecte seyn. Daß aber der angewiesene Proceß auch bey den mehrerley namigen Zahlen allerdings seine Richtigkeit habe, solches erhellet (wie vorhin §. 869 bereits gemeldet) klar aus dem oben im §. 570 eben hierzu gelegten Grunde.

§. 878. Indessen merket insonderheit, daß allezeit, wo gesaget wird, die Probzahlen sollen einander gleich seyn, selbige zuförderst unter gleiche Namen gebracht werden müssen, wie solches im vorigen Exempel N°. 3 (§. 876) klar vor Augen geleget worden, welches ein vor allemal allhier erinnern wollen.

§. 879. Ich könnte allhier in der Addition noch Exempel von gebrochenen Zahlen fürstellen: Allein ich achte solches vor eine unnöthige Weitläuftigkeit, indem mein Hauptendzweck mit dieser Probe nicht auf die Addition noch Subtraction, sondern und vornemlich auf höhere Rechnungen zielet (§. 861), als bey welchen der Nutzen dieser Probe sich am meisten erst äußern wird; allermaßen es demjenigen, der das vorhergehende gründlich verstanden, nicht schwer fallen kann, vor sich selbst Exempel mit Brüchen zu formiren, und selbige nach voriger Art zu probiren.

Die

Die 120. Aufgabe.

§. 880. Den gefundenen Rest in der Subtraction mit Vortheil zu probiren.

Weil der Subtractor zusammt dem Reste gleich dem Subtrahendo seyn muß (§. 373), so bleibet es allhier allerdings bey der gegebenen Regel in der Addition (§. 876); Nur allein, anstatt, da dorten die Summe der Probzahlen aus den summirenden Zahlen, und besonders die Probzahl aus dem Collect allein, genommen wird, so nehmet allhier die Summe der Probzahlen, aus dem Subtractore und Rest, und besonders die Probzahl aus dem Subtrahendo allein, so müssen beyde kommende Probzahlen einander gleich seyn.

Z. E. N°. 1. Die obige Subtraction §. 126 kommt allhier nebst der Probe also zu stehen:

	P. Z.
130042965	8
90168063	8
Rest 39874902	

Nämlich die ungeraden Stellen des Subtractoris und Rests enthalten in sich 3 + 0 + 6 + 0 + 2 + 9 + 7 + 9 = 36, diese geben 3; die geraden Stellen aber 6 + 8 + 1 + 9 + 0 + 4 + 8 + 3 = 39, welche 6 geben; demnach nehmet 6 von 3 + 11, nämlich von 14, ab, bleiben 8 übrig. Gleichermaßen suchet die Probzahl aus dem Subtrahendo 130042965, so kommen ebenfalls 8.

N°. 2. Die obige Subtraction §. 434. N°. 3 kommt nebst der Probe als folget:

	P. Z.
1234 fl. 12 ß 9 ₰	7 ₰
697 • 21 • 12	7 ₰
Rest 536 • 20 • 15	

Nämlich 7 + 6 + 6 + 5 in den ungeraden Stellen der fl. des Subtractoris und Restes geben 24, das ist 2 9 + 3 aber geben 12, das ist 1, welches von 2 abgezogen, bleibet 1 fl. Solcher thut 8 ℔ (§. 866); derowegen zählet weiter bey den ℔ 8 + 1 + 0 geben 9, 2 + 2 aber geben 4, welche von 9 abgenommen, bleiben 5 ℔. Diese machet zu ℞, sagende: 5 mal 7 geben 35, das ist 2 ℞. Folglich zählet diese 2 ferner zu den ungeraden Stellen der ℞, nämlich 2 + 2 + 5 geben 9. Hiervon ziehet ab 1 + 1, das ist 2, bleiben 7, die Probzahl aus dem Subtractore und Rest. Auf gleiche Weise suchet die Probzahl aus 1234 fl. 12 ℔ 9 ℞ (wie solches vorhin öfters schon erkläret worden), so kommen gleichfalls 7 ℞.

N°. 3. Die obige Subtraction §. 434. N°. 8 kommt nebst der Probe als folget:

℔	Schott	Grän	P. Z.
583	= —	= —	0 (4tel Grän
234	= —	= 9¾	0 (4tel Grän
Rest 348	= 23	= 2¾	

Nämlich suchet die Probzahl aus dem Subtractore und Rest, auf die Weise, wie beym vorigen Exempel ausführlich gezeiget worden; und zwar, weil bey demselben auch 4tel Grän stehen, nach Anweisung §. 873, kommet 0 4tel Grän. Gleichergestalt suchet die Probzahl aus 583 ℔, kommt gleichfalls 0. Diese Probzahl müßte zwar (vermöge §. 878) nicht minder auch zu 4tel Grän gemacht werden: Allein da dieselbe eine 0 ist, und ferner in dem Subtrahendo keine kleineren Sorten oder Theile stehen, so siehet man bald, daß 0 ℔ auch in 4tel Grän eine 0 geben.

§. 881.

§. 881. Diese Probe der Subtraction gründet sich, wie solches in der Regel selbst (§. 880) erwehnet worden, auf die vorhergehende Probe der Addition, welcher Richtigkeit vorhin (§. 877) bereits dargethan ist. Und wer dieses verstehet, der wird gar leicht sehen können, daß ich allhier die Probe der Subtraction, aus den gelegten Gründen im §. 564. auch auf eine andere Art hätte angeben können: Allein der Kürze halben, und damit man nicht nöthig habe, viele besondere Regeln zu beobachten, habe lieber auf den Rückweg von der Addition (§. 270) sehen, und also dieser ihre Probe auch auf die Subtraction ziehen wollen.

Die 121. Aufgabe.

§. 882. Das gefundene Product in der Multiplication mit Vortheil zu probiren.

I. Suchet die Probzahlen aus jedem Factore insbesondere, und schreibet dieselben beyseits unter einander.

II. Multipliciret die gefundenen Probzahlen mit einander, und schreibet unter dieselben, vermittelst einer Scheidelinie dasjenige, was hieraus kommt, oder daferne es mehr als 10 ist, die Probzahl aus demselben. Endlich

III. suchet die Probzahl aus dem Producte, dessen Richtigkeit ihr probiren wollet. Diese muß gleich seyn der Probzahl, welche vorhin unter die Scheidelinie geschrieben worden. Wo aber dieses nicht eintrifft, so ist es eine gewisse Anzeigung, daß in der Rechnung ein Fehler stecken müsse.

Z. E. N°. 1. Oben im §. 170 ist die Zahl 2357 mit 438 multipliciret und im Product 1032366 gebracht worden. Wollet ihr dieses probiren, so saget:

Die Probzahl aus 2357 ist 3
Die Probzahl aus 438 ist 9

Ferner sprechet: 3 mal 9 geben 27, das ist 5.

Hierauf suchet die Probzahl aus dem Product 1032366, kommen gleichfalls 5; und hieraus urtheilet man, daß das gefundene Product recht sey.

N°. 2. Oben §. 472 N°. 1, wie auch §. 751 N°. 1 sind 327 fl. 18 ßr 12 ₰ mit 369 multipliciret, und im Product 120892 fl. 18 ßr gebracht worden: Wie ist dieses zu probiren? Antwort also:

Die Probzahl
aus 327 fl. 18 ßr 12 ₰ ist 3 ₰ (§. 870 und 873)
aus 369 . . . ist 6

multiplicret 3 mit 6, kommen 18, d. i. 7 ₰.

Hierauf suchet die Probzahl aus dem Product 120892 fl. 18 ßr, kommt 1 ßr. Diesen machet zu ₰, weil jene Probzahl ₰ heißet (§. 878), kommen gleichfalls 7 ₰.

N°. 3. Oben §. 472 N°. 3, wie auch §. 751 N°. 4, sind 479 Thl. 13 Ggr $6\frac{7}{8}$ ₰ mit 567 multipliciret, und im Product 271913 Thl. 15 Ggr $10\frac{1}{8}$ ₰ gebracht worden: Wie ist dieses zu probiren? Antwort also:

Die Probzahl aus 479 Thl. 13 Ggr. $6\frac{7}{8}$ ₰ ist 2 (8tel ₰
Die Probzahl aus 567 . . . . ist 6

Ferner: 6 mal 2 (8tel ₰ geben 12, das ist 1 (8tel ₰

Hierauf suchet die Probzahl aus dem Producte 271913 Thl. 15 Ggr $10\frac{1}{8}$ ₰, kommt gleichfalls 1 (8tel ₰.

N°. 4. Oben §. 751 N°. 3 ist diese Zahl $639\frac{1}{2}\frac{1}{6}$ mit 184 multipliciret, und im Product $117702\frac{1}{2}$ gebracht worden: Wie ist dieses zu probiren? Antwort also:

Erst-

Erſtlich notiret (§. 872), daß $\frac{1}{1}\frac{1}{0}$ im Probiren ſey $\frac{9}{7}$ (§. 871). Hierauf ſaget:

Die Probzahl aus $693\frac{9}{7}$ iſt 5(5tel
Die Probzahl aus 184 iſt 8

Ferner: 8mal 5(5tel geben 40, d. i. 7(5tel.

Weiter ſuchet die Probzahl aus dem Product $11770\frac{2}{2}$, kommen 5 Halbe. Weil nun jene Probzahl 5tel, und dieſe Halbe oder 2tel heißt, ſo multipliciret jene 7 mit 2, und dieſe 5 mit 5, ſo werden ſie auf ſolche Weiſe beyde unter gleiche Namen gebracht (wie aus dem Beweiſe §. 408 klar zu erſehen). Solchergeſtalt heißt es: 2 mal 7 geben 14, das iſt 3, und 5 mal $\frac{5}{5}$ geben 25, das iſt ebenfalls 3.

§. 883. Merket demnach, wenn man 2 Probzahlen, die in Brüchen genommen ſind, und ungleiche Namen (als beym nächſten Exempel 5tel und Halbe) haben, unter gleiche Benennung bringen will, daß man nur ſchlechterdings jede derſelben mit dem Namen oder Nenner von der andern multipliciren darf. Wenn ſie aber vorhin gleiche Namen haben, da hat man auch ſolche Multiplication nicht nöthig. Ausgenommen wenn ſie beyde otel heißen, oder eine o zum Nenner haben, alsdenn muß jede mit der o von der andern multipliciret werden. Die Urſache hiervon iſt, weil auch 2 ungleichnamige Brüche in einer Rechnung kommen können, deren beyde Nenner im Probiren gleichwohl otel heißen, und alſo nur dem Scheine nach gleiche Namen haben. Dieſes iſt aber nur bey den Nennern, die eine o ſind, und ſonſt bey andern Nennern, ordentlicher Weiſe nicht zu beſorgen.

§. 884. Der Grund von dieſer Probe der Multipli-

cation lieget in den Lehren, welche oben bey den Eigenschaften der multiplicirten Zahlen, §. 542. 565 und 566 schon dargethan sind. Allermaßen dasjenige, was in diesen Lehren von den Resten überhaupt erwiesen worden, ohnstreitig hierher auf die Probzahl (§. 864) zu ziehen ist. Was aber die vermischten und mehrerley namigen Zahlen betrifft, so erhellet die Richtigkeit ihres Processes aus dem, was oben schon §. 570 und §. 869 gemeldet worden.

§. 885. Ich könnte allhier in der Multiplication noch Exempel beybringen, in welchen beyde Factores mehrerley namige Zahlen sind; allein dieselben schicken sich besser hernach in die Regel Detri, als worinnen dergleichen Exempel am meisten vorzukommen pflegen.

§. 886. Dieses aber habe allhier noch melden wollen, daß man eben auf diese Art auch ein solches Product probiren kann, daß auch wohl aus mehrern als nur aus 2 Factoribus entstehet. Z. E. Es sind die Zahlen 238, 105, 137 und 81 mit einander multipliciret, und im Producte 277314030 gebracht worden: Frage, wie dieses probiret wird? Antwort also:

Die Probzahl aus 238 ist 7
aus 105 ist 6
aus 137 ist 5
aus 81 ist 4

Diese multiplicirt, geben 4

Nämlich saget: 6 mal 7 geben 42, das ist 9, ferner: 9 mal 5 geben 45, das ist 1; endlich: 1 mal 4 giebt 4. Hierauf nehmet die Probzahl aus dem Product 277314030, kommen gleichfalls 4.

§. 887. Ihr werdet weiter hinten finden, was dieses vor Nu-

ßen

ten in weitläuftigen, sonderlich in Wechselrechnungen, hat. Indessen könnet ihr wahrnehmen, daß der vornemste Nutzen des vortheilhaften Probirens seinen Anfang nicht bey der Addition noch Subtraction (wie schon oben §. 861 und 879 gemeldet), sondern allererst bey der Multiplication nimmt, indem man in der Probe nur auf die gegebenen Zahlen und auf die gefundene Antwort, wie z. E. vorhin (§. 886) auf die Zahlen 238, 105, 137, 81 und 27731403o zu sehen hat, übrigens aber die ganze Ausrechnung, durch welche das Product gefunden worden, nicht wissen noch achten darf.

Die 122. Aufgabe.

§. 888. Den gefundenen Quotienten in der Division mit Vortheil zu probiren.

Weil das Product des Divisoris und Quoti, wenn diese beyde mit einander multipliciret werden, dem Dividendo gleich seyn muß (§. 375), so hat es allhier allerdings sein Verbleiben bey der gegebenen Regel in der Multiplication (§ 882). Nur allein an statt da dorten die Probzahlen aus den 2 gegebenen mit einander multipliciret werden, so multipliciret allhier die Probzahl aus dem gefundenen Quotienten (wenn er nämlich zuförderst ganz genau ausgerechnet) mit der Probzahl aus dem Divisore; so muß die hieraus kommende Probzahl gleich seyn der Probzahl aus dem Dividendo.

Z. E. N°. 1. Oben im §. 243 ist die Zahl 2549361 in 439 dividiret, und im Quotienten $5807\frac{8}{439}$ gebracht worden. Wenn ihr diesen probiren wollet, so notiret erstlich (§. 872), daß dieser Bruch im Probiren bedeute ($\frac{1}{10}$). Hierauf saget:

die Probzahl aus $5807\frac{8}{439}$ ist 1(1otel
die Probzahl aus 439 ist 10

Ferner: 10 mal 1(1otel geben 10(1otel.

Weiter ſuchet die Probzahl aus dem Dividendo 2549361, kommt 1. Dieſes machet gleichfalls zu 1otel (§. 878), ſo kommen 10(10tel, gleich der vorigen Probzahl; und hieraus urtheilet man, daß der gefundene Quotient recht ſey.

N°. 2. Oben im §. 491. N°. 12 ſind 1763-8 ℔ 25 Loth 2 Qu. in 328 dividiret, und im Quotienten 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ℞ gebracht worden: Wie iſt dieſer zu probiren? Antwort alſo:

die Probzahl aus 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ℞ iſt 4 ℞
die Probzahl aus 328 . . . . iſt 9

Ferner: 9 mal 4 ℞ geben 36, das iſt . . 3 ℞

Hierauf ſuchet die Probzahl aus dem Dividendo 176378 ℔ 25 Loth 2 Qu., kommen 9 Qu. Dieſe machet zu ℞, weil jene Probzahl ℞ iſt (§. 878), kommen gleichfalls 3 ℞.

N°. 3. Oben im §. 491. N°. 13 ſind 18346 fl. 25 ß 6 ℞ in 315 dividiret, und im Quotienten 58 fl. 7 ß $5\frac{1}{1}\frac{1}{5}$ ℞ gebracht worden: Wie iſt dieſer zu probiren? Antwort alſo:

Erſtlich notiret den Betrag des Bruchs alſo $(\frac{0}{4})$ (§. 872). Hierauf folget:

die Probzahl aus 58 fl. 7 ß $5\frac{0}{4}$ ℞ iſt 8(4tel ℞
die Probzahl aus 315 . . . iſt 7

Ferner: 7 mal 8(4tel ℞, geben 56, das iſt 1(4tel ℞

Weiter ſuchet die Probzahl aus dem Dividendo 18346 fl. 25 ß 6 ℞, kommen 3 ℞. Dieſe machet zu 4tel ℞, weil jene Probzahl 4tel ℞ heißt, kommt gleichfalls 1(4tel ℞.

N°. 4. Oben im §. 483. N°. 20 iſt die Zahl $138795\frac{5}{1}\frac{3}{3}\frac{7}{7}$ in 426 dividiret, und im Quotienten $325\frac{2}{2}\frac{3}{5}\frac{6}{1}\frac{5}{8}\frac{9}{1}$ gebracht worden: Wie wird dieſer probiret? Antwort alſo: Erſt-

Erſtlich notiret beyde Brüche gehöriger maßen (§. 872), ſo habt ihr an ſtatt $\frac{5}{7}\frac{3}{7}$ den Bruch $(\frac{0}{7})$, und an ſtatt $\frac{2}{3}\frac{5}{7}\frac{6}{7}\frac{4}{7}$ den Bruch $(\frac{0}{7})$. Hierauf ſprechet:

die Probzahl aus $325\frac{2}{3}$ iſt 8(9tel
: die Probzahl aus 426 iſt 8

Ferner; 8 mal 8(9tel geben 64, d. i. 9(9tel.

Weiter ſuchet die Probzahl aus dem Dividendo $138795\frac{2}{7}$, kommen 5(5tel. Weil nun jene Probzahl 9tel, und dieſe 5tel heißt, ſo müſſet ihr (§. 883) jene 9 mit 5, und dieſe 5 mit 9 multipliciren, ſo kommen ſie beyde unter gleiche Namen; und, weil 5 mal 9 oder 9 mal 5 geben 45, beyderſeits die Probzahl 1.

§. 889. Dieſe Probe der Diviſion gründet ſich, wie ſolches bey der gegebenen Regel ſelbſt (§. 888) gemeldet worden, auf die Probe der Multiplication, die vorhin ſchon (§. 884) erwieſen iſt.

Die 123. Aufgabe.

§. 890. **Das gefundene Facit in der Regel Detri mit Vortheil zu probiren.**

I. Nehmet die Probzahl aus jedem der gegebenen drey Glieder ins beſondere, wie auch aus dem Facit, und ſchreibet dieſelbe ordentlich neben einander, wie ſie aus dem Aufſatze der Rechnung ſelbſt auf einander folgen, als A. B. C. D. (§. 353). Jedoch merket

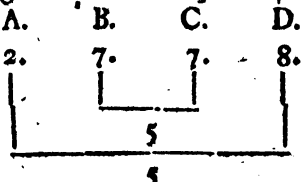
II. daß in dieſem Aufſatze der Probzahlen (gleichwie ſolches in dem Aufſatze der Ausrechnung ſelbſt zu beobachten iſt, laut §. 349) die Probzahl A mit der Probzahl C, desgleichen die Probzahl B mit der Probzahl D gleiche Namen haben. Wo aber dieſes nicht iſt, ſo bringet ſie darzu.

III. Multipliciret die Probzahl A mit der Probzahl D; desgleichen die Probzahl B mit der Probzahl C, so müssen die Probzahlen aus beyden kommenden Producten einander gleich seyn. Im Fall aber diese nicht gleich sind, so ist es gewiß, daß in der Berechnung ein Fehler seyn müsse.

Z. E. N°. 1. Oben im §. 848. N°. 3. findet man folgendes Exempel:

9660 ℔. 1480 fl. 161 ℔? Fac. 24⅔ fl.

Von diesem Facit kommt die Probe folgendergestalt:

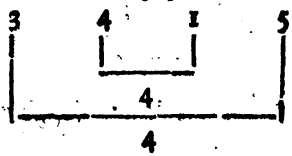


Nämlich die Probzahl aus A oder 9660 ℔ ist 2 ℔, und weil auch in C keine kleinern Sorten oder Theile als ℔ vorhanden, so bleibet diese Probzahl bey 2. Ferner ist die Probzahl aus B, oder aus 1480 fl., 6 fl. Allein weil gleichwol in D 3tel fl. stehen, und B mit D gleiche Namen haben müssen, so machet die gefundenen 6 fl. gleichfalls zu 3tel fl., nämlich multipliciret die 6 mit dem Nenner 3, kommen 18, deren Probzahl ist 7. Weiter ist die Probzahl aus C, oder aus 161 ℔, 7 ℔. Und da diese dem Namen nach gleich ist mit A, so bleibet es bey 7. Endlich ist die Probzahl aus D, oder aus 24⅔ fl., 8 (3tel fl. Solchergestalt stehet A und C, wie auch B und D unter gleichen Namen. Hierauf multipliciret die beyden mittlern, als auch die beyden äußersten Glieder insbesondere mit einander, nämlich sprechet: 7 mal 7 geben 49, das ist 5; ferner: 2 mal 8 geben 16, das ist ebenfalls 5. Da nun aus beyden Producten 5 gekomen, so urtheilet man, daß das gefundene Facit recht sey.

N°. 2.

N°. 2. Im §. eod. N°. 12 findet sich folgendes Exempel: 112 ℔ 16 Loth = 471 fl. = 4993 ℔? Fac. 20904$\frac{2}{7}$ fl. Wie wird dieses probiret? Antwort also:

Erstlich notiret den Bruch in D gehöriger maßen (§. 872), kommt ($\frac{2}{7}$). Gleichergestalt bedenket vorher, ehe ihr weiter gehet (der im §. 873. N°. 1 gegebenen Ursache wegen), daß 1 ℔ auf 10 Loth zu berechnen sey (§. 866). Folgends kommt die begehrte Probe also zu stehen:



Nämlich die Probzahl aus A oder 112 ℔ 16 Loth, ist 3 Loth. Die Probzahl aus B oder 471 fl. ist 9 fl. Weil aber in D 9tel fl. stehen, so machet die 9 fl. aus B gleichfalls zu 9tel fl., kommen 81, das ist 4. Ferner ist die Probzahl aus C, oder aus 4993 ℔, 10 ℔. Weil aber die Probzahl aus A Loth heißt, so machet die 10 ℔ ebenfalls zu Loth, nämlich saget: 10 mal 10 Loth geben 100 Loth, das ist 1. Endlich ist die Probzahl aus D, oder aus 20904$\frac{2}{7}$, 5. Auf solche Weise haben die Glieder A und C, wie auch B und D gleiche Namen, denn jene beyde heißen Loth, und diese beyde 9tel fl. Demnach multiplicirt die beyden mittlern Glieder, als 4 und 1. mit einander, kommen 4; desgleichen die beyden äußersten, als 3 und 5, mit einander, kommen 15, deren Probzahl ist ebenfalls 4.

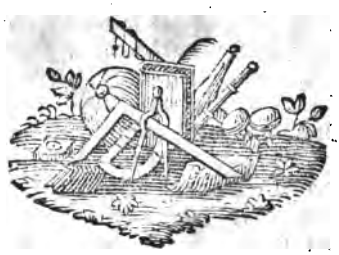
N°. 3. Im §. 494. N°. 6 findet man folgendes Exempel:

$\frac{1}{7}$ = $3\frac{31}{48}$ = $5\frac{3}{4}$? Fac. $24\frac{3}{7}$.

Wie wird dieses probiret? Antwort also:

Erst-

§. 895. Ich könnte allhier wegen der Brüche, deren Nenner im Probiren eine bloße o geben, noch einige Erinnerungen machen: Allein der Weitläuftigkeit wegen habe solches aufs künftige, wenn ich von den Proben ganz insbesondere (wie schon §. 862. erwehnet) handeln werde, versparen wollen. In welcher Abhandlung, durch Anzeigung verschiedener anderer compendiösen Proben, diese ganze Sache auf einen weit festern Fuß gesetzet werden soll; allermaßen derjenigen Rechnung ohnstreitig sicher zu trauen ist, welche auf verschiedene Art probiret und richtig befunden worden.

§. 896. Es kann auch ein jeder, der den Grund der beschriebenen Probe eingesehen, von sich selbst ermessen, daß man auch einen andern Divisorem als 11 erwählen, und durch desselben Rest eben auf die Weise, wie vorhin gezeiget, alle Rechnungen probiren könnte. Nur allein ist um desto mehrerer Sicherheit und Bequemlichkeit wegen zu merken, daß solcher Divisor, 1. eine Primzahl sey (§. 165); 2. aus mehr als aus einer einzelnen Ziffer bestehe; über dieses 3. so geschickt seyn müsse, daß dessen Rest ohne wirkliche Division, nur durch ein bloßes Kennzeichen, aus dem Kopfe (wie §. 864. gemeldet) gefunden werden möge. Gleichwie nun diese Qualitäten bey der Zahl 11 anzutreffen, also werde ich inskünftige mehrere Zahlen von solcher Qualität anzeigen.

Ende des andern Theils.